PHYSICA

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE

A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS,
BALTH. VAN DER POL

TIENDE JAARGANG

MET REGISTER OVER DE EERSTE TIEN JAARGANGEN
1921—1930

'S-GRAVENHAGE
MARTINUS NIJHOFF
1930

INHOUD

VERHANDELINGEN

BOEKBESPREKINGEN

WENKEN AAN AUTEURS

Kopy. Beschrijf het papier aan slechts ééne zijde, duidelijk en bij voorkeur met de machine.

Zorg dat de stof- en gedachtenindeeling duidelijk tot haar recht komt door bij de natuurlijke geledingen van het artikel een regel wit te verlangen.

Stel eventueele noten, op de plaats waar ze hooren, tusschen twee strepen over de heele pagina, *in* den tekst, en niet onder aan de bladzijde.

Laat aan den tekst een korte samenvatting van inhoud en uitkomst voorafgaan in het fransch, duitsch, engelsch of esperanto.

Teekeningen. Teeken uwe figuren zorgvuldig op drie- of viervoudige grootte op wit papier in zwarten inkt.

Zorg dat uwe letters en cijfers bij de noodige verkleining niet kleiner dan 1 mm worden. Knip desnoods drukletters uit en plak ze in de figuur. Teeken ze anders met potlood, opdat de clicheefabriek voor de inktteekening der letters kan zorgen.

Voeg de onderschriften op een afzonderlijk vel papier, verzameld, bij.

Formules. Het is van het grootste belang dat de formules met de uiterste zorg worden geschreven, met nauwkeurige aanduiding van de onderlinge plaats en relatieve hoogte, zoomede van de relatieve grootte der letters. De zetter kent geen wiskunde, en kan er bij eene onduidelijkheid niet uitkomen.

Bijzondere kenteekens zijn noodig voor letters van een bijzonder type (vet, of grieksch).

In een tekstregel kunnen slechts de allerkortste formules staan. Schrijf in een tekstregel nimmer een horizontale breukstreep, die een leelijke invoeging van wit noodig maakt. Dus nooit $\frac{ax+b}{cx+d}$, $log\ \frac{a}{b}$, $cos\ n\left(t-\frac{x}{c}\right)$, $\frac{\partial \boldsymbol{h}_z}{\partial t}$, of dergelijke, maar $(ax+b)/(cx+d)$, $log\ (a/b)$, $cos\ n\ (t-x/c)$, $\partial \boldsymbol{h}_z/\partial t$, enz. Uitgezonderd zijn eenvoudige fracties, die in de letterkast als enkelvoudig type aanwezig zijn: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$.

Indices mogen niet zelf weer indices dragen. Vermijd x_{n_1}, x_{n_2}, maar gebruik x_m, x_n.

Is de formule te lang voor de bladzijde, dan moet zij worden afgebroken met hetzelfde teeken (+, —, of ×) waarmede het tweede stuk begint. Het eerste stuk moet zoover mogelijk naar links, het tweede zoover mogelijk naar rechts worden geplaatst.

Overigens zie de auteur bij de correctie nauwlettend toe, dat de formules in het midden der bladzijde komen, door voldoende wit gescheiden en omgeven, opdat zij overzichtelijk en makkelijk leesbaar staan. De horizontale strepen van +, —, en breukstrepen moeten precies gericht staan met het midden tusschen de strepen van het gelijkteeken.

Vermijd punten en horizontale strepen boven de letters.

Formules zijn onderdeelen van zinnen, en moeten als zoodanig eindigen met kommaas of punten, naargelang zij het slot van een bijzin, of van den hoofdzin vormen.

Afkortingen voor eenheden. Volg het internationaal overeengekomen gebruik en schrijf voor

de lengte-eenheden: m; km; cm; mm; μ = 0.001 mm;
de oppervlakte-eenheden: m^2; km^2; cm^2; mm^2; a; ha;
de volumeeenheden: m^3; dm^3; cm^3; l; hl; dl;
de massaeenheden: g; kg; mg; t;

Alle zonder punten. Dus *niet*: c.M.; H.A.; H.L.; KG.

Milliampère = mA; kilowatt = kW; mikrofarad = μF; megohm = MO.

EIGENSCHAPPEN VAN FERROMAGNETISCHE KRISTALLEN [1])

door G. J. SIZOO

Zusammenfassung.

Nach einer kurzen Auseinandersetzung der Weisschen Theorie des Ferromagnetismus, folgt eine Mitteilung der Ergebnisse der Untersuchungen des Verfassers über den Einfluss der Korngrösse auf die magnetischen Eigenschaften von Eisen und Nickel, über das Magnetisierungsdiagramm von Einkristallen und über den Barkhauseneffekt. Diese Ergebnisse bilden eine Stütze für die Weissche Hypothese der, an eine kristallographische Vorzugsrichtung gebundenen, spontanen Magnetisierung.

1. Over de eigenschappen van ferromagnetische kristallen zijn voor het eerst uitgebreide metingen gedaan door P. Weiss [2]). Van deze metingen zijn vooral die, welke betrekking hebben op het pseudo-hexagonale pyrrothine [3]) van veel belang geweest voor de ontwikkeling van het inzicht in de verschijnselen van het ferromagnetisme. De meest opvallende eigenschap van het pyrrothine-kristal is het bezit van een „magnetisch vlak". Brengt men n.l. zulk een kristal in een magnetisch veld, dan zal, onafhankelijk van de oriëntatie van het kristal ten opzichte van de veldrichting, de magnetisatie steeds volkomen of zeer tennaastebij liggen in het basisvlak van het hexagonale prisma, hetgeen dan ook de reden is, waarom dit vlak door Weiss het „magnetische vlak" genoemd werd. In een richting loodrecht op dit basisvlak blijkt het kristal paramagnetisch of in elk geval zeer zwak ferromagnetisch te zijn. In het magnetische vlak zelf, zijn twee onderling loodrechte richtingen te onderscheiden. In de eerste zijn zeer sterke velden

1) Dit artikel vormt een uitbreiding van een voordracht gehouden op het 22ste Natuur- en Geneeskundig Congres. Rotterdam, April 1929.

2) P. Weiss, Journ. de Phys. (3), 5, 435, 1896; (4), 4, 469, 1905; (4), 4, 829, 1905.

3) De chemische samenstelling van pyrrothine (ijzerkies) is niet met zekerheid bekend. De formules $Fe_7 S_8$, $Fe_8 S_9$ en dergelijke zijn voorgesteld. De kristallen hebben een hexagonaal uiterlijk, maar bestaan uit een vergroeiing van drie orthorhombische kristallen.

(ca. 10.000 gauss) vereischt om de verzadigingsmagnetisatie te bereiken, in de tweede wordt de verzadiging reeds bij betrekkelijk lage velden (c.a. 700 gauss) bereikt. De magnetisatiekromme voor de laatstgenoemde richting (de richting der „gemakkelijke magnetisatie") vertoont dan ook een veel grootere steilheid dan die voor de eerstgenoemde richting (de richting der „moeilijke magnetisatie"). Dit groote verschil bracht Weiss er toe aan te ne-

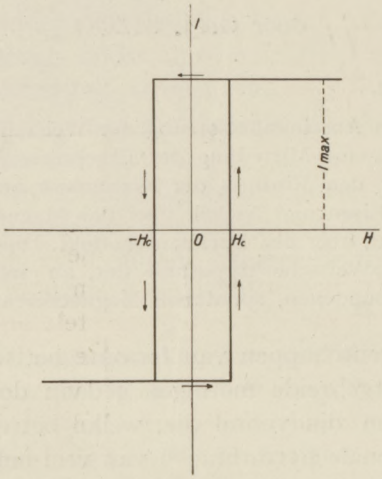


Fig. 1.

men, dat de afwijking van de ordinatenas in het *I—H* diagram, die de kromme voor de richting der gemakkelijke magnetisatie nog vertoont, gevolg is van onvolkomenheden in het kristal. Bij een volkomen kristal zou volgens de veronderstelling van Weiss, deze afwijking niet bestaan en zou dus ook voor een veldsterkte nul het kristal verzadigd gemagnetiseerd zijn. De hysteresefiguur voor het volkomen gave kristal in de richting der gemakkelijke magnetisatie zou de rechthoekige gedaante bezitten, die in fig. 1 is aangegeven. De in werkelijkheid waargenomen hysteresefiguren wijken van de gedaante van fig. 1 belangrijk af, zooals blijkt uit fig. 2, waar één dezer figuren is aangegeven. [1]) Het verschil tusschen

1) P. Weiss, Journ. de Phys. (4), 4, 829, 1905, fig. 19, echter na correctie voor het ontmagnetiseerende veld *NI*, waarbij voor *N* volgens de opgave Weiss (l.c. pag. 491) $\frac{1}{1.5}$ is genomen. Alleen de bovenste helft van het magnetiseeringsdiagram is geteekend.

fig. 2 en fig. 1 is zoodanig, dat men de opvatting, dat fig. 1 de hysteresefiguur voor een volkomen pyrrothine kristal zou voorstellen eerder als een schematiseering moet beschouwen [1]), dan dat ze

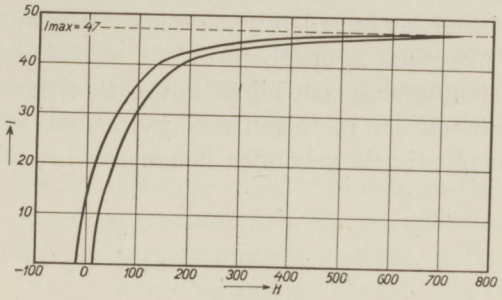


Fig. 2.

experimenteel bewezen geacht mag worden. We vestigen hierop de aandacht, omdat het in beschouwingen over de theorieën van het ferromagnetisme veelal wordt voorgesteld alsof het laatste het geval is. Dat is hieruit te verklaren, dat de gegeven opvatting door Weiss later is ingevoegd in zijn theorie van de spontane magnetisatie tengevolge van het moleculaire veld. [2])

Volgens deze bekende theorie, die een uitbreiding vormt van de theorie van Langevin voor het paramagnetisme, is een ferromagnetische stof daardoor gekenmerkt, dat het een inwendig moleculair veld bezit, dat voldoende groot is om de desoriënteerende werking van de temperatuurbeweging der elementairmagneetjes te overwinnen, zoodat het materiaal ook bij afwezigheid van het uitwendige veld een spontane magnetisatie bezit. Deze spontane magnetisatie is een functie van de temperatuur, maar is bij elke temperatuur nagenoeg gelijk aan de verzadigingsmagnetisatie, daar de uitwendige velden, die wij kunnen aanbrengen steeds klein zijn ten opzichte van het inwendige moleculaire veld, zoodat een belangrijke verhooging van de magnetisatie boven de spontane niet mogelijk is. In werkelijkheid kan men deze spontane magnetisatie bij een ferromagnetisch materiaal niet direct waarnemen, omdat het materiaal verdeeld gedacht moet worden in een aantal

1) Als zoodanig wordt ze door Weiss ook gegeven. (l.c. pag. 492 en 830).

2) P. Weiss, Journ. de Phys. (4), 6, 661, 1907. Vgl. ook H. R. Woltjer, Physica 3, 240, 1923.

elementaire gebieden, die elk wel spontaan gemagnetiseerd zijn, waarvan echter de richtingen der magnetisaties over de ruimte gelijkmatig verdeeld zijn, zoodat gemiddeld geen magnetisatie wordt waargenomen. Het ligt voor de hand aan te nemen, dat deze elementairgebieden samenvallen met de kristallen waaruit het ferromagnetisch materiaal is opgebouwd.

Deze onderstelling sluit aan bij de boven beschreven geschematiseerde uitkomsten der metingen met pyrrothine kristallen. Dat de spontane magnetisatie gebonden is aan een bepaalde kristallo-

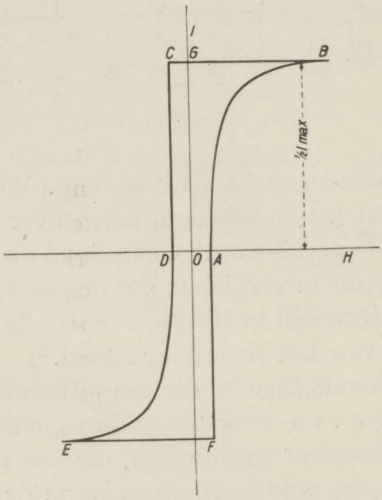


Fig. 3.

grafische richting, kan met behulp van de onderstelling van het moleculaire veld worden verklaard, door aan dit veld in deze richting een aanzienlijk grooter waarde toe te kennen, dan in elke andere richting.

Door Weiss is getracht de hysteresekromme voor polykristallijn ijzer af te leiden op grond van de hypothese, dat aan de kristallen een magnetische voorkeursrichting moet worden toegekend, waarin ze spontaan verzadigd gemagnetiseerd zijn. De uitkomst [1]) van deze theorie wordt voorgesteld door fig. 3, waarin de lijnen AB en DE voldoen aan de formule $I = \frac{1}{2} I_{\max.} (1 - H_c^2/H^2)$ terwijl $OG = \frac{1}{2} I_{\max.}$. Onder $I_{\max.}$ is daarbij te verstaan de verza-

1) P. Weiss, Journ. de Phys. (4), 6, 670, 1907.

digingsmagnetisatie die aanwezig zou zijn, wanneer in alle elementairgebieden de richting der magnetisaties samenviel met de richting van het magnetische veld. Volgens de hypothese is ze echter gebonden aan een kristallografische richting, zoodat de hoogste magnetisatie bereikt is, wanneer alle magnetisatievectoren der elementaire gebieden gericht zijn naar dezelfde hemispheer waarin ook de vector van het magnetische veld ligt. Een eenvoudige berekening leert, dat de totale magnetisatie in de richting van het veld dan gelijk is aan $\frac{1}{2} I_{\max.}$.

Nu vertoonen de experimenteele krommen in de buurt van de halve verzadigingsmagnetisatie steeds een vrij plotselingen overgang van een groote naar een zeer geringe steilheid, welke overgang gewoonlijk als „knie" wordt aangeduid. Door Weiss wordt de „pseudoverzadiging" boven de knie vereenzelvigd, met de verzadiging die in fig. 3 door de lijn *CGB* wordt voorgesteld, d.w.z. met den afloop der irreversibele magnetiseeringsprocessen. In het gebied der pseudoverzadiging neemt in werkelijkheid de magnetisatie nog langzaam toe, totdat pas bij zeer sterke velden de werkelijke verzadiging bereikt is. Om dit deel der magnetiseeringskromme te verklaren neemt Weiss verder aan, dat de magnetisatie in de elementairgebieden weliswaar bij afwezigheid van een inwendig veld of bij zwakke velden gebonden is aan de voorkeursrichting, dat echter voldoend sterke velden in staat zijn de magnetisatie uit deze voorkeursrichting te draaien, totdat ze ten slotte met de veldrichting samenvalt. Ook bij kleine velden zal aan het omklappen reeds een geringe draaiing van de magnetisatie uit zijn voorkeursrichting voorafgaan.

Deze reversibele draaiing veroorzaakt reeds een geringe toeneming van de magnetisatie voordat de coërcitiefkracht bereikt is, waardoor de beginsusceptibiliteit grooter wordt dan nul, en bewerkt verder den overgang van de pseudoverzadiging naar de werkelijke verzadiging [1]). Deze laatste zou dus volgens deze onderstelling geheel of zeer tennaastebij hysteresevrij moeten zijn, daar blijkens fig. 3 de irreversibele processen reeds zoo goed als afgeloopen zijn, wanneer de veldsterkte een waarde bereikt heeft van ongeveer tien maal de coërcitiefkracht. In de werkelijk waargenomen hysteresefiguren is ook boven de knie nog hysterese aanwezig, maar

1) Dat ook de hoeken C en F in het magnetiseeringsdiagram (fig. 3) door het reversibele magnetiseeringsproces worden afgerond, zal duidelijk zijn.

inderdaad naderen de beide hysteresetakken daar toch dicht tot elkaar, zoodat ze voor zeer hooge velden niet meer van elkaar te onderscheiden zijn.

Het kan niet ontkend worden, dat deze theorie qualitatief de belangrijkste kenmerken van het magnetiseerings diagram der ferromagnetica verklaart. Een belangrijk argument voor de juistheid van de grondgedachten der theorie ligt, naar het mij voorkomt, in den algemeenen experimenteelen regel, dat de remanentie hoogstens gelijk kan zijn aan de halve verzadigingsmagnetisatie. Dit merkwaardige feit komt hier als vanzelf uit de theorie te voorschijn. Zooals bekend is, moet het als een bezwaar gelden tegen de theorieën die op het model van Weber-Ewing gebaseerd zijn en waarin een kristallografische voorkeursrichting niet wordt aangenomen, dat zij steeds te hooge waarden voor de remanentie geven.

2. In tegenstelling met de geschetste theorie van Weiss, die de hysterese als een aan het ferromagnetisme inhaerent verschijnsel beschouwt, omdat ze gevolg is van de spontane magnetisatie der elementaire gebieden, vindt men in de literatuur der laatste jaren de opvatting verdedigd, dat de hysterese als een geheel bijkomstig verschijnsel is te beschouwen, n.l. slechts als gevolg van inwendige spanningen, verontreiniging, onregelmatigheden aan de grensvlakken der kristallen of andere storende invloeden. Volgens deze opvatting zou het magnetisatieproces in het ideale kristal geheel zonder hysterese verloopen. Zij wordt gesteund eenerzijds door het experimenteel vastgestelde feit, dat de hysteresearbeid, d.i. het oppervlak van de hystereselus, voor polykristallijn materiaal geringer wordt naarmate de kristalgrootte toeneemt en dus het aantal overgangen tusschen de kristallen kleiner wordt en anderzijds door de waarneming van Gerlach[1]), die bij een ijzer-éénkristal inderdaad een hysteresevrije magnetiseeringskromme meent te hebben gevonden. Indien deze opvatting juist is, dan moet de theorie der spontane magnetisatie en daarmede de hypothese van het moleculaire veld van Weiss onhoudbaar geacht worden. Al moet nu worden toegegeven, dat deze theorie veel moeilijkheden bevat, dat in het bijzonder de aard van het moleculaire veld nog in 't ge-

1) W. Gerlach, Phys. ZS. 22, 568, 1921. In latere publicaties van Gerlach en Dussler (Zs. f. Phys. 38, 828, 1926; 44, 279, 1927; 50, 195, 1928), wordt meer de nadruk gelegd op afwezigheid van remanentie, dan op afwezigheid van hysterese.

heel niet is opgehelderd, zeker is toch dat de hypothese in staat is gebleken veel verschijnselen van het ferromagnetisme qualitatief en voor een belangrijk deel quantitatief te verklaren. Het moet daarom van het grootste belang geacht worden experimenteel vast te stellen of de nieuwere opvatting voldoende is gemotiveerd.

Steller dezes wenscht hier een samenvatting te geven van eenige experimenteele resultaten, die z.i. voor een handhaving der oude opvatting pleiten, zij het ook, dat de identificeering der elementairgebieden, waarvan boven sprake was, met de kristallen moet worden prijsgegeven.

3. Een eerste onderzoek [1]) had betrekking op den invloed der kristalgrootte op de magnetische eigenschappen van ijzer en nikkel. Dit onderzoek bevestigde het reeds door anderen gevonden resultaat, dat de hysteresearbeid des te geringer wordt naarmate de kristalgrootte toeneemt. Aan de overgangen tusschen de afzonderlijke kristallen moet dus zeker een vergrootende invloed op de hysterese worden toegeschreven. Dat daaruit nog niet behoeft te volgen, dat de aanwezigheid van hysterese geheel en al tot deze oorzaak te herleiden is, is echter duidelijk. Het onderzoek gaf zelfs voldoende aanleiding om deze consequentie als onwaarschijnlijk te beschouwen. Het bleek n.l. dat de toename van den hysteresearbeid in hoofdzaak daardoor werd veroorzaakt, dat de coërcitiefkracht toenam, terwijl daarentegen de remanentie onafhankelijk van de kristalgrootte bleek te zijn. Op grond van de opvatting, dat het éénkristal volkomen hysterese- en dus ook remanentievrij zou zijn was dit resultaat zeker niet te verwachten.

Hieraan moge de opmerking worden toegevoegd, dat niet alleen de kristalgrenzen, maar ook allerlei andere oorzaken (mechanische deformatie, aanwezigheid van onmagnetische verontreinigingen enz.) den hysteresearbeid kunnen vergrooten en zelfs in veel sterkere mate. Dergelijke storende invloeden brengen echter in het algemeen in de remanentie een veel geringere verandering teweeg dan in de coërcitiefkracht, terwijl bovendien dan nog de algemeene regel geldt dat een vergrooting van de coërcitiefkracht met een vermindering van de remanentie gepaard gaat. We wezen er reeds op dat slechts uiterst zelden de remanentie grooter is dan de halve verzadigingsmagnetisatie, terwijl in die gevallen het verschil nog

1) G. J. Sizoo, ZS. f. Phys. 51. 557, 1928; 53, 449, 1929.

slechts eenige procenten bedraagt. Moest de aanwezigheid van de remanentie geheel aan toevallige oorzaken worden toegeschreven, dan mocht verwacht worden dat zonder eenig bezwaar ook hoogere waarden voor de remanentie konden worden verkregen.

4. Het genoemde onderzoek werd gevolgd door een onderzoek betreffende het magnetiseeringsdiagram van een groot aantal ijzer- en nikkelkristallen. Daar de grootste moeilijkheid bij deze metingen

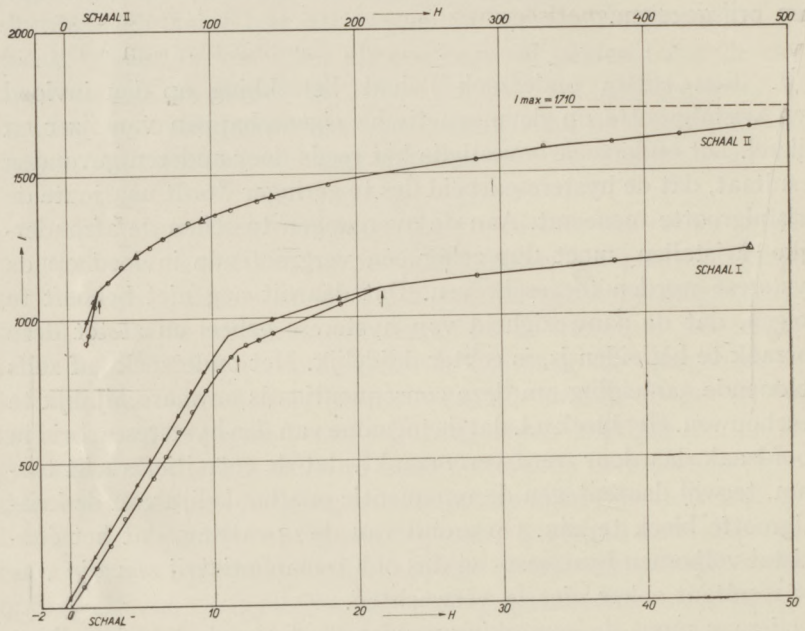


Fig. 4.

IJzerkristal in de richting van de digonale as. (zonder correctie voor het ontmagnetiseerende veld.)

⊙ maagdelijke kromme

△ neergaande hysteresetak.

gelegen was in de bepaling van de ware veldsterkte, die gelijk is aan de uitwendige schijnbare veldsterkte verminderd met de sterkte van het ontmagnetiseerende veld, werd bijzondere moeite besteed aan het verkrijgen van kristallen met zoo groote dimensieverhouding (lengte: diameter) dat het ontmagnetiseerende veld slechts een geringe rol speelde. Een uitvoerige mededeeling over deze me-

tingen en de uitkomsten ervan zal elders [1]) verschijnen. Hier moge volstaan worden met de mededeeling der belangrijkste resultaten aan de hand van eenige figuren.

Fig. 4 laat zien het magnetiseeringsdiagram van een ijzerkristal, waarvan de lengteas samenvalt met de digonale as [110] (zijvlakkendiagonaal van de elementairkubus). In deze figuur is de correctie voor het ontmagnetiseerende veld nog niet aangebracht, de aangegeven veldsterkten zijn dus de uitwendige of schijnbare veldsterkten. Door aanbrengen van de genoemde correctie, verkrijgt men het ware magnetiseeringsdiagram, dat in fig. 5 is aangegeven. Eveneens geeft fig. 6 het ware magnetiseeringsdiagram van een

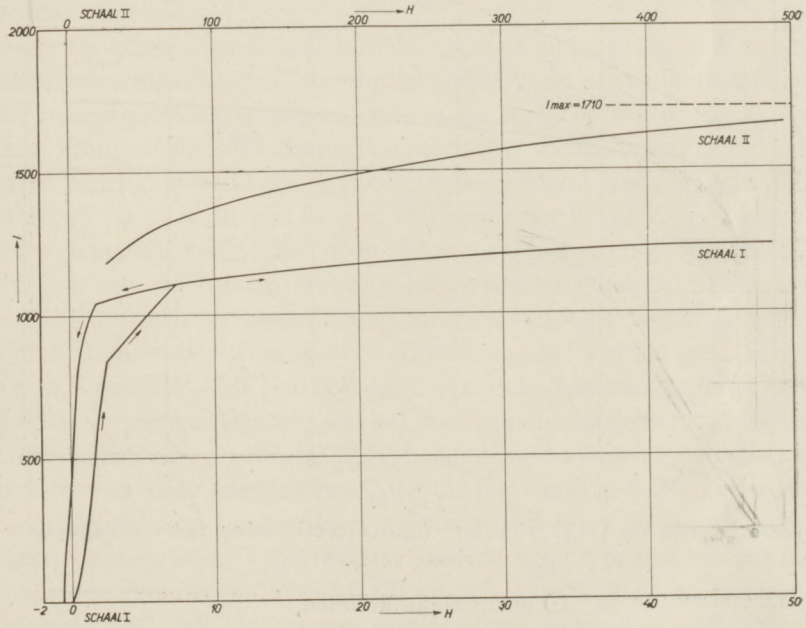


Fig. 5.
IJzerkristal in de richting van de digonale as (na correctie voor het ontmagnetiseerende veld.)

ijzerkristal, waarvan de lengteas ongeveer met de [113]-richting samenvalt. Uit de verkregen figuren zijn de volgende karakteristieke eigenschappen van het magnetiseeringsdiagram van ijzerkristallen af te leiden:

1) ZS. f. Physik 56, 649, 1929; 57, 107, 1929.

a. De hysterese is steeds aanwezig. Ze is echter beperkt tot het eerste, voornamelijk tot het steile deel der magnetiseeringskromme. Vanaf een bepaald punt is geen verschil meer tusschen de opgaande en de neergaande kromme te bemerken, d.w.z. vanaf dit punt is de magnetisatie volkomen of zeer tennaastebij reversibel.

b) De maagdelijke magnetiseeringskromme vertoont beneden het in *a*) genoemde overgangspunt één of meerdere plotselinge

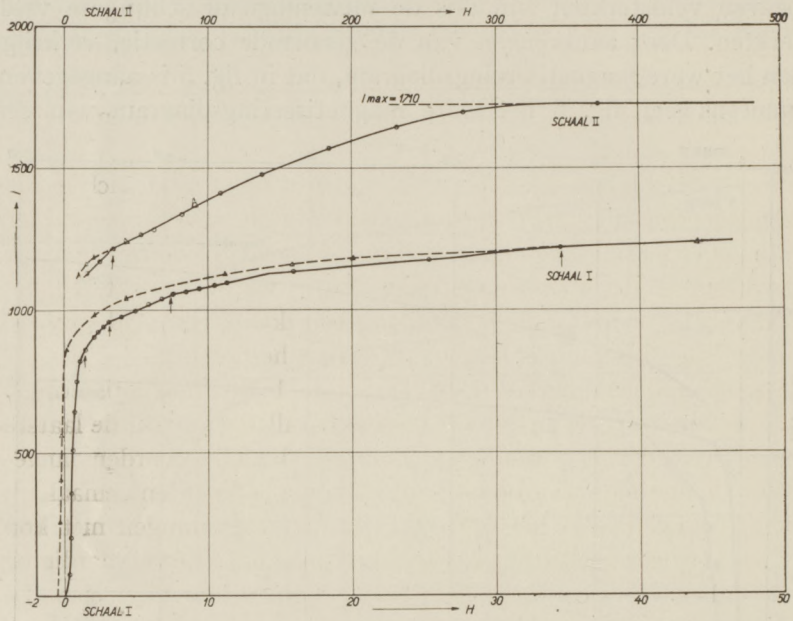


Fig. 6.
IJzerkristal in de [113] richting (na correctie voor het ontmagnetiseerende veld).

⊙ maagdelijke kromme

△ neergaande hysteresetak.

richtingsveranderingen. De gedeelten tusschen deze knikken zijn in vele gevallen nagenoeg rechtlijnig. In de figuren zijn deze knikken door pijltjes aangegeven.

c) De opgaande hysteresetak valt nagenoeg geheel samen met de maagdelijke kromme. Een verschil kon alleen geconstateerd worden voor de kleine waarden van de magnetisatie (kleiner dan 100 ongeveer).

d) De remanentie is voor de verschillende kristalrichtingen

niet gelijk. Het mag waarschijnlijk geacht worden dat de remanentie een functie is van de oriënteering en dat de bij polykristallijn materiaal waargenomen waarde een gemiddelde is over alle richtingen. De kleinste waargenomen remanenties bedroegen voor ijzer ongeveer 400 c.g.s., d.i. ongeveer het vierde deel der verzadigingsmagnetisatie. Bij de bepaling der ware remanentie doet zich echter de onzekerheid in de bepaling van het ontmagnetiseerende veld sterk gevoelen, zoodat dit resultaat onder voorbehoud moet worden medegedeeld. Dat in elk geval de remanenties der kristallen van dezelfde grootte orde zijn als bij polykristallijn materiaal, kan met volkomen zekerheid uit de metingen worden afgeleid.

e) De verschillen tusschen de kristalrichtingen uiten zich in het magnetiseeringsdiagram het duidelijkste in de reversibele deelen der magnetiseeringskrommen, n.l. in de snelheid waarmede langs deze kromme de verzadigingsmagnetisatie wordt bereikt. In het geval van fig. 6 b.v. is de verzadiging bereikt bij een veld van 350 gauss, in fig. 5 is dit pas bij c.a. 700 gauss het geval.

De genoemde kenmerken doen zich zoowel bij het magnetiseeringsdiagram van ijzer- als bij dat van nikkelkristallen voor. Bij de laatste kon de invloed van inwendige spanningen duidelijk worden aangetoond. De methode waarop deze nikkelkristallen werden gemaakt [1]) was n.l. oorzaak, dat het optreden van deze spanningen niet kon worden vermeden. Daarom was het noodzakelijk na de vervaardiging de kristallen weer geruimen tijd bij hooge temperatuur te gloeien. De invloed van deze gloeiing is te zien uit fig. 7 en fig. 8. Men ziet dat de derde gloeiing hoegenaamd geen verschil meer in magnetische eigenschappen heeft veroorzaakt. Zeer duidelijk is te zien hoe pas na voldoende gloeiing het verschil tusschen het reversibele en het irreversibele deel van het magnetiseeringsdiagram duidelijk te onderkennen valt. De knikken waren in het algemeen bij de nikkelkristallen minder duidelijk dan bij de ijzerkristallen, maar de aanwezigheid ervan kon toch met vrij groote waarschijnlijkheid worden aangetoond.

5 Ten slotte moge hier een en ander worden medegedeeld betreffende het optreden van het Barkhausen effect in één-kristallen.

---

1) G. J. Sizoo en C. Zwikker. ZS. f. Metallk, 21, 125, 1929.

In een vorige mededeeling in dit tijdschrift [1]) is een methode beschreven, die het mogelijk maakt het voorkomen van het Barkhauseneffect op de verschillende deelen der hysteresefiguren na te gaan. Volgens deze methode zijn een aantal der bovengenoemde ijzer- en nikkelkristallen onderzocht. Het resultaat hiervan was allereerst, dat er geen principieel onderscheid bestaat tusschen het effect bij een één-kristal en bij een polykristal. De oscillografische opnamen van het effect vertoonen bij éénkristallen precies dezelfde gedaante als bij polykristallijn materiaal. De orde van grootte der inductiestootjes is in beide gevallen dezelfde. Verder blijkt, dat het

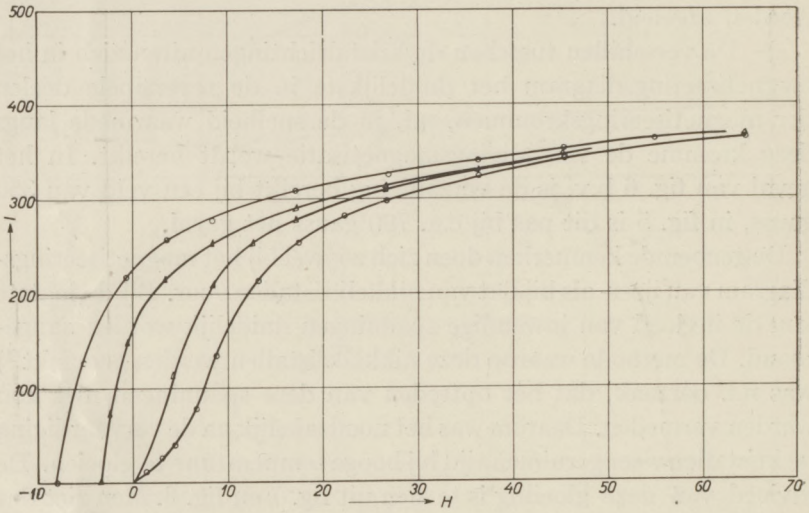


Fig. 7.
Nikkelkristal Nr. 7.

⊙ niet gegloeid

△ na de eerste gloeiing (12 uur, 900°C, vacuum).

effect alleen wordt waargenomen in het eerste deel van het magnetiseeringsdiagram, n.l. dat deel waar de hysterese aanwezig is. Vanaf het punt waar de hysterese ophoudt, houdt ook het Barkhauseneffect op, d.w.z. de reversibele magnetisatie verloopt zonder dit effect. Verder geldt voor het éénkristal dezelfde regel als voor het polykristal, welke in de vorige mededeeling werd vermeld, n.l. dat voor elke veldverandering die aan de onmiddellijk voorafgaande veld-

1) G. J. Sizoo, Physica, 9, 3, 1929.

verandering tegengesteld is, een minimale waarde van het veld bestaat, die overschreden moet worden voordat het effect optreedt. Deze minimale veldsterkte is steeds eenige malen kleiner dan de coërcitiefkracht van het kristal.

De aanwezigheid van het Barkhauseneffect noodzaakt tot de onderstelling van het bestaan van elementairgebieden, waarvan de hysterese zich openbaart in de genoemde minimale veldsterkte. Het laatste resultaat kwam daarom belangrijk genoeg voor, om te trachten het ook photografisch vast te leggen. Daartoe werd de versterker der inductiestootjes via een transformator verbonden met

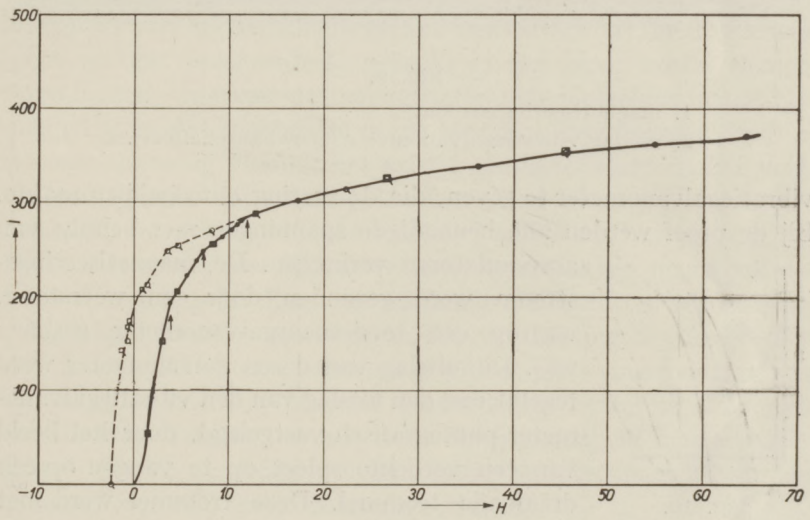


Fig. 8.
Nikkelkristal Nr. 7.

⊡ maagdelijke kromme } na de tweede gloeiing (16 uur, 900°C, vacuum)
⊡ neergaande hysteresetak }
⊙ maagdelijke kromme } na de derde gloeiing (24 uur, 1100°C, vacuum)
⊙ neergaande hysteresetak }

een vibratiegalvanometer volgens Campbell. Dit instrument kon weliswaar de afzonderlijke stooten van het Barkhauseneffect niet weergeven, doch daar het hier alleen te doen was om de vaststelling van de aanwezigheid van het effect, was dit geen bezwaar.[1])

1) De beschikbare oscillograaf was niet voldoende gevoelig om reeds bij het eerste optreden van het effect merkbare uitslagen te geven.

Met de opstelling met den vibratiegalvanometer werd een zoodanige gevoeligheid bereikt, dat het alleen mogelijk was de proef te doen op een Zaterdagmiddag, waarop de in het laboratorium aanwezige wisselstroom-ringleiding spanningsloos was. Het strooiveld dezer leiding was n.l. reeds voldoende om een uitslag in den

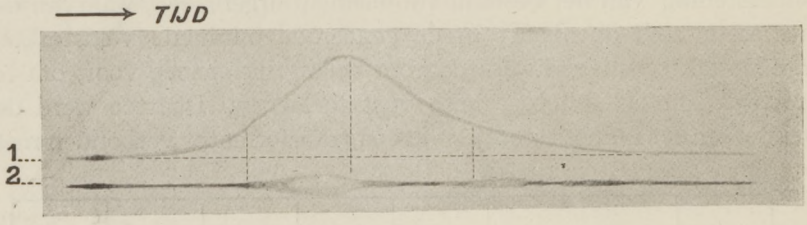


Fig. 9.

1. magnetiseeringsstroom
2. uitslag vibratiegalvanometer (Barkhauseneffect).

vibratiegalvanometer te geven, die de meting onmogelijk maakte. Bij de proef werden alle benoodigde spanningen met behulp van accumulatoren verkregen. De magnetiseeringsstroom werd gezonden door een weerstand, waarop een torsiesnaargalvanometer geshunt was. De uitslag van dezen galvanometer werd tegelijk met den uitslag van den vibratiegalvanometer photografisch vastgelegd, door het beeld van een verlichte spleet op te vangen op een draaiende trommel. Deze trommel werd met de hand in ongeveer tien seconden rondgedraaid.

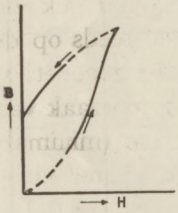


Fig. 10.

——— Barkhausen-effect aanwezig.

- - - - - Barkhausen-effect afwezig.

Een der opnamen is weergegeven in fig. 9. De bovenste lijn doet de aangroeiing en daarna de afname van de magnetiseeringsstroom zien, waarbij een hystereselus wordt beschreven van de gedaante zooals in figuur 10 is voorgesteld. Uit de opname blijkt dat het Barkhausen-effect begint, wanneer de magnetiseeringsstroom en dus het veld reeds een bepaalde waarde heeft bereikt en dat eveneens bij afneming van het veld het Barkhauseneffect aanvankelijk afwezig is, om eerst weer op te treden als de veldvermindering een zekere waarde heeft overschreden. De photografische opname bevestigt dus volkomen het bestaan van de minimale veldsterkte. Uit

de gegevens der proef leidt men uit deze opname voor het betrokken ijzerkristal af, dat deze veldsterkte hier ongeveer 0.12 gauss bedraagt. Voor de nikkelkristallen werden iets hoogere waarden gevonden (0.5 tot 1 gauss), wat met de grootere coërcitiefkrachten der nikkelkristallen (1 tot 2 gauss) in overeenstemming is.

6. Bezien we de medegedeelde resultaten vanuit het standpunt van de theorie van Weiss, dan moet allereerst worden opgemerkt, dat in geen enkel geval bij een kristal een magnetiseeringsdiagram als in fig. 1 aangegeven is, werd waargenomen. In dien zin vertoonen de kristallen dus geen spontane magnetisatie. De aanwezigheid van het Barkhauseneffect bewijst echter, dat het kristal moet worden onderverdeeld gedacht in een groot aantal elementairgebieden, waarvan de magnetisatie zich plotseling instelt. De magnetisatie dezer gebieden is een spontane magnetisatie, want ze is reeds aanwezig voordat het kristal gemagnetiseerd is. Dit volgt uit het geruisch, dat men in den versterker hoort bij het buigen van een niet gemagnetiseerd kristal, evenals uit het feit, dat het Barkhauseneffect niet alleen op de hysteresetakken maar ook dadelijk (na overschrijding der minimale veldsterkte) reeds op de maagdelijke kromme aanwezig is. De verandering der magnetisaties in deze elementaire gebieden geschiedt plotseling (oorzaak van het Barkhauseneffect) en gaat gepaard met hysterese (minimale veldsterkte). Tenslotte wordt door dit irreversibele magnetisatieproces niet de verzadigingsmagnetisatie bereikt, maar wordt het gevolgd door een reversibele magnetisatie.

Samenvattend kan men zeggen, dat het magnetisch gedrag van éénkristallen kwalitatief juist die eigenaardigheden vertoont, die door Weiss werden toegeschreven aan dat van een verzameling van elementairgebieden, die een spontane magnetisatie in een kristallografische voorkeursrichting bezitten. Het onderscheid tusschen het polykristal en het éénkristal is tweeledig. In de eerste plaats is bij het polykristal het uiteenvallen van het magnetisatieproces in een irreversibel omklappen der spontane magnetisaties en een reversibel draaien der magnetisatie uit de voorkeursrichting minder uitgesproken. Dit verschil uit zich in het magnetiseeringsdiagram, doordat de maagdelijke kromme duidelijker van de opgaande kromme is te onderscheiden en doordat boven de knie de beide hysteresetakken eveneens duidelijk van elkaar onderscheiden

blijven. Daarbij kan worden opgemerkt dat dit verschil des te grooter wordt naarmate het polykristal door mechanische deformatie, door toevoeging van vreemde stoffen of door andere storende invloeden „magnetisch slechter" wordt gemaakt en verder dat in dit opzicht een kristal dat niet vrij is van mechanische spanningen zich gedraagt als een polykristal (fig. 7 en 8). Er is dus alle reden om aan te nemen, dat dit verschil geheel tot dergelijke storende invloeden is te herleiden en dus eigenlijk niet essentieel moet worden geacht. Onder deze storende invloeden moeten ook worden gerekend de storingen die zich voordoen bij de grenzen tusschen de afzonderlijke kristallen, waarbij dan in het midden kan gelaten worden of deze storingen geheel berusten op laatste resten van verontreinigingen die onmagnetische tusschenlagen zouden vormen of dat reeds de onregelmatigheden in de krachten op de atomen in de grensvlakken voldoende zijn om een storing teweeg te brengen [1]). Daaruit is te begrijpen, dat men na eerst zooveel mogelijk alle storende invloeden te hebben verwijderd (door zuivering van het materiaal, langdurige verhitting), nog een invloed van de kristalgrootte op den hysteresearbeid kan constateeren.

In de tweede plaats is er een onderscheid tusschen de magnetiseeringsdiagrammen van een éénkristal en dat van een polykristal, dat wel essentieel is, n.l. dat bij de éénkristallen de invloed der oriëntatie zich doet gevoelen. Deze invloed uit zich:

a) *niet* in de verzadigingsmagnetisatie.

b) in geringe mate in de steilheid van het irreversibele deel van het magnetiseeringsdiagram.

c) in de waarde van de remanentie en waarschijnlijk ook van de coërcitiefkracht.

d) in de steilheid van het reversibele deel van het magnetiseeringsdiagram.

e) in het aantal der knikken.

De verklaring van dit essentieele onderscheid kan moeilijk anders luiden, dan dat de voorkeursrichtingen der elementairgebieden bij het polykristal gelijkmatig over de geheele ruimte verdeeld zijn, terwijl dit bij het éénkristal niet het geval is. De meest eenvoudige onderstelling is deze, dat er voor de spontane magnetisatie slechts één kristallografische voorkeursrichting bestaat. Wij kunnen b.v.

1) Vgl. O. v. Auwers, ZS. f. techn. Phys. 6, 578, 1925 en G. J. Sizoo Zs. f. Phys. 53, 456, 1928.

aannemen dat dit voor ijzer de richting der tetragonale as en voor nikkel die der trigonale is, omdat in deze richtingen de verzadigingsmagnetisatie het snelst wordt bereikt. Voor de hand ligt dan de vraag, waarom het geheele kristal zich niet als een elementairgebied gedraagt, waarom het zelf geen spontane magnetisatie vertoont, m.a.w. waarom de hysteresefiguren voor kristallen waarvan de lengteas met deze richtingen samenvallen, niet de gedaante van fig. 1 bezitten.

Bij het zoeken naar een verklaring van dit feit kan men denken aan de onderstelling van Smekal[1]), volgens welke ieder werkelijk kristal zich zal onderscheiden van het theoretische ideale kristal, door verspreide microscopisch kleine onderbrekingen in de regelmatige rangschikking der atomen, z.g. „Lockerstellen". Deze „Lockerstellen" zouden misschien oorzaak kunnen zijn, dat er geen ononderbroken magnetische samengang tusschen alle atomen van het kristal optreedt, maar dat een onderverdeeling in elementairgebieden ontstaat. En dit wel in dezen zin, dat de richtingen der spontane magnetisaties niet meer ruimtelijk samenvallen, maar wel aan kristallografisch gelijkwaardige richtingen gebonden zijn. Men zou zich b.v. kunnen denken dat bij een ijzerkristal zes groepen van elementairgebieden aanwezig zijn, waarvan de magnetisaties gericht zijn volgens de zes richtingen (drie positieve en drie negatieve) der tetragonale assen. Uit een dergelijke onderstelling behoeft nog niet te volgen, dat alle elementairgebieden die tot één groep behooren zich gelijktijdig zullen oriënteeren in het uitwendige veld, hetgeen tot de aanwezigheid van grootere discontinuiteiten in het magnetiseeringsdiagram zou kunnen leiden. Men bedenke n.l. dat het veld dat op een zeker elementairgebied werkt is samengesteld uit het uitwendige veld en het veld dat door de naburige gebieden wordt uitgeoefend. Hierdoor ontstaat een nieuwe complicatie, die het optreden, van groote discontinuiteiten in het magnetiseeringsdiagram verhindert. Men zal echter geneigd zijn in de aanwezigheid van de knikken toch een aanduiding te zien voor het bestaan van grootere groepen van elementairgebieden, die ruimtelijk samen vallende magnetisaties hebben. Het optreden van een knik gaat steeds gepaard met een vermindering van de steilheid van de hysteresekromme. Het kan dus niet beteekenen, dat het

1) Zie b.v. A. Smekal, Ueber den Aufbau der Realkristalle. Atti del Congresso intern. dei Fisici. Settembre 1927.

veld voldoende groot is geworden om in een bepaalde groep de magnetisaties te doen omklappen, maar juist dat het veld zoo groot is, dat van één der groepen zoo goed als alle elementairgebieden reeds zijn omgeklapt.

Een tweede mogelijkheid ter verklaring der elementairgebieden in het kristal verdient misschien overweging. Er zijn verschillende redenen om aan te nemen, dat bij het magnetisatieproces geen draaiing der atomen zelf en ook geen verandering in den stand der atoombanen plaats heeft, maar alleen een oriëntatie van de magnetische momenten die de electronen bezitten tengevolge van hun eigenrotaties. Proeven van Dorfman en Jaanus[1]) pleiten voor de hypothese, dat de „spin" der geleidingselectronen moet worden beschouwd als het elementairmagneetje. Indien dit zoo is, dan volgt weliswaar uit de hypothese van het moleculaire veld, dat de geleidingselectronen geen volkomen vrije electronen zijn, maar een zekere vrijheid en bewegelijkheid zal men ze toch zeker toekennen. Deze bewegelijkheid kan misschien oorzaak zijn dat ook in het ideale eénkristal nooit een volkomen gelijktijdige oriënteering van alle electronen plaats heeft, maar dat de meergenoemde verdeeling in elementaire gebieden ontstaat.

Hoe dit ook zij, naar het mij voorkomt, dragen de medegedeelde resultaten er in elk geval toe bij om aan de hypothese van de aan een kristallografische voorkeursrichting gebonden spontane magnetisatie grootere waarschijnlijkheid te verleenen.

Eindhoven, Juli 1929.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

1) J. Dorfman und R. Jaanus, ZS. f. Phys. 54, 277, 1929.

OVER DEN VORM VAN EEN KLANKKAATSER

door M. NUYENS EN G. TH. PHILIPPI

Summary.

It is supposed that in a lecture-hall the speaker will be better understood if we do not allow the sound to extend itself in every direction, but concentrate it on the listeners. For this purpose we place a sound-reflecting surface behind the speaker. The authors start from the demand that the reflected waves shall have the form of a circular cylinder with a vertical axis. Hence the reflecting surface must be the locus of points equidistant from a fixed point (the speaker's mouth) and a certain fixed line. This leads to the following surface of the fourth degree;

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(x + a)^2 + y^2} - b.$$

Each vertical plane parallel to the central ray cuts the surface in two coaxial parabolae with their concave sides in the same direction; each horizontal plane cuts it in a hyperbola the vertices of which are situated each on one of these parabolae. The surface therefore consists of two parts, of which only one (in form somewhat resembling a paraboloid) is useful for the purpose.

It is shown how by a multiple reflector the sound may be directed in more than one direction: as may be desirable in a church, where listeners are seated in principal and side naves.

In sommige kerken en gehoorzalen is het wenschelijk de verstaanbaarheid van het gesproken woord te verbeteren.

Op een bepaalde plaats hangt de verstaanbaarheid af van de verhouding tusschen nuttig en hinderlijk geluid. Onder het nuttige geluid op een bepaalde plaats, verstaan we zoowel het geluid dat van den spreker direct afkomstig is als hetwelk door sommige wanden gereflecteerd wordt, mits maar het tijdsverschil tusschen de waarnemingstijdstippen van deze twee geluiden kleiner zijn dan het kleinste tijdsinterval waarvan begin en eind afzonderlijk door het oor waargenomen kunnen worden. Het overige geluid, dat een langeren tijd noodig heeft om het oor te bereiken, dat b.v. door ver van den spreker zich bevindende wanden gereflecteerd wordt, of

dat veroorzaakt wordt door opeenhooping van geluid in bijzondere plaatsen van de zaal, m. a. w. al het geluid dat gewoonlijk door het woord „nagalm'' wordt uitgedrukt, noemen wij hinderlijk.

Het komt er dus op aan de verhouding tusschen nuttig en hinderlijk geluid zoo gunstig mogelijk te maken.

De energie van het nuttige geluid kan men ten koste van die van het hinderlijke, vergrooten door het geluid door middel van een kaatsenden wand achter den spreker op het publiek te richten. Dit kan geschieden door te zorgen dat de teruggekaatste golven zich niet in de hoogterichting uitbreiden. Ze moeten dan plat of cylindrisch met verticale as zijn. Wil men dat de teruggekaatste golven plat zijn dan moet de klankkaatser een omwentelingsparaboloïde zijn in welker brandpunt de sprekende mond zich bevindt. Zijn hoogte beperkt dan de hoogte van de golven. Wil men dat de golven de heele zaal bestrijken dan kan dit alleen bereikt worden door van den achterwand van de zaal (achter den spreker) een omwentelingsparaboloïde te maken. Dat zal in 't algemeen echter op groote moeilijkheden stuiten.

Willen we het geluid met een oppervlak van meer bescheiden afmetingen reflecteeren dan kan dit dus geen paraboloïde meer zijn. Het gebruik van platte teruggekaatste golven is dus niet mogelijk.

Om toch de golfuitbreiding naar boven te voorkomen is het dan wenschelijk cylinders als teruggekaatste golven te krijgen en de eenvoudigste zijn dan wel cirkelvormige cylinders met verticale as.

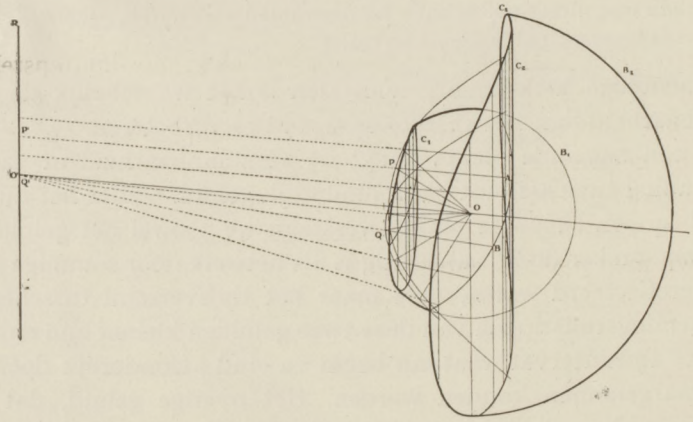


Fig 1

Wat daarvoor noodig is kunnen we toelichten aan de hand van fig. 1. Daarin is de geluidsbron in O gedacht. De bollen B_1 en B_2 stellen primaire golffronten op verschillende tijdstippen voor. We onderstellen P en Q punten van het onbekende oppervlak, C_1 en C_2 teruggekaatste golffronten (cylinders met de verticaal $O'R$ tot as). Laat eens loodlijnen uit P en Q neer op $O'R$. De respectievelijke voetpunten zijn P' en Q', de snijpunten met C_2 de punten A en B.

Zal aan de onderstellingen voldaan zijn dan moet

$$AP' = BQ',$$

$$OP + PA = OQ + QB,$$

of wel

$$P'P - OP = Q'Q - OQ.$$

Voor een willekeurig punt P van het oppervlak moet dus gelden

$$P'P - OP = \text{constant}.$$

M. a. w. het kaatsend oppervlak is de meetkundige plaats van de punten, voor welke het verschil van de afstanden tot een vast punt en een vaste lijn constant is. Deze definitie stelt ons in staat de vergelijking ervan op te schrijven.

Neem den oorsprong van een rechthoekig coördinatenstelsel in O. Zij OZ de verticaal in O naar boven gericht, OX de „focale" as naar het publiek gericht, m. a. w. de loodlijn uit O op de vaste lijn die gegeven is ($O'O$ op fig. 1). Zij a de afstand $O'O$ en b de bovengedefinieerde constante (verschil tusschen afstanden tot vast punt en vaste lijn). Het is gemakkelijk in te zien dat $a > b$ moet zijn wil men niet tot onbestaanbare oppervlakken komen. De vergelijking van het oppervlak wordt dan

$$-\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(x + a)^2 + y^2} - b, \qquad (1)$$

of:

$$(z^2 - 2ax - a^2 - b^2)^2 - 4b^2\,[(x + a)^2 + y^2]. \qquad (2)$$

Laten we, om achter den vorm van dit oppervlak te komen, snijden met het verticale vlak XOZ. Dan krijgen we twee parabolen, namelijk

$$z^2 - 2x(a \pm b) - (a \pm b)^2 = 0.$$

Laten we nu snijden met een willekeurig horizontaal vlak $z = h$. Dan volgt

$$4(a^2 - b^2)x^2 - 4b^2y^2 + 4a(a^2 - b^2 - h^2)x + (a^2 - b^2)^2 - \\ - 2(a^2 + b^2)h^2 + h^4 = 0. \quad (3)$$

De coëfficiënten van de kwadratische termen leeren ons dat we als snijkromme een hyperbool gevonden hebben, waarvan de assen evenwijdig zijn aan de coördinaat-assen OX en OY. Daar die coëfficiënten niet van h afhangen, zien we onmiddellijk dat ook de asymptoten-hoek van h onafhankelijk is. De cosinus van den halven asymptoten-hoek blijkt gelijk aan b/a.

In het bijzondere geval dat $h = O$, dat wil zeggen dat we het oppervlak snijden door het horizontale vlak XOY op mondhoogte, krijgen we als snijkromme de hyperbool

$$4(a^2 - b^2)x^2 - 4b^2y^2 + 4a(a^2 - b^2)x + (a^2 - b^2)^2 = 0, \quad (4)$$

waarvan het middelpunt de coördinaten heeft

$$x = -\frac{a}{2}, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad (5)$$

terwijl de brandpunten samenvallen met de punten O en O'.

Door de partieele afgeleiden van (3) gelijk aan nul te stellen ziet men dat het middelpunt van de hyperbool die in het horizontale vlak op hoogte $z = h$ ligt, de coördinaten heeft

$$x = -\frac{a}{2}\,\frac{a^2 - b^2 - h^2}{a^2 - b^2}, \quad y = 0, \quad z = h. \quad (6)$$

Daaruit volgt dus dat de meetkundige plaats van de middelpunten van de hyperbolen (3) die men krijgt door het kaatsend oppervlak te snijden door horizontale vlakken met de parameter h als hoogte boven het XOY vlak, de parabool is:

$$az^2 - 2(a^2 - b^2)x - a(a^2 - b^2) = 0. \quad (7)$$

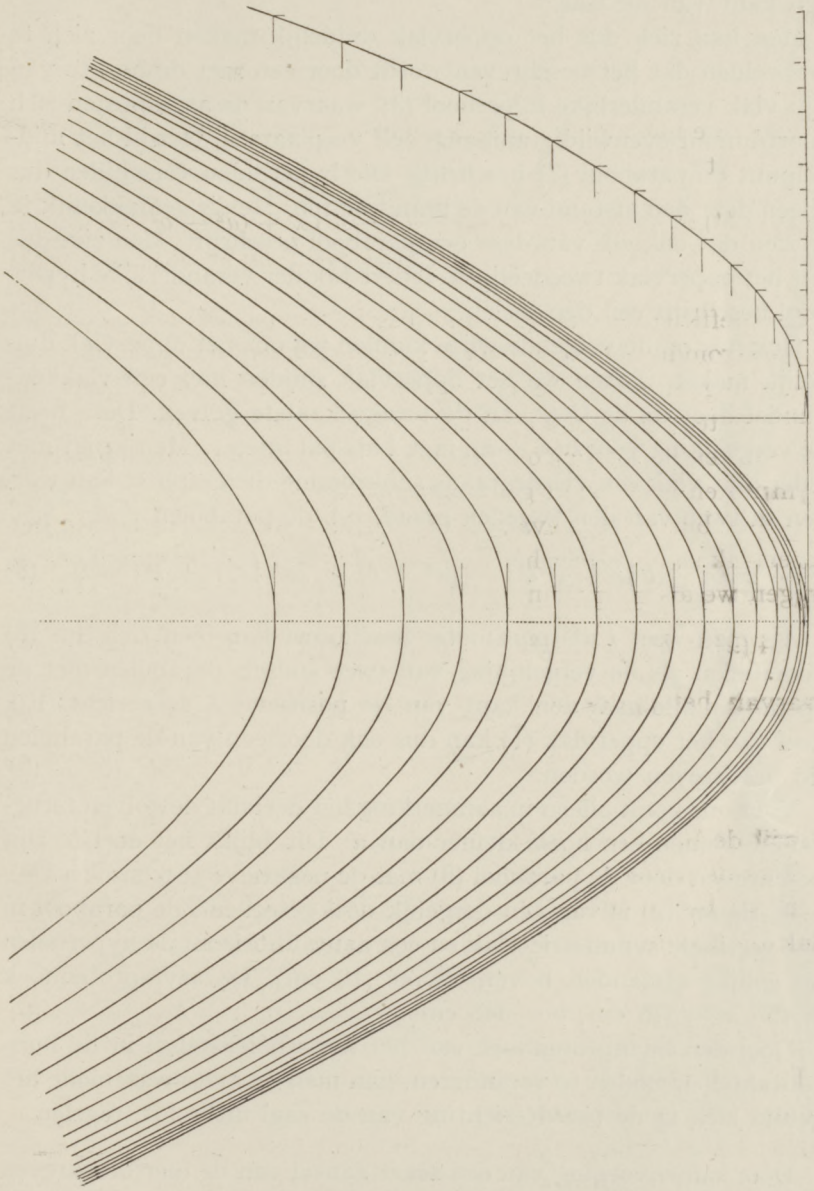


Fig. 2.

De top van deze parabool is het punt waarvan de coördinaten door (5) worden gegeven. Haar opening is gericht naar den positieven kant van de x-as.

Men kan zich dus het oppervlak duidelijk maken door zich te verbeelden dat het beschreven wordt door een met de hoogte van zijn vlak veranderlijke hyperbool (3), waarvan de asymptoten zich voortdurend evenwijdig aan zich zelf verplaatsen, terwijl het middelpunt de parabool (7) beschrijft. Die hyperbolen verschillen dus alleen door den afstand van de brandpunten. Het is gemakkelijk in te zien dat ook elk van deze een parabool beschrijft. Men ziet dus dat het oppervlak tweedeelig is. Iedere tak der veranderlijke hyperbool beschrijft een der deelen.

Ook nog op de volgende wijze kunnen wij ons het oppervlak duidelijk maken. Laten we het oppervlak snijden met een vlakkenbundel door de as $O'R$ van de teruggekaatste golven. Deze heeft de vergelijking $y = \lambda (x + a)$, met λ als parameter. Men krijgt met ieder plat vlak een vierdegraads snijkromme die gesplitst kan worden in twee van den tweeden graad, n.l. de parabolen:

$$z^2 - 2x \left[a \pm b \sqrt{1 + \lambda^2}\right] - \left[a^2 + b^2 \pm 2ab \sqrt{1 + \lambda^2}\right] = 0. \quad (8)$$

Als men weer λ als parameter beschouwt kan men zich dus (8) voorstellen als de vergelijking van twee stelsels parabolen met de openingen alle naar den kant van de positieve X-as gericht. Elk deel van het oppervlak (1) kan dus ook door een van de parabolen (8) beschreven worden.

Voor ons komt alleen in aanmerking het deel dat de golven terugkaatst binnen een hoek kleiner dan π. Dit blijkt het deel te zijn beschreven door de parabool (8) met de negatieve teekens.

In figuur (2) is van een dergelijk deel geteekend de parabool in het vertikale symmetrie-vlak en een aantal horizontale hyperbolen op gelijke afstanden boven elkaar (10 cm). De asymptotenhoek is 45°, $a = 375$ cm, $b = 345$ cm.

Door den asymptotenhoek van het hyperbolenstelsel in de horizontale doorsneden te veranderen, kan men de mate waarmede het geluid zich in de breedterichting van de zaal uitbreidt, regelen.

Door samenvoeging van een zeker aantal van de hier beschreven oppervlakken, kan men het geluid ook in verschillende richtingen sturen.

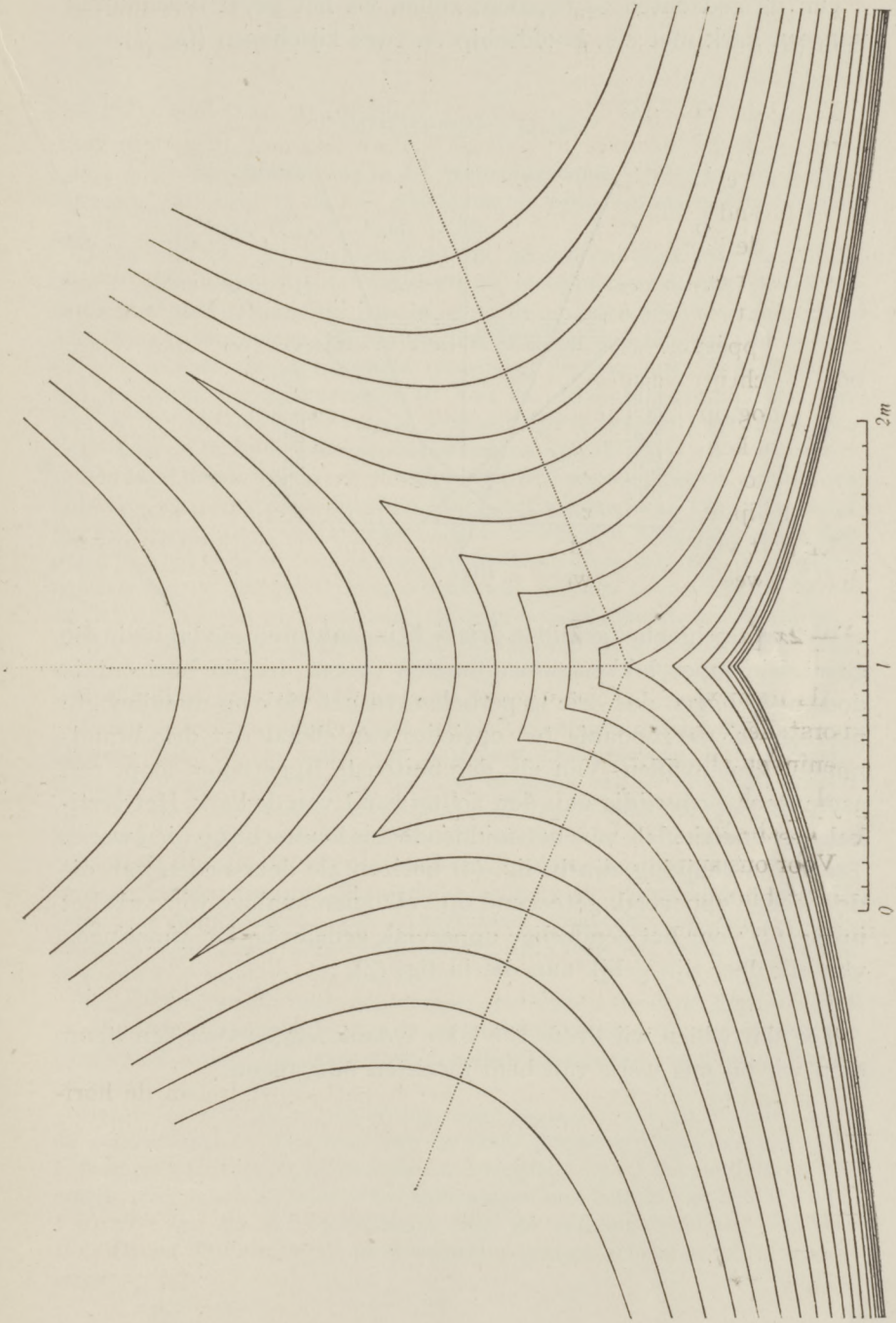


Fig. 4

Om de gedachten te bepalen, zullen we het geval beschouwen van een kerk met een hoofdschip en twee zijschepen (fig. 3).

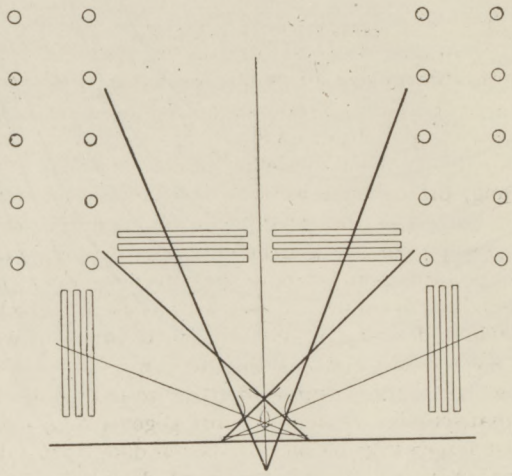


Fig. 3

We moeten hier het geluid in drie richtingen sturen zoodat we in dit geval drie oppervlakken samen moeten voegen. In elke horizontale doorsnede liggen dus drie hyperbolen. In het vlak op mondhoogte plaatsen wij ze zoodanig ten opzichte van elkaar dat drie brandpunten samenvallen. Van elk der buitenste hyperbolen loopt een asymptoot evenwijdig aan den achterwand van de kerk. Het vertikale symmetrievlak van het middendeel is loodrecht op dien wand. Ter verduidelijking zijn in fig. (4) horizontale doorsneden van dit driedeelige oppervlak geteekend op volkomen analoge wijze als het in fig. (2) voor het eendeelige oppervlak gedaan is. De afmetingen van elk deel zijn gelijk aan die in fig. (2).

Tot slot willen wij Prof. F o k k e r dank zeggen voor den steun dien wij bij ons werk van hem mochten ontvangen.

BOEKBESPREKING

Louis de Broglie, **Einführung in die Wellenmechanik,** übersetzt von Rudolf Peierls, 221 blz., 17 fig. — Akademische Verlags-Gesellschaft. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 11, geb. R.M. 13,80.

De inhoud van dit kort en duidelijk geschreven boek wordt gevormd door de aanvulling, die de ouderwetsche mechanica-leerboeken behoeven in verband met de correcties, die aan de oude vergelijkingen moeten worden aangebracht tengevolge van de golftheoretische verfijningen. Het behandelde is dus slechts natuurkunde voorzoover de mechanica in engeren zin een hoofdstuk der natuurkunde is. Van de physische verschijnselen, die met het behandelde onderwerp in verband zijn te brengen, worden slechts besproken de proeven over electronenbuiging van Davisson en Germer en anderen. Het werk vormt verder een gesloten geheel, waarin een volledige mathematische ontwikkeling wordt gegeven van het golfprincipe der mechanica. De lezer zal geïmponeerd worden door de breedheid van den opzet van het boek en door de algemeenheid van de oplossingen, die gegeven worden van de golfvergelijking. Zooals van een zoo bevoegd schrijver als de Broglie, bij wien het allereerst de idee van de ondulatorische uitbreiding van de mechanica rijpte, verwacht kan worden, zijn groote gedeelten van het boek volkomen nieuw of althans geheel nieuw bewerkt, teneinde zoo elegant mogelijk in het geheel te passen.

Zooals ik reeds opmerkte bevat het boek geen theoretisch physische problemen, maar slechts zulke met mathematische gegevens. Dat er hierbij eenige problemen voorkomen, die klaarblijkelijk aan de physica ontleend zijn, b.v. de quantiseering van de rotator en van de oscillator, doet aan deze kenschetsing van het ingenomen standpunt niets af. (Hier moge terloops opgemerkt worden, dat het opzoeken van de eigenwaarden van de oscillator op de wel in de literatuur gebruikelijke, echter niet strenge wijze geschiedt). Door deze vermijding van alle vraagstukken, waarvan de premissen of de duurzaamheid der interesse twijfelachtig zijn, heeft het boek ongetwijfeld een meer blijvende waarde gekregen.

Waarschijnlijk niet meer dan actueele beteekenis heeft de discussie over de physische interpretatie van de waarschijnlijkheidsgolf, maar juist deze paragrafen maken het boek voor den hedendaagschen lezer bijzonder interessant.

Slechts deze kritische opmerking moge geplaatst worden, dat den lezer de geslotenheid en de afheid van de ondulatorische mechanica als meer volkomen wordt gesuggereerd dan ze inderdaad zijn. Elke aanduiding, namelijk, over zaken als selectie der oplossingen met behulp van het Pauli-Verbot en de verveelvoudiging van de golfvergelijkingen, waarmee Dirac en Darwin de electronenspin konden verklaren, blijft achterwege.

C. Z.

V. V. Stratonov, **Astronomie, algemeinverständlich dargestellt,** 128 blz., 43 fig. — Heft 1, 2, 3 en 4 B. Koci. Prag. 1929.

In de voorrede deelt de schrijver mede, dat zijn boek oorspronkelijk geschreven werd in opdracht van de Russische regeering, welke een werk over Sterrekunde wenschte, dat voor alle lagen van het volk begrijpelijk zou zijn. Nog eer het gedrukt werd, moest Stratonov om politieke redenen Rusland verlaten. Zijn boek werd in het Duitsch vertaald met behoud van het oorspronkelijk karakter ervan. Te vergeefs zal men dus naar wiskundige formuleeringen of dieper gaande technische uiteenzettingen zoeken. In een reeks van vlot geschreven opstellen bespreekt de schrijver achtereenvolgens: 1. Im Himmels-ozean; 2. Das Tagesgestirn; 3. Der Erdball; 4. Die Bewegungen der Erde; 5. Das Nachtgestirn; 6. Die Nachbarwelten; 7. Der rote Planet; 8. Meteore und Kometen; 9. Die Sternenwelten; 10. Sternhaufen und Nebel; 11. Die Milchstrasse und der Weltbau; 12. Die Bedeutung der Astronomie für das Leben. Hierbij wordt een ruime plaats gegeven aan de dichterlijke beschouwingen, waartoe populaire sterrekunde zich zoo bij uitstek leent en die niet de minst aantrekkelijke zijde vormen voor leeken op wiskundig gebied. Binnen de zoo gestelde grenzen is deze Astronomie — voor zoover ik zulks beoordeelen kan uit de vier eerste afleveringen, die mij ter recensie gestuurd werden, — tamelijk goed geslaagd, al kwam bij het doorlezen de vraag in mij op, of er wel waarlijk behoefte is een werk als dit, dat in Rusland vermoedelijk reden tot bestaan zou hebben gehad, in het Duitsch uit te geven, daar het zich in geen enkel opzicht onderscheidt van zoo vele andere werken op dit gebied.

De uitgave is niet bijzonder goed verzorgd. Vooral de in den tekst opgenomen illustraties maken geen prettigen indruk door de gekozen papiersoort. Veel beter voldoen de afzonderlijke platen, die op glanzend papier en deels in kleuren gedrukt zijn. Bijzonder fraai zijn o.a. plaat I en XVI van den zonnerand met rozeroode protuberancen; minder fraai daarentegen de afbeelding op plaat IX van de Andromedanevel. Wie de gedetailleerde foto kent, die hier gereproduceerd is, zal zich er over verwonderen hoe weinig deze tot zijn recht komt. In nog erger mate geldt dit voor plaat VIII, de Trifid-nevel. Waar juist de afbeeldingen in een populair werk van groote beteekenis zijn, acht ik dit een ernstige fout, zoo niet van den schrijver, dan toch van den uitgever.

H. Gr.

E. Schrödinger, **Vier Vorlesungen über Wellenmechanik,** (gehalten an der Royal Instution in London in März 1928), übersetzt von Dr. Hans Kopfermann, 57 blz., 3 fig. — Julius Springer. Berlin. 1928. Prijs R.M. 3,90.

In deze vier lezingen geeft Schrödinger een overzicht van de grondslagen en belangrijkste toepassingen van de golfmechanica. Hier, zooals trouwens in alles wat van Schrödingers hand komt, treft ons de levendige en aangename stijl en de duidelijkheid der uiteenzetting. Ten gevolge hiervan zijn deze voordrachten van een der grondleggers der nieuwste atoomtheorie des te meer het lezen waard. Waar voorts het karakter der voordrachten met zich mee brengt, dat er niet veel gere-

kend wordt, wil ik dit boekje aan alle, die met de quantummechanica kennis willen maken, ten warmste aanbevelen.

Op de physische interpretatie der golfmechanica, en op de moeilijkheden, die de hypothese der „uitgesmeerde" ladingen met zich meebrengen, gaat Schrödinger in deze voordrachten niet diep in; dit is wellicht een der goede qualiteiten van het boekje. H. A. K.

Joh. Bouman. **Magnetische krachten in een kristal van het klipzouttype.** 104 blz., 8 fig. — H. J. Paris. Amsterdam. 1928. Prijs . . . .

In dit werk, dat eerst als Proefschrift het licht heeft gezien en nu in wijderen kring bekend wordt, heeft de schrijver er zich rekenschap van gegeven, dat, voor het goede inzicht in een atoom en in een kristal, er terreinen braak liggen, die nog nader onderzocht moeten worden.

Volgens de klassieke electronentheorie wordt ter verklaring van verschillende eigenschappen der kristallen aangenomen, dat de atomen en de electronen op elkaar werken met krachten, die volgens de verbindingslijn werken en slechts functies zijn van hun afstand. Alleen, wanneer uitwendige krachten ze dwingen trillingen uit te voeren, komt het electromagnetische veld van deze deeltjes ter sprake, doch alleen als stralingsveld op grooten afstand van het electron.

In de verklaring van de bindingskrachten tusschen atomen en electronen langs magnetischen weg, is men nog niet ver gevorderd. Hier liggen moeilijkheden,omdat men niet meer met de klassieke electronentheorie kan werken.

Vat men die bindingskrachten electrostatisch op, dan zou een rooster van een keukenzoutkristal niet stabiel kunnen zijn.

Daarom heeft de schrijver zich tot taak gesteld te onderzoeken hoe het gesteld is met de krachten tusschen de atomen, die, in de veronderstelling dat deze een resulteerend magnetisch moment hebben, dus wel van de beweging der electronen afhangen. Daarbij wordt beschouwd, dat beide ionen een gelijk magnetisch moment bezitten.

Onderzocht wordt allereerst, op grond van het atoommodel van Bohr en gebruik makende van de klassieke electronentheorie, welke eigenschappen atomen met magnetische momenten vertoonen.

Daarna wordt nagegaan welke rangschikkingen van magnetische momenten mogelijk zijn in verband met de symmetrie van het kristalrooster en wordt de veldsterkte van zoo'n rooster berekend.

Nadat eerst de configuraties van Natrium- en Chloor-ionen afzonderlijk zijn beschouwd, worden in het laatste hoofdstuk nu een aantal statische en dynamische modellen geconstrueerd en nagegaan welke daarvan, bij gegeven magnetische krachten, bestaanbaar zijn. T. v. L.

J. W. Boerman, K. M. Knip en M. Hellingman, **Physica, deel II: derde en vierde cursus, voornamelijk ten dienste van kweek- en normaalscholen.** Achtste druk, 298 blz., 257 fig. — Wolters, Groningen. 1928. Prijs f 2.90, geb. f 3.25.

In de eerste plaats wil ik opmerken, dat ik het niet geheel eens ben met de behandelde onderwerpen. Zoo lijkt mij toe, dat de bespreking van vloeistof-

drukkingen op willekeurig geplaatste oppervlakken, de areometer volgens B a u m é, de brandspuit en de hoekspiegel zonder eenig bezwaar weggelaten kunnen worden, terwijl besprekingen van den accumulator, den electromotor, de dynamo en de draadlooze telegrafie volgens mij ten onrechte in het boek niet worden aangetroffen.

Verder lijkt me de tegenstelling tusschen mechanica en physica niet juist (pag. 1) en vind ik niet aangegeven wat verstaan moet worden onder een snelheid van een veranderlijke beweging (pag. 3). Positieve electronen (pag. 137) in plaats van positieve ionen is een naam, die niet meer gebruikt wordt en het is niet juist, dat in twee complementaire kleuren tezamen alle kleuren van het spektrum voorkomen (pag. 296).

Het groote aantal herdrukken bewijst de bruikbaarheid van het boek, dat echter volgens mij door een herziening, waarbij vooral de verschijnselen en toepassingen op het gebied van de electriciteit uitvoeriger behandeld worden, in waarde zou stijgen. N. B.

Müller-Pouillets **Lehrbuch der Physik.** 11. Auflage. Erster Bd., Erster Teil. **Mechanik punktförmiger Massen und starrer Körper.** 860 blz., 673 fig. — Braunschweig. 1929 en erster Bd., zweiter Teil. **Elastizität und Mechanik der Flüssigkeiten und Gase.** 458 blz., 398 Fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs Deel I en II R.M. 75, geb. R.M. 82.

De deelen zijn niet afzonderlijk te koop.

Het leerboek der natuurkunde van M ü l l e r - P o u i l l e t was oorspronkelijk een van de meest populaire boeken over natuurkunde en zocht zijn lezers vooral onder de in de algemeene natuurwetenschap belangstellende kringen.

Het is de bedoeling bij deze 11de uitgave, niet alleen den vroegeren lezerskring te bevredigen, maar ook aan den wetenschappelijken speciaal-onderzoeker in de natuurkunde zelf een overzicht te geven over diè onderdeelen van zijn vak, die verder van zijn eigen arbeidsveld afliggen.

Zooals men ziet is het doel zeer hoog gesteld en de uitgever heeft zijn voornemen op de meest zekere manier gedacht te kunnen bereiken door aan enkele meesters van hun vak het woord te laten. Daarin schuilt natuurlijk een gevaar, want het zou jammer zijn, wanneer een dergelijk, in den besten zin populair werk zou uiteenva len in een reeks van encyclopaedie-artikelen die alleen door onderlinge citaten samengehouden zouden worden. Het dient echter gezegd te worden, dat tenminste in de twee hier te bespreken deelen van deze nadeelen — van het samenwerken van speciaalgeleerden — niet veel te bespeuren is.

Het boek begint met een „erkenntnistheoretische" beschouwing van G. M i e die in vele opzichten sympathiek aandoet, zich van speciale philosophische leerstellingen vrijhoudt en in hoofdzaak een beeld geeft van het in de natuurkunde heerschende streven naar een objectief beschouwen der buitenwereld. In het opbouwen van een in zich gesloten systeem van begrippen als net, waarin men het werkelijke gebeuren kan vangen, vindt dit streven zijn meer en meer voortschrijdende verwezenlijking.

Bijzondere belangstelling wekken de uitlatingen over de physische rol van de leege ruimte.

Daarna volgt een gedeelte over maat en meten van G. Berndt en hierop nog een uiteenzetting over de Newton'sche Axioma's door E. Madelung en W. Thomas, die eigenlijk bij de inleiding hoort.

De volgende hoofdstukken over de mechanica der massapunten (H. Diesselhorst) en stijve lichamen (W. Hort) over de leer van de gyroscoop en zijn technische en wetenschappelijke toepassingen (M. Schuler) vormen een uitstekend en goed leesbaar leerboek der theoretische mechanica.

Het tweede deel bevat de elasticiteitsleer van Pöschl en een artikel van Ewald over de atomistische theorieën der elasticiteit en plasticiteit. De bewering van Ewald, dat men uit proeven met polycristallen geen algemeene wetten kan afleiden, kunnen wij zoo algemeen niet accepteeren. Alle algemeen geldige natuurwetten zijn of openlijk statistisch of zij zijn het op een verborgen manier, zooals bij de opvatting van de materie als continuum. Daarom lijkt ons de plaatsing van het overigens zeer interessante artikel van Ewald vóór de deelen over warmteleer en acoustiek in een deel, waar de voorstelling van het continuum de heerschende is, niet gelukkig.

Vervolgens een artikel van L. Prandtl over de mechanica der vloeistoffen en gassen, die in 192 blz. een volledig leerboek der moderne hydrostatica en hydrodynamica — de nieuwste technische toepassingen natuurlijk inbegrepen — geschreven heeft, en wel met een minimum van theoretische hulpmiddelen, zoodat de lezing van deze hoofdstukken een genot is. Daarbij ontbreken ook niet verwijzingen naar niet opgeloste problemen.

Er volgen nog twee aanvullende artikelen over metingen van de dichtheid van gassen en de theorie van de barometer van H. Senftleben.

De beide boeken zijn voor den natuurkundige, zoowel voor den onderzoeker als voor den leeraar, als ook voor den ingenieur van groote waarde en zullen in deze kringen veel belangstelling wekken, ongeacht de omstandigheid, dat de litteratuur op dat gebied zeer uitgebreid is. H. H.

Theodor Poschl, **Mechanik der nichtstarren Körper, Sonderabdruck aus Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik I**, 2, 11. Auflage. 60 blz., vele fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 3.20.

Het doel van dezen overdruk van het artikel over de mechanica der elastische lichamen was waarschijnlijk den studeerenden der technische wetenschappen een repetitorium der moderne elasticiteitsleer te geven. Het artikel bevat inderdaad ongeveer dat, wat men van een ingenieur bij zijn candidaatsexamen zou mogen verwachten.

Natuurlijk kon in 55. blz. alleen het belangrijkste behandeld worden; toch zijn ook de empirische methoden zoowel de wetenschappelijke, als de technische (Brinell proef) niet te kort gekomen. H. H.

MEDEDEELING
NEDERLANDSCH-AMERIKAANSCHE FUNDATIE

De wetenschappelijke commissie der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie verzoekt studenten aan de Nederlandsche Universiteiten en Hoogescholen (met inbegrip van pas afgestudeerden), die in 1930 gedurende eenige maanden hunne studiën zouden wenschen voort te zetten in de Vereenigde Staten, zich, met opgave van hun tot dusver afgelegde studiën en met een omschrijving van hun studieplan in Amerika, onder overlegging van aanbevelingen, vóór 15 Januari a.s. schriftelijk aan te melden bij den secretaris der commissie Professor Dr. H. A. Brouwer, Geologisch Instituut der Universiteit van Amsterdam.

Aan een beperkt aantal wordt door de Fundatie steun verleend, welke in hoofdzaak uit vergoeding der reiskosten zal bestaan. Ook voor studeerenden die geen subsidie begeeren, bestaat gelegenheid om van de aanbevelingen der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie gebruik te maken.

In verband hiermede wordt verzocht tevens op te geven of een uitzending al dan niet van het verleenen eener subsidie afhankelijk wordt gesteld.

STRIKVRAGEN

Vraag XLV. **Waarom neemt de stijghoogte van een fontein toe, wanneer men de pijpopening vernauwt?**

Antwoorden en nieuwe vragen in te zenden bij de Redactie.

 Afgedrukt 21 Januari 1930

INDUSTRIELABORATORIA [1])

door G. HOLST

Nu er in den laatsten tijd ook in ons land een belangrijk aantal physici een werkkring in de industrie gevonden heeft, in tegenstelling tot de daaraan voorafgaande periode, waarin vrijwel geen enkele natuurkundige in een dergelijke betrekking werkzaam was, lijkt het mij de moeite waard eens na te gaan wat hier toe de aanleiding is geweest en wat wij in de toekomst in dit opzicht mogen verwachten.

Ik wil spreken over de industrie-laboratoria en nagaan onder welke omstandigheden voor deze een gunstige ontwikkelingskans bestaat.

In groote trekken kan men deze laboratoria in twee groepen verdeelen: één groep van die, welke zich bezig houden met het zoeken naar nieuwe werkwijzen en nieuwe producten, met het toepassen in de industrie van nieuw ontdekte verschijnselen, en een tweede, misschien niet minder belangrijke groep van die, welker taak in hoofdzaak bestaat in het controleeren van de grondstoffen voor de fabricage en van het eigen product en dergelijke werkzaamheden. Het spreekt van zelf dat een scherpe scheiding tusschen die beide groepen niet goed mogelijk is. In vele gevallen zal het noodig zijn voor een keuring nieuwe meetmethoden uit te denken, waarvoor misschien een uitvoerig onderzoek vereischt wordt. Over deze tweede groep van laboratoria wil ik het echter niet hebben. Het is de eerste groep en hun werk waarvoor ik heden Uw aandacht kom vragen.

De technische wetenschap kan men in vele opzichten als toegepaste natuurwetenschap beschouwen. Men ziet dan ook dat telkens, wanneer een nieuw gebied der techniek zich begint te ontwikkelen, het onderwijs voor aanstaande technici dat gedeelte van de natuurkunde in haar programma opneemt, dat voor de betrok-

1) Intreerede aan de Universiteit te Leiden, op 5 februari 1930.

ken industrie van belang is. Denk bijv. aan den machinebouw, waarvoor de kennis der elasticiteitstheorie en der thermodynamica onontbeerlijk is. Denk aan de electrotechniek: elke ingenieur kent tegenwoordig evengoed als de academisch opgeleide natuurkundige de theorie van Maxwell, die eertijds grooten mannen zooals Boltzmann, veel hoofdbrekens bezorgde. Denk verder aan de hydrodynamica en de aerodynamica, die misschien meer aan Technische Hoogescholen dan aan Universiteiten onderwezen worden. Voor het oplossen van problemen op deze gebieden zal men in het algemeen geen physici nemen, doch een keuze doen uit het groote aantal beschikbare ingenieurs.

Een physicus zal slechts dan een plaats in de industrie kunnen vinden, wanneer bij de problemen, die men bestudeeren wil, de kennis vereischt wordt van hulpwetenschappen of werkmethoden, die tot nu toe aan de Technische Hoogescholen niet worden onderwezen. Voor de eenmaal in de practijk staande ingenieurs is het gewoonlijk heel moeilijk om de ontbrekende kennis aan hulpwetenschappen aan te vullen. Meestal ontbreekt hun daarvoor de tijd, terwijl in het geval, dat men met een gebied te doen heeft waarover nog geen goede boeken geschreven zijn, het opzoeken van de benoodigde tijdschriftenartikelen de studie nog extra bemoeilijkt. Dit geval doet zich telkens voor, wanneer een bepaalde tak van techniek, waarvan de grondslagen nog geen algemeen goed zijn, een plotselinge vlucht neemt. Dit is dan ook het geval geweest met enkele industrieën, die ik hier wat nader wil beschouwen; de gloeilampen- en de radio-industrie.

De verschijnselen, die zich in ontladingsbuizen afspelen, zij het in een hoog vacuum, zij het in buizen met een gasvulling van bepaalden druk, behoorden niet tot de gebieden, die door de technici beheerscht werden, en toch was de kennis daarvan voor de ontwikkeling van de bovengenoemde industrieën van het grootste belang. Het onderzoek hierover is dan ook grootendeels door physici verricht. Bovendien waren deze verschijnselen bijzonder geschikt om in het laboratorium bestudeerd te worden. Immers, de kosten van een experiment over een gloeilamp of ontladingsbuis zullen in het algemeen laag zijn in vergelijking met de kosten van proefnemingen met andere industrieproducten, zooals stoommachines of Dieselmotoren.

Wanneer men verder bedenkt, dat jaarlijks ongeveer 500 millioen gloeilampen gebruikt worden, kan men zich voorstellen dat hier het kleinste verbeteringetje loonend is, zoodat een onderzoek gerechtvaardigd schijnt.

Een gunstige voorwaarde voor de ontwikkeling van een laboratorium is, dat het bedrijf zich bezighoudt met massa-fabricage, vooral dàn, wanneer deze massaproducten door octrooien beschermd kunnen worden, zoodat het mogelijk is de kosten die in het onderzoek zijn gestoken, terug te verdienen. Deze bescherming is van fundamenteel belang. Immers zonder deze zou diegene, die het meest in een onderzoek steekt en daarvoor de grootste onkosten maakt, bij zijn concurrenten ten achter komen. Hoe men nu overigens over octrooien moge denken, voor de ontwikkeling van industrieele laboratoria zijn zij essentieel en zulks ook nog om een andere reden.

Bestonden er geen octrooien, dan zou men trachten alle vindingen geheim te houden. Heeft het onderzoek wetenschappelijke waarde, dan zou deze zonder octrooibescherming voor de rest van de wereld verborgen blijven. Het recht van octrooi maakt het mogelijk, de resultaten van een onderzoek te publiceeren, voor zoover deze van algemeen belang kunnen zijn. Reeds door de octrooiaanvrage zelf is het resultaat gepubliceerd. Men vergete echter niet, dat deze publicatie slechts onder de oogen komt van dien kleinen kring van belanghebbenden, die de octrooischriften lezen — en dat zijn gewoonlijk de concurrenten. Nu men echter door een octrooi de concurrentie tijdelijk het namaken beletten kan, bestaat er tegen het publiceeren van de wetenschappelijke resultaten geen bezwaar meer. We zien dan ook, dat de meeste groote industrielaboratoria, zoowel in Amerika als in Europa, vrijwel alles publiceeren, wat van algemeen belang kan zijn. Op deze wijze hebben zij vaak gewichtige bijdragen geleverd tot de ontwikkeling van de wetenschap.

Aan het publiceeren is nog een ander groot voordeel verbonden, n.l. de mogelijkheid om goede wetenschappelijke krachten in dienst te houden. Ik ben er van overtuigd, dat vele van de beste, thans in de industrie werkzame physici reeds lang van werkkring veranderd zouden zijn, wanneer zij de resultaten van hun onderzoekingen geheim hadden moeten houden.

Bijzonder gunstig worden de ontwikkelingskansen voor labo-

ratoria verbonden aan fabrieken die zich op de massa-fabricage van verbruiksartikelen toeleggen. Vergelijk in dit opzicht bijv. eens telefoon en microfoon, beide producten van massafabricage doch geen verbruiksartikelen, met de electrische gloeilamp. De eerste gaan tientallen jaren mee; elke verandering, die men eraan zou willen aanbrengen, moet zoodanig zijn, dat het nieuwe product met alle nog bestaande kan samenwerken, omdat het onmogelijk is alle bestaande telefoons of microfoons binnen betrekkelijk korten tijd te vervangen. Alle verbeteringen op dit gebied kunnen slechts langzaam doorgevoerd worden. Het gevolg is, dat, terwijl men zeer belangrijke verbeteringen bereikt heeft in de verbindingen tusschen de toestellen, de toestellen zelf nog maar weinig van de allereerste afwijken. Bovendien werken deze behoorlijk goed, zoodat men het er mee doen kan en hier geldt „le bien est l'ennemi du mieux".

Voor de gloeilamp is dit heel anders. Men kan op ieder oogenblik verbeteringen aanbrengen, die na betrekkelijk korten tijd aan alle verbruikers ten goede komen. In den loop van enkele jaren worden alle lampen van een verouderd type vanzelf door nieuwere vervangen. Hetzelfde geldt voor andere verbruiksartikelen, zooals radiolampen, ontladingsbuizen, enz. De resultaten van een onderzoek komen hier dadelijk tot hun recht.

De vindingen op het gebied van gloeilampen en ontladingsbuizen zijn dan ook in hoofdzaak de aanleiding geweest tot de geweldige uitbreiding, die sommige laboratoria verkregen hebben.

Ik wil nu enkele van deze vindingen nader bekijken en analyseeren om te doen zien, wat men daaruit af kan leiden met betrekking tot de mogelijkheid van het organiseeren van technisch-wetenschappelijk werk.

Nadat nu juist 50 jaar geleden Edison de kooldraadlamp had uitgevonden, en daarmede het electrisch licht in de practijk werd ingevoerd, heeft men overal pogingen in het werk gesteld deze kooldraadlampen door betere te vervangen.

Beschouwen we nu den stand van zaken omstreeks 1910. Na vele mislukte of slechts gedeeltelijk gelukte pogingen, waarbij gebleken was, dat sommige metalen zooals osmium, tantaal of wolfraam het van koolstof als gloeidraadmateriaal wonnen, begint een uitvoerig onderzoek over wolfraamlampen in het laboratorium van de General Electric Company in Schenectady.

Het was toen reeds duidelijk, dat wolfraam het materiaal voor de toekomst was. Het werd toen reeds vrij algemeen als gloeidraadmateriaal gebruikt, maar de wijze, waarop die draden vervaardigd werden, was zeer gecompliceerd.

Zooals U weet, worden draden van de meest gebruikte metalen, zooals ijzer, koper of messing, gemaakt door het materiaal te smelten, er staven van te gieten, en deze door walsen en trekken op den gewenschten diameter te brengen. Wolfraam nu heeft een zoo hoog smeltpunt, dat men geen enkel materiaal kent, waaruit men daarvoor smeltkroezen zou kunnen vervaardigen. Bovendien wezen de ervaringen met in een electrischen boog gesmolten wolfraam erop, dat het zoo verkregen product bros was en niet te verwerken. Men had echter gevonden, dat wolfraampoeder met een of ander bindmiddel tot een papje gemengd, door fijne openingen tot draden geperst kon worden. Deze werden door verwarming electrisch geleidend gemaakt. Bij het gloeien op hooge temperatuur bakken de wolfraamdeeltjes aan elkaar, zoodat een broze maar toch bruikbare draad ontstaat. Het gloeilichaam bestond dan uit een serie dergelijke draadjes, die in den vorm van een haarspeld waren gebogen en aan steundraden gelascht werden. Iedere afwijking uit den vorm, waarin zij als pasta gebracht waren, eindigde gewoonlijk met een breuk.

Van tijd tot tijd trof men echter een draadje aan, dat na het branden in de lamp nog gebogen kon worden. Daaruit kon principieel worden afgeleid, dat het mogelijk was, wolfraamdraden te verkrijgen, die belangrijk minder broos waren dan de tot daartoe vervaardigde. Met het doel voor oogen een bewerkbare wolfraamdraad te maken, heeft Coolidge een uitvoerig onderzoek ingesteld naar de wijze, waarop men dat zou kunnen doen. Na jarenlang werken is hij er in geslaagd een geschikte methode te vinden. Van het wolfraampoeder werden in een zware hydraulische pers staven geperst. Deze werden in een oven gesinterd, waarbij de deeltjes voldoende aan elkaar bakten om er een sterken electrischen stroom doorheen te kunnen zenden. Ze werden daarna in een tweeden oven geplaatst, waarin zij door een electrischen stroom op zeer hooge temperatuur, slechts weinig beneden het smeltpunt worden verhit. De wolfraamdeeltjes bakken hierbij steeds beter aan elkaar, en men verkrijgt een staaf compact metaal. Het bleek nu dat men deze staaf in gloeienden toestand kon walsen of hameren en trek-

ken. Koud bleef het materiaal echter bros. Coolidge deed nu de volgende merkwaardige ontdekking: bij het voortzetten van de bewerking werd het materiaal steeds minder bros en tenslotte werd het zelfs in kouden toestand bewerkbaar. Wij hebben hier dus niet te doen met een materiaal, dat koud bros is, maar warm bewerkt kan worden, doch met een materiaal dat koud niet meer bros is, wanneer het maar een tijd lang warm bewerkt geworden is.

De methode door Coolidge uitgewerkt wordt nu algemeen gebruikt, en practisch alle gloeidraden van electrische lampen worden op deze wijze gemaakt. Deze vinding heeft misschien wel het meeste bijgedragen tot de algemeene invoering der electrische verlichting.

Wij hebben hier een voorbeeld van een vinding, waarbij aangewerkt werd op een vooruitgesteld doel en waarbij het nieuwe, dat bij het onderzoek aan den dag kwam, dienstbaar kon worden gemaakt tot het bereiken van dat doel zelf.

Eenigszins anders is het vermoedelijk gegaan bij de vinding van de zoogenaamde half-watt lamp. Ik zeg vermoedelijk, omdat het bijna nooit mogelijk is met zekerheid na te gaan, welke opeenvolging van feiten en gebeurtenissen tot een vinding geleid hebben.

Toen het probleem van den gloeidraad was opgelost, was daarmee nog niet te gelijk de beste oplossing voor de gloeilamp verkregen. Men weet, dat deze na eenigen tijd branden zwart wordt, en lang voor dat de gloeidraad doorbrandt, wordt het nuttig effect al belangrijk kleiner, doordat een gedeelte van het licht geabsorbeerd wordt door den zwart geworden ballon. De reden van dit zwart worden was niet precies bekend. Men sprak over het algemeen over een verstuiven van den draad, en het is wel waarschijnlijk, dat de meesten daarbij in dien tijd dachten aan een geheimzinnige werking van de laatste gasresten op den gloeidraad onder den invloed van de electrische spanning tusschen de verschillende gedeelten van den draad. Tot die gecompliceerde gedachte was men vermoedelijk gekomen door het feit, dat bij hoogen gasdruk inderdaad zoo'n verstuiven optreedt. Langmuir, die evenals Coolidge in het laboratorium van de General Electric Company werkte, heeft het gedrag van verschillende gassen in een gloeilamp uitvoerig onderzocht. Langmuir is intusschen eenigen tijd gedetacheerd geweest naar een andere fabriek van de G. E., waar verwarmings-

toestellen werden gemaakt. Het is best mogelijk, dat dit het belangrijkste moment is geweest bij de vorming van het gedachtecomplex, dat geleid heeft tot de vinding der half-wattlamp. Hij heeft daar ongetwijfeld kennis gemaakt met de verschijnselen, die de warmteafgifte van gloeiende draden aan de lucht beheerschen, en is daarbij vanzelf in aanraking gekomen met de warmteafgifte van gloeiende spiralen. Wanneer hij nu zijn onderzoek over het zwart worden van wolfraamlampen voortzet, vindt hij, dat dit verschijnsel belangrijk gereduceerd kan worden, indien men den ballon met een indifferent gas van eenigen druk vult. Het nuttig effect blijft echter slecht door de groote warmte-overdracht van den draad aan het gas. L a n g m u i r geeft nu de oplossing: Breng den draad in den vorm van een spiraal en alles is in orde!

Zou hij deze gedachte ook gehad hebben zonder het intermezzo — verwarmingstoestellen —? Niemand kan het zeggen, maar ik houd het toch voor zeer belangrijk, dat zijn aandacht op een andere groep van verschijnselen gevestigd was geworden, waarmee hij bij het directe gloeilampenonderzoek waarschijnlijk geen contact zou hebben verkregen.

Wij hebben hier dus te doen met een vinding, waarbij men zich een bepaald doel gesteld had, waarbij echter de kennis van de middelen, waarmede het doel bereikt werd, gedeeltelijk te voorschijn kwam uit het directe onderzoek, gedeeltelijk van een geheel anderen kant.

Ik wil nu nog een voorbeeld geven van een vinding, die op een geheel andere wijze tot stand gekomen is. In vergelijking met de beide vorige is het maar een heel bescheiden vindinkje, doch het geeft een goede illustratie van het ontstaan van een nieuw product. Zooals U weet, gebruikt men reeds sedert langen tijd, wanneer men een electrischen stroom door een apparaat binnen zekere grenzen onafhankelijk van de spanning wil maken, een zoogenaamde ijzerdraadlamp. In deze lamp gloeit een ijzerdraad in een atmospheer van waterstof. Het is daarbij gebleken, dat bij een bepaalde temperatuur van den draad de weerstand met toenemende stroomsterkte zoo sterk toeneemt, dat de stroom practisch een constante waarde aanneemt. Een onderzoek heeft geleerd, dat een draad des te geschikter voor dit doel is, naarmate de specifieke weerstand en de temperatuurcoëfficiënt van het materiaal beide hooger zijn.

Nu vindt men vrij algemeen, dat tusschen deze twee grootheden een verband bestaat, en dat bij vrijwel alle legeeringen, die een hoogen weerstand hebben, de temperatuur-afhankelijkheid daarvan gering is, en omgekeerd. Bij een onderzoek over de magnetische eigenschappen van ijzer-nikkel-legeeringen werden van de verschillende legeeringen, min of meer voor de grap, de electrische eigenschappen bepaald. Daarbij bleek nu, dat de electrische weerstand voor deze legeeringen groot was, zooals men kon verwachten, maar dat voor een legeering van een bepaald percentage ook de temperatuurcoëfficiënt hoog was, bijna even hoog als voor de zuivere metalen, terwijl voor alle andere legeeringen het normale samengaan van hoogen weerstand en lagen temperatuurcoëfficiënt gevonden werd. Deze legeering liet zich echter niet bewerken. Echter hadden wij bij het vervaardigen van een reeks zuivere metalen, die tot nu toe onbewerkbaar heetten, gevonden, dat zij vaak wel bewerkbaar waren, wanneer men ze in den vorm van een enkel kristal kon brengen. Dit werd nu ook met de ijzer-nikkel legeering geprobeerd, en met goed succes. Wij konden op die wijze een draad verkrijgen, die in alle opzichten geschikt was, en veel beter voor het constant houden van den stroom bleek, dan de tot nu toe gebruikte ijzerdraden.

Deze draad kwam dus te voorschijn als het product van een onderzoek over de magnetische eigenschappen van ijzer-nikkel-legeeringen en over de bewerkbaarheid van metalen in den vorm van een enkel kristal.

We hebben hier een typisch voorbeeld van een vinding, die geheel een bijproduct is van onderzoekingen, die op een gansch ander doel gericht waren.

Wij hebben nu na elkaar drie typen van vindingen behandeld, die op geheel verschillende wijze tot stand kwamen:

1. door taai volhouden en probeeren met een vast doel voor oogen,
2. door een gelukkigen samenloop van omstandigheden, doch met een — zij het ook niet nauwkeurig omschreven — doel voor oogen,
3. door een samenloop van omstandigheden, zonder dat men zich eenig doel gesteld had.

Hiermede ben ik nu gekomen tot een probleem, dat van allen, die met het organiseeren van technisch onderzoekingswerk belast zijn, de bijzondere aandacht vraagt: Is het bij het organiseeren van we-

tenschappelijk onderzoek terwille van de techniek wenschelijk dit onderzoek op een bepaald doel te richten en steeds uitsluitend dit eens gestelde doel na te streven, of is er in het algemeen meer te verwachten van het verrichten van onderzoekingen op het gebied, dat ons interesseert, en op de daaraan verwante gebieden om — zoodra hierbij verschijnselen voor den dag komen, die van belang lijken— te probeeren, deze voor technische doeleinden te gebruiken?

De eerste wijze van werken zou ik het directe onderzoek willen noemen, de tweede het indirecte onderzoek.

Het spreekt vanzelf, dat de vraag: direct of indirect onderzoek, in den eersten tijd, dat een laboratorium bestaat, geen zin heeft. Immers een fabriek zal in het algemeen slechts dan tot het inrichten van een onderzoekingslaboratorium overgaan, wanneer men ergens op moeilijkheden is gestuit, waarvoor degenen, die in het bedrijf werkzaam zijn, geen oplossing weten. Zooals reeds gezegd werd, ontbreekt het hun gewoonlijk aan tijd om een uitvoerig onderzoek te beginnen, en vaak beschikken zij ook niet over de noodige kennis daartoe. Men zal dan naar hulpkrachten uitzien, waarvan men hoopt, dat zij wel in staat zullen zijn de moeilijkheden op te lossen. Deze beginnen dus uitteraard aan een onderzoek met een van te voren min of meer scherp omschreven doel. Nu kunnen er twee dingen gebeuren:

A. Het probleem blijkt te moeilijk te zijn. Het onderzoek duurt langer en wordt veel duurder dan men gedacht had, en men besluit er niet mee door te gaan. Het kan natuurlijk zoowel aan het probleem gelegen hebben als aan het feit, dat degene, aan wien men het onderzoek opdroeg, niet voor zijn taak berekend was. In de verschillende boeken, die handelen over het natuurwetenschappelijk onderzoek in de techniek, kan men vele voorbeelden vinden van laboratoria, die reeds na een kort bestaan weer werden opgegeven.

B. Men heeft succes of althans gedeeltelijk succes. De moeilijkheden worden overwonnen, zoodat het laboratorium zijn bestaansrecht bewezen heeft. Ook dan breekt er gewoonlijk toch nog een moeilijke tijd aan. Immers de directe problemen zijn opgelost, en het is de vraag of verder voortgezet onderzoek loonende resultaten zal opleveren. Dit is dan ook gewoonlijk de critische periode in de ontwikkeling van een laboratorium.

Het is in deze periode, dat men begint met onderzoekingen,

waarnaar door de fabriek niet gevraagd werd. Wil deze voortzetting van het onderzoek zin hebben, dan moeten de nieuwe uit het laboratorium te voorschijn komende ideeën practisch toegepast worden, dat wil zeggen, de onderneming moet bereid zijn, over te gaan tot het vervaardigen van nieuwe producten of tot het invoeren van nieuwe werkwijzen. Het succes van de door het laboratorium uitgedachte nieuwigheden zal dan den verderen gang van zaken bepalen. Blijkt het, dat de nieuwe producten of werkwijzen goede financieele resultaten voor de fabriek afwerpen, zoodat deze genegen is in toenemende mate de nieuwe producten op haar productieprogramma te plaatsen, dan is er een soliede basis voor de verdere ontwikkeling van het laboratorium aanwezig.

Men voelt wel, dat in dit stadium het directe onderzoek reeds min of meer op den achtergrond is getreden. Ook wordt de kans, dat de bijproducten van het indirecte onderzoek gebruikt kunnen worden, steeds grooter, en daarmede neemt de waarschijnlijkheid, dat er uit een onderzoek niets goeds te voorschijn komt, af. Ik wil dat toelichten met een voorbeeld van een onderzoek, dat als direct onderzoek bedoeld was, en als zoodanig een volkomen fiasco werd. Bij dit onderzoek kwamen echter nieuwe gezichtspunten te voorschijn, die voldoende waardevol bleken om het toch nog loonend te doen zijn.

In 1923 werd door onzen landgenoot Coster in samenwerking met Hevesy in Kopenhagen het nieuwe element hafnium ontdekt. In dien tijd was het onderzoek naar de beste gloeidraden voor radiolampen overal in vollen gang. Van hafnium kon verwacht worden dat het een hoog smeltpunt had en een betrekkelijk lage dampspanning, zoodat draden daarvan op een tamelijk hooge temperatuur zouden kunnen gloeien, terwijl men kon aannemen, dat het vrij gemakkelijk electronen zou kunnen emitteeren. Dit alles kon men uit het weinige, dat bekend was over de eigenschappen van verwante elementen, afleiden. Het leek dus de moeite waard te onderzoeken of hafnium voor de bovengenoemde gloeidraden gebruikt kon worden.

Hafnium als zoodanig was echter niet te verkrijgen. De meeste ertsen, die het bevatten, zijn zirkoonertsen met slechts enkele procenten hafnium. De scheiding van deze twee metalen is op zich zelf reeds zeer moeilijk. Het gelukte echter om een goede portie

zuiver hafniumoxyde te verkrijgen. Daarna moest geprobeerd worden om hiervan metaaldraden te maken.

Daar het hafnium zeer veel op zirkoon gelijkt, hebben wij eerst voor zirkoon onderzocht, op welke methode men hiervan staven kon maken, die zich tot draad lieten uittrekken. Ook dit was een onderzoek op zich zelf, daar de meeste bekende methoden waarop zirkoon verkregen werd, zulk bros materiaal leverden, dat het onmogelijk bewerkt kon worden. Het gelukte echter, door het laten gloeien van een wolfraamdraad in een atmospheer van zirkoonjodide, dit aan het draadoppervlak te ontleden, waarbij zich een steeds aangroeiende laag van zirkoonmetaal op den draad afzet. Op deze wijze kon men staven verkrijgen zoo dik als een potlood, uit zeer groote kristallen bestaande. In dezen vorm was het materiaal zeer zacht en kon het gemakkelijk verwerkt worden.

Nadat nu een voldoende hoeveelheid hafniumoxyde was verkregen, werden hiervan op dezelfde wijze staven en draad gemaakt, en een paar jaar na het eerste begin van dit onderzoek konden we vol spanning beginnen met de meting van de verdampingssnelheid en de electronenemissie. Het resultaat was teleurstellend, het bleek dat hafnium bijna geen voordeel bood boven wolfraam. Het geheele onderzoek was dus voor niets geweest. Doch bij het onderzoek hadden wij geleerd zirkoon te maken, en dit bleek een bijzonder geschikt materiaal om in vacuumbuizen de laatste gasresten te binden.

Laat men zirkoon in een gasatmospheer van lagen druk gloeien, dan neemt het alle gassen behalve de edelgassen op. Zijn deze niet aanwezig, dan verkrijgt men een zeer goed vacuum. In de zendlampen voor draadlooze telegraphie gebruiken we deze methode thans algemeen om de laatste gasresten uit den glasballon te verwijderen. Hoewel dit onderzoek naar de electronenemissie van hafnium niets opleverde, gaf het als bijproduct aanleiding tot de toepassing van zirkoon in ontladingsbuizen.

Dit nu is iets wat men vaak zal vinden: het directe onderzoek wordt geen succes, maar toch worden tijdens het onderzoek nieuwe verschijnselen opgemerkt, die aanleiding worden tot een vinding op een geheel ander gebied.

Ik wil hiervan nog enkele voorbeelden noemen. Een onderzoek, dat verricht werd met de bedoeling om de aanslagspanningen van

gassen te bepalen, en waarbij van een oxydkathode gebruik gemaakt werd, leidde tot een nieuwe methode voor het verkrijgen van oxydkathoden, die ook thans nog door vele fabrieken voor het vervaardigen van de gloeikathoden der radiolampen gebruikt wordt. — Een onderzoek over het gedrag van geabsorbeerde zoutlagen op den wand van een electrische gloeilamp leidde tot een nieuwe methode voor het vervaardigen van photo-electrische cellen. — Een onderzoek over de werking van ultraviolet licht, dat bedoeld was om uit te maken, welke golflengte van dit licht de bekende antirachitische werking heeft, leidde tot het afscheiden van het vitamine *D* in zuiveren vorm. Het spreekt vanzelf, dat men zich deze afscheiding zelf in een gloeilampenfabriek nooit tot doel van een onderzoek zou hebben gesteld.

Ik hoop hiermede te hebben aangetoond, dat vanaf een zeker stadium in de ontwikkeling van een industrie, de kans dat het een of ander laboratoriumonderzoek geen resultaat oplevert steeds kleiner wordt, omdat ook dan, wanneer het onderzoek niet datgene oplevert, waarvoor het ondernomen werd, men in toenemende mate van de indirecte resultaten gebruik kan maken. Hoe uitgebreider dan ook het veld is der werkzaamheden van de fabriek, die het laboratorium onderhoudt, des te grooter is de kans op een redelijk nuttig effect van het onderzoek.

Hiermede is, althans gedeeltelijk, ook reeds het antwoord gegeven op de vraag naar de mogelijkheid van een organisatie van wetenschappelijk onderzoekingswerk. Het wil mij voorkomen, dat men daarbij in hooge mate rekening moet houden met het feit, dat het resultaat vaak op een geheel ander gebied ligt, dan men aanvankelijk gedacht had, en dat als gevolg daarvan het te ver doorvoeren van een te voren vastgesteld plan geen voordeelen biedt.

J. J. Thomson heeft hiervan eens een sprekend voorbeeld gegeven. Denk, dat men eens middelen ter beschikking had gesteld voor het verrichten van onderzoekingen ter wille van de chirurgie. Het is waarschijnlijk, dat hieruit allerlei voorstellen tot verbetering der bekende methodes zouden zijn voortgevloeid, doch een geheel nieuw hulpmiddel zooals de Röntgenstralen zou men waarschijnlijk niet ontdekt hebben.

Te ver doorgevoerde organisatie leidt dan ook eerder tot beperking dan tot verruiming van onzen gezichtskring. Een ander groot

bezwaar ervan is, dat men geen rekening kan houden met de individueele eigenschappen der verschillende onderzoekers, waarvan juist de meest origineele zich vaak slechts noode aan een organisatie kunnen aanpassen.

Ik heb tot nu toe vrijwel uitsluitend gesproken over fabrieken waar het laboratoriumonderzoek leidde tot nieuwe producten. In vele bedrijven zijn echter de werkwijzen, volgens welke het product vervaardigd wordt, van veel grooter belang. Ook hier ligt een groot veld van onderzoek braak. In bijna iedere industrie beschikt men over een zekere dosis ervaringen, die vaak in den loop van eeuwen verworven zijn. Men weet, dat het productieproces goed loopt, wanneer men op bepaalde kleinigheden let; laat men deze achterwege, dan komt men in moeilijkheden. Van vele van deze maatregelen weet men niet of ze essentieel zijn of misschien alleen maar dienen om een verkeerden stap bij een voorafgaande bewerking te corrigeeren. Men heeft vaak met zeer gecompliceerde processen te maken, waarbij kleine verontreinigingen van de gebruikte grondstoffen voor het al dan niet slagen beslissend zijn. Men weet, dat het met grondstoffen van een bepaalde vindplaats of van een bepaalden leverancier wel gaat, met andere niet. Zoo lang de levering daarvan verzekerd is, kan men voort, doch er dreigt gevaar, zoodra zulk een bron van grondstoffen dreigt op te houden te vloeien. In vele bedrijven is men in den laatsten tijd begonnen de zoogenaamde ervaringen te analyseeren en tot rationeele fabricage-voorschriften te verwerken. Het spreekt van zelf, dat hierover veel minder medegedeeld is dan over verbeteringen aan producten. De meeste fabrieken kennen de door anderen gevolgde werkwijzen slechts ten deele of in het geheel niet. Verbeteringen van fabricage-methoden worden dan ook meest geheim gehouden.

Juist de analyse en rationalisatie van werkwijzen vormen een belangrijk onderwerp van toegepaste wetenschap, waarin physici naast chemici en ingenieurs een plaats kunnen vinden.

Hiermede ben ik aan het eind van mijn voordracht gekomen. Er valt over dit onderwerp natuurlijk nog zeer veel te zeggen. Nu door den sterken bevolkingsaanwas Nederland zich steeds meer tot een industrie-land ontwikkelen moet, zal men hier, evenals in het buitenland, steeds meer op het vervaardigen van nieuwe pro-

ducten en het volgen van rationeele methodes zijn aangewezen. Spiegelen we ons aan groote industrie-landen zooals Amerika en Duitschland, dan geloof ik dat, althans in de naaste toekomst, nog menig physicus in de industrie een voldoening schenkenden werkkring kan vinden.

IONISATIE DOOR METASTABIELE ATOMEN (II)

door F. M. PENNING.

Summary.

Measurements are described concerning the theory of ionisation by metastable atoms. If this theory is right, the sparking potential of certain gaseous mixtures should be raised in case the lifetime of the metastable atom is decreased and lowered in the contrary case. The lifetime of the metastable neon atoms was increased by lowering the temperature of a neon-argon mixture. This experiment however was not successful; the argon was adsorbed on the electrodes at the low temperature as could be proved by special adsorption measurements. The lifetime of the metastable atoms was decreased 1° by irradiation of a neon-argon mixture with neon light, 2° by addition of nitrogen or hydrogen to an argon-mercury mixture. Both series of experiments gave results which were in accordance with the theory.

§ 1. *Inleiding.* In een vorig artikel over dit onderwerp [1]) werd aangetoond dat de doorslagspanning bij edelgassen zeer sterk verlaagd kon worden door geringe hoeveelheden van geschikte bijmengsels. De verklaring werd gezocht in de omstandigheid dat metastabiele atomen van het hoofdgas atomen van het bijmengsel zouden ioniseeren, en inderdaad bleken de uitkomsten van metingen met verschillende bijmengsels hiermee in overeenstemming.

Sindsdien werd de genoemde onderstelling nog op verschillende manieren aan experimenten getoetst; over deze experimenten zal thans een en ander worden meegedeeld.

§ 2. *Ionisatie door electronen in een homogeen electrisch veld.* Dat bovengenoemde verlaging der doorslagspanning inderdaad door vermeerdering der ionisatie veroorzaakt wordt en niet b.v. door oppervlakteverandering der kathode kan op de volgende wijze worden aangetoond. Men laat electronen door een zuiver edelgas (b.v. neon) loopen in een homogeen electrisch veld van zoodanige sterkte dat er rechtstreeks nagenoeg geen atomen worden geïoni-

1) F. M. Penning, Physica, **7**, 321, 1927, uitvoeriger in ZS. f. Phys. **46**, 335, 1928.

seerd. Wanneer men dan (bij constant gehouden veld) den electrodenafstand en de aangelegde spanning vergroot zal de stroom slechts weinig toenemen. Is daarentegen een kleine hoeveelheid van een geschikt bijmengsel aanwezig, dan zullen de gevormde metastabiele atomen de atomen van dit bijmengsel ioniseeren en daarbij zal de stroom met toenemenden electrodenafstand belangrijk meer toenemen. Inderdaad bleken de experimenten, die kort geleden in een ander verband in dit tijdschrift zijn meegedeeld [1]), met deze opvatting in overeenstemming.

§ 3. *Invloed van kunstmatige verandering van den levensduur der metastabiele atomen.* Door verdere proeven konden nieuwe argumenten worden bijgebracht voor de opvatting dat de vermeerderde ionisatie door de metastabiele atomen en niet rechtstreeks door de electronen veroorzaakt wordt. Zijn n.l. metastabiele atomen de oorzaak, dan moet de verlaging der doorslagspanning nog versterkt worden wanneer men den levensduur der metastabiele atomen verlengt, daarentegen verminderd wanneer men dezen levensduur verkort. Voor het veranderen van den levensduur der metastabiele atomen kent men verschillende middelen. Bij neon hangt deze b.v. waarschijnlijk af van de temperatuur van het gas. Dorgelo [2]) neemt aan dat een neonatoom uit den metastabielen s_5-toestand (die de belangrijkste rol speelt) door middel van stooten met andere neonatomen opgetild kan worden in den s_4-toestand die niet metastabiel is en vanwaar het atoom dus na zeer korten tijd, onder uitzending van straling, naar den normaaltoestand terugkeert. Men zie hiervoor fig. 1 („zonder bestraling") waar overgangen die onder uitzending van straling plaats hebben door getrokken, stralingslooze overgangen door gestippelde lijnen zijn voorgesteld. Het energieverschil tusschen beide toestanden is grooter dan de gemiddelde energie der warmtebeweging bij kamertemperatuur, vandaar dat deze overgang slechts betrekkelijk zelden plaats vindt. Door de temperatuur te verlagen worden de omstandigheden hiervoor nog ongunstiger, de levensduur moet dus bij lagere temperatuur toenemen. Dit werd ook inderdaad door Dorgelo geconstateerd. Spelen nu de metastabiele atomen bij den doorslag de hier veronder-

1) F. M. Penning en M. C. Teves, Physica **9**, 97, 1929.
2) H. B. Dorgelo, Physica **5**, 429, 1925.

stelde rol, dan zal de doorslagspanning van b.v. neon met een spoor argon moeten afnemen bij afnemende temperatuur. De uitkomsten der metingen waarin dit gecontroleerd werd zijn in § 4 meegedeeld. Met *toenemende* temperatuur moet de doorslagspanning *toenemen*, dit is echter niet gemakkelijk te constateeren daar bij hoogere tem-

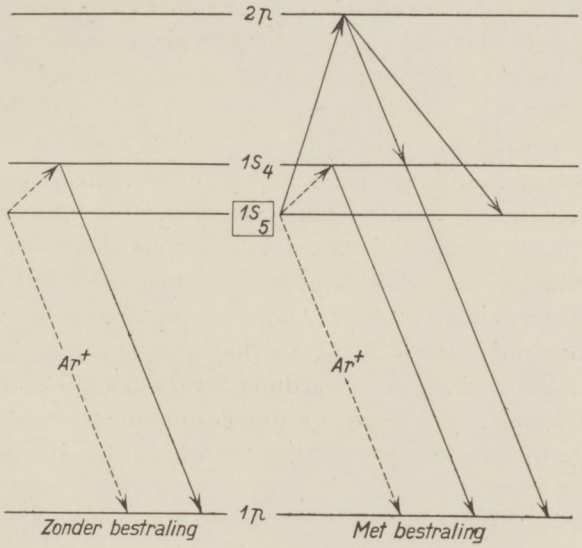


Fig. 1.

peratuur allicht sporen onzuiverheden vrijkomen die eveneens de doorslagspanning beïnvloeden.

De levensduur der metastabiele atomen kan worden verkort door bestraling met licht van geschikte spectraallijnen [1]). In Fig. 1 is dit voor neon schematisch aangegeven. Het licht van een neonzuil behoort voor een groot deel tot overgangen van één der 10 $2p$-niveau's (in de fig. als één geteekend) naar het metastabiele s_5-niveau. Door dit licht kunnen nu omgekeerd atomen die zich in den metastabielen s_5-toestand bevinden, worden opgetild in den $2p$-toestand en vandaar o.a. via het niet metastabiele s_4-niveau naar den grondtoestand terugkeeren. Onder den invloed van bestraling met neonlicht verdwijnen de metastabiele atomen dus sneller dan zonder bestraling het geval zou zijn, er zullen dus minder Ar-atomen geïoniseerd worden en de doorslagspanning zal stijgen. De desbetreffende experimenten zijn beschreven in § 5.

1) Vgl. F. M. Penning, Physica **8**, 137, 1928.

De levensduur der metastabiele atomen kan in de tweede plaats verkort worden door aan het gas een geschikt bijmengsel toe te voegen. De geheele beschouwing over de verlaging der doorslagspanning door metastabiele atomen is hiervan een toepassing; wanneer men aan het gasmengsel een derde gas toevoegt dat eveneens door metastabiele atomen van het hoofdgas geïoniseerd wordt zal men geen grooten invloed op de doorslagspanning kunnen verwachten. De bedoeling is hier echter een derde gas toe te voegen waarvan de moleculen niet *geïoniseerd*, maar b.v. *gedissocieerd* worden. In dat geval wordt de kans op vernietiging der metastabiele atomen vergroot terwijl de kans op ionisatie (per sec.) dezelfde blijft, het gedeelte der metastabiele atomen dat ioniseert neemt dus af en de doorslagspanning zal stijgen. Uit vroegere metingen bleek dat bij neon de atomen van alle onderzochte bijmengsels werden geïoniseerd, zoodat neon, voor zoover bekend, hier niet als hoofdgas kan worden gebruikt. Wel is dit het geval met argon (aanslagspanning der metastabiele niveau's, $V_{met} = 11{,}5\ V$) waarbij b.v. kwik (ionisatiespanning $V_i = 10{,}4\ V$) de doorslagspanning verlaagt, terwijl anderzijds tweeatomige gassen als waterstof en stikstof ($V_i > 16\ V$) de metastabiele argonatomen vernietigen zonder dat deze gassen zelf worden geïoniseerd [1]). De met deze gascombinatie verrichte proeven vindt men in § 6.

§ 4. *Verlenging van den levensduur door temperatuursverlaging.* De voor dit doel gebruikte buis was van het gewone type: de electroden waren evenwijdige ijzerplaatjes op ca. 1 cm onderlingen afstand, de gasvulling ca. 20 mm *Ne* met 0,001% *Ar*. De buis kon in zijn geheel in vloeibare zuurstof (— 183° C.) gedompeld worden waarbij dan een belangrijke verlaging van de doorslagspanning V_D werd verwacht, aangezien bij die temperatuur de gemiddelde energie der warmtebeweging 0,01 V is tegen 0,04 V bij kamertemperatuur. De resultaten der metingen zijn in tabel I vereenigd.

Deze metingen blijken dus juist het tegenovergestelde resultaat op te leveren van wat wij verwachtten: de doorslagspanning wordt verhoogd bij verlaging der temperatuur en wordt zelfs nog iets hooger dan die voor zuiver Neon. De waarde van V_D bij de twee ver-

1) H. B. Dorgelo en T. P. K. Washington, Versl. Kon. Akad. v. Wetensch. **35**, 1009, 1929.

schillende temperaturen is, op enkele Volts na, goed reproduceerbaar.

TABEL I

Gas	Temperatuur	V_D
Ne	Kamertemperatuur	384 *V*
„	Vl. Zuurstof	396 „
„	Kamertemperatuur	395 „
Ne + 0,001% *Ar*	Kamertemperatuur	304 „
„	Vl. Zuurstof	408 „
„	Kamertemperatuur	304 „
„	Kamertemperatuur	301 „
„	Vl. Zuurstof	410 „
„	Kamertemperatuur	302 „

Het ligt voor de hand aan te nemen dat dit onverwachte gedrag wordt veroorzaakt door adsorptie van het argon bij lage temperatuur en een weer vrijkomen bij kamertemperatuur. Deze adsorptie kan plaats hebben òf aan het glas òf aan het ijzer van de electroden. Beide mogelijkheden werden nagegaan.

In de eerste plaats werd een wijde buis gevuld met een groot aantal dunne glasbuizen zoodat zich binnen de wijde buis een groot glasoppervlak bevond. Deze buis werd van een ionisatiemeter voorzien, het toestel gevuld met ca. 0,0003 mm *Ar* en afgesmolten. Wanneer nu het gedeelte waarin zich het groote glasoppervlak bevond, in vloeibare zuurstof gedompeld werd, verminderde de druk slechts tot ongeveer de helft van de oorspronkelijke waarde, ofschoon de adsorptie, door het groote glasoppervlak, nog veel sterker had moeten zijn dan bij de doorslaglamp. Door adsorptie aan den glaswand kan het gevonden verschijnsel dus niet zijn veroorzaakt [1]).

Om den invloed van het ijzer te onderzoeken werd een reep ijzerblik met een totaaloppervlak van ca. 500 cm² binnen een glazen buis aangebracht. Deze buis werd op de gebruikelijke wijze bij 400° C. leeggepompt en daarna het ijzer op dezelfde manier hoogfrequent ontgast als dit met de electroden van de doorslagbuis was geschied. De buis werd niet afgesmolten, maar aan de pompopstelling gelaten, opdat de druk met de Mc Leod van deze op-

1) Dit resultaat is in overeenstemming met de door Clausing direct gemeten adsorptie van *Ar* aan glas bij —183° C.; P. Clausing, Dissertatie Leiden 1928, p. 87.

stelling gemeten kon worden. Koelers in vloeibare lucht zorgden ervoor dat geen vet- of kwikdamp in de proefbuis kon doordringen. Om het volume der opstelling tot de kraan van de pomp te bepalen werd de Mc Leod, waarvan het volume bekend was, met een zekeren druk gevuld, daarna werd dit gas in de opstelling toegelaten en uit de verlaging van den druk kon dan het volume

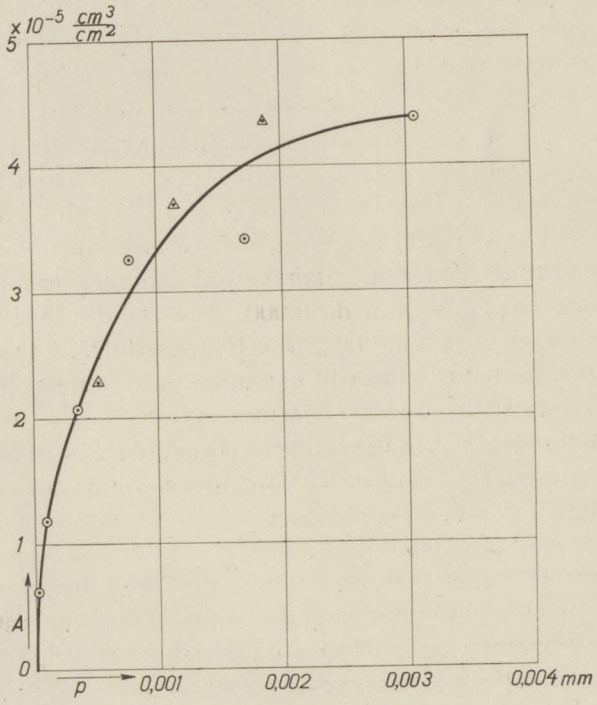


Fig. 2.

der opstelling worden berekend. Vervolgens werd het gedeelte der buis waarin zich het ijzer bevond in vloeibare lucht geplaatst en uit de drukafname de adsorptie aan het ijzer bepaald. Thans bleek deze aanzienlijk; in een bepaald geval werd b.v. waargenomen hoe de druk van 0,00112 mm afnam tot 0,00004 mm wanneer het ijzer op de lage temperatuur werd gebracht. Een dergelijke proef met neon gaf een afname van 0,00157 op 0,00105 mm dus een zeer veel geringere adsorptie [1]). Bij argon werd de adsorptie voor een reeks

1) Clausing (l.c. pag. 87) vond dat neon bij —183° C. door glas zeer veel slechter werd geadsorbeerd dan argon.

van drukken bepaald, de resultaten daarvan zijn in fig. 2 weergegeven. Als ordinaat is uitgezet de hoeveelheid argon A in cm³ (herleid op 0°,1 atm.) geadsorbeerd per cm² ijzer bij de temperatuur van vloeibare zuurstof (— 183° C.). Het was niet de bedoeling dezer metingen een nauwkeurige adsorptieisotherm van argon te bepalen, daarvoor was de druk en de volumemeting te onnauwkeurig [1]). Bovendien moest een aanzienlijke correctie worden aangebracht wegens den thermischen moleculairdruk; om dit te kunnen doen werd de formule gebruikt waarin de diameter van de buis klein wordt verondersteld t.o.v. de vrije weglengte. Aan deze voorwaarde was echter alleen bij de laagste drukken voldaan. In ieder geval zijn de resultaten van fig. 2 voor ons doel nauwkeurig genoeg. Wij willen ze n.l. gebruiken om na te gaan hoeveel argon er in onze doorslagbuis wordt geadsorbeerd wanneer men deze op de lage temperatuur brengt. En dan kan uit de gegevens van fig. 2 worden afgeleid dat er van de 0,0002 mm Ar die bij kamertemperatuur aanwezig is ca. 97% wordt geadsorbeerd, zoodat het bijmengsel van 0,001% wordt gereduceerd op 0,00003%. Deze meting kan daardoor niet als contrôle van de theorie worden gebruikt. Het zou van belang zijn met een ander gas, waarbij men niet zulk een groote adsorptie verwacht (waterstof) deze metingen te herhalen.

§ 5. *Verkorting van den levensduur door bestraling.* Deze contrôle gaf, zooals reeds eerder in dit tijdschrift is meegedeeld [2]), het verwachte resultaat: inderdaad gaat de doorslagspanning van een neon-argonmengsel omhoog wanneer men het bestraalt met neonlicht. Dit is wel het sterkste bewijs voor de juistheid der voorgestane opvatting; wanneer de ionisatie der argonatomen rechtstreeks door de electronen plaats vond zou deze invloed van het neonlicht onbegrijpelijk zijn.

Dit effect werd nader onderzocht als functie van de lichtintensiteit (L), den electrodenafstand (d), den gasdruk bij 0° C. (p_0) en de hoeveelheid argonbijmengsel. Daar deze metingen elders [3]) uit-

1) Wil men toch uit deze metingen een adsorptietijd (verblijftijd) afleiden, b.v. met behulp van de formule van Langmuir: $a = \frac{\gamma \tau i}{\gamma \tau + i}$ (zie Clausing l.c. p. 59), dan vindt men $\tau = 0{,}014$ sec. Dit is een plausibele orde van grootte, Clausing vond bij voorloopige proeven over Ar op W (—183° C) voor τ eveneens ca. 0.01 sec. (l.c. p. 95).

2) Physica **8**, 137, 1928.

3) ZS. f. Phys. **57**, 723, 1929.

voerig beschreven zijn willen wij hier alleen de resultaten meedeelen die in fig. 3, 4 en 5 zijn weergegeven. Als ordinaat is steeds

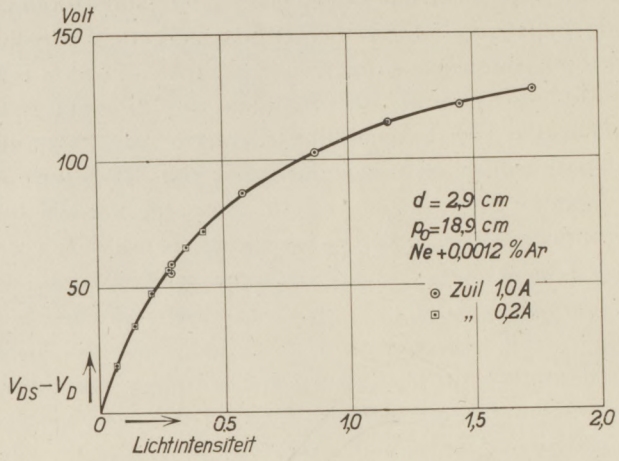


Fig. 3.

uitgezet het verschil tusschen de doorslaspanning met bestraling (V_{DS}) en de doorslagspanning zonder bestraling (V_D).

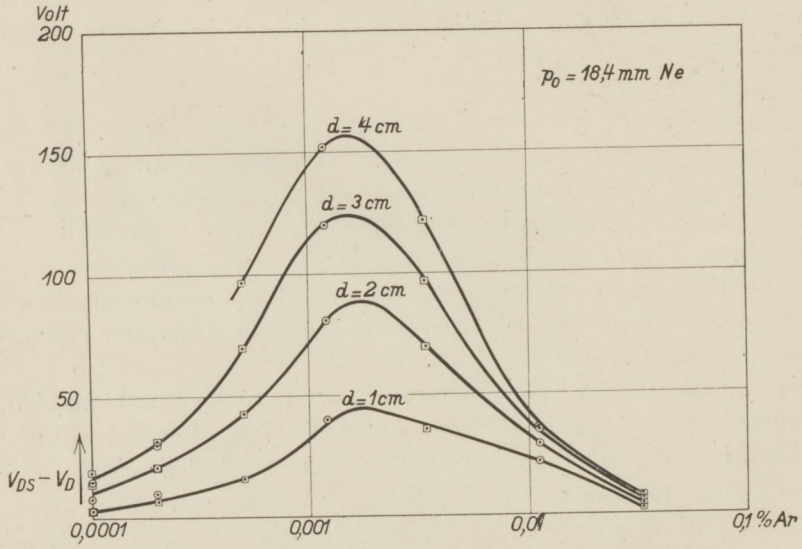


Fig. 4.

Bij de kromme van fig. 3 was de lichtbron een zuilbuis met 6 windingen die zich op gelijken afstand van de doorslagbuis bevon-

den. Door te meten met achtereenvolgens 1, 2 enz. tot 6 windingen onbedekt konden lichtintensiteiten die zich verhielden als 1 : 2 enz. worden toegepast. Daarna werd een grootere zuilstroom gebruikt, waarbij de metingen met verschillende stroomen zoo goed mogelijk aan elkaar werden aangepast.

De verschillende kromme's in fig. 4 en fig. 5 hebben betrekking op verschillende electrodenafstanden (d). Dat deze kromme's maxima vertoonen is in overeenstemming met wat men zou ver-

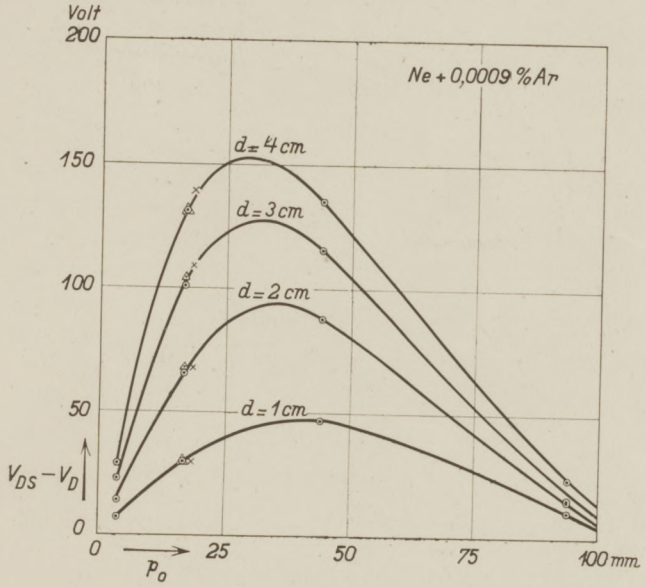


Fig. 5.

wachten. In fig. 4 moet voor *zuiver* neon de verhooging door bestraling nul zijn, terwijl bij groote hoeveelheden argon de metastabiele atomen zoo snel door het argon worden weggenomen dat de kans op vernietiging door licht te klein wordt. Het maximum in de kromme's van fig. 5 kan op de volgende wijze plausibel worden gemaakt. Bij kleine waarden van pd blijft de verlaging van V_D door het bijmengsel gering, bijgevolg ook de verhooging door bestraling. Bij de kromme's van fig. 5 is het percentage bijmengsel en de belichtingsintensiteit constant gehouden, bij grootere waarden van p neemt dus het aantal stooten tusschen een metastabiel atoom van het bijmengsel evenredig met den druk toe, terwijl de

kans op vernietiging door bestraling gelijk blijft. De invloed der bestraling treedt dus relatief op den achtergrond.

§ 6. *Verkorting van den levensduur door toevoeging van een ander gas.* Hiervoor komt volgens § 3 in aanmerking de combinatie *Ar-Hg*, waaraan N_2 of H_2 wordt toegevoegd. De krommen I en II van fig. 6 geven de resultaten van een dergelijke serie metingen

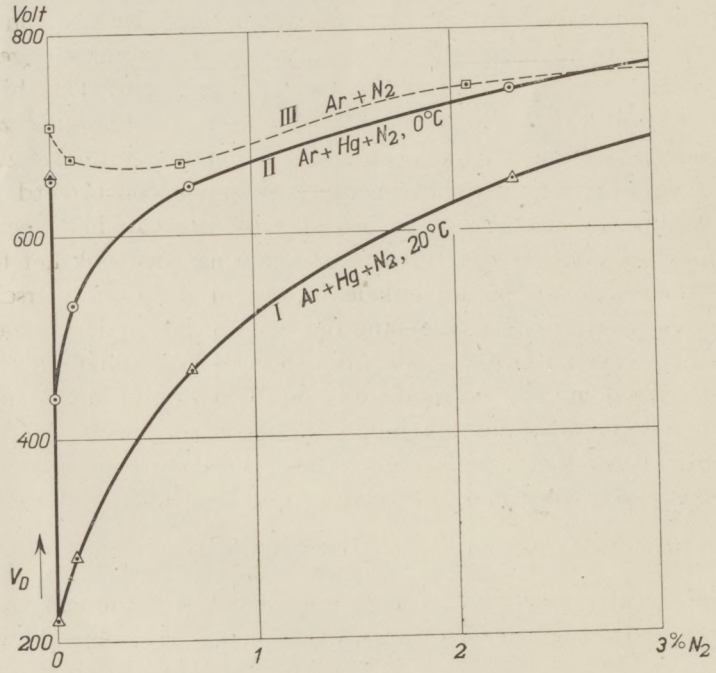


Fig. 6.

weer. De doorslagbuis was van het gewone, in § 4 beschreven, type met $d = 1$ cm, p_0 (druk bij 0°C) = 23,7 mm. Allereerst werd de doorslagspanning van het zuivere argon gemeten, deze was ca. 660 Volt, daarna werd uit een zijbuisje een hoeveelheid kwik toegelaten waardoor V_D enkele honderden Volts zakte, vervolgens werden verschillende zijbuisjes geopend waarin zich stikstof bevond. De druk in deze zijbuisjes was ongeveer dezelfde als die van het hoofdgas, zoodat voor drukverandering geen correctie behoefde te worden aangebracht. Om over metingen bij twee verschillende kwikpercentages te beschikken werd steeds gemeten bij 20° C. en

0° C. In het laatste geval was een deel der buis op kamertemperatuur, zoodat de dichtheid in het gedeelte op 0° C. te groot was. Hiervoor werd een correctie aangebracht van ca. 20 Volt. De doorslagspanning werd gemeten met beide plaatjes beurtelings als kathode, de gemiddelden van beide waarden zijn in de figuur uitgezet. Overeenkomstig de verwachting ziet men hoe kleine hoeveelheden stikstof de doorslagspanning van het gasmengsel sterk doen stijgen.

Om te bewijzen dat dit niet aan den invloed der electronenstooten ligt is in de figuur ook nog (gestippeld) een kromme opgenomen voor Ar met N_2 zonder Hg ($p_0 d = 27$ mm $\times$ cm). Daarbij blijkt de invloed van kleine percentages N_2 gering, inderdaad zakt de doorslagspanning bij toevoeging van kleine hoeveelheden stikstof. Dit verschijnsel werd bij meerdere buizen geconstateerd. Waarschijnlijk ligt de oorzaak in een verandering van het electrodenoppervlak door de stikstof. In deze richting wijst ook het feit dat de doorslagspanning bij enkele buizen in dit geval verschillend beinvloed werd al naar gelang het eene of het andere plaatje als kathode werd gebruikt. Ook uit rechtstreeksche metingen [1]) over het vrijmaken van electronen door pos. ionen blijkt dat de toestand van het metaaloppervlak hier een groote rol speelt.

Strikt genomen zouden, om te bewijzen dat de gebruikte kleine percentages stikstof op het gedrag der electronen zelf weinig invloed hebben, de kromme's II en III op dezelfde waarde van $\frac{X}{p_0}$ (veldsterkte : druk) betrekking moeten hebben. Immers van deze grootheid hangt de electronenbeweging bij een bepaald gas af. Voor het begin van III is $\frac{X}{p_0}$ ca. 26 (V/cm$\times$mm); een reeks andere proeven werd genomen met Ar-Hg-mengsels van lageren druk ($p_0 d = 12{,}4$) waarbij b.v. voor 0° C. $V_D = 330$ V was en dus $\frac{X}{p_0} = 27$. Deze proeven leidden nu tot een dergelijk resultaat: voor 0,1% N_2 nam V_D met 80 V toe. Hier hebben wij dus twee gevallen waarin $\frac{X}{p_0}$ dezelfde waarde heeft, terwijl de gasvulling de eene maal Ar ($+ N_2$), de andere maal $Ar + Hg$ ($+ N_2$) is. In het eer-

1) F. M. Penning, Handelingen 22ste Nat. en Geneesk. Congres 1929, p. 108.

ste geval wordt de doorslagspanning door 0,1% N_2 verlaagd; in het tweede geval sterk verhoogd, zoodat dit laatste niet aan den rechtstreekschen invloed van electronenstooten zal kunnen worden toegeschreven.

Ook waterstof gaf aanzienlijke verhoogingen bij een argon-kwikmengsel.

Uit nauwkeuriger metingen van dezen aard moet het mogelijk zijn een en ander af te leiden omtrent overgangswaarschijnlijkheden. Wij vergelijken daartoe de krommen I en II en kiezen op beide punten met gelijke V_D. We zullen bewijzen, dat voor twee dergelijke punten (verder aan te duiden als geval 1 en geval 2) bij benadering geldt:

$$\frac{k_1}{n + k_1 + s_1} = \frac{k_2}{n + k_2 + s_2} \tag{1}$$

waarin k = de kans per sec. op vernietiging van een metastabielen toestand door botsing met een kwikatoom,
s = dezelfde grootheid voor botsing met een stikstofatoom,
n = de kans op vernietiging door andere oorzaken („natuurlijke vernietigingskans").

De indices 1 resp. 2 hebben betrekking op geval 1 resp. 2, we nemen aan, dat n voor beide gevallen dezelfde waarde heeft.

Uit den aard van het vraagstuk volgt, dat we volstaan kunnen met het bewijs van het omgekeerde, dat n.l. V_D dezelfde waarde heeft, wanneer aan (1) is voldaan. Dit laatste kan als volgt worden aangetoond. Wanneer men in de gevallen 1 en 2 dezelfde spanning aan de buis aanlegt, zal de electronenbeweging dezelfde zijn, immers ook $p_0 d$ heeft dezelfde waarde en we verwaarloozen den invloed van de stikstof op de electronenbeweging. Per electron worden dus in beide gevallen evenveel pos. ionen gevormd, eveneens evenveel metastabiele atomen. De breuken in (1) geven aan, welk deel der metastabiele atomen kwikionen vormt, volgens (1) is dit voor 1 en 2 hetzelfde. M.a.w. het resultaat der electronenbeweging is in beide gevallen precies hetzelfde, dus wanneer in geval 1 doorslag optreedt bij een zekere spanning V_D, zal dit in geval 2 bij dezelfde V_D eveneens plaats vinden.

Uit (1) kan men afleiden:

$$\frac{n}{s_2} = \frac{\sigma - \varkappa}{\varkappa - 1}$$

als $\varkappa = \frac{k_1}{k_2}$ de verhouding der kwikpercentages bij 1 en 2 is en $\sigma = \frac{s_1}{s_2}$ = de verhouding der stikstofpercentages. $\varkappa$ en σ zijn bekend zoodat op deze wijze $\frac{n}{s_2}$ te bepalen is, d.w.z. de verhouding van de „natuurlijke" vernietigingskans tot de kans op vernietiging door botsing met een stikstofmolecuul. Doet men een tweede reeks proeven b.v. met waterstof dan zou uit de combinatie van beide reeksen de verhouding der vernietigingskansen door stikstof en waterstof volgen.

Voor het afleiden van de gelijke betrekkingen moeten de metingen echter nauwkeuriger geschieden dan hier het geval was. In het bijzonder zou ook moeten worden nagegaan in hoeverre de werkelijke stikstofdrukken overeenkomen met die welke uit het volume van de zijbuisjes enz. worden berekend. Het is n.l. mogelijk dat een deel van de stikstof b.v. in de ontgaste ijzerelectroden wordt opgenomen. Bovendien zal de verlaging der doorslagspanning door verandering van het electrodenoppervlak nader moeten worden bezien. Wil men echter toch de hier gehouden beschouwingen op de resultaten van fig. 6 toepassen, dan vindt men voor $\frac{n}{s_2}$ ca. 1. De waarde van n voor argon bij 24 mm druk is onbekend; bij de metingen van Dorgelo en Washington[1]) was zij voor $p = 0{,}11$ mm in een buis van 5 cm diameter van de orde 200. Bij dezen lagen druk zal de vernietiging aan den wand nog wel van grooten invloed zijn, zien wij echter daarvan af en veronderstellen we n eenvoudig evenredig met den druk, dan wordt voor $p = 23{,}7$ mm

$$s_2 \text{ ca. } 40.000$$

Deelt men dit getal door het aantal botsingen dat een argonatoom onder deze omstandigheden per sec. met een stikstofmolecuul maakt dan vindt men ca. 1/4 zoodat dus één op de vier botsingen tot vernietiging van den metastabielen toestand leiden zou. Dit getal geeft echter om de vermelde redenen niet meer dan een orde van grootte.

1) H. B. Dorgelo en T. P. K. Washington l.c.

Het kan misschien bevreemden dat bij 0° C een *Hg*-bijmengsel van 1 op 100.000 reeds een groote verlaging van V_D veroorzaakt, terwijl deze door 1/1000 N_2 slechts voor minder dan de helft te niet gedaan wordt. Dit temeer daar het nuttig effect der N_2-stooten ca. 1/4 zou zijn, terwijl men dat van de *Hg*-stooten wel niet > 1 zal willen veronderstellen. Wanneer men dus aan het *Ar-Hg* mengsel zooveel N_2 toevoegt, dat de metastabiele *Ar*-atomen minstens 25 $\times$ zoo vaak door N_2 als door *Hg* vernietigd worden heft dit de verlaging der doorslagspanning toch slechts voor minder dan de helft op. Deze tegenstrijdigheid is echter slechts schijnbaar, immers bij de hooge waarden van pd is de rechtstreeksche *ionisatie* door electronen gering, terwijl er veel *metastabiele* atomen gevormd worden, een klein deel dezer metastabiele atomen behoeft nu slechts te ioniseeren om toch een belangrijke verlaging van V_D te voorschijn te roepen [1]).

Tenslotte zij nog opgemerkt dat de boven beschreven verschijnselen een middel aan de hand doen om te controleeren of een hoeveelheid van een gas met metastabiele toestanden b.v. *Ar* (aanslagspanning V_a) ook een gering percentage bijmengsel bevat waarvan de ionisatiespanning grooter en tegelijk de dissociatiespanning kleiner is dan V_a (b.v. N_2). In dat geval zal (voor gelijke waarden van p_0d en van T) de doorslagspanning van gas + bijmengsel + kwik hooger zijn dan die van zuiver gas + kwik.

Gaarne zeg ik den heeren J. Moubis, J. F. H. Kok en C. C. J. Addink dank voor hun hulp bij deze metingen.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philip's Gloeilampenfabrieken

Eindhoven, 4 October 1929.

---

1) Vgl. F. M. Penning en M. C. Teves, l.c.

DE INVLOED DER ENERGIEVERLIEZEN BIJ ELASTISCHE BOTSINGEN IN DE THEORIE DER ELECTRONENDIFFUSIE

door M. J. DRUYVESTEYN

Zusammenfassung.

Die Differentialgleichung der Elektronendiffusion von Hertz wird erweitert indem man die Energieverluste beim elastischen Stoss zwischen Elektron und Gasatom in Rechnung bringt (Gleichung 5). Diese Gleichung wird in 2 Fällen gelöst:

1. Wenn die Energieverluste der Elektronen noch sehr gering sind im Verhältnis zu ihrer Energie und wenn man übrigens gleiche Umstände hat wie Hertz. Gleichung (9) gibt die Elektronendichte als Funktion der Koordinate und des totalen Energieverlustes.
2. Wenn die Elektronendichte nur abhängt von der Geschwindigkeit der Elektronen. Die Geschwindigkeitsverteilung wird bestimmt (10), so wie auch das Verhältnis der Elektronendichte zum Elektronenstrom (11).

§ 1. Hertz[1]) onderzocht het eerst het volgende probleem:

In een gas, waarin tusschen 2 evenwijdige platen een homogeen electrisch veld is, verlaten een aantal electronen plaat A met een snelheid nul en diffundeeren onder invloed van het versnellende electrische veld naar plaat B. De dichtheid der electronen als functie van den afstand x van de plaat A is, wanneer wij als lengteeenheid den afstand der 2 platen nemen:

$$\varrho(x) = \frac{3 N_0 \sqrt{x}}{\lambda \sqrt{2\gamma}} \ln \frac{1}{x}, \tag{1}$$

1) G. Hertz, Zs. f. Phys. 32, 298, 1925. Zie ook:
A. D. Fokker, Physica 5, 334, 1925.
H. Bartels, Zs. f. Phys. 55, 507, 1929.

waarin $\varrho(x)$ de dichtheid der electronen op de plaats x, λ de vrije weglengte der electronen, γ de versnelling $\gamma = eE/m$, e en m lading en massa van het electron en E de electrische veldsterkte is. N_0 geeft het aantal electronen aan, dat per oppervlakte- en per tijdseenheid de plaat verlaat.

Bij de afleiding van formule (1) is het volgende ondersteld:

1°. De electronen verlaten plaat A met een snelheid nul en bereiken alle plaat B.

2°. De verandering der snelheid per vrije weglengte van een electron is klein t.o.v. zijn snelheid. Deze veronderstelling impliceert $\lambda \ll 1$. Als lengte-eenheid wordt steeds de afstand der 2 platen genomen.

3°. De richting, waarin het electron zich beweegt na de botsing, is onafhankelijk van zijn richting vóór de botsing.

4°. De electronen verliezen bij botsing tegen een gasatoom geen energie, hetgeen dus aanslag en ionisatie der atomen uitsluit. Ook de energieverliezen bij de elastische botsingen worden verwaarloosd.
Deze onderstelling zullen wij in het volgende nader beschouwen. Indien onderstelling 3 juist is, dan is het energieverlies bij een elastische botsing gemiddeld:

$$\triangle \varepsilon = -\frac{2m}{M}\varepsilon, \tag{2}$$

waarin m resp. M de massa van het electron resp. van het gasatoom is. Weliswaar is $2m/M = \alpha$ zeer klein, doch wanneer $\lambda \ll 1$ is, wordt het aantal botsingen zoo groot, dat dit energieverlies belangrijk is en niet meer verwaarloosd mag worden, zooals bij de afleiding van (1) geschied is.
Door de onderstellingen, sub 1 en 4 genoemd, wordt $v^2 = 2\gamma x$, (v is de snelheid van een electron) waardoor ϱ een functie van één veranderlijke wordt.

5°. De vrije weglengte der electronen is onafhankelijk van hun snelheid.

6°. de electronendichtheid bij plaat B (voor $x = 1$) is nul. Hierbij wordt de reflectie van electronen en het ontstaan van secundaire electronen op plaat B verwaarloosd. Tevens moet $\lambda \ll 1$ zijn.

Later heeft men de berekening van Hertz uitgebreid. Harries en Hertz[1]) hebben den invloed van een bepaalde aanvangsnelheid en van de afhankelijkheid van de vrije weglengte van de snelheid nagegaan. Door Penning en Druyvesteyn[2]) is de ionisatie en door De Groot[3]) de voorwaarde $\varrho = 0$ op plaat B nader onderzocht.

Ik wil hier in enkele gevallen de elastische botsingsverliezen in rekening brengen. Wanneer het totale energieverlies der electronen zoo gering is, dat de dichtheid nog wordt gegeven door formule (1), dan kan men het *gemiddelde* energieverlies gemakkelijk vinden; dit volgt uit:

$$\frac{\overline{\triangle v^2}}{2\gamma} = \int_0^1 \frac{3x}{\lambda^2} ln \frac{1}{x} \cdot \alpha x \, dx = \frac{\alpha}{3\lambda^2}. \tag{3}$$

In § 3 wil ik niet slechts het *gemiddelde* energieverlies der electronen, doch de *snelheidsverdeeling* berekenen, met de onderstelling echter, dat de energieverliezen zeer klein zijn, t.o.v. de energie der electronen. Dan wordt de dichtheid der electronen een functie van x en v: $\varrho\,(x, v)$.

§ 2. Om een differentiaalvergelijking te kunnen opstellen, denken wij ons een plat doosje (grondvlak df, hoogte dh) geplaatst in een homogeen electrisch veld, loodrecht op de electrische veldsterkte op een afstand x van plaat A (Zie fig. 1).

Voordat een bepaald electron met snelheid v in het doosje komt, heeft het voor het laatst in het volumenelement $d\sigma$ tegen een gasatoom gebotst (snelheid van het electron vóór de botsing v^*) en beweegt zich vervolgens tusschen $d\sigma$ en df op een parabool. Het aantal electronen met snelheid v^*, dat per tijdseenheid in $d\sigma$ tegen een gasatoom botst, is

$$\varrho\,(x + \triangle x, v^*)\, v^* \, dv^* \, d\sigma \, \lambda^{-1}$$

1) W. Harries en G. Hertz, Zs. f. Phys. 46, 177, 1928.
2) F. M. Penning, Zs. f. Phys. 40, 4, 1926.
M. J. Druyvesteyn, Zs. f. Phys. 52, 197, 1928.
) W. de Groot, Physica 8, 23, 1928.

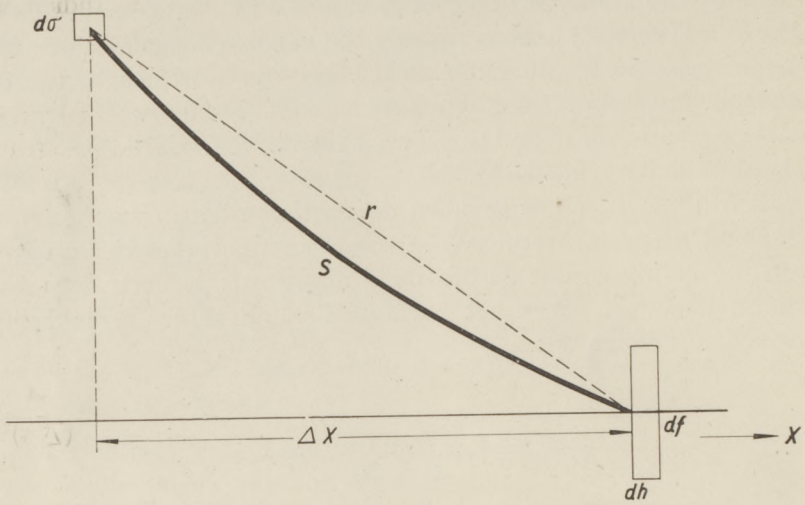


Fig. 1.

en de kans, dat een electron na botsing in $d\sigma$ door df gaat, is $e^{-s/\lambda}\, d\omega/4\pi$, waarin s de lengte van de paraboolbaan tusschen $d\sigma$ en df, $d\omega$ de ruimtehoek is, waarbinnen de electronen $d\sigma$ moeten verlaten om nog df te kunnen bereiken. Electronen, die onder een hoek φ met de veldsterkte door het doosje gaan, zijn gedurende een tijd $dh/v \cos\varphi$ in het doosje. Dus is

$$\varrho\,(x, v) = \int \frac{\varrho\,(x + \triangle x, v^*)\, v^* e^{-s/\lambda}\, d\omega\, d\sigma}{4\pi\, \lambda\, v \cos\varphi\, df} \frac{dv^*}{dv}. \tag{4}$$

Onderstellen wij nu, dat het energieverlies der electronen bij elastische botsingen niet slechts gemiddeld, doch altijd gegeven wordt door formule (2), dan is

$$v^{*2} = v^2 + 2\,\gamma\, x + \alpha\,(v^2 + 2\,\gamma\, x).$$

Wij ontwikkelen nu $\varrho\,(x + \triangle x, v^*)$ naar x en v, gaande tot termen van de 2de orde in $\triangle x$ en $(v^* - v)$. De andere grootheden uit formule (4) kunnen wij berekenen, aangezien de electronenbaan tusschen $d\sigma$ en df bekend is. Hierbij gaan wij tot en met de ter-

men van de 1ste orde in α en van de 2de orde in $\triangle x$. Indien wij $\delta = \gamma/2v^2$ stellen is: [1])

$$d\sigma = 2\pi r\, dr\, d(\triangle x),$$

$$d\omega = df \frac{\triangle x}{r^3}\left\{1 - \delta \triangle x - \delta \frac{r^2}{\triangle x} + \frac{7}{2}\delta^2 (\triangle x)^2 + \frac{7}{2}\delta^2 r^2\right\},$$

$$s = r\left\{1 - \frac{1}{6}\delta^2 (\triangle x)^2 + \frac{1}{6}\delta^2 r^2\right\},$$

$$\frac{1}{\cos\varphi} = \frac{r}{\triangle x}\left\{1 - \delta \triangle x + \delta \frac{r^2}{\triangle x} + \frac{3}{2}\delta^2 (\triangle x)^2 - \frac{5}{2}\delta^2 r^2 + \delta^2 \frac{r^4}{(\triangle x)^2}\right\}.$$

Vullen wij dit in formule (4) in en integreeren wij, dan vindt men wanneer wij α en λ verwaarloozen, t.o.v. 1, doch den term met α/λ^2 behouden: [2])

$$\varrho''_{xx} + 4v\delta\varrho''_{xv} + 4v^2\delta^2\varrho''_{vv} - 4\delta\varrho'_x - 12v\delta^2\varrho'_v +$$
$$+ 16\delta^2\varrho + 3\alpha/2\lambda^2(2\varrho + v\varrho'_v) = 0. \tag{5}$$

Voeren wij in plaats van v in $w = v^2/2\gamma$:

$$\varrho''_{xx} + 2\varrho''_{xw} + \varrho''_{ww} - 1/w\,\varrho'_x - 1/w\,\varrho'_w + \varrho/w^2 + 3\alpha/\lambda^2(\varrho + w\varrho'_w) = 0. \tag{6}$$

In de volgende paragrafen wil ik nu voor twee bijzondere gevallen deze vergelijking oplossen.

§ 3. Beschouwen wij het geval van Hertz, waarbij het gemiddelde energieverlies der electronen t.o.v. hun energie nog zeer klein is, dan is w slechts iets kleiner dan x (niet slechts $\alpha \ll 1$ en $\lambda \ll 1$, doch ook $\alpha/\lambda^2 \ll 1$). Indien wij nu als nieuwe veranderlijke invoeren

$$y = x - w,$$

1) Zie Hertz, l.c.

2) Voor $\alpha = 0$ wordt deze formule gelijkwaardig met de formule van Hertz.

en wij de dichtheid der electronen, als functie van x en y noemen $V(x, y)$, dan is

$$V''_{xx} - \frac{1}{x-y} V'_x + \frac{V}{(x-y)^2} + \frac{3a}{\lambda^2} \{ V - (x-y) V'_y \} = 0.$$

In eerste benadering kunnen wij y verwaarloozen, t.o.v. x verder is $V \ll x V'_y$ en wordt:

$$V''_{xx} - \frac{1}{x} V'_x + \frac{V}{x^2} - \frac{3a}{\lambda^2} x V'_y = 0.$$

Deze vergelijking is nu gemakkelijk op te lossen, daar zij in variabelen te scheiden is. Men vindt:

$$V(x, y) = \sum_n A_n e^{-\frac{C_n \lambda^2}{3a} y} x J_0 \left(\frac{2}{3} \sqrt{C_n}\, x^{\frac{3}{2}} \right), \tag{7}$$

waarin A_n en C_n konstanten, J_0 de Besselfunctie van de eerste soort van de orde nul is [1]). C_n volgt uit de voorwaarde $V = 0$ voor $x = 1$. Noemen wij ε_n de $n$de wortel van $J_0 = 0$ dan is $2/3 \cdot \sqrt{C_n} = \varepsilon_n$. Om A_n te kunnen vinden, bepalen wij het aantal electronen $N_0 df = df \int N(x, v)\, dv$, dat gaat door een vlakje df loodrecht op het electrische veld, N_0 is dan onafhankelijk van x, daar in de ruimte geen electronen ontstaan. Men kan $N(x, v)$ nu bepalen op analoge wijze als H e r t z dit gedaan heeft en vinden dan [2])

$$N(x, v) = \frac{\lambda v}{3} (-\varrho'_x - 2v\, \delta\, \varrho'_v + 4\delta\, \varrho), \tag{8}$$

$$N_0 = \frac{a\gamma}{\lambda} x^{\frac{3}{2}} \sum \frac{A_n}{\sqrt{C_n}} J_1 \left(\frac{2}{3} \sqrt{C_n}\, x^{\frac{3}{2}} \right).$$

---

1) De algemeene oplossing is niet J_0 maar $Z_0 = AJ_0 + BN_0$, waarin N_0 de Besselfunctie van de tweede soort is.

Op blz. 7 noot 2 zal blijken, dat wij hier alleen maar J_0 gebruiken kunnen.

2) Hierbij is y verwaarloosd t.o.v. x en a t.o.v. 1.

Wanneer men hieruit A_n wil bepalen stuit men op convergentie moeilijkheden voor de reeks, die ontstaan, doordat voor $x = 0$ het rechter lid nul, het linker eindig is. Neemt men

$$N = \int N(x, v)\,dv$$

niet over het geheele gebied constant, maar voor $o < x < \vartheta^{\frac{2}{3}}$:

$$N = N_0\, x^3/\vartheta^2,$$

en voor $\vartheta^{\frac{2}{3}} < x < 1$:

$$N = N_0,$$

dan krijgt men, wanneer ϑ klein is, physisch vrijwel hetzelfde als bij het ontstaan van alle electronen op $x = 0$. De electronen ontstaan dus nu niet meer op de plaats $x = 0$, doch tusschen $x = 0$ en $x = \vartheta^{\frac{2}{3}}$ [1]). Voor $x > \vartheta^{\frac{2}{3}}$ blijft formule (7) gelden. Wij nemen aan, dat formule (7) ook geldt voor $x < \vartheta^{\frac{2}{3}}$. Nu kan men A_n bepalen:

$$A_n = \frac{6N_0\,\lambda}{\alpha\,\gamma} \cdot \frac{J_1(\varepsilon_n\,\vartheta)}{\varepsilon_n \vartheta J_1^2(\varepsilon_n)} \text{ [2])}.$$

V en ϱ zijn nu bekend [3]).

$$(9)\quad \begin{cases} V(x, y) = \dfrac{6N_0\,\lambda\,x}{\alpha\,\gamma} \sum\limits_n e^{-\frac{3\lambda^2\varepsilon_n^2}{4\alpha}y} \dfrac{J_1(\varepsilon_n\,\vartheta)}{\varepsilon_n\,\vartheta\,J_1^2(\varepsilon_n)}\, J_0\left(\varepsilon_n\, x^{\frac{3}{2}}\right), \\[2ex] \bar{\varrho}(x) = \displaystyle\int \varrho(x, v)\,dv = \frac{8N_0\sqrt{x}}{\lambda\sqrt{2\gamma}} \sum\limits_n \frac{J_1(\varepsilon_n\,\vartheta)}{\varepsilon_n^3\,\vartheta\,J_1^2(\varepsilon_n)}\, J_0\left(\varepsilon_n\, x^{\frac{3}{2}}\right). \end{cases}$$

---

1) De electronen, die bij een bepaalde x ontstaan, hebben nu een beginsnelheid $v = \sqrt{2\gamma x}$.

2) A_n zou oneindig worden, wanneer men in formule (7) behalve J_0 ook N_0 erbij genomen had.

3) Formule (9) voldoet ook aan den eisch, dat voor $x = 0$, $y = 0$ wordt.

Voor kleine ϑ (b.v. $\vartheta = 0{,}01$) is deze laatste vergelijking practisch gelijk aan (1).

De snelheidsverdeeling is numeriek gemakkelijk te vinden, voor $x = 1$ is ze:

$$V(1, y) = B \sum_n e^{-\frac{3\lambda^2 \varepsilon^2_n}{4a} y} \frac{J_1(\varepsilon_n \vartheta)}{\vartheta J_1(\varepsilon_n)},$$

waarbij B een constante is. V hangt slechts af van $\lambda^2 y/a$. Fig. 2 geeft V als functie van y.

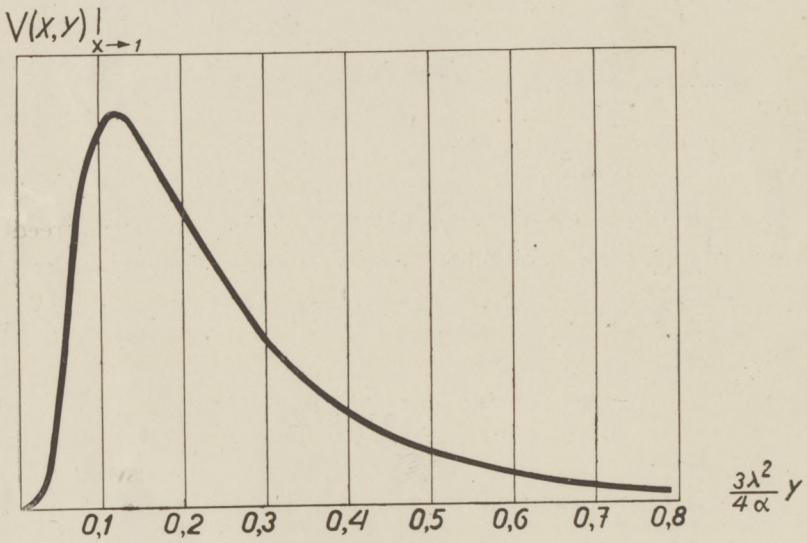


Fig. 2.

Verder wordt:

$$\frac{\overline{\triangle v^2}}{2\gamma} = \bar{y} = \frac{\int y\, V(1, y)\, dy}{\int V(1, y)\, dy} = \frac{a}{3\lambda^2},$$

hetgeen men vindt door de integralen numeriek uit te rekenen. Deze uitkomst is in overeenstemming met formule (3).

§ 4. Ook een ander geval dan het in § 3 genoemde, is eenvoudig uit te rekenen. Wanneer wij het veld tusschen de platen zwak en

de vrije weglengte klein maken, dan zal het mogelijk zijn, dat de electronen van plaat A komende, eerst versneld worden, dat dan in een bepaald gebied de gemiddelde snelheid constant blijft, zoodat daar de versnellende werking van het veld gecompenseerd wordt door de energie-verliezen bij de botsing. Deze stationaire toestand wil ik nader bekijken.

Wij zoeken dus een oplossing voor ϱ, die onafhankelijk van x is. Formule (5) wordt dan:

$$\varrho''_{vv} - \frac{\varrho'_v}{v}\left(3 - \frac{3a}{2\lambda^2\gamma^2}v^4\right) + \frac{\varrho}{v^2}\left(4 + \frac{3a}{\lambda^2\gamma^2}v^4\right) = 0,$$

met als bruikbare oplossing:

$$\varrho = C\,v^2\,e^{-\frac{3a}{8\lambda^2\gamma^2}v^4}. \tag{10}$$

C is een constante.

Deze toestand, waarbij ϱ slechts een functie van v is, treedt misschien op in de niet-lichtende zuil, zooals die onderzocht is door Güntherschulze[1]). In Neon vindt Güntherschulze een potentiaalgradient in de zuil van ongeveer 0,5 Volt/cm per mm gasdruk. De gemiddelde snelheid voor dit geval is, indien wij nemen $\lambda = 0{,}08$ cm, bij 1 mm gasdruk: 3,0 V.

Het verband tusschen het aantal electronen per cm³ ($\bar{\varrho}$) en den stroom per cm² (i) kunnen wij, indien deze snelheidsverdeeling optreedt, gemakkelijk aangeven. Immers [2])

$$\frac{i}{e} = \frac{2\lambda\gamma}{3}\int\frac{\varrho}{v}\,dv.$$

Men vindt nu gemakkelijk

$$\frac{\bar{\varrho}}{i} = \frac{3\,\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}{e\sqrt{\lambda\gamma}\,\sqrt[4]{6a}\,\sqrt{\pi}}. \tag{11}$$

In de niet-lichtende zuil in Neon krijgt men volgens (11) bij een electronenstroom van 0,02 Amp per cm² onafhankelijk van den

1) A. Güntherschulze, Zs. f. Phys. 22, 70, 1924.
2) Zie formule (8).

druk, een electronenconcentratie van 2.10^{11} per cm^3. Het ligt voor de hand, dit resultaat met concentratiemetingen aan gewone zuilen te vergelijken, hoewel de omstandigheden daar natuurlijk anders zijn dan in het berekende geval.

De Groot[1]) bepaalde aan een *Hg* zuil de concentratie der positieve ionen, die vrijwel gelijk is aan die der electronen en vond bij een stroom van 0,02 Amp per cm^2 en een druk van 3 mm *Hg* 1,6 — $3,2.10^{10}$ ionen per cm^3. Dit getal is inderdaad van dezelfde orde van grootte als de berekende electronen-concentratie in de Neonzuil.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

Eindhoven, 2 November 1929.

1) W. de Groot, ZS. f. Phys. 50, 559, 1928 en 55, 52, 1929.

EEN NIEUWE METHODE, OM MET BEHULP VAN RÖNTGENSTRALING KRISTALSTRUCTUREN TE ONDERZOEKEN

door W. LINNIK

Uit de „volledige diagrammen", zooals die verkregen worden met behulp van de door Schiebold[1]) uitgewerkte methode, waarbij het kristal gedraaid wordt, kan men over de symmetrie van het gebruikte kristal niet oordeelen, omdat slechts om één as gedraaid wordt. Wel wordt dit mogelijk aan de hand van de hier beschreven diagrammen, waarbij het kristal om twee loodrecht op elkaar staande assen gedraaid wordt.

Een klein kristal, dat vast verbonden is met een photographische plaat, wordt om een verticale as heen en weer geschommeld. Dit kan op vrij eenvoudige wijze bereikt worden [2]). Tegelijkertijd wordt het geheele systeem van kristal met photographische plaat ook nog om een horizontale as, die steeds loodrecht op de plaat staat, over een bepaalden kleinen hoek gedraaid. Het snijpunt van beide assen moet binnen het kristal vallen.

Een bundel Röntgenstralen valt door een kleine opening in een diaphragma op het kristal, en vandaar op een klein stilstaand scherm. Het snijpunt der beide draaiïngsassen moet binnen den Röntgenstralenbundel vallen. Alleen die stralen, welke in het kristal gereflecteerd worden, kunnen de photographische plaat bereiken. De primaire straal valt op het vaste scherm.

Tijdens de draaiïng van het systeem, uit kristal en plaat bestaande, om een horizontale as over 180°, doorloopt de stralenbundel ten opzichte van het kristal alle mogelijke richtingen, ingesloten binnen een bepaalden ruimtehoek, waarvan de top in het snijpunt der draaiïngsassen ligt. Dientengevolge wordt op de plaat, zoodra voor een der kristalvlakken aan Bragg's voorwaarde

---

1) E. Schiebold, Zs. f. Phys. 9, 2, 180 (1922).

2) De constructie van het toestel zal in een artikel, dat in Zs. f. Physik verschijnen zal, nader worden beschreven.

$$2d \sin \vartheta = \lambda n$$

voor den straal voldaan is, een spoor van den reflecteerenden straal vastgelegd.

Het resultaat is een diagram, opgebouwd uit kegelsneden, waarvan ligging en lengte bepaald worden door de ligging der kristalvlakken, door de roosterconstante d, en de golflengte van den invallenden straal. Het diagram is dat van het reciproke kristalrooster.

Wanneer wij het scherm, dat den primairen straal opvangt, vervangen door een diaphragma met kleine opening, en het apparaat nu om een horizontale as draaien, dan krijgen wij op de plaat een cirkel te zien, waarvan het middelpunt het snijpunt van de draaiingsas met de plaat is.

Uit den gemeten afstand van een bepaalde lijn tot het middelpunt van den cirkel en de lengte van die lijn, kunnen de ligging van het kristalvlak, waaraan die lijn beantwoordt, en ook de roosterconstante d bepaald worden.

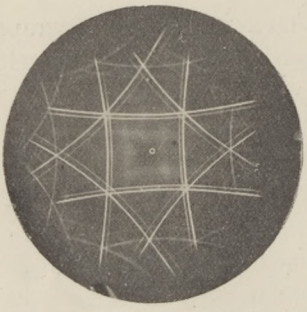


Fig. 1. Klipzout.

Fig. 2. Kwarts ⊥ opt. as.

Maakt de horizontale as met de symmetrie-as van het kristal een kleinen hoek, dan ontstaat een symmetrische figuur, die gevormd wordt door een schaar van hyperbolen, beantwoordend aan de vlakken, die aan de symmetrieas evenwijdig loopen. Door meting van den afstand tusschen het centrum van symmetrie van deze figuur en de draaiïngsas van de plaat kan de ligging van de symmetrie-as in het kristal zelf vrij nauwkeurig worden bepaald.

Figuur 1 geeft de opname van een klipzoutkristal. De cirkel in het centrum komt met de draaiïngsas overeen. Uit de meting van den afstand van cirkel en centrum van symmetrie blijkt, dat de symmetrieas van het kristal een hoek van 2,9° maakt met de draaiïngsas.

Figuur 2 geeft de opname van een kwartsplaat, gesneden loodrecht op de optische as, weer. Duidelijk is hier de drietallige symmetrie van het kristal te zien.

Figuur 3 is wederom de opname van een kwartsplaat, nu echter loodrecht op de electrische as gesneden. De lijnen *b* en *b'* in deze figuur beantwoorden aan de lijnen *n* en *n'* van figuur 2.

Fig. 3. Kwarts ⊥ elec. as.

Fig. 4. Kwarts // prismavlak.

Figuur 4 is een opname van een kwartsplaat, evenwijdig aan een prismavlak gesneden. Hier correspondeeren de lijnen *c* en *c'* met de lijnen *a* en *a'* van figuur 2.

De hier besproken Röntgendiagrammen zijn verwant met die diagrammen, welke K i k u c h i in zijn bekende werk over de breking van electronenstralen [1]) verkregen heeft, en die daar als *P*-diagrammen worden aangeduid.

Leningrad, 7 Jan. 1930, Staats-Instituut voor Optica.

1) Jap. Journal Phys. 5, 83, 1928.
Zie ook mijn artikelen: Ueber die Beugung von Röntgenstrahlen an einer sehr dünnen Kristallplatte. Zs. f. Physik **57**, 9, 667 (1929).

BOEKBESPREKING

A. Sommerfeld, **Atombau und Spektrallinien, Wellenmechanischer Ergänzungsband,** 351 blz., 30 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 12, geb. R.M. 14,50.

Sommerfeld stelt zich in dit werk ten doel de nieuwste ontwikkeling der atoomphysica sinds 1925 te schetsen. Het boek is min of meer als een aanvulling van de 4e editie van zijn bekende leerboek gedacht. Het woord „Wellenmechanisch" in den titel wijst er reeds op, dat hij de golfvergelijking van Schrödinger aan de behandeling ten grondslag heeft gelegd; de stof brengt echter met zich mee, dat ook de matrixmethode van Heisenberg, Born en Jordan besproken wordt. Het werk is in twee groote hoofdstukken verdeeld: I. Einführung in die Wellenmachanik. Grundlagen und einfachste Anwendungen; II. Störungs- und Beugungsprobleme. Das Kreiselelektron.

Een geweldige hoeveelheid stof is in deze twee hoofdstukken op bewonderenswaardige wijze verwerkt. Waar dit noodig was worden de resultaten van recente proefnemingen (b.v. van Davisson en Germer en van Kirchner) vermeld en met de theorie vergeleken. Op enkele gebieden is de theorie verder of anders uitgewerkt, dan tot dusver in litteratuur geschied was (verdeeling over de richtingen van de bij het photo-effect uitgeworpen electronen; behandeling van Dirac's theorie van het electron). De taak om een leerboek over de quantummechanica te schrijven, waarin zoowel de aandacht aan algemeene als aan bijzondere vragen wordt gewijd, is op het huidig tijdstip uiterst moeilijk. We moeten Sommerfeld er uiterst dankbaar voor zijn, dat juist hij die taak heeft willen aanvaarden, en het werk, zooals het thans voor ons ligt, zal vele wenschen van hen, die zich op 't gebied der nieuwste atoomtheorie wenschen te oriënteeren, bevredigen.

Vooral de grondige uiteenzetting van de wiskundige methodes, die bij de oplossing der vergelijking van Schrödinger toegepast worden, dient geprezen.

Nu ik op deze wijze mijn groote waardeering voor Sommerfeld's werk zoo eerlijk mogelijk onder woorden heb gebracht, zij het mij geoorloofd ook op eenige gebreken te wijzen die het m. i. aankleven. Het physisch inzicht verschuilt zich teveel achter de eruditie van den schrijver. Er wordt ontstellend veel gerekend, en er wordt uitgelegd hoe het resultaat dier rekeningen met de metingen der verschijnselen in verband is te brengen, maar een duidelijke, „einheitliche" physische opvatting van den zin der

quantummechanische formules, waarnaar de niet ter zake kundige lezer gretig zal zoeken, komt niet of slechts gebrekkig tot uiting. Al wordt de correspondentie met de klassieke electronentheorie wel hier en daar vermeld, de primaire rol die de klassieke begrippen noodzakelijkerwijze spelen komt niet tot zijn recht. Physische en mathematisch-technische kwesties worden althans voor mijn gevoel niet zuiver uit elkaar gehouden. Vooral de discussie van Schrödinger's oorspronkelijke opvatting van de „uitgesmeerde" ladingen der electronen, in verband met de kwestie van de spontane stralings-overgangen, moet den lezer onbevredigd laten.

Afgezien van de zooeven aangeduide algemeene bezwaren, waarvan ik voorzie dat lezers met een anderen persoonlijken smaak ze wellicht minder sterk zullen voelen, zijn er nog enkele punten van meer technischen aard, waartegen ik een meer objectieve kritiek meen te moeten richten. In kap. I, § 12, meent de schrijver ten onrechte, dat hij de mathematische bezwaren, die aan de zgn. benaderingsmethode van Wentzel en Brillouin aankleefden, uit den weg heeft geruimd. Het eigenlijke en interessante karakter dezer methode komt in 't geheel niet tot uiting; zoo zal het den lezer opvallen, dat er voor de juistheid van verg. (10) op blz. 160 niet het minste argument in den text voorkomt. In kap. II, § 1, waar over de storing van ontaarde systemen gesproken wordt, zijn de formules (26), die de golffuncties in hoogere benadering bepalen, en die indertijd door Schrödinger gegeven werden, onjuist. Bij de behandeling van het photoeffect in kap. II, § 4, is de onverwachte invoering van een het atoom verlatenden electronenstroom op blz. 210 niet zonder meer te rechtvaardigen en precies bezien ook niet juist. (Op de juistheid van de latere formules voor de afhankelijkheid der photo-electronen van de richting heeft dit gelukkig geen invloed). Hiermee hangt samen dat de juiste behandeling en discussie van de continue energie-spectra nergens gegeven of aangeduid is. Aan de behandeling van Dirac's theorie van het magnetische electron, die tot de oude formule van Sommerfeld voor de fijnstructuur v. h. waterstofspectrum leidt, zijn niet minder dan 39 blz. gewijd. Bij alle waardeering voor den nieuwen en zeer interessanten aard dezer behandeling, komt het mij toch voor, dat de rol, die de „electronenspin" bij de verklaring der spectra speelt (multiplets, Zeeman-effect) niet duidelijk in 't licht gesteld is, d. w. z. dat de approximatieve, niet relativistische, behandeling van de wisselwerking van een aantal electronen met „spin", die toch zoo'n groote rol speelt bij de verklaring van tallooze eigenschappen der spectra, veronachtzaamd is. Ten aanzien van dit punt dient echter vermeld, dat de schrijver zelf in het voorwoord zijn leedwezen er over uitspreekt, dat plaatsruimte en tijd hem niet toelieten de systematiek der spectra vanuit quantummechanisch standpunt opnieuw te bewerken. H. A. K.

Emil Warburg. **Lehrbuch der Experimentalphysik für Studierende.** 21 und 22 völlig neubearbeitete Auflage. 482 blz., 453 fig. — Theodor Steinkopf. Dresden. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 14; geb. R.M. 15.80.

Wanneer men een boek ter bespreking krijgt, dat reeds den 21sten en

22sten druk beleeft, dan zou men allicht denken: daar is niet veel anders dan goeds van te vertellen.

Maar hier heb ik vergeefs mij afgevraagd, wat voor goeds ik er van vertellen kan. Ik kan mij voorstellen, dat in 1893, toen de eerste druk van dit werk verscheen, het een heel verdienstelijk boek was voor „Experimentalphysik".

Is het dan niet met zijn tijd meegegaan? Worden de moderne onderwerpen er dan nu niet in behandeld?

Men oordeele zelf: Bij het bovengenoemde getal van 482 blz. (daar zie ik een gunstig teeken, n.l. dat het niet te dik is geworden)bevat het werk 963 paragrafen. Hoe groot deze zijn moge uit het volgende blijken:

945 Allgemeines Prinzip der Quantentheorie.
946 Emission und Absorption der Strahlung.
947 Absorption nach der Lichtquantenhypothese.
948 Photochemie.
949 Theorie der Lichtelektrizität.
950 Quantenbeziehung bei der Emission der Röntgenstrahlen.
951 Comptoneffekt.
952 Die Quantentheorie und das Gesetz gleicher Energieverteilung.
953 Atomwärme.

U ziet, het moderne is toch wel aanwezig. Ja, maar gecomprimeerd zijn deze 9 paragrafen op 3½ *bladzijde*. En dit is maar één voorbeeld uit vele. Als iemand alleen het register zag, zou hij verbaasd staan, dat er zooveel in dit boek staat, maar als hij dan opzoekt: Stralingsdruk, dan vindt hij 10 regels; kerneffect: 3 regels, enz.

En dan gaat men zich vragen: „Voor wie is toch zoo'n boek?" „Für Studierende", staat op den omslag. Ja maar als men uit dit boek zijn physica moet leeren, dan komt er, naar ik vrees, weinig van terecht.

Nu komt de bekentenis van het euvel gedeeltelijk in het voorwoord voor deze uitgave: „Indem in die letzen Auflagen neue Tatschritte jedesmal eingefügt wurden, ging der systematische Zusammenhang vielfach verloren".

Maar dit heet een „völlige Neubearbeitung". Maar moet dan al het oude toch maar behouden blijven? Waarom geen nieuwe figuren (bijv. fig. 440)?

Van een „Neubearbeitung" is niet veel te bemerken. Dat vereischt veel meer, dan enkele onderwerpen uit de moderne physica kort bij elkaar te zetten. Er is sinds 1893 toch ook op allerlei terreinen der „Experimentalphysik" veel veranderd. Het boek maakt zoo'n hopeloos ouderwetschen indruk. Ook de geschiedkundige overzichten, die telkens gegeven worden, zijn niet bij. Die van de warmteleer eindigt met Regnault; die van de optica met Abbe.

Het spijt me, dat ik er niets beters van kan zeggen. Het geheel maakt den indruk, dat het in zijn tijd (in de eerste drukken) een goed boek is geweest, maar dat het zijn roem heeft overleefd, doordat het wel in schijn, maar niet in wezen met zijn tijd is meegegaan. T. v. L.

Roland Weitzenböck, **Der vierdimensionale Raum**. Die Wissenscha t, Bd. 80, 142 blz., 52 fig. — Friedr. Vieweg, Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 9. Geb. R.M. 10.50.

Dit geschrift is gedeeltelijk van mathematischen, gedeeltelijk van historischen en bespiegelenden aard. De schrijver beschouwt het mathematische gedeelte blijkbaar niet als het voornaamste (met hoeveel zorg dit ook bewerkt is): zijn doel is (p. VI) „darzulegen, in welcher Weise die Idee eines vierdimensionalen Raumes die Tätigkeit des menschlichen Geistes bis jetzt zu beeinflussen im Stande war", waarvoor „natürlich ein mathematisches Fundament notwendig" was. Nadat dit fundament in de drie eerste hoofdstukken („Die Grundlagen", „Das Feenreich der Geometer" en „Raum und Zeit") gelegd is, volgen, ongeveer evenveel ruimte innemend: „Der R_4 und andere Wissensgebiete" (t.w. Physik, Chemie, Astronomie, Religion, Spiritismus, Metaphysik, Mystik; hierbij ook de §§ „Der R_4-Mensch" en „Der R_4 und das Leben") en „Der R_4 in der phantastischen Literatur"; benevens een lijst van geciteerde werken, voorts naam- en zaakregister. Historisch-mathematische beschouwingen treft men aan in Hfdst. I, waar een aantal namen worden genoemd met Fermat als eersten en Brouwer als laatsten.

Dat over het mathematische gedeelte niets dan goeds gezegd kan worden spreekt welhaast vanzelf. Alleen zou de vraag gesteld kunnen worden (een dergelijke vraag past bij zeer vele populair-wetenschappelijke, door wetenschappelijke coryphaeën geschreven werken) of de lezers zich nu werkelijk zullen kunnen voorstellen hoe b.v. R_4-oogen van diverse soorten (p. 32—39) de wereld zouden zien. Stellig zal de lezer echter wel door den schrijver overtuigd worden van het onzinnige der ingebeelde 4-dimensionale visie van sommige liefhebbers van „occult experiences" (p. 33—34). In het genoemde hoofdstuk „Raum und Zeit" blijkt dat de schrijver in de algemeene relativiteitstheorie geen vervulling ziet van het streven om een objectief bestaande 4-dimensionale wereld te ontdekken. Hij besluit: „Die vierte Dimension wird uns also von der Relativitätstheorie nicht beschert, und die Frage nach einem vierdimensionalen Raume bleibt bestehen". Dit is misschien min of meer een quaestie van smaak: indien men met *deze* 4-dimensionale wereld niet tevreden is, zoo vrees ik dat men niet slechts naar „unsere gegenwärtige Erfahrung" maar algemeen zal moeten zeggen: „Es gibt keine vierte Dimension" (p. 8).

Op glad ijs begeeft zich m.i. de schrijver wanneer hij — zeer terloops — beweert (p. 6, 54, 104, 105) dat Plato en Aristoteles het begrip vierde afmeting zouden hebben gekend [1]). Dat er enkele min of meer mystieke schrijvers zijn die dit beweren beteekent niet veel. Uit de werken van Plato zelf blijkt het geenszins: men leze de bekende plaats (De Republica, cap. 7) over de holbewoners, die hier aangevoerd wordt, maar eens over, dan zal men zien dat het zeer geforceerd is daaruit eenig vermoeden van het bestaan van een vierde afmeting te construeeren. Wat Aristoteles betreft wordt gezegd (p. 105): „Bei Aristoteles sind es nach Hinton dessen Ansichten über die, unabhängig von ihrer physischen Umgebung

1) P. 6 is dit uitgedrukt in de vrij stellige woorden: „Plato hat wahrscheinlich diesen Begriff gekannt".

schaffende, unsterbliche Seele[1]) und über den Substanzbegriff, die ihn in die unmittelbare Nähe der Erkenntnis des R_4 führten". Men ziet dat dit geen citaat van Aristoteles zelf is: een zoodanige algemeene uitspraak bewijst niets. Hoe weinig, zelfs bij een veel meer mathematisch aangelegd filosoof dan Aristoteles, het aannemen van het objectief bestaan eener hoogere, voor ons onwaarneembare „kracht", met het begrip „vierde afmeting" te maken heeft, ziet men duidelijk uit de beschouwingen van den Aristoteles vereerenden Leibniz: deze beweert dat het verstand in staat is dit hoogere element te vatten juist *door alle geometrische verbeelding te laten varen*, b.v. in de verhandeling „De ipsa natura sive de vi insita" van 1698 waar hij zegt: „Haec autem vis insita distincte quidem intelligi potest, sed non explicari imaginabiliter; nec sane ita explicari debet, non magis quam natura animae; est enim vis ex earum rerum numero, quae non imaginatione sed intellectu attinguntur".

De „älteste Stelle" waarin (afgezien dan van Plato en Aristoteles) de „R_4 als Geisterwelt oder auch als Welt des menschlichen Geistes schlechthin" wordt beschouwd zou voorkomen bij den Engelschen schrijver Henry More in 1671. Of dit werkelijk de oudste plaats is (waarom worden niet More's eigen woorden aangehaald?) mag betwijfeld worden; immers volgens de „First Sketch of English Literature" van H. Morley (Cassell and Co. London, 1901) is H. More (p. 569—570) de „last representative" van het „Platonism" dat in den renaissance-tijd „had been a living influence upon Europe"; een zeer oorspronkelijk denker schijnt hij dus niet geweest te zijn. Bovendien hebben op hem als schrijver van „The Threefold Cabbala" blijkbaar nog geheel andere invloeden dan die van Plato gewerkt. Het mysticisme is geen product van den geest der klassieke Grieksche schrijvers. J. A. V.

Hugo Bergmann, **„Der Kampf um das Kausalgesetz in der jüngsten Physik"**, Samml. Vieweg, Heft 98, 78 blz. — Vieweg & Sohn, Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 4,50.

De schrijver dezer brochure[2]) wijst in de eerste plaats op de „überragende Rolle" welke „in der Physik die *Deutung* der Tatsachen spielt" (p. 1), zooals dit bij de leer van Einstein gebleken is waar „ein Begriffssystem" in de wereld „hineindefinirt" wordt; voorts betoogt hij dat de filosofie — hoewel de nieuwste beschouwingen der physici een „ungemein starke philosophische Bewegung hervorgerufen" hebben (p. 1) — hare zelfstandigheid niet kan prijs geven: „der « reine » Begriff wird dadurch nicht leer dass er dem Physiker, der ihn nur in empirischem Gewande kennt und gebraucht, als leer erscheint" (p. 5); dit geldt o.a. van de strenge causaliteit: „Das

1) De „unsterbliche Seele" speelt, zooals men weet, bij Plato een groote rol; maar bij Aristoteles komt dit begrip slechts een enkele maal, en zeer terloops, voor.

2) Geschreven in 1928 te Jeruzalem (Hebreeuwsche Universiteit) met een woord van Einstein vooraf, waarin deze zijne voldoening te kennen geeft over het feit dat een „Fachphilosoph", nu „die Physik unserer Tage unter dem Einflusse der Tatsachen der Atomphysik an der Durchführbarkeit einer strengen Kausalität ernsthaft zweifelt", „das Problem analysiert".

Kausalgesetz als . . . . oberste kategorielle Voraussetzung kann weder bewiesen noch widerlegt werden". Toch meent hij dat ten behoeve der physici eene „Auflockerung des Begriffs der Kausalität" (p. 6) mogelijk is; hij houdt dus (p. 28) „die Ersetzung des physikalischen Determinismus durch den Indeterminismus für zulässig"; maar van harte gaat dit niet, daar hiermede (p. 28) „ein Asyl der Unwissenheit aufgetan" wordt. Hij blijft de zaak blijkbaar zonderling vinden al legt hij er zich (voorloopig?) bij neer, blijkens zijne woorden (p. 58): „Wenn die Natur wirklich so beschaffen wäre, dass sie nicht vom strengen Kausalgesetz, sondern vom elastischen Wahrscheinlichkeitsgesetz regiert wird, so wird man eben diese Sonderbarkeiten in Kauf nehmen müssen". Vandaar dan ook dat hij aan de beide eerste hoofdstukken („Kausalität" en „Wahrscheinlichkeitszusammenhang") er nog twee toevoegt („Teleologie in der Physik?" en „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Willensfreiheit") waarin hij waarschuwt tegen de mogelijkheid dat men van het geopende „Asyl der Unwissenheit" een ongeoorloofd gebruik zal maken. Hoewel dus de toevoeging dezer beide hoofdstukken begrijpelijk is, komt het mij toch voor dat de schrijver zich hier van de nieuwste physische theorieën min of meer als een springplank bedient om weer in de arena der oude philosophische schooldisputen terecht te komen, waar hij dan tegen eenige andere philosophen misschien (wie zal het met zekerheid zeggen?) zeer verdienstelijk worstelt.

Wat het eerstgenoemde punt betreft de schrijver vergelijkt verschillende theorieën terecht met verschillende talen. Hij zegt terecht dat deze theorieën geen ficties noch conventies zijn; de wetenschap is geen fotografie maar „Deutung der Wirklichkeit", zoodat men (p. 2) met Planck kan zeggen: „dass alles auf den gewählten Ausgangspunkt ankommt; denn aus Nichts wird Nichts, ohne bestimmte Voraussetzungen lässt sich überhaupt nichts folgern". Maar hoezeer dit waard is gezegd en herhaald te worden, er mag ook wel op gewezen worden dat dit geen inzicht is in den laatsten tijd verkregen. Men vergelijke b.v. de uitspraak van Chr. Huygens n het binnenkort verschijnende deel XVI der „Oeuvres complètes" (p. 114): „nisi principium ponatur nihil demonstrari potest", en zie hoe hij vóór het schrijven zijner Botsingstheorie zich afvraagt wèlke Hypotheses hij nu eigenlijk voorop zal stellen om het overige daaruit te bewijzen. Ook hier wordt naar aanleiding der waarneming een „Begriffssystem" in de wereld „hineindefinirt", zooals het gezond verstand leert dat men doen moet, maar zooals het toch weinigen gegeven is met succes te doen.

Eigenaardig is nog in de brochure § 7 (p. 14) en volg., waar de schrijver, uitgaande van het denkbeeld dat „sämtliche Prozesse in der Welt, wie die mechanische Physik annimmt, umkehrbar sind" betoogt dat „Ursache und Wirkung durch ihren Stellenwert in der Zeitfolge allein zu unterscheiden sind", wel te verstaan alleen in de ideale physica „in welcher das Bewusstsein vollständig ausgelöscht ist", wat de schrijver zelf intusschen (p. 25) een onbereikbaar ideaal noemt. Juist omdat dit slechts een ideaal is, kan ik niet gelooven aan de waarheid van wat de schrijver op p. 24 zegt: „Der materielle Vorgang ist uns in die Vergangenheit hinein ebenso unbekannt wie in die Zukunft. Und nicht aus ihm, nicht aus der kausalen Vergangenheit

des Steines vor uns erschliessen wir die Geschichte". Het komt mij voor dat, wanneer men, zooals juist in den laatsten tijd mogelijk is geworden, den ouderdom van gesteenten bepaalt met behulp van de kleine hoeveelheden radioactieve stoffen (of liever helium en lood) die zij op verschillende punten bevatten, zeer bepaaldelijk „aus der kausalen [1]) Vergangenheit des Steines" zijn geschiedenis opgebouwd wordt, en dat men dit voor het verleden veel beter kan doen dan voor de toekomst. J. A. V.

R. H. Fowler, **The passage of electrons through surfaces and surface films** (Robert Boyle Lecture). 21 blz., 12 fig. — Oxford university Press. London. 1929. Prijs 1 sh. ned.

Deze brochure bevat nog geen 16 bldz. druks, het is een lezing gehouden voor de studenten te Oxford van het type zooals ze ook ten onzent voor de faculteitsvereenigingen gehouden worden. De aanwezigheid van studenten van verschillende studierichtingen verbiedt het dieper ingaan op allerlei kwesties, de beweringen zijn min of meer apodictisch. Aan de andere kant worden de resultaten met groote duidelijkheid samengevat. Zoo ook hier in deze lezing over de quantummechanische theorie van de electronenemissie van metalen. D. C.

1) Waarbij natuurlijk, om de terminologie van den schrijver te bezigen, „gelockerte Kausalität" bedoeld is.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

E. A. Milne, The aims of mathematical Physics, an inaugural lecture, 28 blz. — The Clarendon Press. Oxford. 1929. Prijs 2 sh.

Adam Hilger, Spectrographic outfits for metallurgical Analyses, 38 blz., vele fig. — Adam Hilger. London. 1929.

Adam Hilger, The practice of Spectrum analysis with Hilger instruments, 4th edition, 38 blz., 4 fig. — Adam Hilger. London. 1929.

R. W. M. Gibbs, The adjustments of errors in practical Science, 112 blz. — Oxford University Press. London. 1929. Prijs 5 sh.

C. A. Crommelin, Het lenzenslijpen in de 17e eeuw, 45 blz., 29 fig. — Paris. Amsterdam. 1929. Prijs *f* 1.90.

Everh. Bouwman, Natuurkundige vraagstukken, 12de, herziene druk, 159 blz. — Wolters. Groningen. 1929. Prijs *f* 1.80, geb. *f* 2.10.

Richard Ruedy, Bandenspektren auf experimenteller Grundlage, Sammlung Vieweg, heft 101/102, 122 blz., 59 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1930. Prijs R.M. 9.60.

 Afgedrukt 17 Februari 1930

OVER DE CONTINENTENDRIFT VOLGENS WEGENER

door U. Ph. LELY

Summary.

An experiment with a revolving basin with water is given for demonstrating the twisting effects of the rotation of the earth on the floating continents. — Epstein's formula for calculating forces parallel to the equator seems to be erroneous. A remark is made about the orientation of sunspots. The curious phenomenon of the unequality of the mass of a floating body and that of the fluid displaced is mentioned. It may be easily demonstrated by experiment. Curious influences of capillarity of the curved surface are discussed.

In dit tijdschrift schreef ik in 1927, blz. 278—291, over een proef met een draaienden bak met water, waarmede de krachten gedemonstreerd worden, welke oorzaak kunnen zijn van de continentendrift. Een drijvend voorwerp, waarvan het zwaartepunt lager ligt dan het zwaartepunt van het verplaatste water, beweegt zich poolvliedend, dat met een zwaartepunt hooger gelegen dan dat van het verplaatste water, beweegt zich poolzoekend.

In het boekje van Dr. Alfred Wegener, Die Entstehung der Kontinente und Ozeane, van 1929, is op pag. 178 deze proef beschreven, onder verwijzing naar het artikel in Physica; ook leest men in dit boekje, dat Eötvös in 1913 reeds sprak van kromming der zwaartekrachtlijnen, welke de mede wentelende beschouwer op aarde waarneemt.

W. D. Lambert vermeldt in The American Journal of Science, Vol. II, Sept. 1921, pag. 129—158, dat de poolvliedende krachten voor een op een vloeistofmassa drijvend voorwerp, gekromd volgens het oppervlak van de aarde, maximaal zijn bij ongeveer 45° Noorder- of Zuiderbreedte, met het resultaat, dat een lange balk op breedten tusschen den Aequator en die van 45° met zijne lengterichting gaat liggen in de richting Oost-West, op hoogere breedten echter Noord-Zuid.

Onbekend met deze uitspraak kwam ik tot hetzelfde resultaat, op grond van eene experimenteele waarneming; de verklaring van de waarneming bracht mij tot dezelfde zienswijze als L a m b e r t.

Werpt men namelijk een langwerpig stukje hout in een met constante snelheid wentelenden bak met water (de as is verticaal), dan bemerkt men eerstens — dit beschreef ik reeds vroeger — dat het houtje de pool zoekt, maar bovendien stelt het zich in, lang voordat de pool bereikt is, loodrecht op het vlak door de wentelingsas en het midden van het houten staafje.

Omgekeerd zal het balkje zich instellen in eene richting, waarbij het verlengde van den balk gaat door de as, als het zwaartepunt[1]) van den balk lager ligt dan dat van de verplaatste vloeistof; en de beide beschreven toestanden keeren ieder om, wanneer het gebied, waarbij de maximale poolvliedende of poolzoekende krachten worden aangetroffen, wordt gepasseerd.

Dit gebied vindt men daar, waar de normaal van de paraboloïde, volgens welke het wateroppervlak zich bij hooge benadering instelt, een hoek van 45° met de wentelingsas maakt.

Immers zal een balk, die dichter bij de pool is dan het zooeven vermelde kritische gebied aan het uiteinde, dat van de pool het verst verwijderd is, sterker naar de pool gedreven worden dan aan het andere uiteinde; het balkje zal dus kantelen, zooals beschreven werd.

Er zijn echter ook nog andere interessante dingen aan de beweging van dit balkje verbonden.

Ten eerste is de massa der verplaatste vloeistof niet gelijk aan de massa van het drijvende voorwerp, daar de twee massa's zich op verschillende plaatsen in het niet homogene krachtenveld bevinden. Het zwaartepunt van den drijvenden houten balk ligt „hooger" dan dat van de verplaatste vloeistof; de massa van den balk is dichter bij de as, en in een gedeelte van het schijnbare centrifugale zwaartekrachtsveld met zwakkere intensiteit; waren de massa's van den balk en van de verplaatste vloeistof gelijk, dan zou de „opwaartsche" stuwing door de verplaatste vloeistof te groot zijn; de balk gaat daarom wat hooger op het water drijven dan in een homogeen zwaartekrachtsveld.

---

1) Streng genomen kan men eigenlijk niet van het zwaartepunt spreken, daar de krachtvelden niet homogeen zijn. Voor het volgende heeft het echter geen bezwaar zooals de berekening ook doet zien.

De boot met het laag liggende zwaartepunt daarentegen zinkt wat dieper in het water; en het kan zoo erg worden, dat het voorwerp zinkt, om op een zekeren afstand van de as te blijven zweven, geheel ondergedompeld; onder water zal het zich ten slotte in eene richting evenwijdig aan de as verplaatsen, daar het zwaartekrachtsveld der aarde homogeen is; het teveel verplaatste water stuwt het voorwerp dan omhoog. Ook deze zaak laat zich experimenteel mooi bevestigen.

Ten tweede wordt de lange balk bij het naderen van de pool met het midden uit het water getild, ten gevolge van de daar aanwezige grootere kromming van het oppervlak; de uiteinden duiken dan onder; en als we dan de krachten, die naar de pool drijven, berekenen, vinden we, dat haar waarden sneller tot nul naderen dan voor een balk, die zich buigzaam naar het gekromde wateroppervlak voegen zou. De pool wordt daarom te moeilijker bereikt.

Prof. Dr. P. Ehrenfest maakte mij opmerkzaam op den mogelijken invloed van de capillaire werking van het door de wenteling gekromd zijn van het wateroppervlak; deze kromming is niet onaanzienlijk.

Zonder moeite beredeneert men, dat een drijvend voorwerp, waarvan een symmetrie-as loodrecht staat op den voerstraal van het midden van het voorwerp, gedreven wordt naar de plaatsen van het wateroppervlak, waar de kromming grooter is, indien het voorwerp door de vloeistof bevochtigd wordt. Er is daarom in den wentelenden waterbak een poolzoekende kracht.

De capillaire krachten keeren van richting om, indien het voorwerp niet door de vloeistof bevochtigd wordt; het voorwerp vindt een evenwichtsstand, waar de som der capillaire krachten en de centripetale traagheidskrachten — als het zwaartepunt van het drijvende voorwerp „hoog" ligt — nul is.

Maar hiermede is de zaak niet afgeloopen. De capillaire werkingen zijn afhankelijk van de ligging van het voorwerp op het wateroppervlak, als we met een gerekt voorwerp, bijvoorbeeld een balkje, te doen hebben. Wordt het balkje bevochtigd door het water, dan treedt er een moment op bij eene ligging, die niet symmetrisch is ten opzichte van den voerstraal naar de pool; dit moment tracht het balkje te draaien in een stand, waarbij de langste as loodrecht op den voerstraal naar de pool staat. Bij niet-bevoch-

tigde voorwerpen is dit omgekeerd. Bij deze dingen geldt namelijk de eenvoudige regel, dat het bevochtigde voorwerp zoodanig draait, dat het normaalvlak door de lengte-as eene kleinste kromming heeft; bij het niet bevochtigde voorwerp is dit omgekeerd.

Ook deze koppels werken samen of tegenovergesteld aan de koppels ten gevolge van de traagheidswerkingen. Bij het bevochtigde balkje werken zij samen; de eindstand is loodrecht op het meridiaanvlak. Maar bij het niet bevochtigde balkje is er tegenwerking, eerstens van de naar de pool gerichte krachten en ten tweede van de koppels. Wat gebeurt er nu?

De capillaire krachten zijn evenredig met de krommingen of haar verschillen op verschillende punten van het oppervlak. De capillaire krachten, die loodrecht op de lengterichting van den balk werken, zijn bij een smal balkje betrekkelijk onafhankelijk van de dikte; die, welke in de lengterichting werken, zijn afhankelijk van de lengte en worden grooter met de grootere lengte.

De koppels zijn betrekkelijk onafhankelijk van de breedte, maar nemen toe met de lengte; zoowel de krachten in lengterichting als ook de koppels zijn in eerste benadering evenredig met de lengte.

De kromtestraal van het wateroppervlak bij de pool is gelijk aan g/ω^2, waarin g de versnelling van de zwaartekracht der aarde is en ω de hoeksnelheid. Daar alle parabolen gelijkvormig zijn en het oppervlak een omwentelingslichaam, zijn de krommingen op overeenkomstige punten evenredig met ω^2.

De krachten en de koppels zijn evenredig met ω^2; maar ook de traagheidskrachten en koppels zijn evenredig met ω^2. Men zou dus verwachten, dat het balkje zich bij alle hoeksnelheden òf loodrecht op het meridiaanvlak òf met zijne as in de richting van de pool zal instellen, als het dit bij eene hoeksnelheid doet; en als er een evenwicht wordt gevonden, waarbij de centripetale en centrifugale werkingen elkaar opheffen, bij eene bepaalde hoeksnelheid, dan zal dit bij alle hoeksnelheden gebeuren.

De proef laat nu iets heel eigenaardigs zien. Draait de bak langzaam, dan stelt zich de balk, die niet bevochtigd wordt, loodrecht op het meridiaanvlak in, en op een bepaalden afstand van de pool wordt een evenwicht bereikt. Dan vergroot men de hoeksnelheid en opeens begint de balk te draaien, totdat hij naar de pool wijst en hij beweegt zich daarna met eene behoorlijke snelheid centrifugaal naar den rand van den bak.

Dit moeten we nu als volgt verklaren: De krommingsverschillen nemen in de omgeving van de pool af, zij zijn daar evenredig met den afstand; op grootere afstanden echter zijn zij grooter dan evenredig met den afstand. De traagheidskrachten echter nemen af, evenredig met den afstand in de omgeving van de pool; door het meer onderdompelen der einden, nemen zij meer af dan evenredig met den poolsafstand. Er kan dus een evenwichtsstand zijn. De capillaire krachten overwegen temeer, naarmate de dwarsafmetingen kleiner zijn, daar de traagheidskrachten evenredig met het volume zijn, en de andere ongeveer evenredig met de lineaire afmeting.

Voor een niet te klein voorwerp is er daarom een evenwicht, zooals beschreven, mogelijk.

Nu gaat men de wentelingssnelheid grooter maken. De capillaire krachten nemen toe evenredig met ω^2; de traagheidskrachten op de, wat de gelijkvormigheid der parabolen betreft, overeenkomstige punten eveneens, ware het niet, dat op alle plaatsen de onderduiking der balkuiteinden ten gevolge van de kromming toeneemt; hierdoor toch nemen de traagheidscentripetale krachten af. Het evenwicht wordt dus zoo gestoord, dat de capillaire krachten gaan overwegen; afhankelijk van de lengte van den balk begint eerst het wentelen en daarna het poolvlieden. De physische figuren bij de veranderende hoeksnelheid zijn dan ook alleen gelijkvormig, wanneer men op het wateroppervlak let; de balk zelve doet niet aan de gelijkvormigheidstransformatie mede.

Is eenmaal de niet bevochtigde balk verder van de pool dan de punten van het vloeistofoppervlak, waarbij de normaal een hoek van 45° maakt met de wentelingsas, dan ondersteunt de capillaire werking de traagheidswerkingen; beide krachten wentelen den balk tot in het meridiaanvlak.

De capillaire werkingen spelen een rol bij de proef in het laboratorium, als de voorwerpen klein zijn. Maar bij grootere voorwerpen spelen zij geen rol meer.

Bij het vloeistofoppervlak, dat bol gekromd is en niet veel van den bolvorm afwijkt, zijn de krachten een maximum op ongeveer 45° breedte (zie L a m b e r t l.c.), zoodat dit een draaienden invloed heeft op een drijvend voorwerp. Een houten balk zal op hooger breedten dan 45° gaan staan in de richting Noord-Zuid; alleen wanneer het midden van den balk op de pool ligt, is er geen draai-

ende kracht. Beneden 45° breedte, het meest bij den Equator, is er een draaiende kracht, en de balk stelt zich Oost-West.

Het is jammer, dat ons goede Holland juist ligt op een gebied, waar de draaiende krachten uiterst gering zijn. Anders had ik het wel eens willen probeeren of een balk met hoog liggend zwaartepunt, na verloop van tijd zich instelt, zooals men verwacht op grond van het bovenstaande. Daar de krachten klein zijn, zal men ook hier met de capillaire krachten misschien rekening moeten houden; is men niet dicht bij de pool en niet dicht bij den Equator, dan moet de balk in het midden verankerd worden, maar ik ben dan bang, dat de proef niet overtuigend zou zijn, en een ijzergehalte mag ook niet aanwezig zijn, om magnetische richtkrachten te vermijden.

Wat heeft nu het voorgaande voor beteekenis voor de continentendrift?

Ten eerste: In de berekeningen in de litteratuur wordt de poolvliedende kracht wel juist berekend, maar zij is verborgen in wat veel wiskunde. Men komt echter tot het juiste bedrag van de poolvliedende kracht, wanneer men let op het teveel of te weinig aan verplaatste vloeistof ten gevolge van het niet homogeen zijn der krachtvelden. In een volgend artikel zal ik de berekeningen hiervan geven.

In het belangrijke en interessante artikel van P. S. Epstein, Die Naturwissenschaften, 192, pag. 499, wordt aan het slot een formule gegeven om de Westwaarts drijvende krachten van de continenten te berekenen.

De afleiding van de formule is niet gegeven: het wil mij voorkomen, dat in de eindformule een factor van de orde van grootte van $\frac{1}{1000}$ ontbreekt. Dit is met een eenvoudige rekening, waarbij het te veel of te weinig aan verplaatste vloeistof niet vergeten wordt, aan te toonen.

De krachten, welke Epstein's zienswijze voor verschuivingen parallel aan de equator aangeeft, zijn dus 1000 malen zoo klein. Zij kunnen geen rol spelen. Maar Epstein baseert zijn berekening op een symmetrische massaverdeeling in de aarde; slechts de continenten zelf veroorzaken een asymmetrie. De asymmetrie is in werkelijkheid heel wat grooter, zooals metingen van den aardvorm schijnen aan te wijzen. Het stellen van de symmetrie is toch eigenlijk onaannemelijker dan het niet-stellen daarvan. Ook de zon

vertoont blijkens de laatste onderzoekingen over het zonnemagnetisme een duidelijke asymmetrie van den inwendigen kern. Maar ik wil mij thans met deze zaak niet verder bezighouden.

Ten tweede: Men kan misschien op een taaivloeibare massa op continenten gelijkende drijvende voorwerpen aanbrengen en zoo een aan de aarde analoge figuur maken en eens kijken wat er gebeurt. De afbeelding zou dan analoog zijn aan de werkelijkheid aan de oppervlakte der aarde, daar er ook een gordel van maximale poolzoekende of poolvliedende krachten gevonden wordt. Zij zou een tegenstelling zijn, als de continenten afbeelding continenten met hoog liggende zwaartepunten had, daar de pool van de draaiende vloeistofoppervlakte correspondeert met den Equator van de werkelijkheid der aarde; de pool van den bak correspondeert echter met de pool van de werkelijke aarde, indien de zwaartepunten der continenten lager worden gekozen. Dan zou experimenteel zijn af te beelden, dat de ligging van de continenten, waarvoor de som der koppels nul is, ongeveer is, zooals het voorgaande verlangt. Men lette op Afrika; het Noordelijke stuk van Afrika ligt parallel aan den Equator; deze stand is in stabiel evenwicht; het Zuidelijke staat loodrecht op den Equator; deze stand is in labiel evenwicht, maar daar de massa van dit laatste stuk kleiner is en de afstand tot den Equator grooter — bij den Equator zijn de draaiïngskrachten het grootst — kan men zeggen, dat Afrika zich in stabiel evenwicht bevindt.

Dan lette men op Zuid-Amerika, dat door zijn typischen vorm eveneens in stabiel evenwicht verkeert.

De lange balk Azië-Europa is indifferent ten opzichte van deze dingen; de som der koppels zijn zoowat nul; en de poolvliedende krachten in samenwerking met de wrijvingsweerstanden zullen zoo op 't eerste gezicht geen koppels opleveren.

Het scheef liggende Amerika met zijn grooten kop is in wenteling. De opvatting, dat het continent Noord Amerika-Zuid Amerika bij Middel-Amerika wordt opengebogen, is hiermede in overeenstemming: Noord-Amerika is in draaiende beweging, Zuid-Amerika in stilstand ten opzichte van den Equator.

En eindelijk een nog andere vraag:

Zouden de zonnevlekken met haar waarschijnlijk ongelijk soortelijk gewicht, niet aan poolvlieden of poolzoeken doen?

Gemakkelijk zal, dunkt mij, een statistiek zijn op te maken omtrent de as van de zonnevlekken; dan moet men vinden òf dat de lange assen der zonnevlekken op kleinere breedten dan 45° parallel liggen aan den Equator, die op grootere breedte in een meridiaan vlak, òf omgekeerd, terwijl de lange assen in de omstreken van 45° een niet geprononceerden stand hebben. Belangrijke conclusies over soortelijke gewichten kunnen hieruit misschien worden afgeleid.

Maar de beantwoording van deze duistere vraag laat ik gaarne over aan de Heeren Astronomen, daar in mijn geliefd Gymnasium mijn onderzoek zich niet verder uitstrekt dan tot mijn simpelen wentelenden bak met water, ofschoon men zich zou kunnen laten verleiden, op grond van deze ervaringen, tot het oprichten van eene scheepvaartmaatschappij, die van hare booten bij den Equator het zwaartepunt omlaag bracht, bij de polen omhoog, om aldus een veerdienst in te richten van de pool naar den Equator.

In een volgend artikel zal ik de noodige berekeningen geven van een en ander.

Christelijk Gymnasium,
Den Haag, October 1929.

BEREKENING VAN HET DICHTHEIDSVERLOOP IN DE OVERGANGSLAAG TUSSEN EEN VLOEISTOF EN ZIJN DAMP EN VAN DE INVLOED VAN DEZE LAAG OP DE LICHTTERUGKAATSING

door J. W. DEKKER

1. Bij de bestudering van de verschijnselen, waarbij het oppervlak van een vloeistof een rol speelt, is het van belang, zich een denkbeeld te vormen over de wijze, waarop de overgang plaats vindt tussen die vloeistof en de daarboven staande damp.

De capillariteitstheoretici van het begin van de vorige eeuw, zoals Young, Laplace en Gauss, dachten zich een vloeistof begrensd door een scherp oppervlak en tot aan dit oppervlak onveranderlik van dichtheid.

Na de opkomst van de kinetiese warmtetheorie en de ontdekking van de kritiese verschijnselen werd de veronderstelling van een continue dichtheidsafname tussen vloeistof en damp meer aannemelik en in 1893 bouwde Van der Waals [1]) een capillariteitstheorie op, waarvan de aanname van zulk een geleidelike overgang één van de grondslagen was.

In beschouwingen van latere auteurs kwam echter de voorstelling van een discontinue overgang weer meermaals naar voren [2]) en de vraag, welke van de twee beschouwingswijzen het meest juiste beeld van de werkelikheid geeft, schijnt mij nog niet definitief beantwoord. Ik zal nu in dit artikel een numerieke berekening van het dichtheidsverloop in een overgangslaag volgens Van der Waals geven en daarna laten zien, hoe men het verkregen resultaat op andere wijze kan toetsen.

Deze toetsing is mogelik langs optiese weg. Zoals reeds door Brewster werd opgemerkt, wordt licht, dat onder de zgn. po-

---

1) J. D. van der Waals, Thermodynamische Theorie der Kapillariteit, Verhand. Kon. Ak. Dl. I, no. 8 (1893); Zs. f. phys. Chem. 13, 657, 1894.

2) Zie b.v. A. Einstein, Ann. d. Phys. 34, 165, 1911; E. Madelung, Phys. Zs. 14, 729, 1913.

larisatiehoek op een doorschijnende middenstof valt, bij de terugkaatsing niet zuiver lineair gepolariseerd. Laat men lineair gepolariseerd licht opvallen, dan is de polarisatie van het teruggekaatste licht in het algemeen ellipties.

Lorenz in Kopenhagen toonde in 1860 aan, dat deze elliptiese polarisatie theoreties verklaard kan worden door de aanname van een overgangslaag tussen de beide middenstoffen, waarin het licht zich voortplant en Van Rijn van Alkemade[1]) leidde in 1882 de formules voor de invloed van zulk een overgangslaag af op de basis van de electromagnetiese lichttheorie.

Uit waarnemingen van Jamin[2]) over de graad van ellipticiteit trachtte Van Rijn van Alkemade ook tot een schatting van de dikte van de overgangslaag te komen[3]), maar door zijn onbekendheid met de wet voor de dichtheidsafname treedt in zijn uitkomst een onbekende factor, waardoor het resultaat weinig bevredigend is.

Doordat in het onderstaande de omgekeerde weg bewandeld wordt, dus uitgegaan wordt van de bouw van de overgangslaag en daaruit de te verwachten ellipticiteit afgeleid, verdwijnt hier de onbekende factor en komen we aldus vanuit de capillariteitstheorie tot een waarde voor een optiese grootheid, die experimenteel controleerbaar is.

2. Denken we ons een vloeistof met daarboven staande damp, gescheiden door een horizontale overgangslaag. Stellen we de hoogte van een punt van de overgangslaag boven een willekeurig te kiezen niveau z, de dichtheid in dat punt ϱ. Stellen we verder de waarde, die de thermodynamiese potentiaal in een homogene phase van de dichtheid ϱ zou hebben, $\mu(\varrho)$, de thermodynamiese potentiaal in de vloeistof μ_1. (In het volgende zal steeds de index 1 op de vloeistof, de index 2 op de damp betrekking hebben). Uit de voorwaarde dat de stof zich zo over de ruimte moet verdelen, dat de vrije energie een minimum bereikt, volgt, onder vereenvoudigende aannamen bij de berekening van energie en entropie, voor het dichtheidsverloop in de overgangslaag de differentiaalvergelijking

1) Diss. Leiden 1882.

2) Ann. de Chim et de Phys. T 31, 1851.

3) Voor latere waarnemingen en de berekening daaruit van de dikte van adsorptieagen op glas en kwik zie o.a. R. Sissingh, diss. Leiden 1885 en J. Ellerbroek, diss. Amsterdam, Arch. Néerl. S. III A, T X, l. 1.

$$c\frac{d^2\varrho}{dz^2} = \mu(\varrho) - \mu_1 \qquad (1)\ ^{1)}$$

(c is een constante, die in de eerste plaats afhangt van de attractie tussen de moleculen, maar verder, zoals J. D. van der Waals Jr. aantoonde, ook van het volume van de moleculen en van de temperatuur [2])).

Door op te merken dat $\frac{d^2\varrho}{dz^2} = \frac{1}{2}\frac{d}{d\varrho}\left(\frac{d\varrho}{dz}\right)^2$ en gebruik te maken van de betrekking $d\mu(\varrho) = \frac{1}{\varrho}\,dp(\varrho)$, waarin $p(\varrho)$ de waarde voorstelt, die de druk in een homogene phase van de dichtheid ϱ zou hebben, kan men vergelijking (1) integreren tot:

$$\frac{d\varrho}{dz} = -\sqrt{\left[\frac{2}{c}\,\varrho\left\{p_1(v - v_1) - \int_{v_1}^{v} p(\varrho)\,dv\right\}\right]} \qquad (2)\ ^{3)}$$

(v stelt het soortelik volume $\frac{1}{\varrho}$ voor).

Kent men de toestandsvergelijking van de stof, dus $p(\varrho)$ als functie van v en de temperatuur, dan is bij gegeven temperatuur het rechterlid van bovenstaande vergelijking een bekende functie van v en integratie van die vergelijking moet ons dus het functioneel verband tussen ϱ en z leveren. Doordat nu echter dat rechterlid een vrij ingewikkelde functie van v is, laat zich dit functioneel verband tussen ϱ en z niet in eindige vorm opschrijven. Van der Waals beperkte zich daarom bij de integratie tot temperaturen in de onmiddelike nabijheid van de kritiese. In dat geval naderen de volumina v_1 en v_2 van vloeistof en damp tot elkaar en daardoor kan men, het rechterlid ontwikkelend naar machten van $v - v_1$, na enkele termen afbreken en daarna de vergelijking integreren. Deze rekenwijze is echter slechts bruikbaar voor temperaturen zo

1) Zie J. D. van der Waals, l.c. Andere afleidingen van dezelfde formule geven H. Hulshof, diss. Amst. 1900 (zie ook Ann. d. Phys. 67, 278, 1922) en Z. J. de Langen, diss. Gron. 1907.

2) J. D. van der Waals Jr., Versl. Kon. Ak. XXXIV, 896, 1925; Geiger u. Scheel's Handb. d. Phys. Bd. X, §§ 77 en 78. Voor de nadere uitwerking van de gewijzigde theorie zie van schr. dezes Ann. d. Phys. 82, 1077, 1927 (Diss. Amst. 1927), in het volgende aan te halen als Diss.

3) Zie Diss., blz. 1085.

dicht bij de kritiese (vermoedelik tot op ongeveer 0,1° afstand van deze [1])), dat ook verschillende andere invloeden bij de bepaling van de dichtheidsverdeling een rol gaan spelen. Van het dichtheidsverloop bij lagere temperaturen gaf Van der Waals slechts een qualitatief overzicht.

Ik heb nu, gebruik makend van de algemene experimentele toestandsvergelijking van Kamerlingh Onnes, vergelijking (2) numeriek geïntegreerd [2]) voor de absolute temperatuur 0,7 $T_{krit.}$ Deze temperatuur koos ik, omdat ik dan vele getallen kon gebruiken, die ik vroeger reeds berekend had voor de afleiding van de invloed van de temperatuur op de oppervlaktespanning.

Voeren we de gereduceerde grootheden

$$\omega = \frac{v}{v_{k(rit).}}, \quad \pi = \frac{p}{p_k}, \quad \tau = \frac{T}{T_k}$$

in en drukken z uit in molecuulmiddellijnen. Zij een molecuulmiddellijn σ, $\frac{z}{\sigma} = \zeta$. Vergelijking (2) gaat dan over in

$$\sigma v_k \sqrt{\frac{2p_k}{c}}\, d\zeta = \frac{d\omega}{\omega^{\frac{3}{2}} \sqrt{\left\{\pi_1 (\omega - \omega_1) - \int_{\omega_1}^{\omega} \pi\, d\omega\right\}}},$$

waarvoor we zullen schrijven:

$$C d\zeta = \varphi(\omega)\, d\omega.$$

Voor stoffen, die de wet van de overeenstemmende toestanden volgen, is C een universele constante. Uitgaande van de experimentele gegevens voor aether [3]) vind ik $C = 0{,}667$.

Nu moet dus $\varphi(\omega)$ bepaald worden. Volgens Kamerlingh Onnes [4]) is

1) Vgl. Diss., blz. 1086—1091.

2) Voor meer globale berekeningen van de totale dikte van de overgangslaag zie Bakker, Ann. d. Phys. 54, 253, 1917 en Müller-Pouillets Lehrb. d. Phys. 11e druk, III, 1, 571.

3) $p_k = 35{,}61.76.13{,}6.981{,}2$; $v_k = 3{,}794$; $\sigma = 4{,}64.10^{-8}$; $c = 5{,}04.10^{-6}$; alles in c.g.s. eenheden. σ is berekend uit het krities volume, c uit de oppervlaktespanning; zie Diss. blz. 1148—1150.

4) Enz. d. Math. Wiss. V, 10 (Comm. Leiden no. 23), verg. (34).

$$\pi\omega = K\tau\left(1 + \mathfrak{B}\frac{K}{\omega} + \mathfrak{C}\frac{K^2}{\omega^2} + \mathfrak{D}\frac{K^4}{\omega^4} + \mathfrak{E}\frac{K^6}{\omega^6} + \mathfrak{F}\frac{K^8}{\omega^8}\right),$$

waarin

$$\mathfrak{B} = b_1 + \frac{b_2}{\tau} + \frac{b_3}{\tau^2} + \frac{b_4}{\tau^4} + \frac{b_5}{\tau^6},$$

$$\mathfrak{C} = c_1 + \frac{c_2}{\tau} + \frac{c_3}{\tau^2} + \frac{c_4}{\tau^4} + \frac{c_5}{\tau^6},$$

enz.

b_1, b_2 . . . . f_5 zijn constanten, die in een l.c. aan de vergelijking toegevoegde tabel opgegeven worden. Voor de constante K, waarvan de grootte niet opgegeven wordt, nam ik die waarde, die uit de vergelijking volgt bij substitutie van

$$\tau = 1,\ \omega = 1,\ \pi = 1;\ \text{dit is } K = 3{,}609.$$

Voor $\tau = 0{,}7$ levert dan de vergelijking de coëxistentie-grootheden

$$\omega_1 = 0{,}37936,\ \omega_2 = 39{,}05,\ \pi_1 = 0{,}059\ ^{1)}.$$

Voor een reeks tussen ω_1 en ω_2 gelegen waarden van ω berekende ik nu $\varphi(\omega)$. Neemt men nu de opeenvolgende waarden van ω dicht genoeg bij elkaar, dan kan men de betrekking

$$Cd\zeta = \varphi(\omega)\, d\omega$$

met voldoende benadering vervangen door

$$C \triangle \zeta = \overline{\varphi}(\omega) \triangle \omega,$$

waarin $\triangle \zeta$ het hoogteverschil tussen de twee vlakken met opeenvolgende waarden van ω voorstelt, $\triangle \omega$ het verschil tussen die ω's en $\overline{\varphi}(\omega)$ het gemiddelde van de twee bijbehorende waarden van $\varphi(\omega)$.

Door optelling van de voor $C \triangle \zeta$ gevonden waarden vindt men dan $C\zeta$, d.i. de met C vermenigvuldigde hoogte van het vlak met

1) Zie Diss. blz. 1146.

specifiek volume ω boven het aanvangsniveau. Dit niveau koos ik daar, waar de dichtheid gelijk is aan de kritiese, dus bij $\omega = 1$. Positieve waarden van $C\zeta$ hebben dan betrekking op de lagen aan de dampzijde en negatieve op die aan de vloeistofzijde van dit vlak.

Van de voor $\varphi(\omega)$, $C \triangle \zeta$ en $C\zeta$ berekende waarden vindt men er enkele in de tabellen aan het eind van deze publicatie, waar ik verder een vollediger overzicht van de bijeenbehorende waarden van ω, ϱ en ζ benevens de grafiese voorstelling van het gevonden dichtheidsverloop toevoeg.

Tengevolge van de onnauwkeurigheid in de waarden van π_1, ω_1 en $\int_{\omega_1}^{\omega} \pi \, d\omega$ kon $\varphi(\omega)$ niet berekend worden voor willekeurig dicht bij ω_1 en ω_2 gelegen waarden van ω. Aan de dampzijde kon ik ongeveer gaan tot $\omega = 30$, aan de vloeistofkant tot $\omega = 0{,}39$. De daardoor buiten beschouwing gelaten gedeelten van de overgangslaag zijn echter zowel voor de oppervlaktespanning als voor de lichtterugkaatsing van zeer weinig belang.

Voor $\omega = \omega_1$ en $\omega = \omega_2$ wordt zowel $\varphi(\omega)$ als ζ oneindig groot, zodat, theoreties gesproken, de capillaire laag zich door de gehele vloeistof en damp uitstrekt, maar het deel, waarin de dichtheidsverandering zich in hoofdzaak voltrekt, heeft slechts een zeer geringe uitgestrektheid. Tussen

$$\omega = 0{,}39 \; (= \omega') \text{ en } \omega = 30 \; (= \omega''),$$

dus tussen de dichtheden $0{,}97 \; \varrho_1$ en $1{,}3 \; \varrho_2$ levert onze berekening:

$$C\zeta'' - C\zeta' = 3{,}41,$$

dus

$$\zeta'' - \zeta' = \frac{3{,}41}{0{,}667} = 5{,}11,$$

d.w.z. een dikte van ruim 5 molecuulmiddellijnen.

3. We zullen ons nu tot de terugkaatsing van het licht wenden.

Laat een lineair gepolariseerde monochromatiese lichtstraal onder de polarisatiehoek (hoofdinvalshoek) I op de vloeistof vallen. Als nu de component, waarvan de electriese kracht in het invalsvlak ligt en die, waarvan de electriese kracht loodrecht op het invalsvlak

staat, voor het invallende licht even sterk zijn en de verhouding van hun amplitudines voor het teruggekaatste licht k is, dan is volgens Van Rijn van Alkemade[1])

$$k = \frac{\pi}{(n_1^2 - 1)\,\lambda_2 \varepsilon_2 \cos I} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_2)}{\varepsilon}\, dz.$$

Hierin is n_1 de brekingsindex van de vloeistof, λ_2 de golflengte van het licht in de damp en ε de, gelijk aan n^2 te stellen, diëlectriese constante.

Ter berekening van de integraal moeten we ε als functie van z bepalen. Nu berekenden we boven reeds het verloop van de dichtheid. Het verband tussen deze en de diëlectriese constante wordt ons geleverd door de formule van Lorenz-Lorentz[2]):

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{1}{\varrho} = \text{const.} = r.$$

Uit deze formule volgt:

---

1) l.c. blz. 102. De indices 1 en 2 zijn daar in de omgekeerde betekenis gebruikt als door mij.

Van Rijn van Alkemade geeft twee verschillende afleidingen van de eigenschappen van het teruggekaatste licht. Theoretiesaantrekkelik is die, waarbij de veld-vergelijkingen van Maxwell direct worden toegepast op de continu van dichtheid veranderende overgangslaag. Deze methode leidt echter tot vrij gecompliceerde berekeningen. Eenvoudiger verlopen deze bij de twede methode, die ook door andere auteurs gevolgd is. Men denkt zich hierbij de overgangslaag verdeeld in een aantal homogene laagjes van gelijke dikte, waartussen de dichtheid sprongsgewijze verandert. Op de terugkaatsing en breking aan de grenzen van deze laagjes past men de formules van Fresnel voor de amplitudo en phase van de teruggekaatste en de gebroken straal toe en bepaalt dan de som van de uitwijkingen door alle na één- of meervoudige terugkaatsing tenslotte weer in het eerste medium tredende stralen. Laat men daarna het aantal laagjes onbegrensd toenemen en neemt aan, dat de totale dikte van de overgangslaag klein is ten opzichte van de golflengte van het licht, dan krijgt men op die wijze de voor k vermelde waarde (zie vn. l.c. hoofdst. IV, § 6). Het optreden van de teruggekaatste straal met electriese vector in het invalsvlak blijkt voort te komen uit de phasevertragingen bij het doorlopen van de delen van de overgangslaag; zonder deze vertragingen zou het gezamelik resultaat van alle terugkaatsingen en brekingen aan de overgangsvlakken volmaakt hetzelfde zijn als bij directe discontinue overgang tussen het eerste en laatste medium. Hieruit is begrijpelik, dat de sterkte van die component afhangt van de dikte van de laag. Voor het prakties in aanmerking komende deel van de laag is volgens mijn berekening de dikte ongeveer 2.10^{-7} cm, zodat we bij $\lambda = 6.10^{-5}$ cm wel kunnen vertrouwen, dat aan de genoemde voorwaarde voor de dikte van de laag in voldoende mate voldaan wordt.

2) L. Lorenz, Wied. Ann. 11, 70 en 104, 1880; H. A. Lorentz, Wied. Ann. 9, 641, 1880.

$$\varepsilon = \frac{1 + 2r\varrho}{1 - r\varrho} = \frac{v + 2r}{v - r} = \frac{\omega + 2\dfrac{r}{v_k}}{\omega - \dfrac{r}{v_k}}.$$

Voor aether is volgens Lorenz[1]), voor geel Na-licht

$$(\lambda = 0{,}589\ \mu),\ r = 0{,}303,$$

terwijl $\frac{1}{v_k} = 0{,}2636$, zodat $\frac{r}{v_k} = 0{,}0799 = 0{,}08$, dus

$$\varepsilon = \frac{\omega + 0{,}16}{\omega - 0{,}08}.$$

$\omega_1 = 0{,}37936$ geeft dan $\varepsilon_1 = 1{,}802$ en $\omega_2 = 39{,}05$ geeft $\varepsilon_2 = 1{,}0064$. Verder berekende ik ε voor dezelfde waarden van ω, waarvoor ik, in de vorige §, ζ berekende. Enkele van deze waarden van ε, benevens de bijbehorende waarden van de breuk

$$B = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_2)}{\varepsilon}$$

vindt men in de tabel aan het einde vermeld. Daarna werden de producten $\overline{B}C \triangle \zeta$ van de gemiddelden van twee opeenvolgende waarden van B met de bijbehorende waarden van $C \triangle \zeta$ bepaald. Door optelling van deze producten vond ik daarop:

$$\int \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_2)}{\varepsilon} C d\zeta = 0{,}2014.$$

Deze integraal is genomen van het vlak $\omega = 0{,}39$ tot het vlak $\omega = 30$. Hier moeten nu nog bijgevoegd worden de bijdragen van de lagen tussen $\omega = \omega_1$ en $\omega = 0{,}39$ en tussen $\omega = 30$ en $\omega = \omega_2$.

1) L. Lorenz, l.c.

Ondanks de onbegrensde toename van ζ zijn echter deze bijdragen zeer gering en wel samen ongeveer 0,0007 [1]).

Dus wordt in totaal

$$\int_1^2 \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_2)}{\varepsilon} C d\zeta = 0{,}202$$

en

$$\int_1^2 \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_2)}{\varepsilon} d\zeta = 0{,}303.$$

Dan is dus

---

1) We kunnen de genoemde bijdragen als volgt benaderen:

$$\int_{\omega=\omega_1}^{\omega=0{,}39} \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_2)}{\varepsilon} C d\zeta = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1} \int_{\omega=\omega_1}^{\omega=0{,}39} (\varepsilon_1 - \varepsilon) C d\zeta =$$

$$= \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1} \int_{\omega=\omega_1}^{\omega=0{,}39} (\varepsilon_1 - \varepsilon)\, \phi(\omega)\, d\omega = \frac{1{,}8 - 1}{1{,}8} \int_{\omega=\omega_1}^{\omega=0{,}39} \left(\frac{d\varepsilon}{d\omega}\right)_1 (\omega_1 - \omega)\, \phi(\omega)\, d\omega =$$

$$= -\frac{4}{9} \left(\frac{d\varepsilon}{d\omega}\right)_1 \int_{\omega=\omega_1}^{\omega=0{,}39} \phi(\omega)(\omega - \omega_1)\, d\omega.$$

Uit $\varepsilon = \dfrac{\omega + 0{,}16}{\omega - 0{,}08}$ volgt $\left(\dfrac{d\varepsilon}{d\omega}\right)_1 = -\dfrac{0{,}24}{(\omega_1 - 0{,}08)^2} = -\dfrac{0{,}24}{0{,}30^2} = -0{,}27.$

Verder is $\phi(\omega) = \dfrac{1}{\omega^{\frac{3}{2}} \sqrt{\left\{\pi_1(\omega - \omega_1) - \int_{\omega_1}^{\omega} \pi d\omega\right\}}} = \dfrac{1}{\omega_1^{\frac{3}{2}} \sqrt{\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{d\pi}{d\omega}\right)_1 (\omega - \omega_1)^2\right\}}} =$

$$= \frac{1}{\omega_1^{\frac{3}{2}} (\omega - \omega_1) \sqrt{\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{d\pi}{d\omega}\right)_1\right\}}},$$

dus $\displaystyle\int_{\omega=\omega_1}^{\omega=0{,}39} \phi(\omega)(\omega - \omega_1)\, d\omega = \frac{1}{\omega_1^{\frac{3}{2}} \sqrt{\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{d\pi}{d\omega}\right)_1\right\}}} \int_{\omega=\omega_1}^{\omega=0{,}39} d\omega.$

$\omega_1 = 0{,}3794$; voor $\left(\dfrac{d\pi}{d\omega}\right)_1$ vindt men uit de toestandsvergelijking — 212; onze eerste bijdrage wordt dus

$$-\frac{4}{9} \cdot -0{,}27 \cdot \frac{1}{0{,}38^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{106}} \cdot (0{,}39 - 0{,}3794) = 0{,}0005.$$

Op dezelfde wijze vindt men voor de integraal tussen $\omega = 30$ en $\omega = \omega_2$ de waarde 0,0002.

$$\int_1^2 \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_2)}{\varepsilon} dz = 0{,}303 \frac{dz}{d\zeta} = 0{,}303\,\sigma$$

en

$$k = \frac{3{,}14}{(1{,}802 - 1) \,.\, 0{,}59.10^{-4} \,.\, 1{,}0064 \cos I} \; 0{,}303\,\sigma.$$

Uit $tg\, I = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \sqrt{1{,}79}$ volgt $\frac{1}{\cos I} = 1{,}67$. Na substitutie van deze waarde en van $\sigma = 4{,}64 \,.\, 10^{-8}$ [1]) vindt men

$$\underline{k = 15{,}5 \,.\, 10^{-4}.}$$

De langs experimentele weg door Jamin voor verschillende vloeistoffen gevonden waarden van k varieren tussen $10 \,.\, 10^{-4}$ en $28 \,.\, 10^{-4}$. Voor alcohol vindt hij bv. $20{,}8 \,.\, 10^{-4}$, voor „éther acétique" (is dit gewone aether?) $11{,}7 \,.\, 10^{-4}$. Zijn waarnemingen hebben echter betrekking op vloeistoffen in contact met lucht en bij wat lager temperatuur dan de door mij gekozene. Waarnemingen van de elliptiese polarisatie bij vloeistoffen onder hun eigen damp en bij hogere temperaturen zijn mij niet bekend. Dergelike waarnemingen waren zeker gewenst, bij voorkeur bij verschillende temperaturen, bv. bij $\tau = 0{,}7$, $0{,}8$ en $0{,}9$ [2]). Het schijnt mij toe, dat de voorlopige goede overeenstemming van de berekende en waargenomen waarden van k de verwachting wettigt, dat zulke waarnemingen een nadere bevestiging van de inzichten van Van der Waals omtrent de structuur van de overgangslaag zouden leveren.

---

1) Zie Diss. blz. 1149.

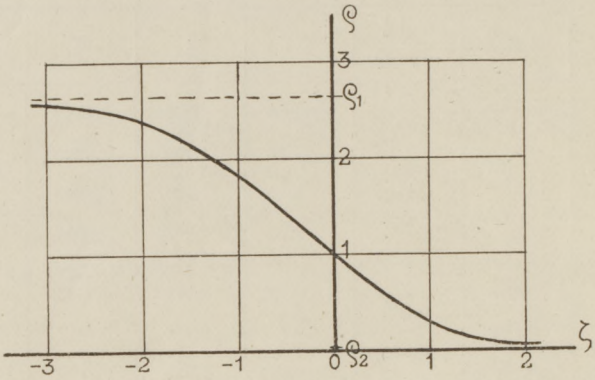
2) De toestandsvergelijking van Kamerlingh Onnes is aangepast aan waarnemingen bij temperaturen boven $\tau = 0{,}63$. Bij $\tau = 0{,}8$ en $\tau = 0{,}9$ kan ik met behulp van vroeger berekende getalwaarden k gemakkelik berekenen op dezelfde manier als boven bij $\tau = 0{,}7$.

TABELLEN.

ω	$\varphi(\omega)$	$C\Delta\zeta$ $(=\overline{\varphi}\Delta\omega)$	$C\zeta$	ε	B	$\overline{B}C\Delta\zeta$
0,39	43,1		— 1,98	1,774	0,0122	
		0,32				0,0055
0,40	21,2		— 1,66	1,750	0,0220	
		0,18				0,0048
0,41	14,4		— 1,48	1,727	0,0313	
		0,13				0,0046
0,42	11,0		— 1,35	1,706	0,0393	
— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —
— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —
0,95	0,883		— 0,042	1,276	0,111	
		0,042				0,0046
1	0,802		0	1,261	0,110	
		0,074				0,0079
1,1	0,673		0,074	1,235	0,105	
		0,062				0,0064
1,2	0,575		0,136	1,214	0,101	
— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —
— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —
20	0,0175		1,228	1,012	0,005	
		0,093				0,0004
25	0,0197		1,321	1,010	0,003	
		0,114				0,0003
30	0,026		1,435	1,008	0,002	

ω	ϱ	ζ	ω	ϱ	ζ	ω	ϱ	ζ
0,39	2,56	— 2,97	0,90	1,11	— 0,133	4,5	0,222	1,137
0,40	2,50	— 2,49	0,95	1,05	— 0,063	5,0	0,200	1,189
0,41	2,44	— 2,22	1,00	1,00	0,000	5,5	0,182	1,236
0,42	2,38	— 2,02	1,1	0,909	0,111	6,0	0,167	1,278
0,43	2,33	— 1,872	1,2	0,833	0,204	7	0,143	1,350
0,44	2,27	— 1,749	1,3	0,769	0,285	8	0,125	1,411
0,46	2,17	— 1,598	1,4	0,714	0,355	9	0,111	1,465
0,48	2,08	— 1,390	1,6	0,625	0,474	10	0,100	1,512
0,50	2,00	— 1,258	1,8	0,555	0,570	11	0,091	1,554
0,52	1,92	— 1,146	2,0	0,500	0,649	12	0,083	1,593
0,54	1,85	— 1,047	2,2	0,455	0,717	13	0,077	1,629
0,56	1,79	— 0,958	2,4	0,417	0,775	14	0,071	1,663
0,58	1,72	— 0,879	2,6	0,384	0,826	15	0,067	1,696
0,60	1,67	— 0,805	2,8	0,357	0,873	16	0,063	1,728
0,62	1,61	— 0,738	3,0	0,333	0,915	17	0,059	1,758
0,66	1,52	— 0,618	3,2	0,313	0,952	18	0,056	1,786
0,70	1,43	— 0,513	3,4	0,294	0,987	19	0,053	1,815
0,75	1,33	— 0,397	3,6	0,278	1,018	20	0,050	1,842
0,80	1,25	— 0,298	3,8	0,263	1,048	25	0,040	1,981
0,85	1,18	— 0,211	4,0	0,250	1,075	30	0,033	2,152

GRAFIESE VOORSTELLING VAN HET DICHTHEIDSVERLOOP



OVER DE KRISTALSTRUCTUUR VAN NATRIUM-URANYLACETAAT

door W. F. DE JONG

Zusammenfassung.

Die Struktur des $NaUO_2(C_2H_3O_2)_3$ wird annäherungsweise bestimmt. Die Symmetriegruppe ist sehr wahrscheinlich T^4, die Anordnung der Atome ist diejenige des $NaClO_3$-typus, und zwar entspricht jede UO_2-gruppe ein Cl-atom und jedes $(C_2H_3O_2)$-radikal ein O-atom.

Die Länge der Basiskante beträgt $a = 10{,}690 \pm 0{,}005$ Å; die Parameter sind nach der Wyckoffschen Notation:

$$u_{Na} \sim 0{,}1$$
$$u_{UO_2} = 0{,}44$$

und für die Acetatgruppen:

$$x \sim 0{,}3 \; ; \; y \sim 0{,}6 \; ; \; z \sim 0{,}4.$$

Die berechnete Dichte is 2,57 (experimentell 2,562).

De verbinding $NaUO_2(C_2H_3O_2)_3$ kristalliseert regulair, tetraëdrisch pentagoondodekaëdrisch [1]). De structuur is niet onderzocht, slechts een publicatie vermeldt dat getracht is gegevens te verkrijgen, maar het gelukte niet röntgenreflexen waar te nemen [2]).

In tegenstelling met deze bevinding is echter gebleken, dat b.v. α-stralen van ijzer zeer voldoende gebogen worden en dat de bepaling van de structuur geen bijzondere moeilijkheden oplevert.

Van goed ontwikkelde kristallen, die gemakkelijk uit een eenigszins zure oplossing bij langzame verdamping ontstaan, konden opnamen met draaiend kristal en poederopnamen worden gemaakt. Als gemiddelde resultaat van de eerste, waarbij als draaiïngsas een tweetallige symmetrieas werd gekozen, werd voor de lengte van de celribbe afgeleid:

$$a \sim 10{,}75 \text{ Å}.$$

1) verg. P. Groth, Chemische Kristallographie III, p. 78.

2) Nishikawa, verg. E. L. Nichols en H. L. Howes, Flucrescens of the uranyl salts, p. 224, (1919).

Uit deze waarde volgt, in verband met het S.G. van 2,562 en het moleculaire gewicht van 470,3, dat in een cel aanwezig zijn

$$\frac{(10{,}75 \,.\, 10^{-8})^3 \,.\, 2{,}562}{1{,}662 \,.\, 10^{-24} \,.\, 470{,}3} = 4{,}06$$

moleculen, dus vier moleculen.

TABEL I

vlak			$\sin^2 \frac{\vartheta}{2}$		intensiteit		vlak			$\sin^2 \frac{\vartheta}{2}$		intensiteit	
α-stralen Σh^2	symb.	β-str. symb.	ber.	waarg.	ber.	geschat	α-stralen Σh^2	symb.	β-str. symb.	ber.	waarg.	ber.	geschat
3	111		0,024	0,025	45	6	18	(300)		147	—	2	—
4	(200)		33	34	23	2		411					
		210	33				19	331		155	156	3	2
5	201		41	41	47	7	20	420		163	—	1	—
		211	40				21	421		171	172	12	4
6	211		49	49	21	5			510	173			
		(300)	60	—	2	—			431				
		221					22	332		179	180	3	1
8	(220)		65	63	5	1	24	422		196	195	7	3
9	(300)		73	74	13	5			432	194			
	221								520				
10	310		82	81	6	3	25	(500)		204	205	9	3
11	311		91	—	2	—		430					
		321	93	94	6	1	26	510		212	212	16	7
12	222		97	—	4	—		431					
13	320		106	108	3	2	27	333		220	220	10	4
14	321		114	114	46	10		511					
		410	114				29	432		237	237	22	6
		322						520					
16	(400)		131	—	1	—	30	521		245	243	11	4
17	410		139	142	24	8	32	(440)		260	—	2	—
	322												
		421	140										

Overzicht van de lijnen van een poederopname.

De tusschen ( ) geplaatste symbolen geven aan: vlakken van alle eenheidsvormen van deze indicescombinatie. Dus 111 beteekent (111) en $(1\bar{1}1)$, enz.

De intensiteit van $Fe_{K\beta}$ is $^1/_7$ van die van $Fe_{K\alpha}$ genomen (verg. M. Siegbahn, The spectroscopy of X rays).

De intensiteit van de sterkste lijn is 10 geschat.

Uit tabel I, een overzicht van de lijnen van een poederopname, blijkt, dat vlakken met indicescombinaties even-even-oneven, oneven-oneven-even en oneven-oneven-oneven soms als reflecteerende voorkomen, waaruit besloten kan worden, dat de tralie Γ_c aan de structuur ten grondslag ligt en dat dus de ruimtegroep T^1 of T^4 moet zijn [1]).

De keus tusschen deze twee is minder gemakkelijk. Er zijn echter drie redenen, waarom de groep T^4 groote waarschijnlijkheid bezit:

1° op geen der opnamen met draaiend kristal wordt een reflex van de vlakken met indicescombinatie nul-nul-oneven waargenomen;

2° het geheele beeld van een poederopname vertoont groote gelijkenis met dat van $NaClO_3$ (fig. 1);

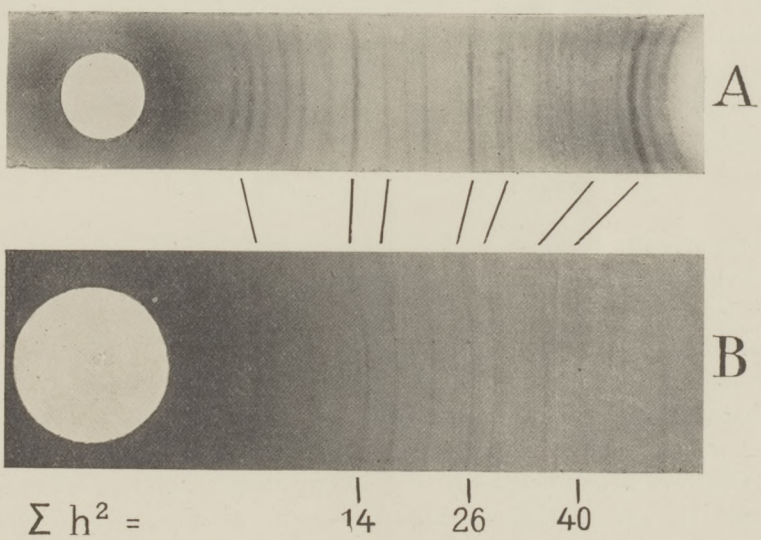


Fig. 1.

Poederopnamen met Fe_K-stralen van $NaClO_3$ (A) en $NaUO_2(C_2H_3O_2)_3$ (B). De laatste is 1,68 × vergroot t.o.v. de eerste.

3° er is voor een rangschikking volgens T^4 een goede overeenstemming tusschen berekende en waargenomen intensiteiten van de lijnen van een poederopname te verkrijgen.

Geen dezer redenen is afdoende voor de beslissing: ad 1°, de afwezigheid van bepaalde reflexen kan een gevolg zijn van onwaar-

1) R. W. G. Wyckoff, The structure of crystals, p. 349.

neembaarheid door te geringe intensiteit, ad 2°, de groote gelijkenis van de twee beelden behoeft voor twee stoffen met symmetrieën van resp. T^1 en T^4 niet uitgesloten geacht te worden, ze is echter onwaarschijnlijk, en ad 3°, zijn de berekeningen voor alle mogelijke ordeningen volgens T^1 niet uitgevoerd en is dus niet uitgemaakt, dat er voor een dergelijke ordening niet ook een goede overeenstemming te bereiken zou zijn, maar in verband met het feit, dat een groot aantal (25) lijnen in beschouwing werden genomen, lijkt het toch zeer onwaarschijnlijk, dat de overeenstemming voor een ordening volgens T^4 „toevallig" kon worden verkregen.

In de ruimtegroep T^4 kunnen in een cel niet anders dan viertallen en twaalftallen gelijkwaardige atomen voorkomen, de eerste nemen plaatsen in met één, de laatste met drie vrijheidsgraden [1]). Het blijkt dus, dat de celinhoud kristallografisch aldus beschreven moet worden:

$$Na_4U_4O_4O_4C_{12}C_{12}H_{12}H_{12}H_{12}O_{12}O_{12}.$$

De structuur is dan analoog met die van $NaClO_3$, de groep UO_2 vervult waarschijnlijk eenzelfde rol als Cl en de radicalen CH_3COO treden in de plaats van O. In elk geval liggen de zuurstofatomen van de UO_2-groepen beide op een plaats met één vrijheidsgraad en zijn kristallografisch niet gelijkwaardig. Zij liggen met een U-atoom op één lijn (een drietallige draaiingsas), dus vermoedelijk ter weerszijden er van.

Omtrent het radicaal CH_3COO is kristallografisch heel weinig bekend. De onderzochte acetaten zijn geen van alle volledig bekend geworden en dus is een plausibele schatting van den „werkingsstraal" van het geheel, niet gemakkelijk. Naar aanleiding van het onderzoek van $Be_4O\,(C_2H_3O_2)_6$ merkt Bragg [2]) op, dat het radicaal in esters zijn integriteit en onverzadigd karakter bewaart (fig. 2*a*), maar in het vrije zuur en in vele zouten verandert het zoodanig, dat het carbonyl- en hydroxyl-zuurstofatoom gelijkwaardig worden en het radicaal een symmetrievlak krijgt. Geldt

1) R. W. G. Wyckoff, The analytical expression of the results of the theory of space groups, p. 122.

2) W. H. Bragg en G. T. Morgan. Proc. of the Royal Soc. London, 104*A*, p. 437, (1923).

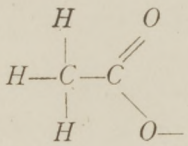


Fig. 2*a*.

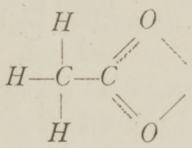


Fig. 2*b*.

dit ook voor $NaUO_2\,(C_2H_3O_2)_3$, dan mogen wij het acetaatradicaal dus voorstellen als in fig. 2*b*.

De werkingsstralen van *C*, *O* en U^{+IV} worden opgegeven resp. als 0,77; 0,60 en 1,05 Å [1]). Wordt nu aangenomen, dat de zes zuurstofatomen van de drie acetaatgroepen, die om elk *U*-atoom zijn gerangschikt, alle op een afstand gelijk aan de som van de werkingsstralen van U^{+IV} en *O* gelegen zijn, dan krijgen wij, daar wegens de waarschijnlijke aanwezigheid van bovendien twee zuurstofatomen (-ionen) op de drietallige as ter weerszijden en in de nabijheid van het *U*-atoom (-ion) alle zes de atomen ongeveer in één vlak gelegen moeten zijn, een onderlinge ligging als in fig. 3.

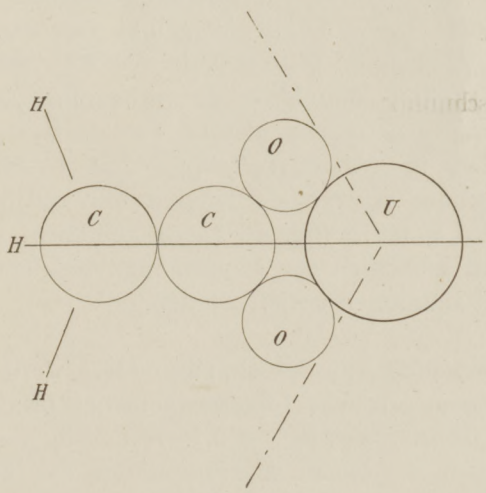


Fig. 3.
Veronderstelde ligging van de acetaatradicalen om een *U*-ion.

De afstand van het *U*-atoom tot het zwaartepunt van de electronen van het acetaatradicaal, dat dan vrij nauwkeurig met het middel-

1) A. Müller en G. Shearer. Journ. o. t. Chem. Soc. 123, II, p. 3156, (1923). V. M. Goldschmidt. Geochemische Verteilungsgesetze der Elemente VII, (1926).

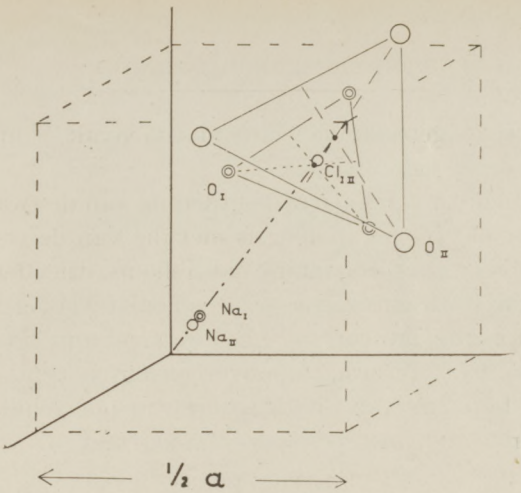
punt van het rechts geteekende C-atoom samenvalt, is nu ongeveer 2,20 $\AA$.

Veronderstellen wij verder, dat de ordening van de twaalf zwaartepunten in een cel geheel analoog is met die van de O-atomen in het $NaClO_3$-rooster, dus zoodanig, dat telkens drie der zwaartepunten met een U-atoom ongeveer in een plat vlak gelegen zijn, dan zijn, zoodra de liggingen van deze bekend zijn, twee van de drie parameters van elk zwaartepunt eveneens bekend en blijven er ter verdere bepaling van de structuur van het geheel nog drie parameters ter berekening over, n.l. één van het Na-atoom(-ion), één van de „groep" UO_2 en één van het zwaartepunt van het acetaatradicaal. De structuurbepaling, aldus opgevat, wordt natuurlijk eenigszins globaal; in plaats van elk atoom als verstrooiingscentrum van de röntgenstralen op te vatten en dan in totaal 25 parameters te trachten te bepalen, kan nu echter met drie worden volstaan en is de berekening praktisch uitvoerbaar geworden.

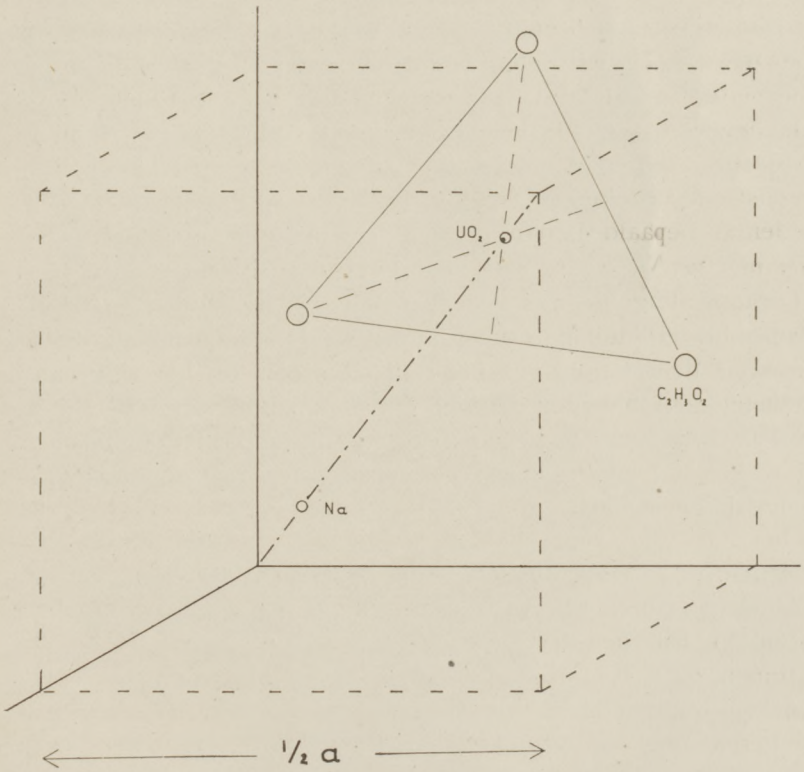
De onderlinge afstand van twee met eenzelfde U-atoom in een vlak liggende acetaatgroepen, bedraagt volgens bovenstaande aannamen $2{,}20\sqrt{3}$ $\AA$ = 3,81 $\AA$. Vergelijkt men deze waarde met den afstand tusschen de O-atomen in $NaClO_3$, zooals deze kort geleden is bepaald [1]), dan blijkt de verhouding: afstand van de O-atomen in $NaClO_3$ tot den afstand van de zwaartepunten der acetaatradicalen in $NaUO_2(C_2H_3O_2)_3$ = 2,38 $\AA$: 3,81 $\AA$ = 0,625, terwijl de verhouding van de lengten der celribben bedraagt 6,57 $\AA$: 10,69 $\AA$ = 0,615 (fig. 4). In de gelijkheid van deze verhoudingen kan misschien een bevestiging van de waarschijnlijkheid van onze aannamen gezien worden.

Voor de berekening van de drie parameters werd aangenomen, dat het Na-atoom een geheel overeenkomstige plaats inneemt als in het $NaClO_3$-rooster, dus $u_{Na} \sim 0{,}1$. Het bleek dan, dat voor de coördinaten van de twaalf zwaartepunten der acetaatgroepen x, y en z de waarden 0,3; 0,6 en 0,4 en voor den parameter van de U-atomen $u_u = 0{,}44$ de beste overeenstemming tusschen berekende en waargenomen intensiteiten verkregen kon worden. Bij deze berekening werd (UO_2) evenals $(C_2H_3O_2)$ als verstrooiend centrum beschouwd met aantallen electronen resp. van 109 en 31.

1) W. H. Zachariasen. Zeitschr. f. Krist. 71, p. 517, (1929).



$NaClO_3$



$NaUO_2(C_2H_3O_2)_3$

Fig. 4.

De roosters zijn op gelijke schaal voorgesteld. Bij het bovenste heeft de index I betrekking op de bepaling volgens Kolkmeyer, Bijvoet en Karsen, de index II op die volgens Zachariasen.

Er werd gebruik gemaakt van de formule voor de intensiteit van een lijn van een poederopname:

$$I = \frac{1 + cos^2 \vartheta}{2} \cdot \frac{1}{sin^2 \frac{\vartheta}{2} cos \frac{\vartheta}{2}} \cdot n \, . \, | S |^2,$$ waarin ϑ de hoek tusschen invallenden en afgebogen straal, n het aantal vlakken van den betreffenden eenheidsvorm en $| S |^2$ de structuurfactor voorstelt.

Tabel I toont het resultaat; de overeenstemming is bevredigend. Uit de tabel blijkt nog, dat de lengte van de celribbe $a = 10{,}69$ Å is. Een opname met een precisiecamera [1]) geeft

$$a = 10{,}690 \pm 0{,}005 \text{ Å}.$$

Het berekende S.G. is 2,57, terwijl experimenteel gevonden is 2,562.

Het is jammer, dat het groote aantal parameters van het rooster een nauwkeuriger bepaling van de onderlinge liggingen der atomen niet goed mogelijk maakt, want vooral de afmetingen van de UO_2-groep, maar ook de vorm van het acetaatradicaal is in verschillende opzichten belangrijk.

De afgeleide structuur gelijkt zeer veel op die van $NaClO_3$, het is echter opmerkelijk, dat er geen aanwijzingen gevonden zijn voor het niet geheel in één vlak liggen van drie acetaatgroepen en een U-atoom. Zachariasen [2]) meent n.l. te kunnen vaststellen, dat er bij verschillende typen van roosters een betrekking bestaat tusschen den afstand van het centrale atoom tot het vlak van de omringende atomen en den onderlingen afstand van deze. Bij onze globale berekening is helaas niet goed mogelijk met stelligheid uit te maken in hoeverre deze regel voor roosters met organische groepen geldigheid bezit.

Prof. Ir. J. A. Grutterink, die met groote welwillendheid het onderzoek in het laboratorium voor delfstofkunde der T.H. toestond, ben ik wel zeer veel dank verschuldigd.

1) Physica 7, p. 23, (1927).
2) l.c. p. 527.

Delft. Laboratorium voor delfstofkunde der Technische Hoogeschool.

BOEKBESPREKING

J. D. van der Waals Jr., **De Wereld-aether.** 2e druk. Volksuniversiteits Bibliotheek No. 12, 240 blz., 25 fig. — De Erven F. Bohn, Haarlem. 1929. Prijs geb. f 1.90.

De opzet van dit werkje is uiteraard populair. Het beoogt een overzicht te geven van de ontwikkeling der aethertheorieën, zooals die in de historische ontwikkeling der physica zijn gegroeid uit de behoefte de lichtvoortplanting, de zwaartekracht en de electromagnetische krachten te verklaren. De schrijver verwijst ook in deze 2e druk voor bijzondere questies die onder het hoofd „relativiteitstheorie" vallen naar een tweede werkje (No. 21 van dezelfde serie). Een enkele maal, zooals bij het probleem der rotatie, wordt de relativistische opvatting reeds voorbereidend toegelicht. Zooals in het voorbericht nader wordt gemotiveerd worden modernere opvattingen, zoo als de lichtquanta en alles wat met de quantentheorie samenhangt, buiten beschouwing gelaten. Men zou van meening kunnen zijn dat daarmee het werkje reeds van te voren als verouderd zou moeten worden gekenschetst. Dit is echter onjuist, daar het historisch bedoeld is en als zoodanig dus den naam verouderd niet verdienen kan. Juist voor den leek, voor wien het boekje bedoeld is lijkt mij een „discours over den aether" als hier gegeven wordt, belangwekkend, daar toch vooral de leek het moeilijkst zich met zuiver formalistische opvattingen tevreden kan stellen. Voor den beroepsphysicus is het wellicht het meest interessant om de oudere opvattingen die besproken worden en die behalve in buitenlandsche werken (zooals het geciteerde Whittaker: A history of the theories of aether and electricity) niet zoo gemakkelijk te bereiken zijn. D. GR.

R. Mecke, **Bandenspektra und ihre Bedeutung fur die Chemie,** Band 20 Heft 3 der „Fortschritte der Chemie, Physik und physikalischen Chemie", 87 blz., 20 fig. — Gebrüder Borntraeger, Berlin 1929. Prijs R.M. 7.60.

Deze aflevering van de „Fortschritte der Chemie, Physik und physikaischen Chemie" geeft een overzicht van den tegenwoordigen stand der banden-spectroscopie.

Het werkje zal den niet met het gebied der bandenspectra vertrouwden onderzoeker een indruk kunnen verschaffen van hetgeen uit spectroscopische waarnemingen met betrekking tot verschillende voor de chemie van belang zijnde vraagstukken kan worden afgeleid. Echter is voor een kritisch begrip van den inhoud kennis van de moderne ontwikkeling der quantentheorie onontbeerlijk. Den hiermede op de hoogte zijnde chemicus of physicus zal het boek ongetwijfeld zeer welkom zijn ,aangezien in een kort bestek een groot aantal kwesties besproken worden, en verscheidene tabellen en literatuuropgaven uit de literatuur tot 1927 en 1928 opgenomen zijn.

Na een korte bespreking van de theorie en de bouw der bandenspectra worden de voornaamste bekend geworden en nader onderzochte spectra

in verband met hun plaats in het periodiek systeem besproken. Daarna wordt in de volgende hoofdstukken achtereenvolgens behandeld: de valentiechemie der bandenspectra; de bepaling van dissociatieneërgieën; de isotopie der elementen en het aantoonen daarvan langs spectroscopischen weg; de berekening der chemische constante met behulp van spectroscopische gegevens en tenslotte de bandenspectra in verband met de soortelijke warmte van gassen.

Kwesties van zuiver experimenteel-technischen aard worden zoo goed als niet besproken. W. G. B.

Paul Werk, **Die Bildtelegraphie.** 85 blz., 40 afb. — Sammlung Vieweg, Heft 95, Vieweg. Braunschweig, 1929. Prijs R.M. 5.80.

In den laatsten tijd zijn een groot aantal boeken en tijdschriftartikelen over beeld-radio en televisie verschenen.

De meeste dezer boeken en artikelen hebben echter het groote bezwaar: de eenzijdigheid; dikwijls zelfs in zoo hooge mate dat gedachte-experimenten en soms zelfs onjuiste fantasieën voorgesteld worden als geslaagde proefnemingen. Dit boek van Paul Werk is een gelukkige uitzondering hierop en bepaalt zich hoofdzakelijk tot de vastgestelde feiten op het gebied der beeldradio. Kort worden de verschillende methodes besproken die bij het draadloos overbrengen van beelden gebruikt worden.

Over de televisie, die op een tiental blz. behandeld wordt, is het oordeel zeer sceptisch, terwijl over de beeld-radio een meer optimistisch oordeel geveld wordt.

Na elkaar worden de volgende onderwerpen behandeld:

electromechanische-, electrochemische- en photographische ontvangtoestellen, — telautographische-, relief- en photocelzenders, — synchronisatiemethode, — versterkers voor beeld-radio, — code-methodes bij beeldradio, — demonstratietoestellen voor televisie — en een bespreking van den „Bildrundfunk".

Het boekje is vlot, niet populair, met een heldere kijk op het onderwerp geschreven. DRU.

F. Raaz, **Sphärische Trigonometrie für Naturwissenschaft und Technik,** 66 blz., 11 fig. — Theodor Steinkopff. Dresden und Leipzig. 1928. Prijs R.M. 6.

Dit boekje, dat volgens het titelblad wil zijn „eine systematische Darstellung für den praktischen Gebrauch, zugleich eine kritische Studie über Auflösung sphärischer Dreiecke; mit einem Anhang Anwendungen in der Kristallberechnung", geeft, wat het belooft.

De drie hoofdformules (cosinusregel, sinusregel en sinus-cosinusregel) worden ontwikkeld door coördinatentransformatie, waardoor het voordeel wordt verkregen, dat hunne geldigheid niet alleen is aangetoond voor driehoeken, waarvan alle elementen kleiner zijn dan 180°, maar ook voor de o.a. dikwijls in kristallografische berekeningen optredende driehoeken van Möbius. Ook bij de afleiding der overige formules worden steeds aanwijzingen gegeven omtrent de geldigheid voor driehoeken van Euler

resp. die van Möbius. De beteekenis der hulphoeken, die worden ingevoerd om sommige formules geschikt te maken voor logarithmische berekening, wordt helder uiteengezet.

Bij de bespreking der verschillende oplossingsmethoden worden deze naar hun verdiensten tegen elkaar afgewogen. Voor de toepassingen in de natuurwetenschappen, waar in het algemeen de „bekenden" uit metingen afgeleide grootheden zijn, zou de behandeling, die zich hier beperkt tot „mathematische" getallen, evenwel uitgebreider hebben moeten zijn.

Bij de kristallografische toepassingen beperkt de schrijver zich tot de berekeningen, welke volgen op een kristalmeting, die is uitgevoerd met een theodolietgoniometer. Uit de hier bij gevonden „lengte" en „poolsafstand" der kristalvlakken worden de „elementen" van het kristal afgeleid. Terwijl deze afleidingen zelfs bij een triklien kristal vrij eenvoudig zijn, is in dit geval evenwel de omgekeerde berekening, n.l. die der hoeken tusschen de kristalvlakken uit de assenverhouding $a : b : c$ en de hoeken α, β en γ omslachtig. Helaas behandelt de schrijver dit geval niet. Hij zou de kristallografie zeker een belangrijken dienst hebben bewezen, indien hij dit vraagstuk op dezelfde heldere en overzichtelijke wijze, die zijn boek kenmerkt, had besproken.

De uitvoering van het werkje is goed verzorgd, als eenige aanmerkingen zouden kunnen worden aangevoerd, dat in eenige figuren de letters veel te klein zijn uitgevallen en dat de prijs in verhouding tot den omvang vrij hoog is te noemen. P. T.

Karl Becker, **Röntgenographische Werkstoff-Prüfung.** 110 blz., 76 fig. — Sammlung „Vieweg". I heft 97. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 7.—

Na een korte inleiding over de eigenschappen van Röntgenstralen in het algemeen, geeft de schrijver een overzicht van de voornaamste methoden, die gebruikt worden voor het bepalen van de kristalstructuur, en de oriëntatie van kristallen in een bepaald materiaal. Waar allerlei mathematische formules uitvoerig worden vermeld, verwondert het eenigszins, dat de transformatie-formule voor de overgang van trigonale tot hexagonale en orthohexagonale indices ontbreken. Deze komen bij de practische toepassing der Debye-Scherrer-methode toch herhaaldelijk te pas.

Ook ontbreekt een bespreking van de nauwkeurigheid, waarmede de atoomafstand kon worden bepaald, en de methoden, die aangegeven zijn om deze nauwkeurigheid op te voeren; dit had onmiddellijk kunnen aansluiten aan de bepaling van uitzettings-coëfficienten (bladz. 19).

Een zeer belangrijke plaats wordt opgeëischt voor de discussie van de veranderingen, die de atoomafstand bij de bewerking van metalen ondergaat.

Bij de bespreking der intensiteit der verstrooide straling worden enkele voorbeelden aangehaald. Beter dan de zeer lange uitdrukkingen geheel uit te schrijven ware het geweest de algemeene methoden aan te geven, waardoor deze rekeningen verkort kunnen worden.

Het boekje besluit met een hoofdstuk, waarin besproken wordt hoe men in een materiaal kan uitmaken of men met mengsels, verbindingen of met

mengkristal te doen heeft, en een, waarin directe doorlichting van materiaal wordt behandeld. Door een inhoudsopgave zou het boekje zeker gewonnen hebben. v. A.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

M. Born und P. Jordan, Elementare Quantenmechanik, zweiter Band der Vorlesungen über Atommechanik, 434 blz. — Springer. Berlin. 1930. Prijs R.M. 28, geb. R.M. 29.80.

E. C. Stoner, Magnetism, 117 blz., 20 fig. — Methuen & Co. Ltd. London. 1930. Prijs 2/6 net.

H. T. Flint, Wave Mechanics, 117 blz., 19 fig. — Methuen & Co. Ltd. London. 1928. Prijs 3/6 net.

Christiaan Huygens, Oeuvres completes, Tome 16, 600 blz., 91 fig. — Publiées par La Société Hollandaise des Sciences. Nijhoff. den Haag. 1929.

Adam Hilger, Second series of stereoscopic photographs of crystal models, with stereoscope. — Adam Hilger. London. 1930. Prijs £ 1.4.9.

Eugène Bloch, L'Ancienne et la nouvelle théorie des quanta, 417 blz., vele fig. — Librairie scientifique. Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs Frs. 90.

STRIKVRAGEN

Vraag XLVI. **Een horizontale plank, aan beide zijden ondersteund, draagt in het midden een zwaren bol. Men laat de plank aan beide zijden tegelijk los. Blijft de bol op de plank liggen?**

Het antwoord op vraag XLV: *Waarom neemt de stijghoogte van een fontein toe, wanneer men de pijpopening vernauwt?* moet rekening houden met de wrijvingsverliezen in de pijpleiding per gram water, dat omhoog spuit. Indien de strooming in de leiding turbulent is, zal bij grootere opening wel de waterstroom grooter worden, maar het energieverlies per cm^3 water zal nagenoeg evenredig met dien stroom toenemen. Het gunstigst voor de spuithoogte der fontein is een zoo kleine opening, dat in de toevoerleiding turbulentie vermeden wordt.

 Afgedrukt 4 Maart 1930.

OVER KRISTALLEN VAN KALIUMBICHROMAAT

door P. L. STEDEHOUDER en P. TERPSTRA

Zusammenfassung.

Es wird die Auffassung von A. Schubnikow bestritten nach welcher das trikline Kaliumdichromat der triklin asymmetrischen Klasse angehören sollte.

1. Kristalle, in derselben Kristallisation auf (010) resp. auf $(0\bar{1}0)$ gewachsen, sind, wenn gleicher Grösze, einander spiegelbildlich gleich (Fig. 2).

2. Die schönsten und klarsten Kristalle zeigen weder auf (010) noch auf $(0\bar{1}0)$ Metallglanz.

3. Kristalle, welche auf $\{100\}$ gewachsen sind, zeigen $(02\bar{1})$ und $(0\bar{2}1)$ in gleicher Grösze (Fig. 4 und 5).

4. Als die beiden Enden durch Spaltung nach $\{001\}$ abgeschnitten wurden, entstand oft beim ausheilen (liegend auf $\{100\}$) eine gröszere Fläche $\{0\bar{2}1\}$ an der Stelle wo früher die kleinere Fläche war.

5. Wächst ein Kristall mit senkrechter $\{02\bar{1}\}$ drehend, so werden $(02\bar{1})$ en $(0\bar{2}1)$ gleich grosz.

Weil Kaliumdichromat sich überdies auch als nicht piezoelektrisch gezeigt hat, gehört es der triklin pinakoidalen Klasse an.

Zwischen den triklinen Kristallen wurden einige monokline Kristalle gefunden; Sp. G. bei 16° C. = 2,736;
$a : b : c = 1{,}0123 : 1 : 1{,}7675 = 0{,}5575 : 0{,}9734 : 0{,}5507$; $\beta = 88° . 4\frac{1}{2}'$;
beobachtete Formen:
$\{001\}$, $\{111\}$, $\{\bar{1}11\}$, $\{\bar{1}01\}$, $\{101\}$, $\{102\}$, $\{010\}$, $\{011\}$;
für *Na*-Licht $\alpha = 1{,}725$, $\beta = 1{,}762$, $\gamma = 1{,}891$; *A. E.* $\perp \{010\}$;
1e Mittellinie 34°37′ mit der *c*-Achse im stumpfen winkel β; $\varrho < \nu$.
Mitunter zerfallen monokline Kristalle in Pulver.

§ 1. De bij kamertemperatuur uit een zwak oververzadigde, waterige oplossing ontstaande kristallen van kaliumbichromaat zijn bijna alle „rechthoekige plaatjes", die met één der vlakken van den vorm $\{010\}$ op den bodem der kristalliseerschaal liggen. Bij een nadere beschouwing van deze kristallen valt direct de ongelijke grootte der beide vlakken $(02\bar{1})$ en $(0\bar{2}1)$ op; dat vlak, dat bij het groeien van het kristal zich aan den bovenkant bevond, is

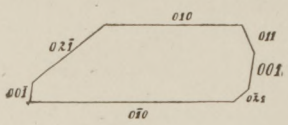


Fig. 1.

meestal veel grooter dan het andere, waardoor een verticale doorsnee volgens de lengterichting der rechthoekige plaatjes den in figuur 1 aangegeven vorm krijgt.

De oudere kristallographen [1]) maken van deze eigenaardigheid geen melding [2]), zoodat zij haar klaarblijkelijk beschouwen als een van de eigenschappen van kaliumbichromaat onafhankelijk verschijnsel, dat veroorzaakt wordt, doordat bij een tweetal evenwijdige vlakken voor het zich aan den bovenkant bevindende vlak het verloop der voedende gravitatie-concentratie-stroomingen zeer veel verschilt van dat der zich bij het andere vlak ontwikkelende stroomingen.

Kaliumbichromaat werd dus gerekend tot de triklien pinakoidale klasse, totdat A. Schubnikow [3]) in 1912 uit een reeks proeven omtrent het groeien van kaliumbichromaatkristallen de conclusie trok, dat de bovenvermelde eigenaardige vorm, inplaats van een bijkomstigheid, een intrinsieke eigenschap dezer kristallen is, waarin hun asymmetrisch karakter tot uiting komt. Nadien werd kaliumbichromaat gerekend tot de triklien asymmetrische klasse [4]). Op grond van deze indeeling mag men o.a. verwachten, dat kaliumbichromaatkristallen het verschijnsel der piezoelectriciteit zullen vertoonen. S. B. Elings en P. Terpstra [5]) slaagden er evenwel niet in bij deze kristallen de verwachte piezoelectrische resonantietrillingen te vinden. Daar derhalve de uitkomsten der onderzoekingen resp. van de groeiverschijnselen en van het piezoelectrisch gedrag met elkaar in strijd waren, leek het ons gewenscht de groeiverschijnselen opnieuw te bestudeeren.

Nu is het direct duidelijk, dat, indien de ongelijkheid van de vlakken $(02\bar{1})$ en $(0\bar{2}1)$ alleen een gevolg is van de orientatie dier vlakken tenopzichte van de zwaartekracht, een kristal, dat gegroeid is liggende op $(0\bar{1}0)$ en waarvoor $(02\bar{1})$ grooter is dan $(0\bar{2}1)$, als men het omkeert, zoodat het op (010) komt te liggen, zóó moet verder groeien, dat na eenigen tijd $(0\bar{2}1)$ grooter is dan $(02\bar{1})$. Schubnikow nu zaaide een vijftigtal kiemen in een zwak overzadigde oplossing uit en liet die daarin verder groeien. Als de kristallen een symmetriecentrum zouden bezitten, mocht hij dus verwachten, dat de kiemen, die waren neergevallen op (010) zouden groeien tot kristallen, die het spiegelbeeld zijn van degenen, welke

waren ontstaan uit op $(0\bar{1}0)$ liggende kiemen. Hij vond evenwel, dat dit niet het geval was, dat daarentegen $(0\bar{2}1)$, ook als het zich aan den bovenkant van het groeiende kristal bevond, steeds kleiner was dan $(02\bar{1})$ van een uit een anders georiënteerde kiem gegroeid exemplaar.

§ 2. Voor het bereiden der kristallen brachten wij 5 Liter van een kaliumbichromaatoplossing, die bij 16° C. 2 à 3% oververzadigd was, in een kristallisatievat, dat gedurende een paar dagen zoo goed mogelijk op 16° C. werd gehouden. Hierbij werden zeer fraaie, heldere kristallen verkregen, welker eenige onvolkomenheid was, dat het vlak, waarop het groeiende kristal had gelegen, de gewone groeven vertoonde. Bij een nauwkeurige beschouwing van

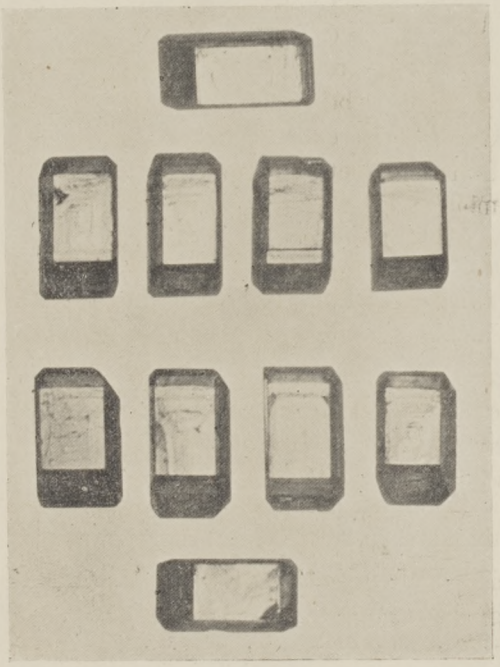


Fig. 2.

een groot aantal dezer kristallen blijkt, dat de zaaiproef van Schubnikow overbodig is.

De natuur zelf zorgt ervoor, dat ongeveer de helft der kristallen

is gegroeid liggende op (010) en de andere helft op ($0\bar{1}0$). Verdeelt men nu naar dit kenmerk de geheele kristallisatie in twee groepen, dan blijken steeds twee evengroote tot verschillende groepen behoorende individuen zoo goed elkaars spiegelbeeld te zijn als men maar had kunnen verwachten (speciaal zijn de vlakken ($02\bar{1}$) van het eene en ($0\bar{2}1$) van het andere kristal dan even groot). Ter verduidelijking zijn in fig. 2 tien uit dezelfde kristallisatie afkomstige kristallen afgebeeld, waarvan het bovenste vijftal op ($0\bar{1}0$), het onderste op (010) is gegroeid. De vlakken ($02\bar{1}$) resp. ($0\bar{2}1$) liggen

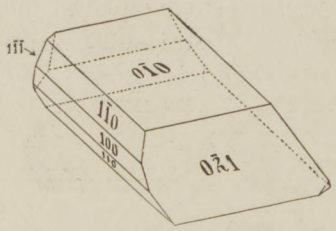


Fig. 3*a*.

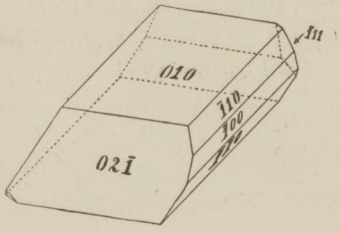


Fig. 3*b*.

bij het bovenste en het benedenste kristal links en bij de overigen onder den witten rechthoek, die het bovenvlak van het kristal voorstelt (zie ook fig. 3).

Bovendien bleek, dat in overeenstemming met wat Schubnikow vermeldt, bij sommige kristallen één der vlakken van {010} een metaalglans vertoont, maar dat, in tegenstelling met de meening van Schubnikow, dit vlak nu eens (010) en dan weer ($0\bar{1}0$) is en dat bij de mooiste heldere kristallen in het geheel geen metaalglans voor komt.

Als men de kristallen van een kristallisatie stuk voor stuk bekijkt, vindt men steeds ook eenige exemplaren, die bij het groeien op een ander vlak dan (010) of ($0\bar{1}0$) hebben gelegen. Voor ons doel waren daaronder vooral merkwaardig die, welke gegroeid zijn op (100) of op ($\bar{1}00$), daar hierbij de vlakken ($02\bar{1}$) en ($0\bar{2}1$) ongeveer vertikaal staan en deze beide vlakken dan dus ten opzichte van de zwaartekracht ongeveer in dezelfde conditie zijn. Wij vonden, dat deze beide vlakken in deze gevallen meestal nagenoeg even groot zijn, terwijl het kristal nu toch in de gelegenheid is geweest zijn veronderstelde asymmetrie ongestoord tot uiting te brengen door ongelijke ontwikkeling dier beide vlakken.

In fig. 4 zijn eenige van deze kristallen afgebeeld; ter herkenning der vlakken $(02\bar{1})$ en $(0\bar{2}1)$ zie men fig. 5.

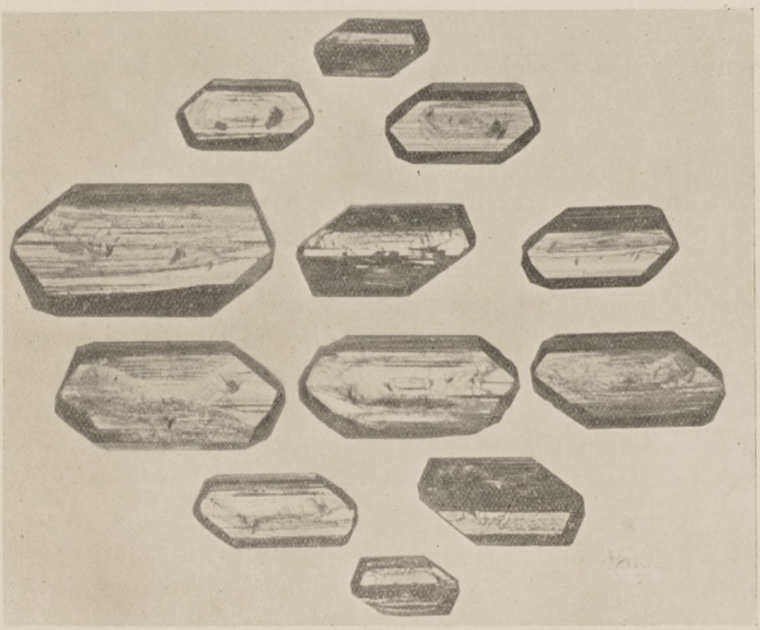


Fig. 4.

Dat bij de gewone plaatvormige kristallen de ongelijke groottes aan de uitwendige omstandigheden en niet aan de intrinsieke eigenschappen van het kristal moeten worden toegeschreven, hebben wij ook nog door de volgende proef trachten aan te toonen. Van een aantal der „rechthoekige plaatjes" werden door splijting volgens $\{001\}$ de uiteinden afgehakt en daarna de zoo verminkte kristallen, liggende op $\{100\}$, ter aangroeiïng gebracht in een op lossing, die $1\frac{1}{2}\%$ oververzadigd was [6]). De vlakken $(02\bar{1})$ en $(0\bar{2}1)$ werden in het algemeen wel ongelijk groot, maar bij ongeveer de helft van het geheele aantal kristallen was na het aangroeien dat vlak het grootst, dat vóór het splijten het kleinst was.

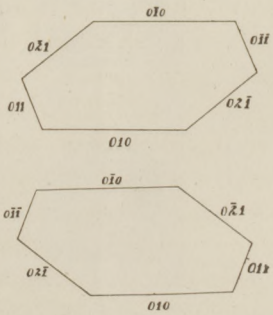


Fig. 5.

Tenslotte hebben wij kristallen laten

aangroeien terwijl zij volgens een cirkelvormige baan (middellijn 10 cm) door de oplossing werden bewogen. De vlakken $(02\bar{1})$ en $(0\bar{2}1)$, die vertikaal waren opgesteld, werden van ongelijke grootte. Dit was echter te verwachten, want bij deze draaiïng waren de vlakken niet in dezelfde conditie, daar immers steeds hetzelfde vlak „voorop" is. Toen wij evenwel de proef zoo inrichtten, dat telkens na één rondgang het kristal een kwartslag draaide, zoodat dus telkens een ander vlak „voorop" kwam, werden de beide vlakken $(02\bar{1})$ en $(0\bar{2}1)$ evengroot.

Wij meenen nu uit de boven vermelde waarnemingen de conclusie te mogen trekken, dat de groeiverschijnselen bij de trikliene kaliumbichromaatkristallen, die bij gewone temperatuur uit waterige oplossingen ontstaan, niet in strijd zijn met de onderstelling dat deze kristallen een symmetriecentrum bezitten. In verband verder met hun piezoelectrisch gedrag meenen wij, dat derhalve *deze kristallen weer moeten worden teruggebracht naar de triklien pinakoidale klasse, waartoe zij vóór 1912 werden gerekend.*

§ 3. Behalve eenige trikliene tweelingen volgens (010) vonden wij in onze kristallisaties herhaaldelijk enkele plaatvormige kristallen, die opvielen door hun vorm en door hun eenigszins afwijkende kleur, die iets herinnert aan oranje. In fig. 6 is een aantal van deze kristallen afgebeeld. Een goniometrisch onderzoek wees uit, dat we te doen hadden met den tot nu toe onbekenden *monoklienen*

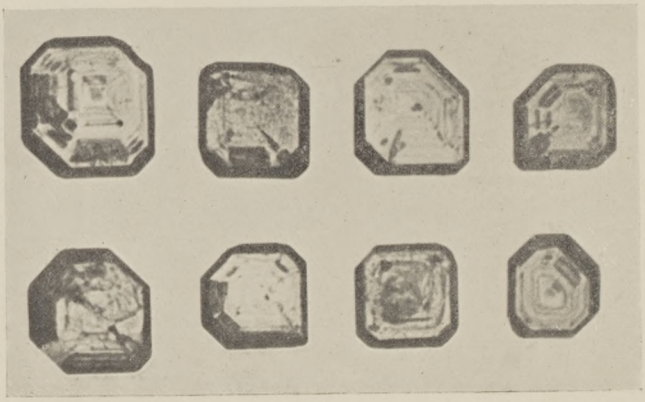


Fig. 6.

vorm van kaliumbichromaat, waarvan P. Groth, op grond van de bij $Rb_2Cr_2O_7$ en $(NH_4)_2Cr_2O_7$ waargenomen modificaties, de mogelijkheid reeds heeft vermoed: „Hiernach ist auch die mögliche Existenz einer monoklinen Modifikation des Kaliumdichromates anzunehmen, welche aber vielleicht nur in isomorphen Mischungen mit dem Ammoniumsalze, die noch nicht untersucht wurden, stabil ist" [7]).

Prof. H. J. Backer was zoo vriendelijk voor ons een analyse der nieuwe modificatie uit te voeren; wij betuigen hem daarvoor onzen welgemeenden dank. De resultaten dezer analyse waren:

0,033 gram gebruiken 8,79 c.c. natrium-thiosulfaat 0,0765 *N*.
hieruit volgt: mol. gew. = 294,4
berekend mol. gew. $K_2Cr_2O_7$ = 294,2
0,0516 Gram geven 0,0893 Gram $BaCrO_4$; Cr = 35,52°/₀
berekend Cr = 35,35°/₀
0,0516 Gram geven 0,0309 Gram K_2SO_4; K = 26,87°/₀
berekend K = 26,58°/₀

De kristallen hebben derhalve de samenstelling $K_2Cr_2O_7$, dezelfde als die van den triklienen vorm.

De kristallographische gegevens zijn de volgende:

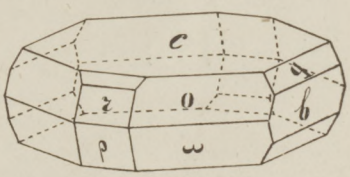


Fig. 7.

Monoklien.

$a : b : c = 1{,}0123 : 1 : 1{,}7675.$
$\beta = 88°4\frac{1}{2}'.$

Waargenomen vormen: $c = \{001\}$; $o = \{111\}$; $\omega = \{\bar{1}11\}$; $\varrho = \{\bar{1}01\}$; $r = \{101\}$; $t = \{102\}$; $b = \{010\}$; $q = \{011\}$.

hoeken	waargenomen	berekend
$(001) — (\bar{1}01) =$	*61°39′	—
$(001) — (101) =$	*58°45′	—
$(\bar{1}01) — (\bar{1}11) =$	*41°42′	—
$(001) — (102) =$	40°16′	40°16′
$(001) — (011) =$	60°31′	60°27′
$(001) — (111) =$	66°53′	66°54′
$(001) — (\bar{1}\bar{1}1) =$	69°15′	69°14′
$(101) — (111) =$	40°54′	40°53′

De kristallen zijn gewoonlijk plaatvormig volgens {001}; soms zijn {001} en {010} ongeveer even groot. De kristallen zijn zeer duidelijk pleochroïtisch: de volgens {001} plaatvormige kristallen b.v. laten trillingen evenwijdig de ortho-as door met een geelgroenachtig rooden en trillingen loodrecht daarop met een bruinachtig rooden tint. De brekingsindices werden bepaald volgens de methode van het deviatieminimum:

Golflengte	Prisma	Brekende hoek	Deviatie	Brekings-index
0,578	(101) — (00$\bar{1}$)	58°44′	55°39′	1,715
0,546	(101) — (00$\bar{1}$)	58°44′	56°45′	1,724
0,589	(011) — (0$\bar{1}$1)	58°57′	60°55′	1,759
0,589	(011) — (0$\bar{1}$1)	58°57′	77° 3′	1,884
0,578	(011) — (0$\bar{1}$1)	58°57′	61°18′	1,762
0,578	(011) — (0$\bar{1}$1)	58°57′	78° 2′	1,891

Hieruit volgt: voor $\lambda = 0{,}578\mu$; $2V = 66°14'$.
$\alpha = 1{,}715$; $\beta = 1{,}762$; $\gamma = 1{,}891$;

Het vlak der optische assen is loodrecht op {010} en de eerste middellijn maakt in den stompen hoek β een hoek van 34°37′ met de positieve c-as (het vlak der optische assen is dus ongeveer evenwijdig met {$\bar{1}$01}). In olie ($n = 1{,}48$) treden, als aan het kristalletje een voldoende helling wordt gegeven, door {001} de beide assen uit. Het assenbeeld vertoont een duidelijke horizontale dispersie, terwijl $\varrho < v$. Voor den schijnbaren hoek der optische assen werd hierbij gevonden 81°0′ (Na-licht), terwijl men uit de bovenvermelde brekingsindices door berekening voor dezen hoek vindt 81°4′.

§ 4. Ter vergelijking met de trikliene modificatie, waarvoor Schabus vond

$$a : b : c = 0{,}5575 : 1 : 0{,}5511;$$

$$\alpha = 82°0'; \beta = 90°51'; \gamma = 83°47;$$

kan men de assenverhouding der monokliene kristallen in den vorm brengen:

$$a : c : b = 0{,}5575 : 0{,}9734 : 0{,}5507.$$

Er is dus volgens het goniometrisch onderzoek waarschijnlijk een zeer groote overeenstemming tusschen de structuur-parameters der vlakken {010} van het trikliene zout

$$(0{,}5575;\ 0{,}5511;\ 90°51';\ 0{,}5575 \times 0{,}5511 \times \sin 90°51' = 0{,}3072)$$

en die der vlakken {001} van den monoklienen vorm

$$(0{,}5575;\ 0{,}5507;\ 90°;\ 0{,}5575 \times 0{,}5507 = 0{,}3070).$$

Dit wordt bevestigd door de volgende proef. Brengt men op het vlak (001) van een monoklien kristal een druppel van een verzadigde kaliumbichromaatoplossing, dan kristalliseert bij het opdrogen van dien druppel het daarin aanwezige zout op het vlak

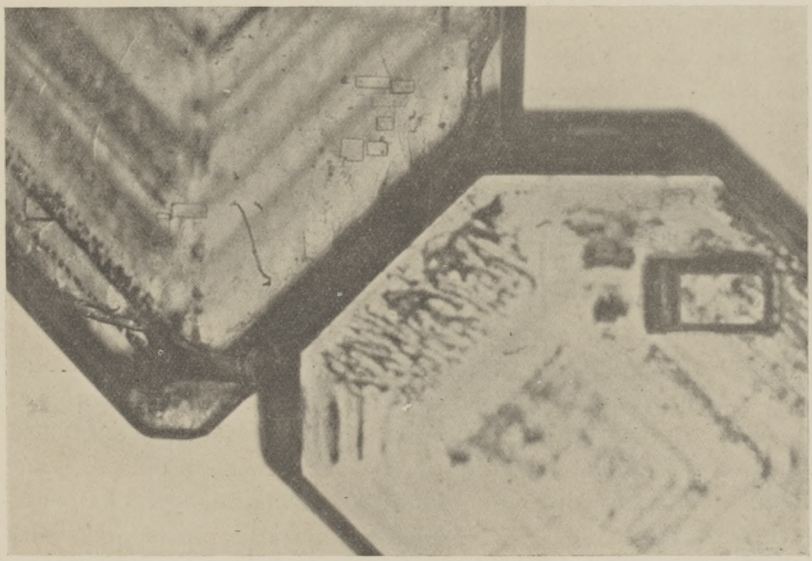


Fig. 8.

van het monokliene kristal uit in kleine trikliene kristalletjes, die volgens goniometrisch onderzoek met hun *a*-as en *c*-as resp. evenwijdig liggen aan de *a*-as en de *b*-as van het monokliene kristal. In fig. 8 zijn twee monokliene kristallen met dergelijke georiënteerde vergroeiïngen afgebeeld. Op het linker van die beide kristallen ziet men de kleine rechthoekjes, die op de bovenbeschreven wijze uit een druppel der verzadigde oplossing zijn ontstaan;

het andere draagt een veel grooter triklien kristalletje, dat er in het kristallisatievat op is gegroeid. Georiënteerde vergroeiingen van de laatste soort hebben wij herhaaldelijk tusschen onze kristallisaties gevonden. Met het feit, dat op de bovenbeschreven wijze uit een druppel der verzadigde oplossing steeds trikliene kristalletjes voor den dag komen, is in overeenstemming onze ervaring, dat het niet gelukt monokliene entkristallen in een zwak oververzadigde oplossing te laten verder groeien. Wij vonden steeds, dat uit elk monoklien entkristalletje een groep trikliene kristallen groeide (een enkele maal ontstond uit een monoklien entkristalletje één groot triklien kristal). Wel deed zich het raadselachtige verschijnsel voor, dat in een met een monoklien entkristalletje geënte kristallisatie elders in de oplossing monokliene kristalletjes ontstonden en wel in grooter aantal dan in een niet geënte oplossing, waarin ze slechts zelden optraden. Wees dit reeds op een geringe stabiliteit van den monoklienen vorm, we werden daarvan geheel overtuigd, toen wij bemerkten, dat voor en na sommige onzer monokliene kristallen zonder aangeefbare uitwendige oorzaak plotseling in poeder uiteen vielen. Later bleek, dat dit uiteenvallen ook willekeurig is te verkrijgen door een verhitting tot ca. 120° C.

Tenslotte vonden wij als S.G. van de monokliene kristallen bij 16° C. 2,736. Berekent men nu zoowel voor den triklienen als voor den monoklienen vorm met de bovenvermelde kristallographische elementen de volumina der op de assen geconstrueerde parallelopipeda, dan vindt men voor de gewichten dezer parallelopipeda overeenkomstige getallen [8]). Mede in verband met het verschijnsel van den geöriënteerden groei der beide vormen op elkaar, is het derhalve waarschijnlijk te achten, dat deze parallelopipeda gelijkvormig zijn met de resp. elementaire parallelopipeda der beide kristalsoorten.

Naschrift bij de correctie.

Naar aanleiding van een pas in het Zeitschrift für Krist. (Band 72, bldz. 476) verschenen artikel van B. Goszner en F. Muszgnug „Über kristallographische Beziehungen zwischen Kaliumdichromat und Ammoniumdichromat" hebben wij eenige monokliene kaliumbichromaat kristallen aan professor B. Goszner in München gezonden. Als resultaat van een röntgenografisch onderzoek dezer kristallen schrijft professor Goszner ons nu:

„Herr Dr. F. Muszgnug hat jetzt die Untersuchung der „monoklinen $K_2Cr_2O_7$ Kristalle beendigt und berichtet Folgendes: „Die Parameter $P_{[100]}$, $P_{[010]}$, $P_{[011]}$ sind aus Schichtlinien ab-„ständen, der Parameter $P_{[001]}$ aus den Reflexen 004, 006, 008 „unter Mitbenutzung von $\beta = 91° 55\frac{1}{2}'$ bestimmt. Die Gitterkon-„stanten sind $a = 7{,}47$ Å; $b = 7{,}35$ Å; $c = 12{,}97$ Å; $\beta = 91° 55\frac{1}{2}'$. „Ferner berechnet sich z (Zahl der Moleküle im Elementarkörper) „$= 4{,}01$ und $a : b : c = 1{,}016 : 1 : 1{,}765$.

„Es ist auszerdem $P_{[011]} = 7{,}50$ beob., bez. 7,45 ber. „$(= \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + c^2})$. Schichtlinien, welche auf den Wert $2 \times 7{,}5$ hin-„deuten würden, konnten nicht aufgefunden werden. Also ist der „Elementar körper einseitig flächenzentriert und zwar betrifft die „Zentrierung die Fläche (100). Die Basis reflektiert in 004, 006, 008. „Ein einzelner Einstich ist dabei etwas zweifelhaft. Er würde gut „zu 005 passen. Ähnliche Fälle sind bei unseren früheren Unter-„suchungen mehrfach vorgekommen. Solche Punkte, die dem ge-„samten sonstigen Befund widersprechen, sind zwar vorläufig nicht „zu erklären, müssen aber notwendig als „falsche" bezeichnet „werden. Die obige Bestimmung der Raumgitterart dürfte trotzdem „gesichert sein".

Er bestaat dus groote overeenkomst tusschen de roosterkonstanten van de monokliene en die van de trikliene modificatie (deze zijn 7,50 Å; 7,38 Å en 13,40 Å). Bij den vroeger vermelden georienteerden groei van den eenen vorm op den anderen vallen de parameters 7,50 Å en 7,38 Å van de trikliene resp. langs de parameters 7,47 Å en 7,35 Å van de monokliene kristallen.

Zoo juist is ons gebleken, dat in de Comptes Rendus van 1913, bldz. 1022 een artikel voorkomt van A. Duffour, waarin deze monokliene kristallen van kaliumbichromaat beschrijft met dezelfde assenverhouding als de onze en die hij verkreeg door een overmaat van $Al_2(SO_4)_3$ te voegen bij een oplossing van K_2CrO_4. Dit artikel van Duffour schijnt onopgemerkt te zijn gebleven, daar het noch aan Groth (1921), noch aan Goszner (1930) bekend was.

LITTERATUUR

1) J. Schabus. Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss. Wien. 1850, **5**, 369.
A. Sella. Atti R. Acad. d. Sc. Torino 1889, **25**, 153.
G. Wyrouboff. Bull. Soc. Fr. min. 1890, **13**, 306.

A. Fock. Zeitschr. f. Krystall. 1894, **23,** 216 (Door een vergissing hier beschreven als kristallen van amidochroomzuur-lithium).
C. F. Rammelsberg. Handbuch der Kryst. Phys. Chemie I, 592.

2) Schabus geeft negen teekeningen van kaliumbichromaatkristallen, waarin steeds elk tweetal evenwijdige vlakken even groot is geteekend.

3) A. Schubnikow. Zeitschr. f. Krystall. 1912, **50,** 19.

4) P. Groth. Elemente der Phys. und Chem. Kryst. 107.
Zie ook: Zeitschr. f. Krystall. 1913, **51,** 299.

5) S. B. Elings en P. Terpstra. Zeitschr. f. Krist. 1928, **67,** 279.

6) S.G. = 1,076; uit een dergelijke oplossing kristalliseert, indien zij rustig aan zich zelf wordt overgelaten, zelfs na dagen niets uit; in ons geval groeiden alleen de ingebrachte kristallen verder.

7) P. Groth. Chem. Kryst. II, 584. Zie ook: Elemente der Phys. und Chem. Kryst. (1921); de daar op bladz. 324 vermelde labiele monokliene modificatie kan niet identiek zijn met de hier beschreven kristallen, daar deze niet een veel kleiner maar een iets grooter s.g. hebben dan de trikliene kristallen.

8) Triklien: $a : b : c = 0{,}5575 : 1 : 0{,}5511$; $\alpha = 82°0'$; $\beta = 90°51'$; $\gamma = 83°47$;
$\vartheta = (001) — (010) = 98°9'$; S.G. = 2,670.
$V = abc \sin\beta \sin\gamma \sin\vartheta = 0{,}3023$. $G = 0{,}3023 \times 2{,}670 =$ **0,807.**
Monoklien: $a : b : c = 0{,}5575 : 0{,}5507 : 0{,}9734$; S.G. = 2,736.
$V = 0{,}2989$; $G = 0{,}2989 \times 2{,}736 =$ **0,818.**

Groningen.
Min. Geol. Instituut der R. Univ.

EEN RÖNTGENBUIS MET DRAAIENDE ANTIKATHODE

door A. BOUWERS

Om scherpe Röntgenopnamen te kunnen maken, beschikken wij gaarne over een Röntgenbuis met een klein focus. Wij wenschen echter tevens een hooge belastbaarheid van de antikathoden om met zoo kort mogelijke belichtingstijden uit te komen. Het is dus van belang, dat de specifieke belastbaarheid — waaronder wij willen verstaan het aantal Watts, dat voor elke mm^2 focus-oppervlakte toelaatbaar is — zoo hoog mogelijk opgevoerd wordt. Daartoe is allereerst noodig, dat de electronenbundel zooveel mogelijk homogeen is, zoodat een gelijkmatig, overal even sterk belast focus ontstaat. Verder hangt de belastbaarheid sterk van het materiaal der antikathode af. Is het niet om een bijzondere karakteristieke straling te doen, maar alleen om de totale energie van het continue Röntgenspectrum, dan blijkt een antikathode van wolfram en koper, met water gekoeld, het voordeeligst te zijn. Wolfram heeft een hoog atoomnummer, dus een gunstig rendement, de toelaatbare temperatuur is ca. 3000° C en de warmtegeleiding is tamelijk goed. De wolframschijf dient echter met goed warmtecontact tegen zuiver koper aan te liggen en zoo dun mogelijk te zijn. De gunstigste dikte wordt door den duur der belasting bepaald. Zij is in het ideale geval juist zoo groot, dat de maximale temperatuur in het focusoppervlak ongeveer 3000° C is, terwijl de temperatuur van de grensvlakte tusschen wolfram en koper ongeveer 1000° C bedraagt. Het wolfram zou dunner moeten zijn, naarmate de belasting van korteren duur was.

Hoe zorgvuldig men echter de antikathode ook construeert, men zal een zekere maximale belasting niet kunnen overschrijden, daar een bepaalde belasting ten slotte een bepaalde verwarming veroorzaakt en te hooge temperatuur tot smelten of verdampen aanleiding zou geven.

Wanneer de warmtecapaciteit en de warmtegeleiding van het

antikathodemateriaal bekend zijn, is de temperatuur na een gegeven belasting bij benadering te berekenen. Een dergelijke berekening hebben wij uitgevoerd [1]) voor het geval van kortstondige belastingen, die vooral in de medische practijk een rol spelen, daar opnamen van langen duur onscherp zouden worden ten gevolge van de beweging der af te beelden organen. Men verlangt hier dus korte belichtingstijden niet alleen uit economische overwegingen.

De berekeningen zijn uitgevoerd voor een z.g. lijnfocus, welk type van focus in moderne Röntgenbuizen terecht meer en meer gebruikelijk wordt. De berekening leert o.a., dat de temperatuurstijging met de momentane waarde der belasting recht evenredig is en dat de specifieke belasting van 200 à 250 Watt bij een antikathode van wolfram en koper gedurende 1 seconde hoogstens toelaatbaar is. De gunstigste wolframdikte voor dezen belastingsduur blijkt ongeveer 1,7 mm te zijn. Deze resultaten worden door experimenten volkomen bevestigd.

Voor het stationnaire geval — opnamen van langen duur — en een cirkelvormig focus werden temperatuurberekeningen uitgevoerd door A. Müller [2]).

Ten einde de specifieke belastbaarheid, die dus door keuze van het materiaal niet meer verhoogd kan worden, toch nog op te voeren, zijn wij overgegaan tot de constructie van een Röntgenbuis met draaiende antikathode, die hieronder nader beschreven zal worden.

Het idee van een beweegbare antikathode bleek geenszins nieuw te zijn. In de „Revue Scientifique et Industrielle de l'année 1898—99" zien wij in het boek van J. L. Breton „Les Rayons cathodiques et Rayons X" reeds een Röntgenbuis beschreven, die gedurende de opname ronddraait „de façon à changer constamment le point d'émission qui, par suite, n'a pas le temps de s'échauffer d'une façon dangereuse".

Het is ons gelukt een buis met draaiende antikathode te bouwen, die op ieder willekeurig Röntgentoestel kan worden aangesloten en die kortstondige belastingen toelaat, welke zeven à acht maal grooter zijn dan die, welke voor een stilstaande antikathode toelaatbaar

1) A. Bouwers, Über den Temperaturverlauf an der Anode einer Röntgenröhre, Zeitschr. f. techn. Physik 8, 271, 1927.

A. Bouwers, Der Brennfleck einer Röntgenröhre und die Belastbarkeit, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. 40, 284, 1929.

2) A. Müller, On the Input Limit of an X-Ray Tube with Circular Focus, Proc. Roy. Soc. A. Vol. 117, p. 30, 1927.

zijn [1]). Daartoe is het noodig, dat de antikathode zóó snel draait, dat de verplaatsing gedurende den opnametijd ongeveer zestig maal de focusbreedte bedraagt. Dit tengevolge van het feit, dat de temperatuur van de antikathode na zeer korte belastingen slechts met den wortel uit den belastingstijd stijgt.

De berekening van de temperatuur van het antikathodeoppervlak wordt voor zeer korte belastingstijden eenvoudig.

Zij t de belastingstijd, x de loodrechte afstand achter het midden van het focus, T de temperatuur en Q de hoeveelheid warmte per cm² focusoppervlakte. Daar elk punt der antikathode telkens gedurende zeer korten tijd belast wordt, heeft warmteafvoer nagenoeg slechts in één richting plaats, nl. loodrecht op het focusoppervlak. Deze aanname is inderdaad nagenoeg juist, wanneer $t < 0{,}04$ seconde. Noemen wij nu nog k en c respectievelijk de warmtegeleiding en de warmtecapaciteit van het antikathodemateriaal, dan komen wij tot de eenvoudige differentiaalvergelijking:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

die wij als diffusievergelijking herkennen.

De grenscondities zijn:

$$T = T_0 \text{ voor } t = 0,$$

$$\partial T / \partial x = - Q/k \text{ voor } t > 0.$$

De oplossing luidt:

$$T - T_0 = \frac{2Q}{\sqrt{kc\pi}} \sqrt{t}.$$

Voor een antikathode van wolfram en koper en een wolframdikte van 0,2 mm kan men bij benadering schrijven:

$$T - T_0 = 40W \sqrt{t},$$

$$\text{als } t < 0{,}04 \text{ sec.},$$

waarin W weer de specifieke belastbaarheid (watts/mm²) beteekent.

De temperatuur stijgt dus inderdaad bij zeer korte belastingen evenredig met den wortel uit den belastingstijd evenals de concentratie in het geval van diffusie. Men moet dus den belastingstijd p^2

1) A. Bouwers, Eine Metallröntgenröhre mit drehbarer Anode, Verhandlungen der Deutschen Röntgengesellsch. XX, 103, 1929 (Kongressheft Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstrahlen 1929).

maal zoo klein maken om de temperatuurstijging tot $1/p$de deel te reduceeren.

Wat geschiedt nu bij de draaiende antikathode?

Eenvoudigheidshalve denken wij ons de antikathode stilstaand en het focus bewegend over den antikathodespiegel, en wel een rechthoekig focus, dat van links naar rechts beweegt, zooals in figuur 1 is aangegeven. Wanneer het focus zich gedurende den op-

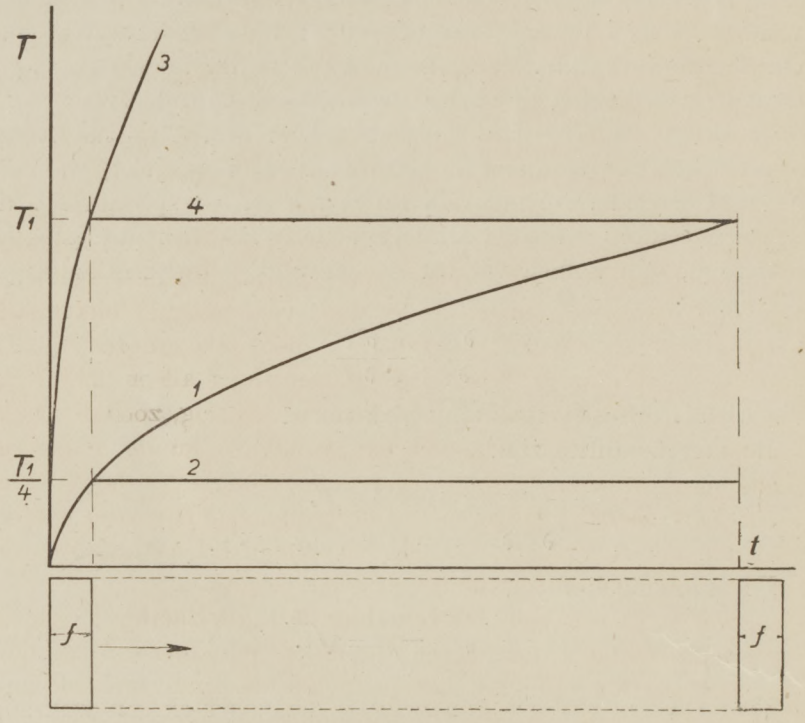


Fig. 1.

nametijd over een afstand van n-maal zijn doorsnede (in de richting der beweging) verplaatst, dan is het duidelijk, dat elk punt van de doorloopen baan slechts gedurende een n-de deel van den tijd belast wordt. Dientengevolge wordt de bereikte temperatuur met een factor $\sqrt{n}$ verkleind. Een $\sqrt{n}$-maal zoo groote belasting zou noodig zijn om de oorspronkelijke temperatuur te veroorzaken.

In figuur 1 stelt de parabool 1 de temperatuur voor, zooals zij stijgt bij stilstaande antikathode en 2 de temperatuur bij bewegende antikathode met dezelfde belasting, en wel met een bewegings-

snelheid van 16-maal de focusbreedte gedurende den opnametijd. De temperatuur is dus tot op $^1/_4$ van de maximale waarde T_1 gereduceerd. Alleen de linkerzijde van het focus krijgt deze temperatuur, de rechterzijde blijft voortdurend koud.

In figuur 1 geeft curve 4 aan het temperatuurverloop bij een viervoudige belasting bij draaiende antikathode en 3 bij een viervoudige belasting en stilstaande antikathode. Aannemende, dat temperatuur T_1 met de hoogst toelaatbare temperatuur (ongeveer 3000° C) overeenkomt, dan is deze viervoudige belastingsvergrooting dus juist geoorloofd, wanneer de antikathode met de aangenomen snelheid draait.

Wij zien dus, dat, wanneer men de belastbaarheid met betrekking tot een stilstaande antikathode wil verviervoudigen, de antikathode gedurende dezen korten tijd zóó snel moet bewegen, dat minstens 16-maal de focusbreedte doorloopen wordt; in het algemeen voor een p-voudige verbetering p^2-maal. En deze snelheden zijn nog onderste grenzen, want door verschillende bijkomstige omstandigheden moeten zij in werkelijkheid nog grooter zijn. De warmte verspreidt zich bijvoorbeeld niet exact alleen achter het focus, maar ook eenigszins in zijdelingsche richting, zoodat bij verplaatsing der antikathode niet een volkomen koude, maar een reeds min of meer voorgewarmde oppervlakte ter beschikking komt. Ook heeft na langeren tijd de temperatuurtoename minder snel dan met $\sqrt{t}$ plaats, wat de belastbaarheid na langeren tijd bij de stilstaande antikathode ten goede komt.

Verder is na een volle omwenteling de antikathode niet geheel afgekoeld, zoodat gedurende de tweede omwenteling een iets hoogere temperatuur ontstaat dan gedurende de eerste omwenteling.

Maar ten slotte, en dat is gewoonlijk belangrijker, gelden de berekeningen voor homogene, niet-pulseerende belastingen, terwijl in de practijk dikwijls pulseerende belastingen toegepast worden.

Het is gemakkelijk in te zien, dat het pulseeren der belasting veroorzaakt, dat de temperatuur hooger wordt dan bij gelijkmatige belasting het geval zou zijn, zoowel bij stilstaande als bij draaiende antikathode. Dit effect is echter bij de roteerende antikathode aanmerkelijk grooter dan bij de stilstaande, wat samenhangt met het feit, dat de temperatuur bij stilstaande antikathode voortdurend stijgt gedurende de belasting, terwijl zij daartegenover bij de draaiende antikathode slechts met de momentane waarde der

belasting op en af gaat. Want een belasting behoeft slechts zoo lang te duren, als het focus noodig heeft om zich éénmaal over een afstand gelijk aan zijn breedte te verplaatsen om te veroorzaken, dat de antikathode (aan den linkerkant van het focus) de overeenkomstige temperatuur heeft aangenomen. Men kan dat gemakkelijk inzien door figuur 1 te beschouwen.

Bij belasting met normalen wisselstroom is de momentane waarde van de belasting maximaal ongeveer 1,5-maal de gemiddelde waarde en dus zal bij de draaiende antikathode de hoogste temperatuur ook ongeveer 1,5-maal zoo groot zijn als die, welke bij gelijkmatige belasting met dezelfde energie zou ontstaan. De pulseerende belasting eischt dus meer dan de dubbele draaisnelheid. Bij belasting met draaistroom is de maximale waarde ongeveer 10% hooger dan de gemiddelde waarde en derhalve de extra vereischte draaisnelheid ongeveer 20%.

Samenvattend vinden wij dus, dat om een p-voudige verbetering te verkrijgen, de draaisnelheid zóó groot moet zijn, dat de gedurende de opname afgelegde weg bij gelijkmatige belasting minstens $p^2 f$ mm bedraagt. Of, als t de belastingstijd is, n het aantal omwentelingen per seconde en r de straal van de focusbaan:

$$p^2 f = 2\pi n r t$$

$$p = \sqrt{\frac{2\pi n r t}{f}}.$$

Dit geldt slechts voor uiterst korte belastingstijden, daar, zooals reeds opgemerkt werd, de temperatuur bij stilstaande antikathode slechts in het begin met den wortel uit den belastingstijd stijgt. Bij belastingen van langeren duur stijgt de temperatuur minder snel dan met $\sqrt{t}$ en dientengevolge neemt de verbetering p reeds vanaf tijden van de orde van $^1/_{20}$ seconde ook minder snel toe dan met $\sqrt{t}$.

Voor groote tijden wordt de verbeteringsfactor p onafhankelijk van den belastingstijd, daar zoowel bij draaiende als bij stilstaande antikathode de temperatuur van het focus stationnair wordt.

Voor continu bedrijf wordt het probleem der draaiende antikathode technisch aanmerkelijk moeilijker. Een dergelijke buis zou van groot nut kunnen zijn voor onderzoekingsdoeleinden. Voortbouwend op de ervaring, met de buis voor kortstondig gebruik verkregen, zullen wij waarschijnlijk toch binnenkort over de oplossing van dit vraagstuk nader kunnen berichten.

Een voorloopige mededeeling in „Nature" over een Röntgenbuis voor laboratoriumdoeleinden en voor bedrijf aan de pomp, eveneens met „spinning target", werd onlangs gedaan door A. Müller[1]). Müller geeft echter nog geen technische bijzonderheden, evenmin in een onlangs verschenen nadere theoretische mededeeling[2]).

Wij willen bij de afmetingen van het focus nog een oogenblik stilstaan, evenals bij den vorm. Bij stilstaande antikathode spelen de afmetingen van het focus binnen zekere grenzen geen groote rol, omdat een groot focus een grooteren afstand vereischt met het oog op de beeldscherpte en derhalve een grootere belastbaarheid heeft en wel juist zooveel grooter, als het door zijn grootere afmetingen verdragen kan. Wanneer de lineaire afmetingen van het focus k-maal grooter worden, dan moet de afstand focus-plaat met het oog op de scherpte ook juist k-maal grooter zijn. De benoodigde energie is dus k^2-maal zoo groot, evenals de toelaatbare. Aan den kleinen kant is echter aan een doelmatig focus een grens gesteld, o.a. door het optreden der „verteekening". Bij de draaiende antikathode evenwel heeft een klein focus principieele voordeelen boven een groot, omdat bij eenzelfde draaisnelheid de verbetering, die men verkrijgt, des te grooter is, naarmate het focus een kleinere doorsnede heeft.

Wat den vorm van het focus betreft, is voor de draaiende antikathode het „lijnfocus" zeker de gunstigste. Want afgezien van de overige voordeelen van een lijnfocus kan men hierdoor een kleine afmeting in de draairichting verkrijgen, waardoor de draaiïng het grootste nuttig effect heeft. Bij een „lijnfocus" van $1{,}5 \times 6$ mm^2 zal een zekere draaisnelheid meer effect hebben dan de dubbele snelheid bij een „rond focus" van 3,4 mm middellijn, hoewel het laatste toch deze middellijn moet hebben om dezelfde belasting te kunnen verdragen. Wij zien hier dus een geheel nieuw voordeel van het lijnfocus optreden.

In de buis (fig. 2) herkent men de algemeene trekken van de Metalix-buis met het metalen middengedeelte van chroomijzer, waaraan de glazen cylinder ter isolatie van de kathode en de antikathode gesmolten is, evenals een glazen venster ter doorlating van de Röntgenstralen. Om dit middengedeelte is een loodmantel

1) A. Müller, A spinning target X-Ray generator, Nature 124, 128, 1929.

2) A. Müller, A spinning target X-Ray generator and its input limit, Proc. Roy. Soc. A. Vol. 125, p. 507, 1929.

gelegd, die de stralenbescherming waarborgt. De koperen anode *A* met een kegelvormige wolframpastille *W* is draaibaar om de as *C*

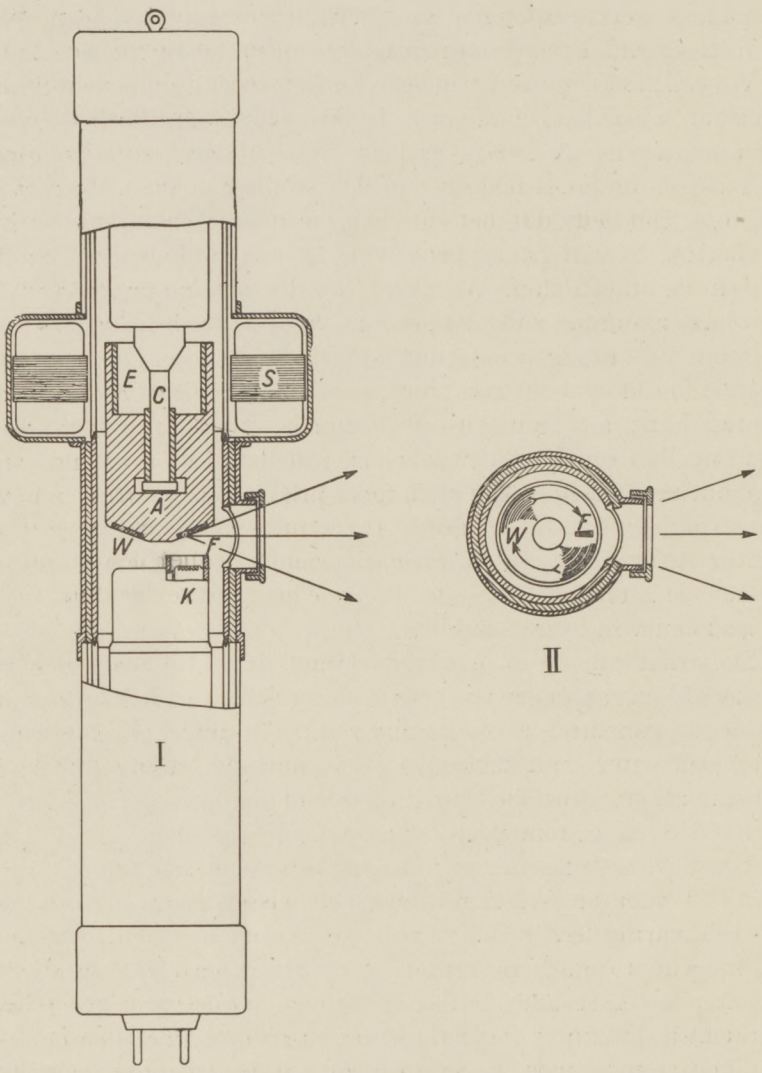


Fig. 2.

gemonteerd. *S* is de stator van een draaistroommotor, die met het middengedeelte van de buis in verbinding staat. Hierdoor is bereikt, dat men dezen motor op een willekeurig net kan aansluiten,

want voor niet te hooge spanningen kan het middengedeelte der Metalix-buis steeds zonder nadeel met aarde verbonden worden. Het draaiveld van den stator induceert in het koper van het lichaam der anode wervelstroomen, waardoor de anode gaat draaien, wanneer de spanning wordt aangelegd. Stator en anode vormen samen een zoogenaamden inductiemotor. Om zooveel mogelijk krachtlijnen door het koper te laten gaan, is in het lichaam der antikathode de ijzeren cylinder *E* gemonteerd en de luchtspleet tusschen dezen cylinder en de poolschoenen van den stator zoo klein mogelijk gehouden. Het feit, dat het middengedeelte der buis met aarde is verbonden, is van groote beteekenis, want daardoor heeft ook het glas in de onmiddellijke nabijheid van dit metalen gedeelte slechts een lage spanning, zoodat men met de poolschoenen het glas van de buis tot op ongeveer 1 mm kon naderen.

De afbeelding laat zien, hoe de kathode excentrisch geplaatst is. Het focus, een „lijnfocus" valt, zooals uit de figuur blijkt, in de richting van een beschrijvende lijn van den door de oppervlakte der antikathode gevormden kegelmantel. Zooals figuur 2II aantoont, is het focus *F* eenigszins trapeziumvormig, en wel zoo, dat de doorsnede naar buiten ongeveer evenredig met den straal toeneemt. Dientengevolge is de draaisnelheid in verhouding tot de focusdoorsnede overal dezelfde.

De straal van de focusbaan bedraagt in de tot nog toe geconstrueerde buizen ongeveer 2,5 cm, de breedte van het focus 2 mm en de draaisnelheid 20 omwentelingen per seconde. Wij vinden dus voor den verbeteringsfactor van de draaiende ten opzichte van de stilstaande antikathode voor $^1/_{20}$ seconde:

$p = 9$ voor gelijkmatige belasting;

$p = 8$ voor belasting met drie-phasestroom;

$p = 4$ voor belasting met gewonen wisselstroom.

De ervaring leerde inderdaad, dat buizen met een focusoppervlakte van 15 mm² ook op den duur belastingen van 30 kilowatt gedurende $^1/_{20}$ seconde bij belasting met draaistroom gemakkelijk uithielden. Dit komt overeen met een specifieke belastbaarheid van 2 kilowatt gedurende $^1/_{20}$ seconde, terwijl de specifieke belastbaarheid bij stilstaande antikathode ongeveer 300 Watt bedraagt.

De kopermassa, waaruit de antikathode bestaat, heeft voldoende warmtecapaciteit om een 40-tal opnamen achtereen te kunnen verdragen, voordat de temperatuur bedenkelijk hoog wordt. De af-

koeling geschiedt langzaam, zoodat de buis in den beschreven vorm voor continu gebruik niet geschikt is.

Wel is de afkoeling, gedeeltelijk door straling, gedeeltelijk door warmtegeleiding, nog voldoende om ongeveer 20 opnamen per uur

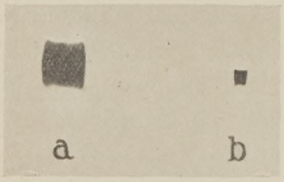


Fig. 3.

mogelijk te maken. De warmtegeleiding geschiedt voor een niet onbelangrijk gedeelte ook nog door het helium, welk gas in de buis tot een druk overeenkomende met ca. 0,01 mm kwikdruk toelaatbaar is.

Figuur 3 geeft „Lochkamera"-opnamen op ware grootte van de foci van twee buizen met lijnfocus met de hierboven genoemde belastbaarheid en wel *a* van een buis met stationnaire, *b* van een buis met draaiende antikathode, waaruit de vooruitgang wel heel duidelijk te zien is.

Ten slotte vertoont figuur 4 een afbeelding van een buis als boven beschreven.

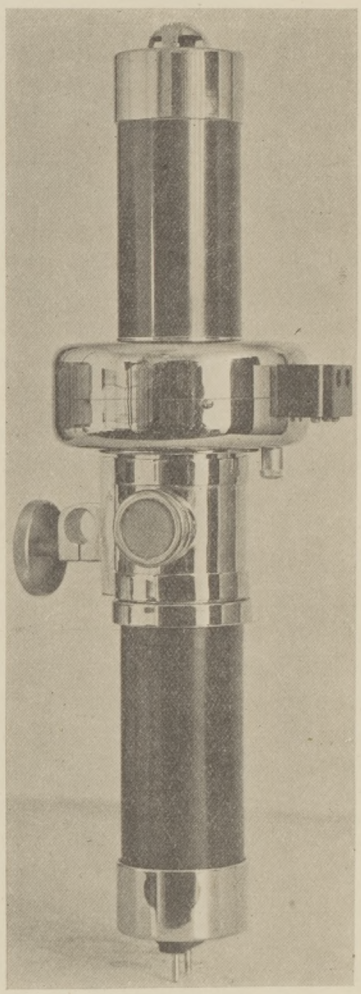


Fig. 4.

Eindhoven, 19 December 1929.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

JAARVERSLAG VAN HET VAN DER WAALS-FONDS
1 Sept. 1928—1 Sept. 1929

door J. D. v. d. WAALS Jr.

De voorbereiding van de ijking van een standaard-drukmeter in den Westertoren werd voortgezet. De werkruimten werden verder ingericht en verschillende toestellen aangeschaft. Begonnen werd met de optische hoogtemeting van den toren met behulp van interferentie. Voorloopige proeven met deze methode, — waarbij twee stralen tot interferentie worden gebracht waarvan de eene de hoogte van den toren heen en terug aflegt, en de andere eenige malen heen en weer langs een met den standaardmeter te meten weg, — leidden tot het ontwerpen van de definitieve toestellen.

Daar verleden jaar vrij veel resultaten gepubliceerd konden worden, moest dit jaar meer voor voorbereiding van nieuwe onderzoekingen gebruikt worden. Ten gevolge hiervan zag alleen een publicatie van de isotherm-metingen van Neon door A. Michels en R. O. Gibson het licht. Hierbij werd tevens een uitvoerige beschrijving van het voor deze metingen gebruikte instrumentarium gegeven [1]).

Afgesloten werden:

1e. Onderzoekingen van Nijhoff en Gerver over CO_2-isothermen tot 2300 atm.

2e. Onderzoekingen over den invloed van druk op den electrischen weerstand van manganien. Hierbij werd tevens onderzocht aan welke mechanische en thermische behandeling het materiaal moest worden onderworpen om alle hysteresisverschijnselen te verwijderen.

Voortgezet werden:

Onderzoekingen van Mej. Veraart over de diëlectriciteits-

1) A. Michels en R. O. Gibson. Ann. d. Phys. 87, 850, 1928. Sedert 1 Sept. 1929 zagen nog twee publicaties het licht, bevattende de resultaten der hieronder als „afgesloten" vermelde onderzoekingen.

constante bij hoogeren druk. Aan dit onderzoek nam ook de heer Jaspers deel.

Begonnen werden: [1])

1e. Onderzoekingen van R. O. Gibson over stikstof isothermen, waarvoor o.a. zuivere stikstof werd bereid en nieuwe piesometers werden geconstrueerd.

2e. Onderzoekingen van denzelfden over den invloed van druk op de viscositeit van gassen, waarvoor, na voorloopige proeven, een definitief instrumentarium geconstrueerd werd. Tevens werd een onderzoek naar de viscositeit van vloeistoffen bij hoogen druk ter hand genomen.

De door ons het vorig jaar verrichte metingen over de mogelijkheid het tripelpunt van water in plaats van het vriespunt te gebruiken voor het vastleggen van het nulpunt van de thermometerschaal werden aan de Reichsanstalt te Charlottenburg onder leiding van Prof. Henning herhaald en bevestigd gevonden, zoodat thans de Reichsanstalt zich met ons voorstel dienaangaande vereenigt. Teneinde een goede aansluiting te verkrijgen van de Berlijnsche met onze temperatuurschaal werden twee platinathermometers vervaardigd en door de heeren Gibson en Coeterier met de aan de Reichsanstalt in gebruik zijnde vergeleken.

Onze samenwerking met de Industrie breidde zich geleidelijk uit.

Wij verrichtten eenige ijkingen en ontwierpen verschillende toestellen voor de Nederlandsche Staatsspoorwegen en voor verschillende binnen- en buitenlandsche industrieele ondernemingen.

Aan den anderen kant ontvingen wij ook veel steun, zoowel in den vorm van geldelijke bijdragen als in den vorm van prijsreductie en van kostelooze levering van toestellen en van staal en andere materialen.

Onder de Firma's waarin wij in dergelijke relaties stonden noemen wij de „Imperial chemical Industries", de „Poldi Werke" te Kladno in Bohemen, de „Metropolitan Vickers Electrical Comp. Ltd" te Manchester, de Bataafsche Petroleum Mij. te den Haag, Fabrieken van Dikkers en Stork te Hengelo, de N.V. Werkspoor te Amsterdam en (na 1 Sept. 1929) de Fabriek van

1) Sedert 1 Sept. 1929 werd door den heer Perrin uit Londen nog een onderzoek begonnen over den invloed van druk op de soortelijke warmte van gassen.

Gonnerman te Haarlem, terwijl ook de artilleriewerkplaatsen aan de Hembrug ons werk bleven steunen.

In het bijzonder zij nog de belangstelling en de steun voor ons werk van de door de I. C. I. ingestelde Research Council dankbaar vermeld.

Ten slotte mogen wij met bijzonder genoegen vermelden, dat wij mogen verwachten, dat weldra aan het inderdaad zeer nijpend gebrek aan werkruimte een eind zal komen. In afwachting van een definitief nieuw laboratorium voor de afdeeling Thermodynamica zal een vroeger tijdelijk voor Prof. Zeeman gebouwd hulpgebouwtje voor die afdeeling en daardoor mede voor ons werk beschikbaar worden gesteld. Dat gebouwje zal waarschijnlijk in Maart a.s. kunnen betrokken worden.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

A. F. Holleman, Leerboek der organische Chemie, elfde, herziene druk. onder medewerking van Prof. Dr. J. P. Wibaut, 649 blz. — Wolters. Groningen. Prijs f 12.50.

E. Roller en H. Pricks, Schoolproeven over Electriciteit, naar de 2de Duitsche uitgave, 98 blz., 101 fig. — Physik. Werkstätten Akt. Ges. Göttingen, Vertegenwoordiger N.V. Phywe. Arnhem. 1930. Prijs f 1.50.

Jean Chazy, La Théorie de la Relativité et la Mécanique Céleste, Tome 2, 258 blz. — Gauthier-Villars. Paris. 1930. Prijs Frs. 60.

Department of Scientific and Industrial Research, Report of the Radio Research Board, for the Period ended 31st March 1929, 166 blz., 35 fig. — His Majesty's Stationary Office. London. 1930. Prijs 3/6 net.

Conférences d'Actualités Scientifiques et Industrielles, Année 1929, 270 blz., vele fig. — Hermann et Cie. Paris, Prijs Frs. 35.

Louis de Broglie, Introduction à l'Étude de la Mécanique Ondulatoire, 292 blz. — Hermann et Cie. Paris 1930. Prijs Frs. 85.

Louis de Broglie, Recueils d'Exposés sur les Ondes et Corpuscules, 80 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs Frs. 20.

BOEKBESPREKING

Sir James Jeans, **The Universe around us,** 352 blz., 24 fig. — Cambridge University Press. London. 1929. Prijs 12/6 net.

Elk nieuw boek van Jeans is als een feest, dat deze multi-millionair uit het rijk der gedachten zijn lezers aanbiedt. Vaak nemen slechts eenige, weinige uitverkorenen plaats aan zijn disch, want het valt niet iedereen licht zich goed te bewegen in de voorgeschreven strenge dracht der exacte wiskunde, zonder te struikelen over de sleep der oneindige reeksen. Maar ditmaal heerscht er een gemoedelijke sans-gêne: de gastheer heeft zijn poorten wijd opengezet voor jong en oud, rijk en arm — elk is welkom. Met vriendelijk welkomstwoord leidt hij zelf ze rond over de breede paden van zijn domein en wijst op de vergezichten, die zich rechts en links openen. Met rechtmatigen trots verhaalt hij van de moeilijkheden, die te overwinnen waren, de rotsachtige bodem, die bewerkt moest worden eer het mogelijk werd de boomen te planten, wier oogst zoo rijke vrucht belooft. Ook verzuimt hij niet te waarschuwen voor sommige zijwegen, die naar wilder-

nissen voeren, waar hij, de eigenaar zelf, nog zou kunnen verdwalen: zoo uitgestrekt zijn de bezittingen, die de opgetogen gast betreedt.

In een eersten ommegang krijgen wij den sterrenhemel te zien, met als achtergrond de duizelingwekkende vragen over eindigheid of oneindigheid der ruimte. Vervolgens storten wij ons in de verborgen diepten van het atoom. Vandaar doorkruisen wij het rijk van den tijd, tot in de verste schuilhoeken en eeuwen krimpen samen tot ondeelbare momenten. En dan komt het groote oogenblik, dat de bouwdoos van het Heelal te voorschijn wordt gehaald en wij voor onze verbaasde blikken zien, hoe Jeans uit schijnbaar de meest heterogene bestanddeelen modellen bouwt van de meest uiteenloopende werelden. Is dat afgeloopen, dan mogen wij de bouwsteenen van naderbij bezien en worden wij ingelicht over hun vorm en samenstelling. Onder den indruk van al wat wij zagen, luisteren wij dan nog een oogenblik naar wat deze rijke, exacte fantast ons te vertellen heeft over de onoplosbare vragen van begin en einde. En stiller, wijzer dan wij gekomen zijn, gaan we heen. Wij, d. i. ieder, die ook maar flauw den wetensdrang van de eindelooze θαυμασια in zich heeft voelen branden.

„My ideal, perhaps never wholly attainable, has been that of making the entire book intelligible to readers with no special scientific knowledge", zegt Jeans in het Voorwoord van dit prachtig boek. Zijn ideaal heeft hij — als naar gewoonte — met een hoogen graad van nauwkeurigheid benaderd. Men oordeele zelf! H. Gr.

W. H. en W. L. Bragg, **Stereoscopic photographs of crystal models,** Second Series. Uitgave Adam Hilger Ltd. 24 Rochester Place London, N.W. 1. Prijs voor Nederland, met stereoscoop, £ 1.7.0; zonder stereoscoop, £ 1.1.6.

Als voortzetting van de verzameling stereogrammen van kristalroostermodellen, die in 1928 werd uitgegeven en in Physica besproken, verschijnt deze tweede serie. Ze omvat alle bekende, bijna uitsluitend door Bragg en zijn medewerkers afgeleide structuren van silicaten: beryl, granaat, zirkoon, olivijn, chondrodiet, topaas, fenakiet, cyaniet, stauroliet, sillimaniet, andalusiet, diopsiet, tremoliet, titaniet en thortveitiet, in het geheel 23 photographieën.

In de meeste roosters zijn de cellen niet aangegeven, wat misschien ook al te onoverzichtelijk zou zijn geweest; de atomen werden in deze serie grootendeels van hun symbolen voorzien, hetgeen een verbetering t.o.v. de eerste serie beteekent. Een boekje met korte toelichting van elk model en literatuuropgave is bijgevoegd.

De opnamen zijn uitstekend verzorgd en kunnen, door een praktischen stereoscoop bekeken, voor onderwijsdoeleinden vooral, nuttig zijn. Maar draadmodellen, die menig knutselaar zelf kan samenstellen, verdienen toch stellig de voorkeur. D. J.

J. H. Tummers, **Die spezielle Relativitätstheorie Einsteins und die Logik,** 2e Auflage, Otto Hielmann. Leipzig. 1929.

De eerste uitgave dezer brochure werd besproken in „Physica" **6,** pag. 78. De schrijver heeft zijn voordeel noch met de daar, noch met de door

andere besprekers gemaakte opmerkingen gedaan. Zijn breedsprakige beschouwingen, die pretendeeren logisch doordacht te zijn, getuigen van wanbegrip. Hij weigert de betrekkelijkheid der gelijktijdigheidsdefinitie, — slordigerwijs door hem „relative Zeit" genoemd, — als gevolg te erkennen van de twee grondpostulaten waarvan Einstein is uitgegaan.

Als het bevrijdend woord en de oplossing aller moeilijkheid stelt hij voor: „die relative Zeit oder die Kontraktionshypothese von Lorentz *nicht* als Postulat, sondern als *Arbeitshypothese* hinzu" te nemen.

Echter, of men een bepaalde stelling werkhypothese of postulaat noemt, kan voor de logische beteekenis of den logischen samenhang eener theorie geen verschil maken. Reeds in de vorige bespreking (l.c.) werd gezegd, dat indien men inplaats van de relativiteitshypothese dit postulaat met het dusgenaamde postulaat van de constante snelheid der lichtuitbreiding vooropstelt, de relativiteitshypothese volgt.

De hernieuwde verschijning dezer onwetenschappelijke brochure is betreurenswaard. Zij kan slechts onkunde en onverstand verder verblinden.

F.

A. F. Kovarik en *L. W. Mc Keehan*, Bulletin of the National Research Council, Nr. 51: **Radioactivity,** 2de druk, 203 blz. — The National Research Council of the National Academy of Sciences. Washington. D. C. 1929.

De literatuur over radioaktiviteit is in de twee laatste jaren zeer verrijkt door de verschijning van drie belangrijke werken, vooreerst: de 2de druk van „Radioaktivität" door S. Meyer en E. Schweidler, waarin een kritisch overzicht over het geheele gebied der radioaktiviteit wordt gegeven; vervolgens het: Handbuch der Experimentalphysik, Bd 16 „Radioaktivität" door K. W. F. Kohlrausch dat hoofdzakelijk aan de behandeling der radioaktieve stralingen is gewijd, en ten 3de het reeds bovengenoemde werk van Kovarik en Mc Keehan. Terwijl nu de eerste twee werken elk onderwerp zoowel inleiden als vervolgen tot den nieuweren tijd toe, zoo is het werk van Kovarik en Mc Keehan van een geheel ander karakter, daar het vooral geen leerboek wil zijn, maar meer voor den vakmensch op dit gebied is bestemd. Het gaat n.l. uit van de kennis van het onderwerp, die bestond in het jaar 1916, toen de eerste druk van het handboek van M.-S. verscheen, terwijl de literatuur van het onderwerp daarentegen zeer volledig is gegeven vanaf 1916 tot het midden van het jaar 1924 toe (in navolging van de eerste druk), terwijl werk op verschillend gebied, daarna verschijnend, dikwijls uitvoerig is gerefereerd. In hoofdstuk I vindt men een voorstel van de schrijvers voor een nieuwe nomenclatuur der radioaktieve stoffen, die mij rationeel toeschijnt; in hoofdstuk II worden de verschillende radioaktieve reeksen besproken, waarbij o.a. wordt gewezen op de recente questie betreffende den oorsprong der actinium reeks. Vervolgens worden drie hoofdstukken gewijd aan de bespreking der α, β en γ-stralen, waarin o.a. zeer uitvoerige tabellen zijn opgenomen over de β-spectra en de golflengten der γ-stralen, die zoowel uit deze spectra als uit andere methoden van onderzoek kunnen worden afgeleid. Ook het nieuwste werk over het verband van β en γ-stralen wordt besproken en de daarmee

in verband staande zeer brandende questies. Hoofdstuk VI is gewijd aan kernspeculaties, terwijl het boek sluit met een veel omvattend doch beknopt overzicht van de werkingen der radioaktieve stralingen op de stof, waarbij o.a. nader wordt ingegaan op de H-straling en de in verschillende landen zoozeer uiteenloopende resultaten over de kunstmatige atoomtransformatie door α-straling, waarbij de schrijvers zich wijselijk onthouden van eenig kritisch oordeel.

Alles tezamen genomen schijnt mij dit boek zeer van belang voor den eenigszins ingewijde, die hiermee de radioaktiviteit weer eens van andere zijde ziet belicht dan juist langs den weg der eigenlijke leer- en handboeken. Laten we hopen dat deze mooie beschouwingen den weg vinden, die zij verdienen. H. F.

E. Bouwman, **Natuurkundige Vraagstukken,** 12de druk. 159 blz. — Wolters. Groningen. 1929. Prijs f 1.80, geb. f 2.10.

De 12de druk van dit vraagstukkenboekje behoeft feitelijk geen aanbeveling meer. 1487 vraagstukken zijn door den schrijver met zorg bijeenverzameld, de keuze is dus zeer ruim en ieder zal onder de verschillende afdeelingen vraagstukken vinden met de noodige variatie. De nieuw ingevoerde vraagstukken zijn met een of twee sterretjes aangeduid zoodat zonder veel moeite de drie laatste drukken naast elkaar gebruikt kunnen worden. In de laatste druk zijn eenige vraagstukken over polarisatie en electrische trillingen opgenomen. Een aanbevelenswaardige uitgave. P. S.

H. T. Flint. **Wave mechanics,** 117 blz. 19 fig. — Methuen. London. 1928. Prijs 2/6 Net.

In dit, eenvoudig gehouden, boekje wordt, zonder in te gaan op moeilijke problemen, de grondidee van de golfmechanica uiteengezet. De gevolgde weg is in hoofdzaak de oorspronkelijk door Schrödinger in 1926 aangegevene. De stand der klassieke mechanica van voor Schrödinger's optreden, wordt vrij uitvoerig behandeld, waardoor aan vele lezers, die op dit punt niet zoo goed georienteerd zijn, een dienst wordt bewezen. Na de behandeling van eenige eenvoudige quantiseeringsproblemen (eveneens dezelfde als die door Schrödinger werden beschouwd) wordt een overzicht gegeven van de experimenteele argumenten voor de physische realiteit der mechanische golven. Het boekje besluit met de bespreking van eenige interpretatiepogingen, waarbij de behandeling van de interpretatie der golfvergelijking in een vijfdimensioneele wereld, waarschijnlijk een stokpaardje van den schrijver, afwijkt van het elementaire karakter, dat de rest van het boekje draagt.

Zooals uit het bovenstaande wel al duidelijk is geworden, is het boekje bestemd voor beginnelingen in deze materie. Voor aanstaande lezers zij opgemerkt, dat de consequent volgehouden spelling „Shroedinger" foutief is. C. Z.

Müller-Pouillets **Lehrbuch der Physik,** 11e Auflage. Zweiter Band, Zweite Hälfte, Erster und zweiter Teil, 1482 blz., 721 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 87.50, geb. R.M. 95.

Drie jaren na het verschijnen van de eerste helft van den eersten band over optica is thans ook de tweede helft verschenen. De reden van deze vertraging is gelegen in het feit, dat O. Lummer, die de redactie van dit deel op zich genomen had, door den dood aan dit werk ontrukt werd. De redactie is daarna door K. W. Meissner in den herfst van het jaar 1926 overgenomen. Door dezen moesten tal van moeilijkheden worden overwonnen, welke hoofdzakelijk daarin gelegen waren, dat tengevolge van de genoemde vertraging en de inmiddels ingetreden snelle ontwikkeling der atoomphysica die manuscripten, welke reeds ingezonden waren in de jaren 1924 en 1925 min of meer als verouderd te beschouwen waren. Ten einde een nog ernstiger vertraging te vermijden, werd afgezien van een geheel nieuwe bewerking van verschillende deelen, doch werd vaak volstaan met een verwijzing naar de nieuwere literatuur.

Hoewel dit werk onmiskenbaar de sporen van deze moeilijke geboorte draagt, hebben we hier met een buitengewoon belangrijke uitgave te doen, niet het minst door de gelukkige keuze van de medewerkers door de redactie.

In het eerste deel worden behandeld de rechtlijnige polarisatie van het licht, apparaten en methoden voor het onderzoek van spectra en het opwekken van spectra door K. W. Meissner (Frankfort), de dubbele breking, de interferentieverschijnselen in gepolarizeerd licht, de draaiing van het polarisatievlak en de kristaloptica door E. Buchwald (Danzig), de photometrie, de temperatuurmeting op grond van stralingsmetingen en het doel en de grenzen der lichttechniek door Frl. H. Kohn (Breslau), de apparaten voor het onderzoek van het ultraroode spectrum, de wetten der zwarte straling (het experimenteele gedeelte) door M. Czerny en G. Hettner (Berlijn), de theorie der zwarte straling wordt behandeld door W. Pauli (Zürich) en de theorie van de reflectie, breking en dispersie door R. Minkowski (Hamburg).

Het tweede deel is hoofdzakelijk gewijd aan de atoomphysica. De algemeene grondslagen der quantentheorie van het atoom (met een naschrift over het roteerend electron en de nieuwere quantenmechanica) worden behandeld door Pauli, het opwekken van spectraallijnen door G. Hertz (Berlijn-Charlottenburg), de seriespectra door F. Paschen (Berlijn-Charlottenburg), de bandenspectra door A. Kratzer (Munster), het Zeeman-effect door E. Back (Hohenheim-Stuttgart), de spectroscopie der Röntgenstralen door D. Coster (Groningen), de γ-stralen door Frl. L. Meitner Berlijn-Dahlem, het Faraday-effect, het Kerr-effect en het Stark-effect door R. Ladenburg (Berlijn-Dahlem) en ten slotte de lichtelectrische verschijnselen door R. W. Pohl (Göttingen) en B. Gudden (Erlangen).

Het is natuurlijk ondoenlijk al de onderdeelen nader te bespreken, we willen alleen zeggen, dat hier door de samenwerking van genoemde autoren een boek is ontstaan van groote waarde.

De redactie is er in geslaagd, ondanks het groote aantal medewerkers, de eenheid van het werk te bewaren. Ik kan den lezers dan ook geen betere raad geven dan: neem kennis van dit waardevolle werk. H. B. D.

C. A. Crommelin, **Het lenzenslijpen in de 17e eeuw.** 45 blz., 29 afb. — J. Paris. Amsterdam. 1929. Prijs *f* 1.90.

In een keurig verzorgd werkje op welks omslag de namen der gebroeders Huygens, Descartes, Hevelius, Leeuwenhoek en Spinoza prijken heeft de schrijver den inhoud van een voordracht, gehouden in een vergadering van „Het Spinozahuis", het licht doen zien. Heel veel materiaal is in deze studie verwerkt.

De schrijver laat ons eerst zien, hoe Descartes veel berekeningen heeft gemaakt, hoe men lenzen zou moeten slijpen om de sferische aberratie op te heffen, maar dat de practijk met dergelijke elliptisch en hyperbolisch gekromde lenzen geen raad weet.

Geheel anders komen Christiaan Huygens en zijn broeder Constantijn tegenover dit probleem te staan. Zij verbinden theoretische kennis met practische bekwaamheid en weten tal van grootere lenzen te slijpen. Hun verhouding met andere lenzenslijpers, in 't bijzonder met Spinoza, wordt uitvoerig geteekend.

Op kunstdrukpapier zijn bijgevoegd behalve de beeltenissen van vele in het werkje genoemde lenzenslijpers, de afbeeldingen van eenige lenzen met inscriptie, maar vooral een groot aantal verschillende slijpmachines waarvan de werking in den tekst uitvoerig wordt verklaard. Dit alles geeft een duidelijk inzicht in de wijze waarop in de 17de eeuw de kunst van het lenzenslijpen wordt beoefend.

Allen die belangstellen in de ontwikkeling van deze kunst, niet alleen in ons land maar ook in den vreemde, moeten den schrijver dankbaar zijn, dat hij zooveel materiaal heeft verwerkt tot een beknopt en prettig leesbaar overzicht.

Maar tevens een woord van lof aan den uitgever die voor zoo'n keurige uitgaaf heeft gezorgd. T. v. L.

H. Falkenhagen, **Quantentheorie und Chemie.** Leipziger Vorträge 1928, 142 blz., 29 fig. — S. Hirzel. Leipzig. 1928. Prijs R.M. 10.

Een aantal voordrachten in Juli 1928 door verschillende sprekers te Leipzig gehouden over het onderwerp, in de titel genoemd, zijn in dit werkje bijeengebracht.

Een voordracht van W. Kossel „Die Molekuläre Vorgänge beim Kristallwachstum" behandelt de groeiverschijnselen bij kristallen, uitgaande van de door Born e.a. ontwikkelde voorstellingen over de bouw der kristalroosters.

„Quantentheorie und chemische Bindung" door F. London behandelt het probleem der zuiver homoiopolaire binding met behulp der golfmechanica. Direct hieraan aansluitend beziet N. H. Sidgwick hetzelfde probleem (Die Rolle des Electrons in der chemische Bindung) van meer chemisch standpunt, waarbij naar mijne meening echter aan de electrostatische valentie op niet overtuigende gronden wel een wat al te ondergeschikte beteekenis wordt toegekend.

Verder vinden wij voordrachten van A. Eucken „Wärmeleitfähigkeit von Nichtmetalle und Metalle" en van C. N. Hinshelwood „Probleme

der Energie-Übertragung in der Reaktionskinetik", nog eenigermate aan de scheikunde aansluitend.

Zuivere Quantentheorie geven de beide voordrachten van E. Fermi (Probleme der Atombau). en P. A. M. Dirac (Quantentheorie des Elektrons).

In het algemeen is de stof op duidelijke wijze bewerkt; laten wij hopen, dat dit boekje er toe moge bijdragen, dat de wijde kloof tusschen golfmechanica en chemie inderdaad overbrugd wordt. v. A.

A. Nenning. **Quantenmäsziger Aufbau der Elemente bis Fluor und deren dynamische Felder,** 32 blz., 12 fig. — Carl Aug. Seyfried & Co. München. 1929.

De schrijver kan zich niet vereenigen met Bohr's opvattingen over het waterstofatoom, en dus wil hij, „an die Stelle obiger „Modelle" Systeme verschieden grosser und geschwinder rotierender Wirbelringe setzen, welche in „Zirkulationsgebiete" eingebettet sind", zooals het in de inleiding heet.

In een vorige verhandeling is aangetoond dat het waterstofatoom bestaat uit „31 auf einem Kegelmantel angeordneten,aus Elektronen gebildeten Wirbelungen, welche sich im Molekül gegenüber liegen".

Waarschijnlijk doordat ik deze verhandeling niet gelezen heb (en ook niet ter inzage krijgen kan, daar nadere aanduidingen ontbreken) valt het mij zoo moeilijk het nu volgende te begrijpen. De resultaten der theorie zijn overigens verbluffend: zij leert ons waarom diamant met roode vlam brandt, terwijl het spectrum van lichtgas hoofdzakelijk gele lijnen bevat, waarom de specifieke warmten van *H*, *HOH* en *O* zich verhouden als 3.405 : 0,475 : 0,218 enz. Waarom dit zoo is, ik herhaal het, begrijp ik niet, maar de bewijzen zullen wel te vinden zijn in een derde werk van den schrijver getiteld: „Kosmische Dynamik". v. A.

STRIKVRAGEN

Vraag XLVII. **Een gyroscopische tol wordt met horizontale draaiingsas in het eind dier as opgehangen aan een koord, waarom hij, zonder nutatie, de bekende precessie uitvoert. Zal dit koord verticaal omlaag gestrekt worden, of zal het zwaartepunt van den tol recht onder het ophangpunt komen, zoodat het koord scheef hangt?**

Het antwoord op vraag XLVI: *Een horizontale plank, aan beide zijden ondersteund, draagt in het midden een zwaren bol. Men laat de plank aan beide zijden tegelijk los. Blijft de bol op de plank liggen?* luidt als volgt. Zoodra de ondersteunende krachten ophouden te werken, begint het gezamenlijke zwaartepunt van bol en plank een versnelde valbeweging. Daar echter gedurende den tijd, waarin de elastische toestandsverandering zich van de uiteinden naar het midden voortplant, bol en plank tegen elkander blijven drukken, zullen hun afzonderlijke zwaartepunten een relatieve beweging verkrijgen en bij den gemeenschappelijken val zich steeds verder van elkander verwijderen.

Antwoorden en nieuwe vragen in te zenden bij de Redactie.

 Afgedrukt 11 April 1930

EEN HEFBOOMVRAAGSTUK

door P. J. BOUMA

Résumé:

Dans un article de M. W. de Groot. Physica 7, 225 (1927) on trouve une discussion du problème suivant: un levier porte, aux deux côtés du point de support, quatre crochets dont les distances, mesurées à partir du point de support, sont proportionelles à 1 : 2 : 3 : 4. Etant donnés des poids égaux, qui peuvent être suspendus aux crochets de manière que chaque crochet peut porter plusieurs poids, on demande combien de manières il y a d'établir l'équilibre avec un nombre donné de poids.

De ce problème une solution générale est discutée, basée sur l'évaluation du nombre de manières d'écrire une chiffre donné comme la somme d'un nombre donné de chiffres ne surpassant pas un chiffre donné.

In de 7de jaargang van „Physica" (pag. 225—232) behandelde Dr. de Groot het volgende vraagstuk: Gegeven is een gelijkarmige hefboom, waaraan aan elke arm 4 haakjes bevestigd zijn, op afstanden 1, 2, 3 en 4 van het steunpunt. Gevraagd wordt op hoeveel manieren men met een willekeurig aantal n gelijke gewichtjes door ophanging evenwicht kan maken. Hierbij kunnen aan 1 haakje ook meerdere gewichtjes hangen. Dr. de Groot gaf hiervoor een aftelsysteem; in dit stukje zullen algemeene formules afgeleid worden. Wij nemen voorloopig aan, dat alle gewichtjes gebruikt moeten worden, dat men mogelijkheden, die door permutaties der gewichtjes in elkaar overgaan, tot 1 geval samenvat, 2 mogelijkheden, die elkaars spiegelbeeld zijn, echter elk afzonderlijk rekent (telling II′ van Dr. de Groot).

Stellen wij dit aantal mogelijkheden: $f(n)$, dan kunnen wij $f(n)$ eerst uitdrukken in een hulpfunctie s, die als volgt gedefinieerd wordt: s_a^p is het aantal mogelijkheden om het getal a te schrijven als som van p getallen, die elk slechts de waarden 1, 2, 3 of 4 mogen hebben.

De $f(n)$ mogelijkheden kunnen wij verdeelen in groepen, gebaseerd op het aantal gewichtjes aan de linkerarm; elke groep den-

ken wij ons verder verdeeld in ondergroepen, gebaseerd op het totaalmoment van de gewichtjes van de linkerarm.

Beschouwen wij nu de groep met l gewichtjes aan de linkerarm, en momentgetal k, dan bevat deze blijkbaar s_k^l verschillende rangschikkingen aan de linkerarm, en s_k^{n-l} rangschikkingen aan de rechterarm; in totaal bevat de groep dus $s_k^l \,.\, s_k^{n-l}$ gevallen.

Hieruit volgt dat de groep met l gewichtjes aan de linkerarm in totaal $\sum\limits_{k=l}^{k=4l} s_k^l s_k^{n-l}$ gevallen bevat.

Het totaal aantal mogelijkheden is dus:

$$f(n) = \sum_{l=1}^{l=n-1} \left\{ \sum_{k=l}^{k=4l} s_k^l \, s_k^{n-l} \right\} \tag{1}$$

Wij zullen nu s_k^l in l en k uitdrukken. Blijkbaar is $s = 0$ voor $k < l$ en $k > 4l$, daar dan de splitsing steeds onmogelijk is. Voor $k = l$ is $s = 1$. Bovendien geldt de formule:

$$s_k^l = s_{5l-k}^l \tag{2}$$

daar elke splitsing van k in l termen overgaat in één van $5l - k$ in l termen, door elke term t te vervangen door $5 - t$, en omgekeerd.

Men kan zich deze eigenschappen het best voorstellen door een s-tabel te ontwerpen (zie de tabel aan het eind van dit stukje); de punten waarvoor $l = k$ is, liggen dan op een rechte met richtingscoëfficiënt -1. Lijnen met deze richting zullen wij gemakshalve „diagonalen" noemen.

De formule (2) drukt nu uit dat elke verticale rij, beginnend bij $k = l$ en eindigend bij $k = 4l$, een symmetriepunt heeft bij $k = 2\frac{1}{2}l$ (dit symmetriepunt is voor even l een s-punt; bij oneven l ligt het tusschen twee s-punten in).

De geheele s-tabel wordt dus in verticale zin symmetrisch t.o.v. de lijn $k = 2\frac{1}{2}l$.

Wij zullen nu nagaan hoe s verandert, als wij ons langs een „diagonaal" bewegen, van links boven naar rechts onder.

Hiertoe gaan wij eerst bij een bepaalde s_k^l de splitsingen van k systematisch rangschikken, en wel als volgt:

De eerste splitsing zal met zooveel mogelijk eenen beginnen, ge-

volgd door zooveel mogelijk tweeën, zooveel mogelijk drieën, en ten slotte eventueel voorkomende vieren.

Uit deze eerste splitsing bepalen wij alle volgende, door telkens een zoo groot mogelijk aantal termen, van het begin af gerekend, onveranderd te laten, daarna het eerste cijfer dat, ter verkrijging van een nieuwe combinatie, veranderd moet worden, met één te verhoogen, en ten slotte de resteerende termen weer volgens bovengenoemd systeem te rangschikken, hierbij steeds zorg dragend dat de termen een monotoon niet-dalende rij blijven vormen. Als voorbeeld diene de onderstaande splitsing van 12 in 5 termen:

$$\begin{aligned} 12 &= 1 + 1 + 2 + 4 + 4 \\ &= 1 + 1 + 3 + 3 + 4 \\ &= 1 + 2 + 2 + 3 + 4 \\ &= 1 + 2 + 3 + 3 + 3 \\ &= 2 + 2 + 2 + 2 + 4 \\ &= 2 + 2 + 2 + 3 + 3. \end{aligned}$$

Men kan nu de splitsingen van k in l termen overvoeren in splitsingen van $k + 1$ in $l + 1$ termen, door vóór elke rij nog een één te plaatsen. De nieuwe combinaties zijn dan automatisch op de juiste wijze gerangschikt. Bevinden zich nu in de laatste combinatie van s_k^l uitsluitend eenen en tweeën, dan kunnen wij uit de gevonden splitsingen van $k + 1$ in $l + 1$ termen geen nieuwe meer afleiden volgens ons systeem. Daar nu deze voorwaarde vervuld is voor $l \geqq k/2$, vinden we: voor $l \geqq k/2$ zijn de getallen langs een diagonaal allen onderling gelijk.

Bestaat de laatste combinatie van s_k^l uit tweeën en drieën, dan kunnen we de rangschikking van de splitsingen van $k + 1$ in $l + 1$ termen nog verder voortzetten volgens ons systeem.

Zoo is bijv. de laatste combinatie van s_{15}^6:

$$2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3.$$

Wij kunnen nu hieruit, behalve

$$1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3$$

nog de nieuwe combinaties:

$$\begin{aligned} &2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 4 \\ \text{en } &2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 \end{aligned}$$

voor de splitsing van 16 in 7 termen afleiden.

Gemakkelijk blijkt nu, dat, wanneer de laatste combinatie eindigde op $2p$ drieën, er p nieuwe combinaties bijkomen, terwijl een laatste combinatie, eindigend op $2p + 1$ drieën, $p + 1$ nieuwe combinaties levert (om zich hiervan te overtuigen schrijve men een voorbeeld met zeer veel drieën op). In beide gevallen is het aantal drieën van de nieuwe laatste combinatie 1 kleiner dan dat van de oude laatste combinatie. Het geval, dat de laatste combinatie uit tweeën en drieën bestaat, doet zich voor als $k/3 \leq l \leq k/2$ is.

Bestaat de laatste combinatie van s_k^l uit drieën en vieren, dan blijkt, dat $2p$ drieën $+ 1$ vier $p + 1$ nieuwe combinaties doen ontstaan; $2p + 1$ drieën $+ 1$ vier geven $p + 2$ nieuwe combinaties; in beide gevallen bevat de nieuwe laatste combinatie geen vier meer. Verder geven $2p$ drieën $+$ meerdere vieren $p + 2$ nieuwe combinaties, $2p + 1$ drieën $+$ meerdere vieren $p + 3$ nieuwe combinaties, terwijl in beide gevallen de nieuwe laatste combinatie 2 vieren minder bevat dan de oude. Het geval, dat de laatste combinatie uit drieën en vieren bestaat, doet zich voor als

$$k/4 \leq l \leq k/3 \text{ is.}$$

Met behulp van de gevonden eigenschappen kunnen wij nu s_k^l uit de beginterm van zijn diagonaal afleiden.

Geeft men de diagonaal, die bij s_R' begint, het rangnummer R, dan beginnen de eerste 10 diagonalen achtereenvolgens met

$$1,\ (1),\ 1,\ 1;\ 2,\ 1,\ 1;\ 2,\ 1,\ 1;\ \ldots.$$

(de nullen hebben we allen weggelaten).

Dat de hierin voorkomende regelmaat zich voort blijft zetten, blijkt uit de symmetriestelling (2), in verband met het constant worden der diagonalen.

We moeten nu 12 gevallen onderscheiden, nl. $R =$ 12voud, 12voud $+ 1$, etc. Voor elk dier gevallen kennen wij nu:

1°. De beginwaarde van de diagonaal.

2°. Het aantal vieren in de laatste combinatie van de eerste van nul verschillende term van de diagonaal.

3°. Het aantal drieën dat aan die vieren voorafgaat.

4°. Het aantal drieën in de laatste combinatie van de eerste term in wiens laatste combinatie geen vieren meer voorkomen.

Met behulp van deze gegevens kan men nu alle toename's van het aantal splitsingen opschrijven, die men krijgt als men langs

een diagonaal naar s_k^l gaat. Deze toename's blijken rekenkundige reeksen te vormen. Sommatie geeft dus, wanneer we $R = k - l + 1$ invullen, voor s_k^l tweedegraadsfuncties in l en k. Ten slotte blijkt, dat alle gevallen kunnen worden samengevoegd tot de drie formules:

$$s_k^l = E\left\{\frac{(k-l)^2 + 6\,(k-l) + 12}{12}\right\} \text{ voor } k \geqq l \geqq k/2 \qquad (3)$$

$$s_k^l = E\left\{\frac{-2k^2 + 10kl - 11l^2 + 6l + 12}{12}\right\} \text{ voor } k/2 \geqq l \geqq k/3 \quad (4)$$

$$s_k^l = E\left\{\frac{(k-4l)^2 - 6\,(k-4l) + 12}{12}\right\} \text{ voor } k/3 \geqq l \geqq k/4 \quad (5)$$

(E = grootste aantal geheelen).

De formules (1), (3), (4) en (5) geven de volledige oplossing van het probleem.

Opmerkingen:

1°. Substitutie van (3), (4) en (5) in (1) is mogelijk; de sommatie is ook uit te voeren, daar we met rekenkundige reeksen van hoogere orde te doen krijgen. Het eindresultaat zou een aantal 6° graadsfuncties in n zijn. Wegens het enorme rekenwerk is deze sommatie niet uitgevoerd.

2°. De formules (3), (4) en (5) kunnen nog tot één formule worden samengevat, nl.:

$$s_k^l = E\left[{}^1/_{24}\left\{\frac{|\,2k-2l+1\,|}{2k-2l+1}\cdot((k-l)^2 + 6\,(k-l) + 12) - \right.\right.$$

$$- 3\cdot\frac{|\,2k-4l+1\,|}{2k-4l+1}((k-2l)^2 + 2\,(k-2l)) +$$

$$+ 3\cdot\frac{|\,2k-6l+1\,|}{2k-6l+1}((k-3l)^2 - 2\,(k-3l)) -$$

$$\left.\left. - \frac{|\,2k-8l-1\,|}{2k-8l-1}((k-4l)^2 - 6\,(k-4l) + 12)\right\}\right].$$

3°. De telling II van Dr. de Groot (waarbij ook gewichtjes buiten gebruik gelaten mochten worden), hangt als volgt met de afgeleide telling II′ samen:

$$\left\{f(n)\right\}_{II} = \sum_{o}^{n} \left\{f(n')\right\}_{II'}.$$

De telling III′ van Dr. de Groot (alle gewichtjes in gebruik, 2 combinaties die elkaars spiegelbeeld zijn, als één geteld), hangt als volgt met telling II′ samen:

$$\left\{f(n)\right\}_{III'} = \tfrac{1}{2}\left\{f(n)\right\}_{II'} \text{ voor } n \text{ oneven.}$$

$$\left\{f(n)\right\}_{III'} = \tfrac{1}{2}\left\{f(n)_{II'} + \frac{(n+2)(n+4)(n+6)}{48}\right\} \text{ voor } n \text{ even.}$$

De telling III (2 spiegelbeelden voor 1 geteld, niet alle gewichtjes behoeven gebruikt te worden) geeft:

$$\left\{f(n)\right\}_{III} = \sum_{o}^{n} \left\{f(n')\right\}_{III'}.$$

Voor de telling I′ (alle gewichtjes gebruikt; spiegelbeelden elk afzonderlijk geteld; combinaties, die door permuteeren der gewichtjes in elkaar overgaan, eveneens afzonderlijk geteld) geldt:

$$\left\{f(n)\right\}_{I'} = n! \left\{f(n)\right\}_{II'}.$$

Voor de telling I (als I′, maar niet alle gewichtjes behoeven gebruikt te worden) vindt men:

$$\left\{f(n)\right\}_{I} = \sum_{n'=0}^{n'=n} c_n^{n'} \cdot \left\{f(n')\right\}_{I'}$$

4°. Om $f(n)$ voor hooge waarden te bepalen, make men eerst een uitgebreide s-tabel. Dit gaat zeer snel, wanneer men beurtelings langs diagonalen voortschrijdt, of de formule (2) toepast. Uit deze tabel leidt men dan door vermenigvuldiging van verticale rijen, volgens (1) het gevraagde aantal af. Men vindt bijv.:

n	I	I′	II	II′	III	III′
0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	0
2	9	8	5	4	5	4
3	73	48	13	8	9	4
4	721	480	33	20	24	15
5	7761	4800	73	40	44	20
6	93241	56160	151	78	93	49
7	$1{,}97.10^{6}$	$1{,}46.10^{6}$	289	138	162	69
8	$3{,}48.10^{7}$	$2{,}12.10^{7}$	526	237	298	136
9	$5{,}79.10^{8}$	$3{,}30.10^{8}$	910	384	490	192
10	$9{,}92.10^{9}$	$5{,}49.10^{9}$	1514	604	820	330
11	$1{,}80.10^{11}$	$9{,}73.10^{10}$	2438	924	1282	462
12	$3{,}48.10^{12}$	$1{,}88.10^{12}$	3796	1358	2003	721
43		$5{,}5\ .10^{58}$		894026		447013

5°. We kunnen het vraagstuk uitbreiden tot een balans met aan elke arm r haakjes. Formule (1) blijft gelden (alleen de 4 wordt door r vervangen); wanneer men de nieuwe s (aantal splitsingen, wanneer alle termen de waarden 1, 2 . . . . r hebben) ter onderscheiding nog van een r voorziet, dan kan men $s_k^l\,(r)$ bepalen uit de beginwaarde van zijn diagonaal, en met de formule

$$s_k^l\,(r) = s_{k-1}^{l-1}\,(r) + s_{k-l}^{l}\,(r-1).$$

We vinden voor $s\,(r)$ een functie van de graad $r-2$ in a en p, voor $f\,(n)_{II'}$ een functie van de graad $2r-2$ in n.

Ten slotte geven wij nog een beknopte s-tabel:

$l \rightarrow$

$k \downarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1											
2	1	1										
3	1	1	1									
4	1	2	1	1								
5		2	2	1	1							
6		2	3	2	1	1						
7		1	3	3	2	1	1					
8		1	3	4	3	2	1	1				
9			3	4	4	3	2	1	1			
10			2	5	5	4	3	2	1	1		
11			1	4	6	5	4	3	2	1	1	
12			1	4	6	7	5	4	3	2	1	1
13				3	6	7	7	5	4	3	2	1
14				2	6	8	8	7	5	4	3	2
15				1	5	8	9	8	7	5	4	3

Naschrift.

In het voorafgaande artikel wijst de heer Bouma er niet op dat zijn uitkomst, met name die voor $n = 6$, bijvoorbeeld het getal 151 onder II (tab. pag. 151) niet met de mijne overeenstemt. Ik had hiervoor 180 gevonden. Het zij mij vergund hier te laten zien, dat in mijn wijze van telling een fout schuilt waardoor een te groot getal is gevonden. Bezien wij daartoe die combinaties van coördinaten waarbij geen der gewichtjes aan het 3e of 4e haakje links of rechts hangt. Deze combinaties zijn in mijn stukje op pag. 231 en 232 uitgeschreven. Daarbij werd iedere combinatie die door teekenwisseling niet in zijn spiegelbeeld overgaat dubbel geteld. Dit nu is juist voor een combinatie als

$$2 \quad 2 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1$$

echter niet voor een als

$$2 \quad 2 \quad 0 \quad -1 \quad -1 \quad -2$$

die op -2 eindigt. Spiegelt men n.l. deze onder teeken omkeer dan ontstaat de combinatie

$$2 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad -2 \quad -2$$

die bij het systematisch opschrijven vanzelf aan de beurt komt. Dat de heer Bouma 151 vindt terwijl door den steller van het probleem 150 was opgegeven is van geen belang. Het beteekent alleen dat door laatstgenoemde het geval dat de hefboom leeg is, niet is meegeteld. Het opgegeven getal 150 was dus juist.

DE GR.

Eindhoven, Februari 1930.

FERROMAGNETISME EN QUANTUMMECHANICA [1])

door F. BLOCH

Zusammenfassung.

Der Ferromagnetismus ist nach Heisenberg auf den Austausch der Elektronen zurückzuführen. Diesem Vorgang kann insofern ein anschaulicher Sinn zugeschrieben werden als er sich z.B. in einem Molekül direkt in einer Bewegung der den verschiedenen Elektronen anhaftenden Spinmomente von Atom zu Atom verfolgen lässt. In einem Kristallgitter bildet sich ähnlich wie bei einem einzelnen Elektron eine fortlaufende Bewegung der Spins aus, deren Energie angegeben und zur Berechnung der Zustandssumme und damit des mittleren magnetischen Moments verwendet werden kann.

Als een verdere ontwikkeling van de theorie van het paramagnetisme, door Langevin in 1905 gegeven, heeft Weiss in 1907 een phenomenologische theorie van het ferromagnetisme opgesteld. In deze theorie wordt als zeer belangrijke onderstelling een „inwendig" magneetveld aangenomen, dat behalve het uitwendige magneetveld op de elementaire magneetjes werkt en zoo een spontane magnetisatie veroorzaken kan.

Om de hoofdzaak van de theorie te kunnen aangeven, zullen wij onderstellen, dat wij een kubieke centimeter met n atomen bezitten, welke ieder een magnetisch moment μ hebben. Zooals wij later zullen merken, zijn de bovengenoemde elementaire magneetjes niets anders dan de „spinmomenten" van de electronen, waarvan uit de theorie der atoomspectra bekend is, dat zij zich slechts in twee richtingen, n.l. parallel of anti-parallel ten opzichte van het veld H kunnen instellen. Bij een temperatuur T is de waarschijnlijkheid voor de twee instellingsmogelijkheden resp. evenredig met $e^{+H\mu/kT}$ en $e^{-H\mu/kT}$ en men verkrijgt dan voor het

1) Bewerking van een voordracht, gehouden voor de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, op 22 Februari 1930 te Amsterdam.

paramagnetisme in plaats van de formule van Langevin de volgende uitdrukking voor het gemiddelde magnetische moment in de richting van het veld:

$$M = n\mu \frac{e^{+H\mu/kT} - e^{-H\mu/kT}}{e^{H\mu/kT} + e^{-H\mu/kT}} = n\mu \, th \frac{H\mu}{kT}. \tag{1}$$

Weiss neemt nu aan, dat in het geval van het ferromagnetisme in plaats van het uitwendige veld H een totaal veld H_{tot} werkt, dat bestaat uit H en een inwendig magneetveld H_i:

$$H_{tot} = H + H_i.$$

Omtrent H_i neemt Weiss aan, dat het evenredig is met het aantal reeds georiënteerde elementaire magneetjes:

$$H_i = aM, \tag{2}$$

zoodat het magnetische moment wordt:

$$M = n\mu \, th \frac{(H + aM)\,\mu}{kT}. \tag{3}$$

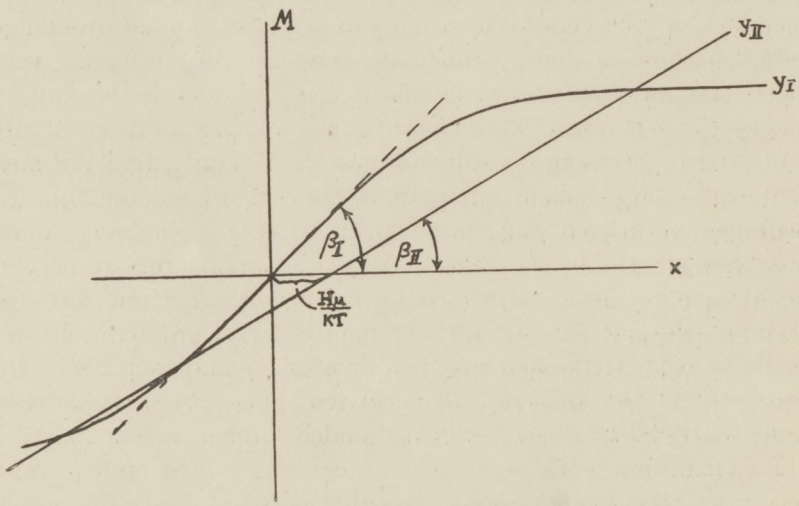


Fig. 1.

De beteekenis van deze transcendente vergelijking kunnen wij aan de hand van fig. 1 verduidelijken. Het magnetische moment verkrijgen wij namelijk uit het snijpunt van de twee krommen

$$y_I = n\mu \, th \, x,$$

en

$$y_{II} = \frac{1}{a}\left(\frac{kT}{\mu} x - H\right).$$

Zelfs bij afwezigheid van het uitwendige, magnetische veld bestaat er nog een z.g. „spontane magnetisatie", wanneer aan de volgende voorwaarde is voldaan:

$$\beta_{II} < \beta_I,$$

d. w. z.

$$T < \Theta = \frac{a}{k} n\mu^2. \tag{4}$$

In overeenstemming met de ervaring kan men dus slechts ferromagnetisme verwachten beneden een bepaalde temperatuur Θ, het z.g. „Curiepunt".

Terwijl de theorie van Weiss ons qualitatief rekenschap geeft van het ferromagnetisme, blijft zij quantitatief in gebreke en speciaal kan zij geen verklaring geven van den aard van het inwendige veld. Men zou wellicht kunnen denken, dat dit inwendige veld niets anders was, dan het magnetische veld, dat door de elementaire magneetjes zelf wordt veroorzaakt. Dan zou men voor de constante a in (2) een getal van de orde van grootte 5 verwachten. Wil men echter de waargenomen Curiepunten, die eenige honderden graden bedragen, verkrijgen, dan moet men in (4) voor a een getal van de orde van grootte 10^4 aannemen. Weiss was daarom reeds verplicht, aan te nemen, dat men bij het ferromagnetisme niet zoo zeer met de magnetische, dan wel met de, veel grootere, electrostatische wisselwerkingen tusschen de atomen te maken heeft. Hij was echter niet in staat, te verklaren, hoe deze *electrostatische* krachten een *magnetische* werking zouden kunnen veroorzaken.

De Quantumtheorie is nu in staat, een nieuw licht op deze zaak te werpen. De oorzaken, welke, zooals bekend is, aanleiding geven tot de multipletstructuur van de atoom- en molecuulspectra, le-

veren ons namelijk volgens Heisenberg[1]) (1928) ook het inwendige veld van Weiss. Reeds bij het Heliumatoom, dat het eenvoudigste meer-lichamenprobleem der atoommechanica levert, kreeg men bij de vertolking van het ortho- en het paraheliumspectrum de volgende vraag te beantwoorden: Hoe komt het, dat de energie van de magnetische orthoterm zoo veel minder is, dan de energie van de bijbehoorende paraterm, dat dit verschil niet verklaard kan worden door de zwakke wisselwerking van de magnetische momenten, maar dat men hiervoor wisselwerkingsenergieën van electrostatische orde van grootte noodig heeft? (b.v. bij de laagste P-termen van $He \sim 0{,}8\ V$). De oorzaak is het door Heisenberg ontdekte „*Austauschphänomen*" der electronen.

Om met een eenvoudig model te beginnen, dat gemakkelijk is te generaliseeren voor de behandeling van de ferromagnetische lichamen, zullen wij in plaats van het He-atoom het H_2-molecuul beschouwen. Dit laatste is door Heitler en London[2]) in de theorie der homopolaire valenties onderzocht.

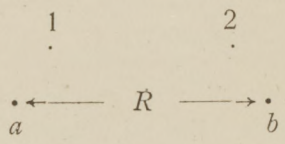


Fig. 2.

Hierbij bezitten wij twee enkelvoudig-positief geladen kernen a en b, in welker krachtveld zich electronen 1 en 2 bewegen. (Volkomen analoog kan men in plaats van twee kernen ook twee ionen met afgesloten schillen nemen). Wanneer a en b ver van elkaar verwijderd zijn, kan men de eigenfunkties, die bij de laagste energiewaarden behooren, gemakkelijk opbouwen uit de eigenfunkties $\psi_a(x)$ en $\psi_b(x)$, welke den grondtoestand van de neutrale atomen a, resp. b beschrijven. [Hierbij zijn de aangeslagen atoomtoestanden en evenzoo diegene, waar twee electronen aan hetzelfde atoom gebonden zijn, weggelaten vanwege hun hooge energieinhoud; x staat voor de drie coördinaten xyz].

1) W. Heisenberg. Zs. f. Phys. **49**, 619, 1928.
2) W. Heitler u. F. London. Zs. f. Phys. **44**, 455, 1927.

Volgens het *uitsluitingsprincipe* („Pauliverbot") moet namelijk de eigenfunktie van het totale systeem *antisymmetrisch* zijn in de electronen, d. w. z. haar teeken moet veranderen, wanneer de electronen 1 en 2 verwisseld worden. Op dit punt is het noodzakelijk het moment der electronen („spin") in te voeren. De voorwaarde van de antisymmetrie der eigenfunkties heeft niet alleen betrekking op de verwisseling der electronencoördinaten maar ook op die der spinoriëntaties. Dit levert juist de voor ons probleem noodige koppeling tusschen het magnetische gedrag en de door electrostatische krachten bepaalde beweging van de electronen.

In plaats van de bovengenoemde *twee* eigenfunkties ψ_a en ψ_b voeren wij daarom *vier* eigenfunkties φ_a, φ_b; ψ_a, ψ_b in, waarvan het eerste resp. tweede paar de grondtoestand beschrijft, indien de spin *parallel* resp. *antiparallel* aan het veld staat. De antisymmetrische eigenfunkties worden door de volgende determinanten voorgesteld:

$$y(a, b) = \begin{vmatrix} \psi_a(x_1) & \psi_a(x_2) \\ \psi_b(x_1) & \psi_b(x_2) \end{vmatrix} \qquad y(a) = \begin{vmatrix} \psi_a(x_1) & \psi_a(x_2) \\ \varphi_b(x_1) & \varphi_b(x_2) \end{vmatrix}$$

$$y(b) = \begin{vmatrix} \varphi_a(x_1) & \varphi_a(x_2) \\ \psi_b(x_1) & \psi_b(x_2) \end{vmatrix} \qquad y = \begin{vmatrix} \varphi_a(x_1) & \varphi_a(x_2) \\ \varphi_b(x_1) & \varphi_b(x_2) \end{vmatrix} \tag{5}$$

Tusschen haakjes zijn, bij de y's, de atomen aangegeven, bij welke de spin antiparallel aan het veld staat en hierdoor wordt de bedoelde toestand ondubbelzinnig aangegeven.

Wanneer men nu a en b tot elkaar laat naderen, gaat de electrische wisselwerkingsenergie een rol spelen. Dan heeft men ermede rekening te houden, dat nu niet meer de eigenfunkties (5), welke bij grooten afstand tusschen de kernen allemaal bij dezelfde energieinhoud behooren, benaderende oplossingen van het werkelijke probleem zijn, maar lineaire combinaties van hen; uit eenvoudige overwegingen volgt:

$$y_1 = y(a, b); \quad y_2 = y(a) + y(b); \quad y_3 = y(a) - y(b); \quad y_4 = y. \tag{6}$$

Dat $y(a, b)$ en y onveranderd gebruikt kunnen worden, komt nl. doordat zij een magnetisch moment -2μ, resp. $+2\mu$ in de richting van het veld bezitten en dus ten gevolge van zuiver electro-

statische krachten noch met elkaar, noch met $y(a)$ en $y(b)$, welke beide een moment 0 hebben, combineeren. Deze laatsten hebben wij op de wijze van (6) gecombineerd, aangezien de wisselwerkingsenergie symmetrisch in de electronen is [1]). Zij bestaat namelijk uit de aantrekking der kernen a en b en de afstooting der electronen 1 en 2. Wij zullen hier slechts het laatste gedeelte beschouwen:

$$V = \frac{e^2}{r_{12}} \tag{7}$$

dat bij het ferromagnetisme de hoofdrol speelt, terwijl bij de homopolaire binding juist de aantrekking belangrijk is. In de eerste benadering wordt de energieverandering ε op de bekende manier gegeven door de middelwaarde der storingsenergie (7) berekend met de ongestoorde eigenfunkties (6), en indien men deze goed normeert, verkrijgt men:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 = \int V y_1^2 dx_1 dx_2 &= e^2 \int \frac{\psi_a^2(x_1)\, \psi_b^2\,(x_2)}{r_{12}}\, dx_1 dx_2 - \\ &\quad - e^2 \int \frac{\psi_a\,(x_1)\, \psi_b\,(x_2)\, \psi_a\,(x_2)\, \psi_b\,(x_1)}{r_{12}}\, dx_1\, dx_2 \\ &= I_0 - I_1;\end{aligned}$$

analoog wordt:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_4 = I_0 - I_1,$$

terwijl

$$\varepsilon_3 = I_0 + I_1. \tag{8}$$

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_4$ behooren tot het (ortho-) tripletsysteem, ε_3 tot het (para-) singuletsysteem. Zij verschillen van elkaar door de electrostatische „Austauschenergie" I_1, terwijl de wisselwerkingsenergie I_0 van de „ladingswolken" ψ_a^2 en ψ_b^2, als een additieve constante, voor ons doel geen beteekenis heeft. Volgens het bovenstaande zou men kunnen denken, dat de magnetische tripletterm altijd lager

1) Wanneer wij y_2 resp. $y_3 = c_a\, y(a) + c_b\, y(b)$ stellen, dan verkrijgen wij namelijk voor de coefficiënten c de twee vergelijkingen

$$\begin{aligned}(\varepsilon - I_0)\, c_a + \quad I_1\, c_b &= 0 \\ I_1\, c_a + (\varepsilon - I_0)\, c_b &= 0\end{aligned}$$

en daaruit de energieën ε_2 resp. ε_3 van (6) en de in (8) gebruikte lineaire combinaties.

moet liggen dan de singuletterm, aangezien I_1 positief is. Dit is echter een gevolg van de verwaarloozing van de aantrekking door de kernen, welke juist bij Heitler en London het omgekeerde veroorzaakt. Men kan echter bewijzen, dat $I_1 > 0$ is, wanneer maar het hoofdquantumgetal n der electronen groot genoeg is; Heisenberg heeft de schatting $n \geqq 3$ gemaakt.

In hoever aan de energie I_1 werkelijk een „Austausch" ten grondslag ligt, ziet men het beste, indien men met behulp van de energieën (8) de van den tijd afhankelijke eigenfunktie

$$y_2 e^{2\pi i \varepsilon_2 t/h} + y_3 : e^{2\pi i \varepsilon_3 t/h} = 2e^{2\pi i I_0 t/h} \left[y\,(a) \cos \frac{2\pi}{h} I_1 t + iy\,(b) \sin \frac{}{h} I_1 t \right]$$

maakt. Deze laat ons namelijk zien, dat ten tijde $t = 0$ de antiparallel georiënteerde spin bij den kern a, en ten tijde $t = h/4I_1$ bij de kern b wordt aangetroffen, d. w. z. dat hij zijn plaats met de parallel georiënteerde spin verwisseld heeft. De frequentie $\nu = I_1/h$ heeft de beteekenis van een „Austausch"-frequentie tusschen de beide spinnen.

De hierboven gehouden beschouwingen kunnen gemakkelijk voor het probleem van het ferromagnetisme worden uitgebreid. Volgens Heisenberg bestaat het onderscheid alleen hierin, dat men nu in plaats van met twee met zeer veel atomen te doen heeft, die volgens een ruimte-tralie geordend zijn. Uit de proef van Einstein en de Haas volgt, dat wij hoofdzakelijk met het magnetische gedrag der spins te maken hebben en niet met dat van de electronenbanen, aangezien men de voor de electronenmomenten karakteristieke faktor van Landé $g = 2$ heeft waargenomen. Buitendien zou een magnetische oriëntatie der electronenbanen zich in de röntgenopname van de ferromagnetische stoffen kenbaar moeten maken, hetgeen, naar men weet, niet het geval is.

Wij zullen nu even als in (1) aannemen, dat wij een kubieke centimeter met n ionen en n electronen hebben, waarvan ieder het Bohr'sche magneton bezit:

$$\mu = \frac{e}{mc} \frac{h}{4\pi}.$$

Geven wij aan ieder ion, d. w. z. aan ieder punt van het tralie een nummer f_i $(i = 1, 2 \ldots . n)$ en maken wij analoog aan (5) eigenfunkties, welke antisymmetrisch zijn in de electronen $1, 2 \ldots . n$, dan beteekent b.v.

$$y\,(f_1 f_2 \ldots . f_r)$$

dat zich in de tralie-punten $f_1, f_2 \ldots . f_r$ antiparallele en in de overigen parallele spinnen bevinden. Bij deze toestand behoort aldus een magnetisch moment in de richting van het veld:

$$M\,(r) = (n - r)\,\mu - r\mu = (n - 2r)\,\mu. \tag{9}$$

Bij deze waarde van het moment M behooren $\binom{n}{r}$ toestanden n.l. net zooveel als het aantal der mogelijke verdeelingen van de r antiparallele spinnen over de n tralie-punten bedraagt. Weliswaar kan men nu de juiste lineaire combinaties der ongestoorde eigenfunkties $y\,(f_1, f_2 \ldots . f_r)$ niet meer zoo eenvoudig als in (6) aangeven, daar hiertoe de oplossing van een seculair-probleem van de graad $\binom{n}{r}$ noodig zou zijn. Daarentegen kan men gemakkelijk de middelwaarde van de $\binom{n}{r}$ energieën ε aangeven, die men analoog aan (8) verkrijgt: [1])

$$\overline{\varepsilon\,(r)} = \frac{n}{2}\,I_0 - \frac{n^2 + (n - 2r)^2 - 2n}{4\,(n - 1)}\,zI_1. \tag{10}$$

In (10) beteekent z het aantal buren van een atoom en I_1 de „Austausch"-integraal met één van hen, terwijl de „Austausch" met verder verwijderde atomen verwaarloosd is. De electrostatische wisselwerkingsenergie tusschen de ladingswolken wordt voorgesteld door $\frac{1}{2}nI_0$. Men kan nu aantoonen, dat bij een gegeven $M\,(r)$ het grootste gedeelte der energieniveaus in de onmiddellijke nabijheid van de waarde (10) ligt. Nemen wij aan, dat zij allemaal precies met de waarde (10) samenvallen, dan wordt de waarschijnlijkheid om een toestand met r antiparallel-geöriënteerde electronenmomenten aan te treffen, evenredig met:

$$W\,(r) = \binom{n}{r}\,e^{\frac{1}{kT}\left[\frac{n^2 + (n - 2r)^2 - 2n}{4\,(n - 1)}\,zI_1 + (n - 2r)\,H\mu\right]} \tag{11}$$

1) Vgl. b.v. F. Bloch. Z. S. f. Phys. **57**, 545, 1929.

Deze waarschijnlijkheid heeft een scherp maximum voor de waarde r_0, welke volgt uit:

$$\frac{W(r_0+1)}{W(r_0)} = 1. \tag{12}$$

Aangezien n en r groote getallen zijn, heeft men slechts met hun hoogste machten rekening te houden en men verkrijgt dan uit (11) en (12) onmiddellijk de waarschijnlijkste waarde r_0 van r:

$$\frac{n-r_0}{r_0} e^{\frac{1}{kT}\left[\frac{2r_0-n}{n} zI_1 - 2H\mu\right]} = 1,$$

en hieruit met behulp van (9) de waarschijnlijkste waarde M van het moment:

$$\frac{n\mu+M}{n\mu-M} = e^{\frac{1}{kT}\left[\frac{M}{n\mu} zI_1 + 2H\mu\right]},$$

hetgeen met de formule (3) van Weiss

$$M = n\mu\, th\, \frac{(H+aM)\mu}{kT} \tag{13}$$

overeenkomt. Hierbij is

$$a = \frac{zI_1}{2n\mu^2}$$

en volgens (4) wordt dan het Curiepunt:

$$\Theta = \frac{a}{k} n\mu^2 = \frac{zI_1}{2k}.$$

Aangezien I_1 een electrostatische energie is, wordt zij van de orde van grootte 10^{-13} erg, d. w. z. men krijgt in overeenstemming met de ervaring, dat het Curiepunt eenige honderden graden bedraagt.

De onderstelling, dat voor een gegeven waarde van r alle energieën met de middelwaarde (10) samenvallen, is wel gerechtvaardigd

voor temperaturen in de nabijheid van het Curiepunt. De mogelijkheid van het optreden van een spontane magnetisatie ontstaat hierdoor dat, zooals men uit (10) kan zien, de toestanden met een groote waarde van $n - 2r$, d. w. z. sterke magnetisatie, de laagste energieinhoud bezitten en derhalve bij voldoend lage temperaturen ondanks hun geringe a priori-waarschijnlijkheid optreden zullen. Hierbij is ondersteld, dat I_1 positief is, anders kan er natuurlijk nooit ferromagnetisme ontstaan.

Voor zeer lage temperaturen daarentegen is de bovengenoemde veronderstelling niet meer houdbaar. In dit geval hebben wij namelijk niet meer met energieniveaus in de nabijheid van de middelwaarde (10) te maken, maar alleen met de allerlaagst gelegenen. Indien mocht blijken, dat de laagste term voor $r = \frac{1}{2}n$ lager ligt, dan voor alle andere waarden van r, zoo zou het resultaat (13) illusorisch zijn.

Men kan nu een benaderingsmethode aangeven, die ons in staat stelt, de laagst gelegen termwaarde exact te bepalen [1]). Daarmee hebben wij een middel verkregen, om na te gaan, onder welke omstandigheden het mogelijk is, dat bij voldoend lage temperaturen ferromagnetisme ontstaat en om aan te geven op welke wijze het maximale remanente magnetisme van de temperatuur afhangt.

Beschouwen wij eerst een ééndimensionaal tralie, terwijl $r = 1$ wordt aangenomen, dan hebben de aan (6) analoge lineaire combinaties de vorm:

$$y_k = \sum_{f=1}^{n} e^{2\pi i k f/n} y(f) \; ; \quad k = 1, 2 \ldots . n. \tag{14}$$

Het is duidelijk, dat y_2 en y_3 voor $n = 2$ als een speciaal geval uit (14) volgen. De formule (14) is dezelfde, als die, welke, voor de beweging van de electronen in tralies bekend is [2]). Het eenige verschil bestaat hierin, dat de index f niet de plaats van een *electron* aangeeft, maar die van een antiparallele *spin*. Daarom schijnt het gerechtvaardigd te zijn om van „spin-golven" in het metaal te spreken.

1) F. Bloch. Zs. f. Phys. **61**, 206, 1930.
2) F. Bloch. Zs. f. Phys., **52**, 555, 1929.

Bij de eigenfunktie (14) behoort, afgezien van een additieve constante, de energie:

$$\varepsilon_k = 2I_1\left(1 - \cos\frac{2\pi k}{n}\right).$$

Analoog verkrijgt men voor een willekeurige $r \ll n$:

$$\varepsilon_{k_1 k_2 \ldots k_j \ldots k_r} = 2I_1 \sum_{j=1}^{r}\left(1 - \cos\frac{2\pi k_j}{n}\right) \qquad k_j = 1,\ 2 \ldots . n. \tag{15}$$

Voor $r \sim \frac{1}{2}n$ is de formule (15) niet meer te gebruiken, maar wij hebben haar daarvoor ook niet noodig, aangezien voor voldoend lage temperaturen reeds in een zeer zwak magneetveld de magnetisatie groot en derhalve r zeer klein zal zijn.

Verder vindt men voor het gewone kubische tralie in plaats van de formule (15):

$$\varepsilon_{k_1 l_1 m_1\,;\,k_2 l_2 m_2\,\ldots\,;\,k_r l_r m_r} =$$

$$= 2I_1 \sum_{j=1}^{r}\left\{\left(1 - \cos\frac{2\pi k_j}{G}\right) + \left(1 - \cos\frac{2\pi l_j}{G}\right) + \left(1 - \cos\frac{2\pi m_j}{G}\right)\right\},$$

$$k_j l_j m_j = 1,\ 2 \ldots .\ G\,; \quad n = G^3. \tag{16}$$

Uit (15) en (16) kan men gemakkelijk de toestandssom en daaruit het gemiddelde magnetische moment voor lage temperaturen berekenen. Zooals te verwachten is, verkrijgen wij afwijkingen ten opzichte van formule (13), welke slechts voor hoogere temperaturen geldt. Terwijl namelijk volgens (13) voor lage temperaturen

$$M = n\mu\,(1 - e^{-\Theta/T})$$

wordt, verkrijgen wij met behulp van (16)

$$M = n\mu\left[1 - \left(\frac{T}{\Theta}\right)^{3/2}\right].$$

Dit is een veel langzamer bereiken van de verzadiging $n\mu$ ten gevolge van het feit, dat de laagste energiewaarden voor toenemende

magnetisatie lang niet zoo snel dalen, als de middelwaarde. Bij het ééndimensionale en evenzoo bij het tweedimensionale tralie geschiedt dit dalen zelfs zoo langzaam, dat voor een eindige temperatuur ferromagnetisme nooit kan optreden.

De belangrijke vraag, waarom bij vele ferromagneten het magnetische gedrag sterk van de richting der magnetisatie ten opzichte van de kristalassen afhangt (b.v. Co, Pyrrhotin), wordt door de bovenstaande overwegingen natuurlijk in het geheel niet aangeraakt. Hiervoor blijkt een nadere beschouwing van de wisselwerking tusschen electronen- en baan-moment noodzakelijk te zijn.

Bij deze gelegenheid is het mij een aangename plicht, het Lorentz-Fonds van harte te bedanken voor de invitatie om in Nederland te komen werken. Insgelijks dank ik den heer G. P. Ittmann voor zijn vriendelijke hulp bij de Nederlandsche bewerking van deze voordracht.

Utrecht, Februari, 1930.

PROBLEMEN EN PERSPECTIEVEN VAN DE THEORETISCHE NATUURKUNDE [1])

door Dr. R. DE L. KRONIG

Wie vraagt, in welke richting een bepaalde wetenschap zich verder zal ontwikkelen, moet in de eerste plaats hare geschiedenis beschouwen. Want al mogen ook in de geest van de individueele denker de geheel oorspronkelijke concepties schijnbaar willekeurig optreden, zij houden toch steeds verband met een complex van probleemstellingen, dat ook alle anderen, die zich in deze wetenschap bewegen, min of meer beinvloedt, en dat men de stemming in die wetenschap zou kunnen noemen. Meer dan degenen, die er zich toe bepalen, consciëntieus naar de geijkte methodes voort te werken, moet de werkelijk scheppende denker trachten, die stemming diep en scherp te voelen.

Het onderwerp van mijn voordracht, namelijk de opvattingen te analyseeren, waardoor de theoretische natuurkunde tegenwoordig wordt beheerscht, brengt dus mee, dat wij eerst een blik werpen op de theoretische natuurkunde in het verleden, vooral gedurende de laatste tien jaren; zonder twijfel voor de ingewijde een tijdperk zoo vol van opwindende ontdekkingen als niet vaak in de geschiedenis van een wetenschap is voorgekomen, en waaraan ook dit land met zijn oude natuurkundige traditie actief heeft deelgenomen.

De theoretische natuurkunde wil zekere kenmerken uitdrukken van die ervaringen in ons geestelijk leven, die wij noemen: zinnelijke waarnemingen in ruimte en tijd. Onder deze kenmerken is die van causaliteit de voornaamste. Om de wetmatigheid in de tijdelijke opeenvolging van in de ruimte plaats hebbende verschijnselen te formuleeren, maakt de theoretische natuurkunde gebruik van de begrippen der wiskunde, door het logisch verband van reden en gevolg te laten beantwoorden aan het feitelijk verband tusschen oorzaak en werking.

---

1) Openbare les aan de Rijksuniversiteit te Groningen, 8 Mei 1930.

Om wiskundige begrippen op de zinnelijke waarnemingen toe te passen, wordt het noodzakelijk, deze laatste in getallen uit te drukken: in de plaats van waarnemingen treden metingen, die inlichtingen geven over de physische grootheden. Hiervan wordt ondersteld, dat zij aan relaties voldoen, die in de vorm van vergelijkingen kunnen worden geschreven, en het doel van de theoretische physica komt dan hierop neer, de eenvoudigste vergelijkingen te vinden, waaruit de waargenomen feiten af te leiden zijn. De optredende problemen vallen dus in twee groepen uiteen: de principieele problemen, waarbij de fundamenteele vergelijkingen zelf gevonden moeten worden, een taak, die vooral een sterke fantazie en een goede intuïtie eischt; en de problemen, waarbij uit de reeds gevonden fundamenteele vergelijkingen conclusies zijn te trekken, die men aan de experimenteele gegevens kan toetsen.

De overtuiging, dat het mogelijk moet zijn, de physische gebeurtenissen mathematisch te beschrijven, in den beginne gesteund door het succes van de mechanica in haar toepassing op astronomische problemen, is voor latere geslachten vanzelfsprekend geworden, en is een van de denkbeelden, die in de wereldbeschouwing van de moderne mensch, of althans van de moderne natuurkundige domineeren. In de tijd van Kepler, Galilei en Newton, toen de Westeuropeesche geest uit de droomerige stemming van zijn Faustiaansch studeervertrek ontnuchterd ontwaakte, en begon, voor de natuurkunde een zuiver rationeel programma te formuleeren, werd het dogma van de mathematische formuleerbaarheid der physische feiten haast onmiddellijk uitgebreid tot het dogma van het volkomen determinisme: Uit een kennis van de toestand van de „wereld" op een gegeven tijdstip zou het in principe mogelijk zijn, haar toestand op een later tijdstip te berekenen. Telkens weer zijn van philosophische kant bezwaren tegen deze opvatting uitgesproken, die vooral in de vorige eeuw vele geesten beheerschte, totdat gedurende de laatste jaren de physische feiten zelf de onhoudbaarheid ervan lieten blijken, waarop ik nog later terug zal komen.

Zooals bekend is, was het op het gebied van de mechanica, dat de theoretische natuurkunde haar eerste triomfen vierde. Door Newton's bewegingsvergelijkingen en zijn gravitatiewet werd het mogelijk, de banen van de planeten te berekenen. Tegelijkertijd

hebben wij hier een van de voornaamste voorbeelden van de invloed, die de ontwikkeling der natuurkunde op die der wiskunde heeft gehad. Ik behoef alleen de uitvinding van de infinitesimaalrekening door Newton en de wisselwerking van wiskunde en mechanica in de handen van Euler en Lagrange, en later van Jacobi, Hamilton, Helmholtz, en Poincaré te noemen. Daardoor is er zelfs aan verschillende universiteiten de traditie ontstaan, de mechanica als een gedeelte van de wiskunde te behandelen. Dit is echter zeer te veroordeelen, want de mechanica moet altijd de uitdrukking voor de kracht, die in de bewegingsvergelijkingen voorkomt, uit andere gedeelten van de physica overnemen. Zoo had Newton zijn gravitatiewet noodig, terwijl in de atoomtheorie de electrodynamica ons inlichtingen geeft over de wisselwerking van geladen deeltjes. De mechanica vormt dus geen afgesloten geheel, zooals sommige wiskundigen het graag willen voorstellen, en het heeft noodzakelijk bloedarmoede voor haar ten gevolge, indien men haar van de rest van de physica afscheidt.

De successen van de mechanica leidden er natuurlijk toe, te probeeren, om ook andere verschijnselen op een dynamische grondslag te verklaren en de wereld van ruimte en tijd als stof in beweging te beschouwen. Zoo ontstond de corpusculaire theorie van het licht, die door Newton werd ontwikkeld. Maar ook de golftheorie van Huygens en Fresnel, die daar tegenover stond, beschouwde de lichtgolven als trillingen van een elastisch medium, de ether, die de heele ruimte vult. Eveneens zag de warmteleer, vooral onder de invloed van Carnot, de warmte aan voor een stof, en door het werk van Gilbert had men al vóór de tijd van Newton in de wrijvingselectriciteit een nieuwe soort substantie leeren kennen, die toen weliswaar meer geschikt leek, om dames en heeren in avondtoilet de gelegenheid te geven, elkaar de handen te reiken en rond een electriseermachine een gezellige kring te vormen, dan om ons inzicht in de wetten der natuur te bevorderen.

Al in de eerste helft van de vorige eeuw begon de zooeven geschetste voorstelling van de natuur als stof in beweging, te sublimeeren. De tendens, die toen tot uiting kwam, wordt het best als phenomenologie gekenmerkt. De theoretische natuurkunde van die tijd tracht de algemeene wetten, zooals zij zich direct in de ver-

schijnselen vertoonen, te formuleeren, zonder van mechanische modellen gebruik te maken. Uit Carnot's warmteleer groeide de thermodynamica, gebaseerd op de twee hoofdwetten van behoud van energie en vermeerdering van entropie. De opvatting, dat het begrip energie ook buiten de mechanica een plaats inneemt, had eerst met groote moeilijkheden te kampen, totdat door de experimenten van Joule daarvoor een vaste grondslag werd geschapen. De tweede hoofdwet, door Clausius met behulp van het begrip entropie precies uitgesproken, gaf uitdrukking aan het fundamenteele feit van de irreversibiliteit van vele thermodynamische processen.

Op het gebied van de electriciteit had men in het galvanische element een nieuwe bron van electrische stroomen gevonden, die veel grooter waren dan die, welke men met behulp van de electriseermachine tot dus ver had kunnen bereiken. Daardoor werd het voor Oersted mogelijk, het electromagnetisme te ontdekken, waaraan zich dan het werk van Faraday over de electromagnetische inductie aansloot. Op het zoo gelegde fundament en met behulp van het door Faraday ingevoerde begrip van het electromagnetische veld ontwikkelden Maxwell en Lorentz de electrodynamica, die de voortplanting van het licht in vacuo, en voorzoover dat voor een phenomenologische theorie mogelijk was, ook in de materie mee omvatte. De moeilijkheden, die voortkwamen uit de pogingen, deze electrodynamica toe te passen op bewegende lichamen, vooral met het doel, tot een verklaring van het experiment van Michelson en Morley te komen, leidden Lorentz en Einstein er toe, de relativiteitstheorie op te stellen, die als een bekroning van de phenomenologische natuurkunde mag worden beschouwd.

Terwijl deze ontwikkeling rustig haar loop nam, begon het natuurkundig onderzoek zich al in de tweede helft van de vorige eeuw in een nieuwe richting te bewegen, die beheerscht werd door de voorstelling van de atomistische bouw van de stof. De tegenwoordige natuurkunde is het laatste stadium van de poging, om de beschrijving van de physische verschijnselen terug te voeren op de fundamenteele wetten voor de wisselwerking tusschen de elementaire deeltjes, die men als de bouwsteenen van de materie beschouwt. Daarom is het noodzakelijk, dat ik aan dit tijdperk van

onze wetenschap meer aandacht besteed dan aan het voorafgaande.

In de thermodynamica worden geen hypothesen gemaakt over het wezen van de warmte, omdat het, zooals wij zagen, juist haar bedoeling is, datgene in de thermische verschijnselen te formuleeren, waarbij dergelijke hypothesen overbodig zijn. Ofschoon een zoodanige beperking aan de resultaten van de thermodynamica een groote zekerheid geeft en hen onafhankelijk maakt van de wisseling van onze voorstellingen omtrent de bouw van de stof, brengt zij ook vele nadeelen mee. Een groot aantal phenomenen, zooals b.v. de wrijving en warmtegeleiding van gassen, vallen buiten haar bereik, terwijl in de thermodynamische vergelijkingen zelf stoffelijke constanten, zooals de soortelijke warmte optreden, over de waarde waarvan de thermodynamica ons niets kan zeggen.

Door de in de scheikunde gevonden wetten van de constante en multiple proporties had de voorstelling van de atomistische bouw van de stof, die al in de Grieksche wijsbegeerte een zoo groote rol speelde, een meer dan speculatief karakter aangenomen. De behoefte aan aanschouwelijke modellen, die zelfs in de bloeiperiode van de phenomenologische natuurkunde nooit heelemaal onderdrukt kon worden, leidde er natuurlijk toe, de warmte op te vatten als de verborgen bewegingsenergie van de atomen en moleculen. Door de kinetische gastheorie, zooals wij die aan Maxwell en Boltzmann te danken hebben, werd aan deze behoefte voldaan. De successen, die hiermede werden bereikt en vooral de statistische interpretatie van de tweede thermodynamische hoofdwet door Boltzmann gaven aan de idee van de atomistische structuur van de materie een nieuwe steun, en toen Perrin er in slaagde, met behulp van de Brown'sche beweging het aantal moleculen pro grammolecuul te bepalen, waren er maar weinigen, die nog aan de juistheid van deze voorstelling twijfelden.

Deze zou echter nog op een veel direktere manier bevestigd worden. Ik heb al vroeger over de phenomenologische ontwikkeling van de electriciteitsleer, de electrodynamica van Faraday, Maxwell en Lorentz en haar geniale voltooiïng in de relativiteitstheorie van Einstein gesproken. In dezelfde verhouding als de kinetische gastheorie tot de thermodynamica staat de electronentheorie tot de electrodynamica. Door de wetten van de electrolyse, door Faraday ontdekt, werd al vroeg het vermoeden gewekt, dat ook de electriciteit een atomistische structuur bezit. In het onder-

zoek van de kathodestralen, vooral door J. J. Thomson en Lenard, leerde men de atomen van de negatieve electriciteit, de electronen, om zoo te zeggen in „Reinkultur" kennen. De verklaring van het Zeeman-effect door Lorentz, Drude en Planck liet zien, dat ook de atomen negatieve electronen bevatten.

De ontdekking van de radioactiviteit door Becquerel en de afscheiding van het radium door de Curies gaf den experimentatoren nieuwe middelen in de hand om inzicht in de structuur van de atomen te verkrijgen. In de banen van de deeltjes, die door radioactieve stoffen worden uitgezonden, zag men met behulp van de door C. T. R. Wilson geconstrueerde nevelkamera de uitwerking van de enkele atomen, en door de afbuiging van deze deeltjes in metaalblaadjes te onderzoeken kon Rutherford de conclusie trekken, dat de positieve lading in een atoom in een enkel deeltje, de kern, geconcentreerd is, die haast de heele massa van het atoom draagt en ten opzichte van de atomaire dimensies heel kleine afmetingen bezit.

Zoo ontstond de taak, de atomaire eigenschappen te verklaren met behulp van een atoom, dat beschouwd kan worden als bestaande uit de zware positieve kern en de lichte negatieve electronen, die als puntladingen op elkaar inwerken. Van deze eigenschappen van het atoom is de meest frappante deze, electromagnetische trillingen van verschillende, heel nauwkeurig bepaalde frequenties uit te zenden, zooals zij in de spectraallijnen tot uiting komen, en die men zich veroorzaakt kan denken door periodieke bewegingen van de geladen deeltjes in het atoom. Weer was het probleem van een dynamische opvatting van de natuur, van de wereld als stof in beweging, op de voorgrond getreden met al de bekoring, die het op de Westeuropeesche geest steeds heeft uitgeoefend, en weer was er een proces van sublimeering noodig, om de natuurkunde van de slakken van diep gewortelde vooroordeelen te bevrijden en haar in staat te stellen, dit probleem te kunnen behandelen.

Want de uitzending van scherpe spectraallijnen door een systeem van elkaar volgens de wet van Coulomb aantrekkende geladen deeltjes is met behulp van de klassieke mechanica en electrodynamica geenszins te begrijpen. Echter had men al vroeger in de warmtestraling verschijnselen leeren kennen, die eveneens met deze wetten in tegenspraak zijn, en om ze te interpreteeren

had Planck zijn hypothese van de quanteuse absorptie en emissie van straling opgesteld. Einstein had hiermede ook het photoëlectrische effect en de temperatuurafhankelijkheid van de soortelijke warmte van vaste stoffen kunnen verklaren, en door een uitbreiding van het zoo verkregen inzicht gelukte het Bohr, de bovengenoemde moeilijkheden eenigszins te boven te komen.

Maar van een quantitatieve theorie van de atomaire verschijnselen was men nog ver verwijderd. Op de overtuiging voortbouwend, dat de klassieke mechanica een soort grensgeval moet zijn van de quantummechanica, — die toen nog gevonden moest worden —, beantwoordende aan de waarde $h = 0$ van Planck's constante, kon men een heele reeks alleenstaande verschijnselen, vooral op het gebied van de spectroscopie, qualitatief, en soms ook quantitatief, interpreteeren. Tot het eindelijk door het werk van De Broglie en Schrödinger duidelijk werd, dat de verhouding van de klassieke tot de quantummechanica analoog is aan die van de geometrische tot de golfoptica.

De Broglie was de eerste, die aan de beweging van een materieel deeltje de voorstelling van een golfbeweging verbond, en hij paste dit idee op vrije deeltjes toe, terwijl Schrödinger de daarbij gebruikte golfvergelijking ook deed gelden voor deeltjes, die krachten op elkaar uitoefenen. Zoo ontstond een groote overeenkomst in de theoretische beschrijving van materieele deeltjes en het licht, waaraan men al vroeger, door de feiten van het photoëlectrisch effect gedwongen, behalve zijn golfkarakter ook corpusculaire eigenschappen had moeten toekennen. Door de experimenten, die gedurende de laatste jaren van verschillende kanten over de afbuiging van electronen door kristallen zijn uitgevoerd, wordt de voorstelling van De Broglie ten sterkste gesteund.

Met behulp van de formules van Schrödinger is het mogelijk geworden, al die problemen in de atoomtheorie quantitatief te behandelen, waarbij de electronen en atoomkernen als electrostatisch op elkaar inwerkende puntladingen mogen worden beschouwd. Dirac heeft later in het geval van een enkel electron in een krachtveld een relativistisch invariante formuleering van de theorie gevonden. Op deze basis krijgen de meeste feiten op het gebied van de spectroscopie een verklaring. Zoo volgen de frequenties en intensiteiten van spectraallijnen uit de theorie. Ook voor de bot-

singsverschijnselen tusschen geladen deeltjes en atomaire systemen is daardoor een zeker fundament geschapen. Eindelijk zijn op het gebied van de dispersie, de diëlectrische en magnetische constanten, en de soortelijke warmte van gassen zoowel als van de electrische, magnetische, en thermische eigenschappen van metalen vele moeilijkheden verdwenen.

Hier blijkt weer, hoe vruchtbaar de wisselwerking van theoretische natuurkunde en wiskunde in deze ontwikkeling is geweest. De resultaten van de theorie der lineaire partieele differentiaalvergelijkingen hebben bij de behandeling van de golfmechanische problemen een groote rol gespeeld, en bij het onderzoek van spectroscopische vraagstukken is de theorie van eindige groepen het meest geschikte middel.

In welke verhouding staat nu de nieuwe mechanica tot het postulaat van de mathematische formuleerbaarheid van de physische feiten en tot de meer algemeene eisch van het volkomen determinisme, waarover ik al in het begin heb gesproken? De mathematische vorm van de golfmechanica laat niets te wenschen over en moet voldoening geven aan het aestethische gevoel van iedereen, die daarmee bekend is geworden. Als men daarentegen de samenhang onderzoekt tusschen de grootheden, die in de formules voorkomen, en de zinnelijke waarnemingen, waarover toch ten slotte iedere theorie inlichtingen moet geven, blijkt het, dat de quantummechanica de physische gebeurtenissen veel minder beperkt dan de klassieke mechanica. Zooals vooral door Born werd aangetoond, is zij daarom tot niet meer in staat, dan bij een bekende begintoestand van een physisch systeem statistische verklaringen over de toestand van het systeem op een later tijdstip te geven; m. a. w. zij kan alleen een waarschijnlijkheid opgeven, dat het systeem op een later oogenblik in een zekere toestand wordt gevonden.

U zult misschien vragen, of het niet mogelijk is, aan de theorie weer een streng deterministische vorm te geven. De kans, dit te kunnen doen zonder in tegenspraak met de experimenteele feiten zelf te komen, lijkt mij heel gering. Want zooals wij nu met zekerheid weten, heeft het quanteuse karakter van de physische verschijnselen tot gevolg, dat wij ze nooit kunnen waarnemen, zonder daardoor eindige veranderingen in het systeem, dat wij bestudee-

ren, tot stand te brengen. De principieele onmogelijkheid, het subject van het object zuiver te scheiden, brengt in de grootheden, waardoor de toestand van het object, het physische systeem, wordt beschreven, een onnauwkeurigheid mede, die juist de bovengenoemde onzekerheid in onze verklaringen over de toekomst van het systeem ten gevolge heeft. Wanneer een bekende natuurkundige niettemin zijn ontevredenheid met de tegenwoordige statistische opvatting van de theorie uitgedrukt heeft door te zeggen, dat God toch onmogelijk met dobbelsteenen kan werpen, deed hij dat wel onder de invloed van een vooroordeel, dat pas door de volgende quantummechanisch opgevoede generatie heelemaal overwonnen zal worden.

Om u te laten zien, dat een indeterministische wereld niets onzinnigs is, zal ik u een zoodanige hier laten zien. Ik kom hiertoe door de beroemde gelijkenis uit Plato's Politeia. Een „natuurkundige" heeft zijn heele leven niets anders kunnen waarnemen dan een wit scherm, dat voor hem staat. Achter zijn rug bewegen zich bollen in de ruimte volgens de gewone mechanica, waarvan alleen de schaduwbeelden, door een sterk licht op het scherm geprojecteerd, aan hem zichtbaar zijn. De wereld van onze natuurkundige bestaat uit de zich bewegende schaduwbeelden en om zich niet doodelijk te vervelen, zal hij trachten, hun banen met behulp van een tweedimensionale mechanica te beschrijven. Het zal hem echter niet gelukken, aan deze mechanica een deterministische vorm te geven. Want als hij ziet, dat de schaduw van een van twee bollen met een zekere snelheid zich naar de schaduw van de andere bol beweegt, die in rust is, kan het gebeuren, dat na de „botsing" van de twee schaduwen de eene nog altijd in zijn oude positie verblijft, terwijl de andere zijn weg voortzet, of het kan gebeuren dat alle beide schaduwen zich na de botsing bewegen, namelijk dan, als tusschen de bollen in de ruimte een werkelijke botsing heeft plaats gehad. De beginvoorwaarden van het systeem zijn dus niet voldoende voor onze natuurkundige om de toekomst daarvan eenduidig te bepalen, zoolang hij niet uit zijn onaangename toestand verlost wordt. Evenzoo staat de zaak voor ons en onze wereld.

De zooeven geschetste groote vooruitgang, wat ons inzicht in de physische verschijnselen betreft, is vooral te danken aan de steeds nauwer geworden samenwerking tusschen theorie en experiment,

waarvan de noodzakelijkheid vooral in de laatste tijd in het licht is getreden, toen het voornamelijk om het vinden van de fundamenteele natuurkundige wetten te doen was. Want ten slotte is nu eenmaal de taak van de theoretische physica het verklaren van de experimenteele gegevens en niet het beoefenen van hersengymnastiek betreffende volkomen gladde of ruwe cylinders, die op elkaar rollen, zooals het door de Engelsche term „applied mathematics" zoo uitstekend gekenmerkt wordt. Gelukkig is men hier te lande altijd van gezonde opvattingen in dit opzicht uitgegaan, waarvan het groote aantal moderne experimenteel-theoretische instituten en de resultaten, die daar worden bereikt, getuigen.

Wij kunnen ons nu afvragen, wat van de theoretische natuurkunde in de toekomst is te verwachten. Dan noemen wij in de eerste plaats het onderzoek van de conclusies, die uit de quantummechanica kunnen worden getrokken. De interpretatie van de spectroscopische feiten is nu een zuivere rekenkwestie geworden, die met behulp van een voldoende aantal rekenslaven en rekenmachines in eindige tijd opgelost kan worden. Bij het begrijpen van de scheikundige verschijnselen, vooral van de chemische valentie, is een veelbelovend begin gemaakt, en ik ben er van overtuigd, dat het programma, de theoretische scheikunde tot een gedeelte van de theoretische natuurkunde te maken, alleen nog door wiskundige moeilijkheden wordt belemmerd. Dergelijke moeilijkheden treden ook op bij het onderzoek van het electrische geleidingsvermogen en het ferromagnetisme van metalen, vooral bij het probleem van de door Kamerlingh Onnes ontdekte suprageleiding. U ziet, dat, ofschoon het hier, zooals ik zeide, om zuivere rekenkwesties gaat, er nog veel gelegenheid voor scherpzinnige geesten bestaat, om het mathematische werk tot een minimum te beperken.

Hoe staat het nu met de fundamenten van de theorie? Wij hebben tegenwoordig een quantummechanica, die ons inlichtingen geeft over de beweging van massadeeltjes, die volgens de een of andere krachtwet op elkaar inwerken. In de klassieke natuurkunde was het noodzakelijk, van de electrodynamica gebruik te maken, zoodra de geladen deeltjes zich met een snelheid bewegen, die vergelijkbaar is met de snelheid van het licht. In analogie hiermede staat te verwachten, dat een volledige beschrijving van de atomaire

gebeurtenissen alleen bereikt kan worden, nadat een quantumelectrodynamica is geschapen, die de gewone quantummechanica als grensgeval voor kleine snelheden van de elementaire deeltjes omvat. Ofschoon in de laatste tijd, vooral in het werk van Heisenberg en Pauli, op dit gebied een zekere vooruitgang is te constateeren, zijn er toch nog moeilijkheden van principieelen aard te overwinnen. Vooral valt van een definitieve formuleering der quantumelectrodynamica te eischen, dat zij rekenschap geeft van het bestaan der positieve en negatieve elementaire deeltjes en hun verschillende massa's.

Het is te hopen, dat de theorie hierbij weer hulp zal verkrijgen van het experiment. Deze keer is het de atoomkern zelf, waarvan wij moeten trachten iets te leeren. Want daarin zijn de positieve en de negatieve deeltjes op zoo kleine afstanden van elkaar, dat hun structuur een rol begint te spelen. Gelukkig hebben wij in de radioactieve verschijnselen een bron van inlichting omtrent de atoomkern, die wel is waar heel zuinig stroomt. Toch zijn daardoor gedurende de laatste jaren een reeks paradoxen te voorschijn gekomen, wat de draaiïmpuls en de energie van de elementaire deeltjes in de kern betreft, die misschien de weg zullen wijzen naar de hier geldende wetten.

Ik heb u in groote trekken de ontwikkeling van de theoretische natuurkunde gedurende de laatste eeuwen geschilderd. Zij begon met het onderzoek van de beweging der planeten. Nu staat zij voor het laatste sanctum in de wereld van ruimte en tijd: de atoomkern. Als zij ook dit heeft onthuld, zal haar principieele taak vervuld zijn.

BOEKBESPREKING

E. A. Milne, **The aims of Mathematical Physics, an inaugural Lecture,** 28 blz. — Clarendon Press Oxford 1929. Prijs 2 sh. n.

In dit boekje, dat iedere physicus met belangstelling zal doorlezen, wordt uiteengezet, dat een mathematisch physicus niet slechts is dat, wat menig experimentator in hem ziet, nl. iemand, die door betere mathematische onderlegdheid meer uit de waarnemingen weet af te leiden dan de experimentator zelf en zoo in zekeren zin de vruchten plukt van het moeizame en tijdroovende werk van den laatste. Deze naieve opvatting maakt, dat „there is sometimes a feeling that the theoretical physicist regards himself as in some way a superior being to the experimenter". Volgens den schrijver ten onrechte: „I hope and believe he does not himself think so".

De hoofdtaak van den mathematischen physicus ligt volgens Milne ergens anders, nl. in het opzetten van theoriën, waarvan de grondslagen niet voor directe metende contrôle vatbaar zijn, maar die slechts in hun resultaten aan het experiment zijn te toetsen, bv. relativiteitstheorie. Eerst dan levert de theoreticus bijdragen tot de wetenschap, die niet langs den weg der deductie uit het experiment gevonden zouden kunnen worden en eerst daardoor kunnen we de mathematische physica als een zelfstandig vak beschouwen en erin berusten, dat zich physicus noemen menschen, die „have difficulty in distinguishing between the positive pole of a battery and the negative".

C. Z.

STRIKVRAAG

Vraag XLVIII. **In een der brandpunten van een vanbinnen spiegelende langgerekte omwentelings-ellipsoïde is een klein voorwerp geplaatst. Wordt dit in het andere brandpunt vergroot of verkleind afgebeeld?**

Het antwoord op vraag XLVII: *Een gyroscopische tol wordt met horizontale draaiingsas in het eind dier as opgehangen aan een koord, waarom hij, zonder nutatie, de bekende precessie uitvoert. Zal dit koord verticaal omlaag gestrekt worden, of zal het zwaartepunt van den tol recht onder het ophangpunt komen, zoodat het koord scheef hangt?*, vindt men door de proef te nemen, en daaruit te leeren dat de paradox hier van denzelfden aard is als bij de balans van De Roberval. Het zwaartepunt zoekt den laagst mogelijken stand op. Daar echter de draaiingsas van den tol steeds horizontaal blijft, zal het zwaartepunt niet lager kunnen komen dan het aan het koord bevestigde uiteinde dier as, en het zal dus zoo laag mogelijk zijn, wanneer dit koordeinde zoo laag mogelijk is, d.i. wanneer het koord verticaal hangt. Echter zal er bij de langzame precessie op den tol als geheel een middelpunt vliedende kracht werken, die het koord ietwat scheef trekt, met dien verstande, dat het zwaartepunt zich nog wat verder van de verticaal onder het ophangpunt verwijdert.

Antwoorden en nieuwe vragen in te zenden bij de Redactie.

Afgedrukt 30 Mei 1930.

DE THEORIE VAN H. P. BERLAGE JR., OVER DE ONTWIKKELING VAN HET PLANETENSTELSEL

door H. GROOT

Summary.

H. P. Berlage's theory on the evolution of the Solar System is criticised.

1. One of the outstanding features of the theory is the explanation of the law of Bode-Titius. This law is refuted by the discovery of the trans-Neptunian object as well as by the distance of Neptunus itself.

2. It is shown, that the moment of momentum of the sun, notwithstanding some modern corrections, still forms an objection to any explanation along the lines of Laplace's hypothesis. Berlage's hypothesis in this respect is a variety of the latter.

3. The agreement between some of the theoretical values and observational data is not conclusive with regard to the arbitrary choice of the many numerical constants available.

The writer regrets the necessity for this unfavourable criticism as he highly appreciates the leading idea, that cosmogony should take into account forces of electrical nature as well as gravitation and radiation pressure.

De berichten over de ontdekking van de vermeende trans-Neptunische planeet en het verschijnen van het in menig opzicht voortreffelijk boekje „Het ontstaan en vergaan der werelden" door H. P. Berlage Jr. zijn aanleiding voor mij geweest mij te verdiepen in de door Berlage voorgestelde verklaring van het ontstaan van het planetensysteem. Bij alle waardeering voor een aantal geestige vondsten stuit ik op vele zeer kwestieuse punten, die, naar het mij voorkomt, de theorie deerlijk in gevaar brengen. Waar nu de Schrijver zelf in de voorrede van „Versuch einer Entwicklungsgeschichte der Planeten" [1]), waar zijn theorie het uitvoerigst uiteengezet is, over de theorie van Bélot sprekend, zegt: „Ich kann nicht umhin, meiner Furcht Ausdruck zu geben, dass, wenn

1) Ergänzungsheft zu Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. XVII, 1927.

alle Kosmogonien den Charakter der Bélot'schen hätten, das Urteil der Skeptiker über unsere Arbeiten zu Recht bestünde. Dies aber möchte ich gerade bestreiten", zal het in zijn geest zijn, wanneer ik enkele mijner bedenkingen hier nader ontwikkel. Vooraf echter dit: in zekeren zin behoort de theorie van Berlage tot de groep cosmogonien, die a.h.w. afstammen van de hypothese van Laplace, in tegenstelling met die van Van Jeans en Jeffreys. Daarom betreur ik het dubbel, dat ik mij hier als tegenstander van Berlage moet ontpoppen, want hoe zeer ik mij ook geheel kan vereenigen met de beschouwingen van Jeans over de evolutie van sterren, diens theorie over het planetensysteem kan ik niet deelen, al is het misschien de eenige, die naast die van Laplace geheel au sérieux te nemen is. Het zou mij daarom lief zijn geweest, wanneer Berlage werkelijk, door rekening te houden met de nieuwere physische inzichten er in geslaagd was de oude hypothese nieuw leven in te blazen.

Ter zake: „Die Existenz eines transneptunischen Planeten zu leugnen wage ich also nicht .... Die Existenz eines solchen Körpers verliert aber doch an Wahrscheinlichkeit, wenn wir uns auf Grund der Theorie eine Vorstellung von seiner Grösze machen .... Bei nämlicher mittlerer Dichte wie Neptun, würde der Planet eine siebenmal gröszere Masse als dieser und ein dementsprechendes Volumen besitzen. In diesem Falle wäre er aber schon längst gesehen". Aldus Berlage.

Welnu: er is een trans-Neptunisch object ontdekt, en wanneer de voorloopige, nog min of meer vage berichten het niet heelemaal mis hebben, is haar grootte ongeveer gelijk te stellen aan die van de aarde. Het échec is duidelijk.

Toch zou zelfs deze ontdekking niet zoo fataal voor de theorie zijn — in een verhandeling uit 1923 [1]), die dus maar vier jaar eerder het licht zag dan zijn „Versuch etc.", werd tot het bestaan van *drie* trans-Neptunische planeten besloten op grond van dezelfde theorie, met geringe afwijkingen in de gegevens, — als de wet van Bode-Titius maar uitgekomen was en de afstand van het nieuwe hemellichaam bijv. 80 in plaats van ongeveer 50 astronomische eenheden bedroeg. Want: „Man wird es dem Verfasser erlauben, es als einen besonderen Vorzug der hier vertretenen Theorie hinzustellen, dass aus ihr die Terme der Bode'schen

1) Skizze einer Kosmogonie, A. N. Bd. **218**, Mai 1923.

Reihe nicht nur in relativer, sondern sogar in absoluter Grösze hervorgehen". En elders: „Es gibt für mich ein unerbittliches Kriterium für jede Kosmogonie: Erklärt sie den gesetzmäszigen Zusammenhang der Planetbahnradien oder nicht". Bij een dergelijk felle verklaring, moet men van de theorie toch vergen, dat zij zelf aan dezen eisch voldoet. Maar wat blijkt nu? Dat zelfs zonder op het trans-Neptunisch object te letten, de zaak allesbehalve klopt, want wat uit de theorie wordt afgeleid is de wet van Bode-Titius zonder meer, dus met de afwijkingen van Mercurius en Neptunus inbegrepen. Wel meende de Auteur de grond voor de afwijking van Mercurius opgespoord te hebben in het ontbreken van zwavel-isotopen met de atoomgewichten 33 en 34, maar op pag. 35 wordt er in een noot opmerkzaam op gemaakt, dat deze isotopen blijkens onderzoekingen van Aston wel bestaan, waardoor zijn verklaring van de anomalie komt te vervallen. De afwijking van Neptunus wordt toegeschreven aan zijn uitzonderingspositie als laatste planeet „an der Grenze unseres Systems . . . ., wo die Strenge des Bode'schen Gesetzes aus diesem oder jenem Grunde nachzulassen beginnt". Nu hecht ik geen reëele waarde aan de wet van Bode-Titius, zoodat ik het niet noodig acht een verklaring ervoor te zoeken, waarom de afwijking bij Neptunus zoo veel grooter is dan bij de overige planeten, maar waar de Schrijver de wet van Bode-Titius tot fundament van zijn systeem maakt, zou men hier toch wel graag wat meer gehoord hebben van de redenen, die waarschijnlijk maken dat juist aan de grenzen van het systeem afwijkingen kunnen optreden. Bovendien: het is de laatste planeet niet langer, al wist de Schrijver dat destijds nog niet. En dan: uit een iets later artikel van Berlage in Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. XIX, Heft 2, (1928) p. 185, valt op te maken, dat hij de wet van Bode-Titius heeft moeten prijsgeven ten gunste van een parabolische wet van de gedaante:

$$d = An^2 + B,$$

waarvan hij zelf opmerkt, dat zij de gegeven afstanden slecht voorstelt, maar: „Die Richtigheit unserer kosmogonischen Theorie braucht deswegen durchaus noch nicht in Abrede gestellt zu werden. Die Lösung der Diskrepanz dürfte mit der Vernachlässigung irgend welcher Tatsachen zusammenhängen".

Ofschoon mij geen verdere „Lösung" bekend is, wordt in „Het

ontstaan en vergaan der Werelden" uit 1930 de wet van Bode-Titius weer geregeld als proefsteen gebruikt:[1]) „Titius en Bode zijn geen belangelooze toeschouwers, maar veeleischende opdrachtgevers". Naar aanleiding van zijn eigen hypothese wordt daar[2]) alleen opgemerkt, dat deze het groote voordeel biedt van „een logische verklaring van het bestaan der regelmaat in de afmetingen der planetenbanen", maar de lezer, die niet met bovenbedoeld artikel op de hoogte is, kan hier alleen uit opmaken, dat de theorie een verklaring van de wet van Bode-Titius, of misschien wel van de werkelijke planetenafstanden brengt. De wensch wordt hier tot vader der gedachte .... van anderen!

Wat tot dusver ten berde gebracht werd, was het eerste waardoor mijn aandacht op de theorie viel. Waar de natuur van het trans-Neptunisch object nog niet boven twijfel verheven is, zijn deze bedenkingen deels min of meer prematuur. Dit is niet het geval met het hoofdargument tegen de theorie.

Berlage onderstelt, dat de zonnenevel in het beginstadium, toen de straal ± 5 lichtjaren bedroeg, onder invloed van rotatie en stralingsdruk de gedaante van een vlakken schijfvormigen nevel heeft aangenomen, ongeveer als in het model van Roche. Bij verdergaande contractie blijft de verdeeling der materie behouden tot de zon eindelijk in het dwergstadium is gekomen. Dan begint een condensatieproces aan de oppervlakte van de zon, waardoor minuscule, geladen stofdeeltjes gevormd worden. De stralingsdruk drijft deze weg tot op afstanden, die evenredig zijn met het atoomgewicht van de betreffende stoffen. Op deze wijze ontstaan er een aantal concentrische ringen van ionen te midden van de neutrale *gas*vormige nevelschijf, welke de zon omgeeft. De ionen vormen condensatiekernen en aldus zullen een aantal *stof*ringen gevormd worden, die verder de rol van de ringen van Laplace overnemen, m.a.w. uit deze ringen ontstaan door samenballing op niet nader aan te geven wijze de planeten.

Wij willen ons hier niet verdiepen in de vraag of de ionen erin zullen slagen zich een weg te banen door den omringenden nevel tot op den voorgeschreven afstand zonder reeds veel eerder aanleiding te geven tot condensatie, al lijkt dit niet zoo eenvoudig als de

1) l.c. pag. 276.
2) l.c. pag. 230.

Schrijver het doet voorkomen, noch op andere moeilijkheden in deze conceptie ingaan, maar de ringen als zoodanig accepteeren.

Het hoofdbezwaar tegen de theorie van Laplace bestaat in de eigenaardige verdeeling der impulsmomenten in het zonnesysteem. Het rotatiemoment van de homogeen gedachte zon bedraagt nog geen 27ste deel van de som der impulsmomenten van de planeten. Dat van Jupiter alleen overtreft het rotatiemoment van de zon 17-maal. Het kan echter als uitgesloten worden beschouwd, dat een afgeworpen ring een impulsmoment heeft grooter dan de helft van den daarbinnen gelegen zonnenevel. Op grond hiervan alleen al moet de hypothese van Laplace verworpen worden, zegt bijv. Nölke[1]) in zijn prachtig overzicht der verschillende cosmogonetische hypothesen, — en, wanneer dat juist is, die van Berlage ook, voegen wij hieraan toe, want in dit opzicht staan beide hypothesen gelijk. Maar is het argument wel zoo klemmend als indertijd gedacht werd? Het stelt twee postulaten voorop: dat het rotatiemoment van de zon werkelijk gelijk is aan, of kleiner dan dat van een homogene bol van denzelfden straal en massa, en voorts, dat de wet van het behoud van impulsmoment geldig is in het zonnestelsel. Maar geen van beide veronderstellingen is geheel waar. De zon is niet homogeen. Vroeger concludeerde men: en dus is het werkelijk rotatiemoment nog kleiner dan het berekende. De onderzoekingen van Jeans over de remmende werking van straling op de rotatie van een gasbol hebben echter geleerd, dat dit argument niet steekhoudend is. De hoeksnelheid moet n.l. van buiten naar binnen toenemen en dit maakt dat het rotatiemoment van de zon misschien zelfs wel 1.5 tot 2 maal zoo groot kan zijn als het berekende. Het zou dan niet 17-maal, maar $\pm$ 10 maal kleiner zijn dan dat van Jupiter.

En ook het tweede punt is onjuist. Van het reuzen- tot het dwergstadium heeft de zon een belangrijk massaverlies ondergaan door de uitstraling, en massaverlies beteekent verlies van impulsmoment. Uit de vergelijking

$$\vartheta = Mk^2\omega,$$

waarin ϑ het impulsmoment, M de massa, k de traagheidsstraal en ω de hoeksnelheid voorstelt, volgt door logarithmische differentiatie

1) Fr. Nölke, Das Problem des Entwicklungsgangs unseres Planetensystems; zweite Auflage, 1919, pag. 138.

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = \frac{dM}{M}$$

of

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{M}{M_0}$$

m.a.w. het impulsmoment is, onder overigens gelijke omstandigheden, rechtevenredig met de massa.

Stellen wij het massaverlies van de zon sedert zij zich samengetrokken heeft tot binnen de Jupiterbaan — dit is in de theorie v. Berlage lang voor de Jupiter*ring* gevormd werd, dus nog in het reuzenstadium, — op ongeveer 10 maal haar tegenwoordige massa, hetgeen vermoedelijk niet te laag geschat is, dan zou het oorspronkelijk impulsmoment door deze oorzaak 10 maal zoo groot geweest zijn als de oorspronkelijke schatting [1]), zoodat, alles in alles genomen, het rotatiemoment van zon en Jupiter ongeveer gelijk geweest kunnen zijn. Het rotatiemoment van de zon blijft dus, zelfs met deze moderne correcties, nog te klein, de hypothese van Laplace moet, ook in de versie Berlage verworpen worden.

Tabel I.

Planeet	Grond element		Massa		Afstand	
	„Skizze"	„Versuch"	„Skizze"	„Versuch"	„Skizze"	„Versuch"
Mercurius	$Cr=52$	$Cl=35$	0.06	0.92	0,41	0,4
Venus	$Ti=48$	$S=32$	1.80	0,76	0,58	0,7
Aarde-Maan	$\left\{\begin{matrix} Ca=40 \\ K\ =39 \end{matrix}\right.$	$P=31$	1	1	1	1
Mars	$S=32$	$Si=30$	0.35	klein	1,52	1,6
Planetoïden	$P=31$	$Si=29$	—	—	2,6	2,8
Jupiter	$Si=28,3$	$Si=28$	277	495	7,5	5,2
Saturnus	$Al=27$	$Al=27$	77	203	11,3	10,0
Uranus	$Mg=24,3$	$Mg=26$	29,0	32,3	22,3	19,4
Neptunus	$Na=23$	$Mg=25$	28,6	39,5	30,1	38,8

Na het voorgaande heeft het geen zin verder in te gaan op de bezwaren, die ten berde gebracht kunnen worden tegen de vele

1) In „Het ontstaan en vergaan der Werelden" pag. 190 komt Berlage tot een veel gunstiger resultaat. Dit berust echter hierop, dat hij op onverklaarbare wijze uit $\vartheta = \frac{2}{5}Mr^2\omega$ afleidt $\triangle\vartheta = \frac{2}{3}\triangle Mr^2\omega$ en dus $\vartheta/\vartheta_0 = (M/M_0)^{5/3}$, zoodat een factor 10 in M bijna 50 in ϑ zou beteekenen.

hypothesen ad hoc, waartoe de Schrijver zich genoodzaakt ziet. Eén punt nog slechts zij genoemd: Wie de twee voornaamste publicaties van Berlage naast elkaar legt, de „Skizze" (1923) en de „Versuch" (1927) zal versteld staan over de ingrijpende verschillen die beide vertoonen. Bovenstaande tabel geeft hier eenig denkbeeld van. Het ontstaan van het systeem Maan-Aarde wordt in beide geheel verschillend verklaard: in de Skizze ontstaan zij respect. als kalium en calciumplaneet op nagenoeg gelijken afstand tot de zon, zoodat de Aarde de Maan kon „vangen". In de latere publicatie wordt de mogelijkheid geopperd, dat de verklaring van Darwin juist zou kunnen zijn. Over het verschil in opvatting wat de trans-Neptunische planeet betreft spraken wij reeds. En zoo is er meer. De grondgedachte blijft behouden, maar de uitwerking blijkt op vele manieren mogelijk te zijn. In de oogen van den Schrijver pleit dit voor de „souplesse" van zijn hypothese; wij zouden echter niet verbaasd zijn, wanneer de critische lezer ten slotte den indruk behield, dat het geheele zonnestelsel eigenlijk wel totaal anders had kunnen zijn, dan het nu toevallig is, zonder dat dit voor de theorie een groot bezwaar zou uitgemaakt hebben.

Wat de overeenkomsten tusschen theorie en waarneming betreft: deze bewijzen evenveel of even weinig als de getallen-symboliek, die sommige speurders uit metingen aan de pyramide van Cheops te voorschijn tooveren. De getallen, die een rol spelen, met name de atoomgewichten, bieden zoo'n keus, hun combinatiemogelijkheden zijn zoo talrijk, dat met eenige moeite allicht overeenstemmingen te bereiken zijn, vooral als verschillen afgedaan mogen worden met den dooddoener: „ein biszchen Spiel neben der Theorie müssen wir der Natur doch wohl einräumen".

Dit alles klinkt zeer afbrekend. Het is ook zoo bedoeld. Beter geen theorie, dan een theorie, die onder een schoone schijn onrijpe en onhoudbare hypothesen verbergt. Maar één ding moet niet vergeten worden — en hier worden wij tot warme pleitbezorgers voor Berlage, — het gronddenkbeeld om naast attractie en stralingsdruk ook electrische werkingen in cosmogonetische beschouwingen op te nemen, opent nieuwe perspectieven. Het zou zeer te betreuren zijn, wanneer de weinig aannemelijke manier waarop Berlage zijn denkbeeld ontwikkeld heeft, dit *met* de tijdelijke aankleeding ervan in discrediet zou brengen. Zoo ergens, dan is

hier scheiding van schijn en wezen noodig. Bouwers van planetensystemen mogen gedachtig zijn aan de woorden, waarmede J e a n s zijn hoofdstuk [1]) „Evolution of the Stars" besluit: „If we liked to introduce further definite assumptions we could make the picture as much more definite as we wished .... By a skilful choice of assumptions we could doubtless both add precision to our picture and accentuate its agreement with observation. But the procedure would be too risky to be profitable. We might find an assumption which would intensify the agreement with observation enormously, but we should remain in ignorance of perhaps ten others that would do the same thing equally well."

1) Astronomy and Cosmogony, 1928, p. 178.

Bussum, April '30.

OVER DE THEORETIESE VERKLARING VAN DE TWEEDE HOOFDWET DER THERMODYNAMICA

door R. H. DE WAARD

Zusammenfassung.

Zunächst wird ein ideales Gas betrachtet, das unter dem gegebenen Druck eines beweglichen Stempels steht. Ein M(akroskopischer) Zustand dieses Gas-Stempel-Systems wird bestimmt gedacht durch die Koördinate a und das Moment b des Stempels und durch die innere Energie ε des Gases. Wenn dann die im Sinne Einsteins definierte zeitliche Wahrscheinlichkeit eines bestimmten M-Zustandes die Gestalt

$$W = C\, e^{\Phi(a,\, \varepsilon)}$$

hat — was nach der Ergoden-Hypothese der Fall ist; Φ ist dann eine bekannte Gibbs'sche Phasenfunktion — so ergibt sich daraus ohne Heranziehung einer weiteren Hypothese dass die Funktion Φ bei plötzlichen Änderungen des ausseren Druckes zunimmt, und bei unendlich langsamen Änderungen desselben ihren Wert beibehält. Es werden also auf allgemeinen Wahrscheinlichkeitsgründen Eigenschaften von Φ abgeleitet die denen der thermodynamischen Entropie entsprechen.

Bei der Betrachtung zweier Gase die mit einander in thermischem Gleichgewicht sind werden ähnliche Sätze erhalten für die Summe der den einzelnen Gasen zugehörigen Funktionen Φ_1 und Φ_2. Es zeigt sich dabei dass die Grössen

$$\Theta_1 = \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \varepsilon_1}\right)^{-1} \text{ und } \Theta_2 = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \varepsilon_2}\right)^{-1}$$

als absolute Temperaturen aufgefasst werden können und dass, bei einer unendlich langsamen Druckänderung in einem der beiden Gase, dQ_1/Θ_1 und dQ_2/Θ_2 die Differentialen von Φ_1 und Φ_2 sind, wenn dQ_1 und dQ_2 die Wärmemengen sind die bei der Temperatur $\Theta = \Theta_1 = \Theta_2$ von den beiden Gasen aus einander aufgenommen werden. Auch hier lassen sich also auf möglichst allgemeinen Wahrscheinlichkeitsgründen für die Funktionen Φ Entropie-Eigenschaften ableiten.

Een der meest bekende algemene consequenties van de tweede hoofdwet is het feit dat de natuurprocessen de neiging hebben in een bepaalde richting te verlopen. Boltzmann heeft deze neiging begrijpelik gemaakt door haar te beschouwen als een uiting van de min of meer vanzelfsprekende neiging van onwaarschijnli ke

toestanden om in waarschijnliker toestanden over te gaan. Het hiermee in de natuurkunde ingevoerde begrip waarschijnlikheid speelt natuurlik ook bij de theoretiese interpretatie van de tweede hoofdwet zelf een rol. Men kan zich nu de vraag voorleggen in hoeverre het mogelik is om door de toepassing van dit begrip deze hoofdwet in haar volle omvang te verklaren. De beantwoording van deze vraag heeft mij op een bepaald punt lange tijd moeilikheden gegeven. Ik wil beginnen met deze moeilikheden in een eenvoudig geval te formuleren en vervolgens trachten aan te geven hoe ze naar mijn mening voor een niet onbelangrijk deel kunnen worden opgelost. Daarna zal ik met dezelfde methoden een meer ingewikkeld geval behandelen en tenslotte eindigen met enige opmerkingen over de mate waarin men op deze wijze een volledig bewijs van de tweede hoofdwet kan benaderen.

I. BESCHOUWINGEN OVER EEN ENKEL IDEAAL GAS S.

1. *Over de mogelikheid van een rationele definitie van het begrip waarschijnlikheid.*

We beschouwen een ideaal gas dat zich bevindt in een vat dat door een zuiger is afgesloten. Wanneer deze zuiger wordt vastgehouden stelt zich na verloop van tijd een evenwichtstoestand A in waarin de entropie η een bepaalde waarde η_A heeft. Verplaatst men in deze toestand de zuiger dan ontstaat in aansluiting daaraan een nieuwe evenwichtstoestand B waarvan de entropie η_B volgens de tweede hoofdwet niet kleiner kan zijn dan η_A:

$$\eta_A \leqq \eta_B.$$

Volgens de opvatting van Boltzmann moet deze betrekking beantwoorden aan een betrekking

$$W_A \leqq W_B$$

tussen de waarschijnlikheden W_A en W_B van de toestanden A en B. Deze laatste ongelijkheid krijgt echter pas zin wanneer het begrip waarschijnlikheid behoorlik gedefinieerd is. We moeten dus beginnen met een definitie van dit begrip te geven en wel uitteraard een zodanige dat het gedefinieerde begrip de naam waarschijnlikheid inderdaad verdient.

De enige mij bekende definitie die krachtens haar aard aan deze laatste voorwaarde voldoet is indertijd gegeven door Einstein[1]). Zij kan in grote trekken als volgt worden geformuleerd:

„Wanneer een systeem gedurende een lange tijd T aan zichzelf wordt overgelaten en daarbij gedurende een tijd τ_A in een toestand A verkeert en gedurende een tijd τ_B in een toestand B, dan wordt de verhouding van de waarschijnlikheden dezer toestanden gegeven door de formule

$$\frac{W_A}{W_B} = \lim_{T \to \infty} \frac{\tau_A}{\tau_B}\text{''}.$$

Deze definitie is echter in het beschouwde geval niet te gebruiken. Wanneer n.l. het gas aan zichzelf wordt overgelaten is het onmogelik dat nu eens de toestand A en dan weer de toestand B verwezenlikt zou zijn, en wel om de eenvoudige reden dat de inwendige energieën ε_A en ε_B in de toestanden A en B van elkaar verschillen. Het schijnt dus dat de mogelikheid om te komen tot een rationele definitie van de waarschijnlikheid van de toestanden A en B niet aanwezig is.

De hiermee geschetste moeilikheid blijkt echter niet onoverkomelik te zijn. Men kan zich n.l. voorstellen dat in de toestanden A en B niet het volume van het gas, maar de door de zuiger uitgeoefende druk gegeven is. Verandert men nu in de toestand A plotseling deze druk en laat men dan het gas gedurende een zeer lange tijd aan zichzelf over, dan zal zich na verloop van tijd wel een nieuwe evenwichtstoestand B instellen, maar nu en dan zullen zich ook toestanden voordoen waarbij zowel het volume als de energie van het gas dezelfde zijn als in de toestand A. In beginsel bestaat dus de mogelikheid om met behulp van de definitie van Einstein de verhouding van de waarschijnlikheden W_A en W_B te bepalen en het is op deze mogelikheid dat al onze verdere beschouwingen berusten.

2. *Nadere beschrijving van het te beschouwen gas S. Definitie en berekening van de waarschijnlikheidsfunctie.*

Teneinde de nadere uitwerking van het gezegde te vergemakkeliken stellen we ons voor dat het beschouwde ideale gas S bestaat

---

Annalen der Physik, (4), 33, 1910. S 1275.

uit n elastiese bolvormige molekulen en zich bevindt in een cylindries vat dat van boven afgesloten is door een vrij beweeglike zui-

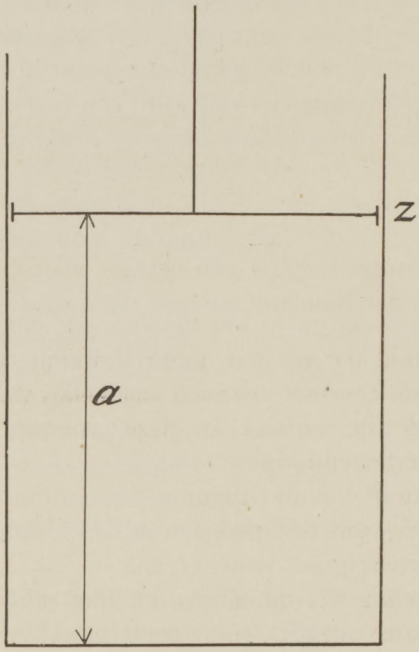


Fig. 1.

ger Z (fig. 1). Verder voeren we voor een aantal grootheden lettertekens in, en wel

ω voor het bodemoppervlak van het vat,

a voor de afstand tussen Z en de bodem van het vat,

G voor het gewicht van Z,

$p_a = Gg/\omega$ voor de uitwendige druk die door Z op het gas wordt uitgeoefend,

$v = \omega a$ voor het volume van het gas.

Aan de zuiger moet dan worden toegeschreven een potentiele energie

$$\varepsilon_a = Gga.$$

Voor de kinetiese energie

$$\varepsilon_b = \tfrac{1}{2}G\dot{a}^2$$

schrijven we

$$\varepsilon_b = \frac{b^2}{2G}$$

zodat

$$b = G\dot{a}$$

het bij de koördinaat a behorende moment is van de zuiger Z.

Voor de totale energie van gas en zuiger samen schrijven we

$$E = \varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon$$

waarin ε de inwendige energie van het gas voorstelt, dus de totale kinetiese energie der molekulen.

We spreken nu af dat we met de uitdrukking „toestand van het gas" evenals in de thermodynamica een makroskopies begrip zullen aanduiden. We nemen aan dat deze „toestand" volkomen bepaald is wanneer bekend zijn

1. de koördinaat a van de zuiger,
2. het moment b van de zuiger,
3. de inwendige energie ε van het gas;

de snelheidsverdeling der molekulen en hun verdeling over de in het vat beschikbare ruimte laten we principieel buiten beschouwing.

We willen tans nauwkeurig aangeven wat we onder de waarschijnlikheid van een gegeven toestand zullen verstaan. Daartoe stellen we ons voor dat het systeem van gas en zuiger gedurende een lange tijd T met een gegeven totale energie E aan zichzelf wordt overgelaten. In de loop van die tijd zullen gedurende een zekere tijd dT toestanden verwezenlikt zijn waarbij de koördinaat van de zuiger ligt tussen $a - da/2$ en $a + da/2$ en het moment tussen $b - db/2$ en $b + db/2$. We definieren nu de waarschijnlikheid $Wdadb$ van deze toestanden door de formule

$$W\,da\,db = \lim_{T \to \infty} \frac{dT}{T},$$

daarbij natuurlik aannemende dat de in deze formule voorkomende limiet bestaat. De keuze van de speelruimte $da\,db$ maakt de gedefinieerde functie W invariant voor transformatie van koördinaten.

De waarschijnlikheidsfunctie W zal natuurlik niet alleen afhangen van a en b maar ook van de a priori gegeven grootheden E en G.

Om van de aard van deze afhankelikheid een indruk te krijgen berekenen we W met behulp van de ergoden-hypothese. Volgens deze hypothese is

$$W = C \frac{\partial V}{\partial \varepsilon}$$

waarin C van a en b onafhankelik is terwijl V de phasenfunctie van Gibbs voorstelt voor het gas *zonder de zuiger*. Daar

$$V = C_n (\omega a)^n \varepsilon^{\frac{3n}{2}} \text{ en } \frac{\partial V}{\partial \varepsilon} = \frac{3n}{2} C_n (\omega a)^n \varepsilon^{\frac{3n}{2}-1} \quad ^{1)}$$

kunnen we W schrijven in de gedaante

$$W = C(E, G) \frac{\partial V(a, \varepsilon)}{\partial \varepsilon}$$

en het is de biezondere aard van de in deze formule vervatte functionele afhankelikheid die onze verdere beschouwingen mogelik maakt.

Daar

$$E = Gga + \frac{b^2}{2G} + \varepsilon$$

mogen we voor W schrijven

$$W = C \frac{3n}{2} C_n (\omega a)^n \left(E - Gga - \frac{b^2}{2G}\right)^{\frac{3n}{2}-1};$$

de gelijkheid

$$\int W \, da \, db = 1$$

maakt het dan in beginsel mogelik de waarde van C te bepalen.

3. *Afleiding van de evenwichtsvoorwaarden van het gas uit de waarschijnlikheidsfunctie.*

---

1) $$C_n = \frac{(4\pi m)^{3n/2}}{3n(3n-2)\ldots\ldots 2} \text{ voor even } n$$

$$= \frac{\sqrt{2/\pi}\,(4\pi m)^{3n/2}}{3n(n-2)\ldots\ldots 1} \text{ voor oneven } n$$

(m = massa per molekuul).

De waarschijnlikheidsfunctie

$$W = C\,\frac{3n}{2}\,C_n\,(\omega a)^n \left(E - Gga - \frac{b^2}{2G}\right)^{\frac{3n}{2}-1}$$

heeft in haar afhankelikheid van a en b een scherp maximum. Dit maximum beantwoordt om bekende redenen aan de evenwichtstoestand die zich bij gegeven E en G op den duur in het systeem van gas en zuiger instelt. Men kan het natuurlik op de gewone wijze bepalen. We geven er echter de voorkeur aan een methode te volgen waarin de door G i b b s ingevoerde functie

$$\Phi = lg\,\frac{\partial V}{\partial \varepsilon}$$

een rol speelt en die zich beter leent tot generalisatie.

Blijkbaar is

$$W = C(E,G)\,e^{\Phi(a,\,\varepsilon)}$$

en de vraag die we ons te stellen hebben is voor welke waarden van a en b deze functie bij gegeven E en G zo groot mogelik is; de gelijkheid

$$E = \varepsilon_b + \varepsilon_b + \varepsilon$$

denken we ons daarbij als nevenvoorwaarde ingevoerd. Deze vraag is echter identiek met de vraag naar het maximum van de functie $\Phi\,(a,\,\varepsilon)$ wanneer daarbij dezelfde nevenvoorwaarde in aanmerking wordt genomen. Het belang hiervan is gelegen in het feit dat Φ alleen afhangt van de toestand van het gas en niet van de van die toestand min of meer onafhankelike grootheden E en G die door uitwendige manipulaties naar willekeur kunnen worden veranderd. Evenwichtstoestand en toestand van grootste waarschijnlikheid beantwoorden dus aan het maximum van een alleen van de toestand van het gas afhangende functie Φ bij gegeven totale energie.

De maximum-voorwaarden van Φ bij gegeven E leren in de eerste plaats dat $b = 0$; in de evenwichtstoestand van het gas staat dus de zuiger (prakties) stil. Voor het overige luiden ze

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} + \lambda = 0 \qquad\qquad \frac{\partial \Phi}{\partial a} + \lambda\,\frac{\partial \varepsilon_a}{\partial a} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varepsilon^2} \delta\varepsilon^2 + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varepsilon \partial a} \delta\varepsilon \delta a + \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial a^2} + \lambda \frac{\partial^2 \varepsilon_a}{\partial a^2} \right) \delta a^2 < 0$$

of in ons geval, wanneer we

$$\lambda = -\frac{1}{\Theta}$$

stellen

$$\frac{\varepsilon}{n - {}^2/_3} = \tfrac{3}{2}\,\Theta \quad \text{(of benaderd } \frac{\varepsilon}{n} = \tfrac{3}{2}\Theta)$$

$$n = \frac{\not{p}_a v}{\Theta}$$

$$-\frac{3n/2 - 1}{\varepsilon^2} \delta\varepsilon^2 - \frac{n}{a^2} \delta a^2 < 0.$$

Van deze drie formules kan de eerste beschouwd worden als definitie van een grootheid Θ die gelijk blijkt te zijn aan ${}^2/_3$ van de gemiddelde kinetiese energie per molekuul en dus als een absolute temperatuur kan worden beschouwd. De tweede formule is dan niet anders dan de toestandsvergelijking van het gas en de derde is een voorwaarde waaraan toevallig automaties is voldaan. De evenwichtsvoorwaarden van het gas zijn hiermee afgeleid.

4. *Bewijs van twee belangrijke eigenschappen van Φ die beantwoorden aan eigenschappen van de thermodynamiese entropie.*

We zagen dat in een evenwichtstoestand van het beschouwde gas de functie Φ de grootste waarde heeft die zij bij de gegeven totale energie E kan aannemen. We kunnen dit uitdrukken door de formule

$$\Phi = \Phi_{\max}(E).$$

Het is nu bekend dat deze functie Φ evenredig is met de thermodynamiese entropie. Zij moet dus met die entropie belangrijke eigenschappen gemeen hebben. Van deze eigenschappen willen we er twee bewijzen, en wel

1. Wanneer een evenwichtstoestand van het gas door een plotselinge verandering van de uitwendige druk in een andere evenwichtstoestand overgaat kan in deze laatste toestand de waarde van Φ niet kleiner zijn dan in de oorspronkelike.

2. Wanneer de verandering van de uitwendige druk oneindig langzaam plaats heeft verandert daarbij de waarde van Φ niet.

Het is duidelik dat de plotselinge en de oneindig langzame veranderingen van de uitwendige druk waarvan in deze eigenschappen sprake is geenszins de meest algemeen veranderingen van deze grootheid omvatten. Van een bewijs dat bij willekeurige veranderingen van deze druk de functie Φ niet kan afnemen is dus in het vervolg geen sprake. *De te beschouwen drukveranderingen worden alle gekenmerkt door de biezcnderheid dat ze alleen plaats hebben op ogenblikken waarop het gas in een evenwichtstoestand verkeert.*

Om de eerste eigenschap te bewijzen stellen we ons voor dat het gas zich in een evenwichtstoestand A bevindt en dat dan de zuiger met een gewicht $\triangle G$ wordt belast. De uitwendige druk neemt daardoor toe met een bedrag

$$\triangle p_a = \triangle Gg/\omega$$

en na verloop van tijd stelt zich een nieuwe evenwichtstoestand B in.

Op het ogenblik dat de zuiger belast wordt neemt de totale energie E toe met een bedrag $\triangle Gga$. Daarna verandert zij niet meer; bij vergelijking van de toestand onmiddellik na de belasting van de zuiger met de evenwichtstoestand B heeft men dus

$$\triangle E = \triangle (\varepsilon_a + \varepsilon) = \frac{d\varepsilon_a}{da} \triangle a + \triangle \varepsilon = 0. \qquad (.)$$

Beschouwen we tans het gedrag van de functie Φ. We hebben gezien dat deze alleen afhangt van de grootheden a en ε. Hieruit volgt dat direct na de belasting van de zuiger, wanneer a en ε nog geen gelegenheid hebben gehad om te veranderen, Φ nog dezelfde waarde (Φ_A) heeft als in de toestand A. Deze waarde kan echter uitteraard niet groter zijn dan de waarde $\Phi_{\max}(E_B)$ die Φ aanneemt wanneer zich de evenwichtstoestand B instelt en die de grootste is die bij de totale energie

$$E_B = E_A + \triangle Gga$$

bestaanbaar is. Men heeft derhalve

$$\Phi_A \leqq \Phi_{\max}(E_B) = \Phi_B$$

hetgeen te bewijzen was.

Om het bewijs van de tweede eigenschap van Φ te vergemakkeliken berekenen we de toename van deze functie bij het beschouwde proces $A \rightarrow B$. Men heeft blijkbaar

$$\triangle \Phi = -(\Phi_A - \Phi_B) = -\tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial a^2}\triangle a^2 + 2\frac{\partial^2}{\partial a \partial \varepsilon}\triangle a \triangle \varepsilon + \frac{\partial^2}{\partial \varepsilon^2}\triangle \varepsilon^2\right)\Phi_B + \ldots.$$

terwijl het verband tussen $\triangle \varepsilon$ en $\triangle a$ gegeven wordt door de betrekking (.).

Door substitutie vindt men gemakkelik

$$\triangle \Phi = \tfrac{1}{2}\mu^2 \triangle a^2 + \ldots.$$

waarin

$$\mu^2 = \left(\frac{3n}{2} - 1\right)\left(\frac{Gg}{\varepsilon}\right)^2 + \frac{n}{a^2}.$$

Het bewijs van de tweede eigenschap van Φ kan nu zonder veel moeite worden geleverd. We denken ons daartoe een oneindig langzame verandering van de uitwendige druk benaderd door een reeks van een groot aantal (N) kleine plotselinge veranderingen. Het tijdsinterval tussen twee opeenvolgende veranderingen moet daarbij telkens voldoende zijn om de instelling van een evenwichtstoestand mogelik te maken.

We stellen ons nu voor dat elke kleine plotselinge verandering van de druk een evenwichtstoestand doet ontstaan waarin a een bedrag $\frac{\triangle a}{N}$ groter is dan in de voorafgaande evenwichtstoestand; op die wijze benaderen we met N van die veranderingen een oneindig langzaam verlopende verandering van de uitwendige druk die a met $\triangle a$ doet toenemen. De toename van Φ bij het benaderende proces is blijkbaar

$$\sum_N \left\{\mu^2\left(\frac{\triangle a}{N}\right)^2 + \alpha\left(\frac{\triangle a}{N}\right)^3 + \ldots\right\} = \sum_N \mu^2\left(\frac{\triangle a}{N}\right)^2 + \sum_N \alpha\left(\frac{\triangle a}{N}\right)^3 + \ldots =$$

$$= \overline{\mu^2}\sum_N\left(\frac{\triangle a}{N}\right)^2 + \overline{\alpha}\sum\left(\frac{\triangle a}{N}\right)^3 + \ldots = \overline{\mu^2}\,\frac{\triangle a^2}{N} + \overline{\alpha}\,\frac{\triangle a^3}{N^2} + \ldots.$$

waarin $\overline{\mu^2}$ en $\overline{\alpha}$ zekere middelwaarden voorstellen van μ^2 en α. Dit bedrag nadert klaarblijkelik tot nul wanneer N oneindig groot wordt, en hiermee is werkelik bewezen dat bij een oneindig langzaam verlopende verandering van de uitwendige druk de waarde van Φ niet verandert.

De nauwe samenhang van de functie Φ met de thermodynamiese entropie treedt in de gegeven beschouwingen duidelik aan den dag en zal in de volgende paragrafen nog duideliker worden. Van formeel standpunt is deze samenhang trouwens reeds door Gibbs zelf nadrukkelik naar voren gebracht. De bewezen eigenschappen 1 en 2 leidt Gibbs echter in zijn „Elementary Principles" niet af voor de functie Φ maar voor een grootheid $-\bar{\eta}$ die op de door hem ingevoerde ensembles betrekking heeft. Deze omstandigheid rechtvaardigt naar mijn mening reeds de hier gegeven nadere uitwerking van de analogie tussen Φ en de thermodynamiese entropie.

II. BESCHOUWINGEN OVER EEN SYSTEEM VAN TWEE IDEALE GASSEN.

5. *Beschrijving, bepaling van de waarschijnlikheidsfunctie, en afleiding van de evenwichtsvoorwaarden van het te beschouwen systeem.*

We stellen ons voor twee ideale gassen 1 en 2 die door een zuiger Z_α van elkaar gescheiden zijn. Deze zuiger denken we ons zeer sterk gebonden aan een bepaalde evenwichtsstand; hij speelt dan de rol van een voor warmte doorlaatbare scheidingswand tussen de beide gassen. We nemen nu aan dat de beide gassen zich boven elkaar bevinden in een cylindries vat dat onder een vaste bodem heeft en boven afgesloten is door een beweeglike zuiger Z_a (zie fig. 2). Het bovenste gas (1) bevindt zich dan tussen de zuigers Z_a en Z_α, het onderste (2) tussen de zuiger Z_α en de bodem. We voeren nu de volgende letters in:

α_0 voor de afstand van de bodem tot Z_α wanneer zich deze zuiger in zijn evenwichtsstand bevindt,

α voor de uitwijking van Z_α uit deze evenwichtsstand,

a voor de afstand tussen Z_a en de evenwichtsstand van Z_α,

G_a en G_α voor de gewichten van Z_a en Z_α,

$p_a = G_a g/\omega$ voor de door Z_a op gas 1 uitgeoefende uitwendige druk,

$\varepsilon_a = G_a g a$ en ε_α voor de potentiele energieën van Z_a en Z_α,

$\varepsilon_b = b^2/2G_a$ en $\varepsilon_\beta = \beta^2/2G_\alpha$ voor de kinetiese energieën van Z_a en Z_α,

ε_1 en ε_2 voor de inwendige energieën van de gassen 1 en 2,

$E = \varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ voor de totale energie van het systeem Σ van gassen en zuigers.

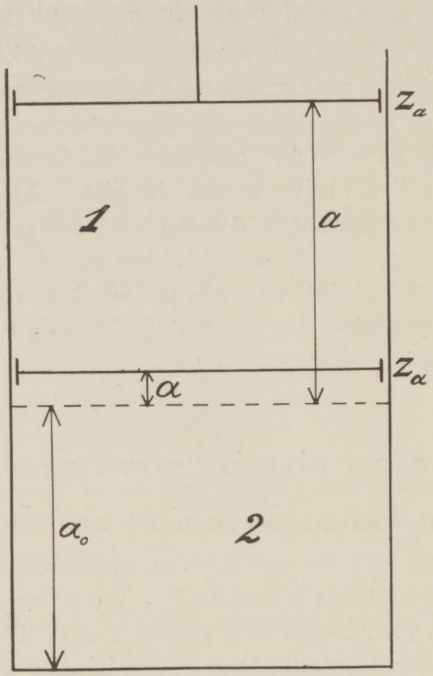


Fig. 2.

Wat de functie ε_α betreft nemen we aan dat $\varepsilon_\alpha = 0$ voor $\alpha = 0$ en dat zij bij toenemen van $|\alpha|$ snel toeneemt.

Om nu te komen tot de definitie van de waarschijnlikheid van een bepaalde toestand van het systeem Σ onderstellen we weer dat het een lange tijd T met een gegeven totale energie E aan zichzelf wordt overgelaten en dat in de loop van die tijd gedurende een tijd dT toestanden verwezenlikt zijn waarbij

a ligt tussen $a - da/2$ en $a + da/2$, b ligt tussen $b - db/2$ en $b + db/2$,

α ligt tussen $\alpha - d\alpha/2$ en $\alpha + d\alpha/2$, β ligt tussen $\beta - d\beta/2$ en $\beta + d\beta/2$, en

ε_1 ligt tussen $\varepsilon_1 - d\varepsilon_1/2$ en $\varepsilon_1 + d\varepsilon_1/2$.

De waarschijnlikheid van deze toestanden definieren we dan door de formule

$$W\, da\, db\, d\alpha\, d\beta\, d\varepsilon_1 = \lim_{T \to \infty} \frac{dT}{T}.$$

Passen we weer ter oriëntering de ergoden-hypothese toe dan vinden we voor de functie W een uitdrukking van de gedaante

$$W = Ce^{\Phi_1(a,\alpha,\varepsilon_1)}\, e^{\Phi_2(\alpha,\varepsilon_2)}$$

waarin C afhangt van de *waarde* van E en van het *verloop* van de funkties ε_a, ε_b, ε_α en ε_β (dus o.a. van de grootte van G_a en G_α) en waarin Φ_1 en Φ_2 de Φ-functies van Gibbs zijn voor de gassen 1 en 2.

De evenwichtsvoorwaarden van Σ zijn weer identiek met de maximum-voorwaarden van W en dus ook met die van

$$\Phi_1(a,\alpha,\varepsilon_1) + \Phi_2(\alpha,\varepsilon_2)$$

bij gegeven

$$E = \varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$

Deze maximum-voorwaarden laten zich schrijven in de vorm van de gelijkheden

$$b = 0 \qquad \beta = 0 \qquad \frac{\partial\Phi_1}{\partial\varepsilon_1} = \frac{\partial\Phi_2}{\partial\varepsilon_2} = -\lambda \qquad (:)$$

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial a} = -\lambda\frac{d\varepsilon_a}{da} \quad (') \qquad \frac{\partial\Phi_1}{\partial\alpha} + \frac{\partial\Phi_2}{\partial\alpha} = -\lambda\frac{d\varepsilon_\alpha}{d\alpha} \qquad (")$$

en van een ongelijkheid die we verder buiten beschouwing laten.

Stellen we

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial\varepsilon_1} = \frac{1}{\Theta_1} \text{ en } \frac{\partial\Phi_2}{\partial\varepsilon_2} = \frac{1}{\Theta_2}$$

en noemen we Θ_1 en Θ_2 de absolute temperaturen van de gassen 1 en 2, dan zijn deze volgens (:) aan elkaar gelijk; (') kan geschreven worden in de gedaante

$$p_a = \frac{\Theta_1}{\omega}\frac{\partial\Phi_1}{\partial a}$$

en is niet anders dan de toestandsvergelijking van gas 1 terwijl (") leert dat de door de gassen 1 en 2 op Z_α uitgeoefende drukken

$$\frac{\Theta_1}{\omega}\frac{\partial\Phi_1}{\partial\alpha} \text{ en } \frac{\Theta_2}{\omega}\frac{\partial\Phi_2}{\partial\alpha}$$

juist door de uitwendige druk

$$p_a = \frac{1}{\omega} \frac{d\varepsilon_\alpha}{da}$$

in evenwicht worden gehouden.

6. *Afleiding van eigenschappen van de functies Φ_1 en Φ_2 die beantwoorden aan eigenschappen van de thermodynamiese entropie.*

Men kan na het voorgaande zonder grote moeilikheden de volgende eigenschappen van de functies Φ_1 en Φ_2 bewijzen:

1. Wanneer een evenwichtstoestand A van het systeem Σ door een plotselinge verandering van de uitwendige druk overgaat in een evenwichtstoestand B dan kan de waarde van de functie $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ in de toestand B niet kleiner zijn dan in de toestand A:

$$\Phi_B \geqq \Phi_A.$$

2. Wanneer een evenwichtstoestand A van Σ door een oneindig langzame verandering van de uitwendige druk in een evenwichtstoestand B overgaat en wanneer daarbij dQ_1 en dQ_2 de warmtehoeveelheden zijn die door de gassen 1 en 2 bij de absolute temperaturen Θ_1 en Θ_2 worden opgenomen, dan zijn dQ_1/Θ_1 en dQ_2/Θ_2 de differentialen van de functies Φ_1 en Φ_2.

Deze eigenschappen beantwoorden weer volkomen aan bekende eigenschappen van de thermodynamiese entropie. Hunne bewijzen willen we na de beschouwingen over het gas S alleen kort aanduiden.

Het bewijs van de eerste eigenschap is geheel analoog aan het op blz. 8 en 9 voor S gegevene. Op het ogenblik dat p_a verandert, verandert de functie Φ niet van waarde omdat zij alleen afhangt van a, α, ε_1 en ε_2, en in de tijd dat de toestand B zich instelt kan zij evenals de waarschijnlikheid W tenslotte niet kleiner worden. In totaal is derhalve $\Phi_B \geqq \Phi_A$ hetgeen te bewijzen was.

Met het oog op het bewijs van de tweede eigenschap berekenen we nog de toenamen van Φ_1 en Φ_2 bij het beschouwde proces $A \rightarrow B$. We gaan daartoe uit van de formules

$$\triangle \Phi_1 = \frac{\partial \Phi_1}{\partial \varepsilon_1} \triangle \varepsilon_1 + \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \triangle a + \frac{\partial \Phi_1}{\partial a} \triangle a + \ldots .$$

$$\triangle \Phi_2 = \frac{\partial \Phi_2}{\partial \varepsilon_2} \triangle \varepsilon_2 + \frac{\partial \Phi_1}{\partial a} \triangle a + \ldots .$$

en laten daarin wegens de onderstelde kleinheid van $\triangle a$ de laatste termen weg. Door de evenwichtsvoorwaarden (:), (′) en (″) in aanmerking te nemen vinden we dan

$$\triangle \Phi_1 = \frac{1}{\Theta_1}\left(\triangle \varepsilon_1 + \frac{d\varepsilon_a}{da} \triangle a\right) + \ldots . = \frac{\triangle Q_1}{\Theta_1} + \ldots .$$

$$\triangle \Phi_2 = \frac{1}{\Theta_2} \triangle \varepsilon_2 + \ldots . = \frac{\triangle Q_2}{\Theta_2} + \ldots .$$

waarin $\triangle Q_1$ en $\triangle Q_2$ de door de gassen 1 en 2 opgenomen warmtehoeveelheden voorstellen.

We denken ons nu de oneindig langzame verandering van de druk p_a waarvan in de tweede eigenschap sprake is weer benaderd door een reeks van kleine plotselinge veranderingen. Voor de toenamen van Φ_1 en Φ_2 vinden we dan resp.

$$\Sigma \frac{\triangle Q_1}{\Theta_1} \quad \text{en} \quad \Sigma \frac{\triangle Q_2}{\Theta_2}.$$

Wanneer p_a werkelik oneindig langzaam verandert zijn dus deze toenamen

$$\int \frac{dQ_1}{\Theta_1} \quad \text{en} \quad \int \frac{dQ_2}{\Theta_2}$$

zodat dan inderdaad

$$d\Phi_1 = \frac{dQ_1}{\Theta_1} \quad \text{en} \quad d\Phi_2 = \frac{dQ_2}{\Theta_2}$$

waarmee ook het bewijs van de tweede eigenschap is geleverd.

7. *Over de vraag in hoeverre in de gegeven beschouwingen een bewijs van de tweede hoofdwet wordt benaderd.*

De voor het systeem Σ bewezen eigenschappen van de functies Φ kunnen ook voor meer algemene stelsels worden aangetoond. We willen echter op deze mogelikheid niet nader ingaan. Liever gaan we na in hoeverre door de gegeven beschouwingen voor het systeem Σ de tweede hoofdwet wordt verklaard.

Omtrent Σ leert deze wet het volgende:

1*. Wanneer door verandering van de op de zuiger Z_a werkende krachten een evenwichtstoestand A overgaat in een evenwichtstoestand B, dan is de totale entropie

$$\eta = \eta_1 + \eta_2$$

in de toestand B groter dan in de toestand A.

2*. Wanneer de genoemde veranderingen oneindig langzaam geschieden en wanneer daarbij dQ_1 en dQ_2 de warmtehoeveelheden zijn die door de gassen 1 en 2 bij de absolute temperaturen T_1 en T_2 worden opgenomen, dan zijn

$$\frac{dQ_1}{T_1} \text{ en } \frac{dQ_2}{T_2}$$

de differentialen van de entropieën η_1 en η_2.

Vergelijken we dit met de voor de functies Φ bewezen eigenschappen 1 en 2, dan blijkt er een nagenoeg volkomen parallelisme te bestaan dat vooral tot uiting komt wanneer we op de gebruikelike wijze stellen

$$\eta_1 = k\Phi_1 \quad \eta_2 = k\Phi_2 \quad \eta = k\Phi \quad kT_1 = \Theta_1 \quad kT_2 = \Theta_2;$$

het enige verschil tusschen 1 en 2 enerzijds en 1* en 2* anderzijds is gelegen in het feit dat aan de in 1 genoemde veranderingen van de uitwendige druk een beperking is opgelegd die in 1* ontbreekt en die reeds op blz. 8 nader werd geformuleerd. Om redenen die ik hier niet nader wil uiteenzetten meen ik dat van theoreties standpunt aan de noodzakelikheid van deze beperking niet te ontkomen is; afgezien hiervan kan echter voor het systeem Σ de tweede hoofdwet als bewezen worden beschouwd.

DE DRIJVENDE VASTELANDEN EN DE BEWEGING DER ZONNEVLEKKEN

door M. MINNAERT

In het April-nummer van „Physica" gaf de Heer Lely een belangwekkende verklaring voor de krachten die een beweging der vastelanden volgens Wegener zouden veroorzaken; en hij opperde de onderstelling, dat de zonnevlekken aan dergelijke krachten onderworpen zouden zijn.

Ongelukkig is het niet mogelijk, rechtstreeks na te gaan of Lely's onderstelling uitkomt. Volgens hem zouden de lange assen der zonnevlekken op kleinere breedten dan 45° evenwijdig aan den evenaar moeten liggen, op grootere breedten in een meridiaanvlak, of omgekeerd. Maar zonnevlekken komen praktisch gesproken nooit voor op hooger breedten dan 40°! Nu zou men kunnen kijken of er eenige neiging tot „kantelen" te vinden is naarmate men van den evenaar tot hoogere breedten nadert; een dergelijk onderzoek zou zeer moeilijk zijn als men de ligging der assen van de afzonderlijke vlekken wilde bepalen, en is bij mijn weten nooit uitgevoerd. Maar men kan waarschijnlijk even goed de richting der assen van de vlekken*groepen* onderzoeken; doet men dit, dan vindt men dat die assen bij lagere breedten evenwijdig aan den evenaar zijn, en bij toenemende breedte meer en meer gaan hellen tot ten hoogste 10° of 15° (altijd het westelijk uiteinde het dichtst bij den evenaar). Dit verschijnsel is klaarblijkelijk een ander dan het door ons gezochte.

Er zijn echter nog meer zonneverschijnselen die in aanmerking komen voor een dergelijk onderzoek. Daar zijn bijvoorbeeld de heldere „*vlokken*" die men in calciumlicht photografeeren kan, en die over de geheele zonneschijf voorkomen. Men vindt, dat zij evenals de vlekken op lage breedte evenwijdig aan den evenaar zijn, en op hoogere breedten steeds meer gaan hellen, met hellingen tot 22°. — Dan zijn er ook donkere „*filamenten*", vooral mooi te photografeeren in licht van de roode waterstoflijn H_α; deze zijn op lage

breedten gemiddeld evenwijdig aan den meridiaan, op hoogere breedten schuiner (altijd westelijk uiteinde het dichtst bij den evenaar), bij 45° en verder evenwijdig aan den evenaar.

Bij dit alles krijgt men wel den indruk van *een ander* verschijnsel dan wat de Heer Lely verwacht. Er schijnt een oorzaak te zijn die de helling *langzamerhand* doet toenemen, en wel ontstaat die helling altijd in denzelfden zin, — dus niet zóó dat de richting beneden 45° schommelt om den parallel, boven 45° ineens om den meridiaan. Nu zou het nog kunnen dat het verschijnsel van den Heer Lely zich superponeert op een ander, meer specifiek zonneverschijnsel. Misschien kan men dit het best onderzoeken door na te gaan of de *afwijking* der richtingen van de gemiddelde toeneemt van 0° tot 45° en dan weer afneemt. Gegevens hieromtrent vindt men in de litteratuur niet. Maak ik echter gebruik van het lijstje dat Butler meedeelt [1]) voor de richtingen der calciumvlokken in Mei 1917, dan bereken ik:

voor	4	vlokken	tusschen	0°	en	9°	. . . .	$\overline{\lvert\delta\rvert}$ =	4°,0
„	11	„	„	10°	en	19°	. . . .	$\overline{\lvert\delta\rvert}$ =	8°,1
„	8	„	„	20°	en	29°	. . . .	$\overline{\lvert\delta\rvert}$ =	10°,6

Hoewel het materiaal zeer klein is, zou men zeggen, dat hier iets te merken is van een toenemende neiging tot kantelen, en dat zou dus zijn wat men verwacht.

A priori is het niet erg waarschijnlijk dat dergelijke effekten op de zon een belangrijke rol spelen: vooreerst is het de vraag of het zwaartepunt der vlekken, vlokken, filamenten wel merkbaar verschilt van dat der verplaatste vloeistof; en daarenboven moet men bedenken dat de zon slechts zeer langzaam om haar as wentelt, „langzaam" in zooverre dat er bijvoorbeeld geen spoor van afplatting van den zonnebol te verwachten is, en ook niet waargenomen wordt.

1) Monthly Notices R. A. S. **82**, 338, 1922.

BOEKBESPREKING

Rectificatie. *J. H. Tummers,* **Die Spezielle Relativitätstheorie Einstei s und die Logik,** 2e Auflage. — Otto Hielmann. Leipzig. 1929.

De redactie ontving van den bespreker van deze brochure (zie Physica, 10e jaargang, No. 4, pag. 139) het verzoek, het volgende op te nemen: Het spijt den schrijver van deze bespreking, dat bij de bespreking van genoemd boek zijn woordenkeus geen gelukkige is geweest. In het bijzonder wenscht hij de woorden ,,wanbegrip" en ,,onwetenschappelijk" terug te nemen. Het was slechts de bedoeling, te zeggen, dat de schrijver der brochure volhardde in een bij de bespreking van den eersten druk reeds aangewezen misverstand.

Red.

N. van Dooren en J. J. Raimond, **Natuurkunde voor Voortgezet onderwijs.** Nieuwe M. U. L. O. Serie. Deel I, 183 blz., 122 fig., Deel II, 141 blz., 125 fig., Deel III, 153 blz., 156 fig. — J. Muusses. Purmerend. 1926 1927 en 1928. Prijs *f* 2.25, *f* 1.60 en *f* 1.85.

Bij de 3 te beoordeelen boekjes is eerstens gevoegd een aanbeveling van de redactie van de „Nieuwe M. U. L. O. serie" en tweedens een vrij uitvoerige inleiding van de schrijvers, waarin zij uiteenzetten waarom zij het noodzakelijk achtten een nieuw natuurkunde boek voor Mulo onderwijs te schrijven.

Een dergelijke inleiding is soms in staat in enkele regels aan te geven wat in de opzet van het boek principieel goed of fout is, en m.i. zijn de schrijvers bij het antwoorden van de vraag: ,,Hoe moet de stof behandeld worden?" principieel op de verkeerde weg. Zij schrijven: ,,Moet door eksperimenten en daarop volgende konklusies langzamerhand de teorie het eigendom van de leerlingen worden? Of is het raadzamer de teorie voor op te stellen, om deze — wanneer het te pas komt — door proeven te verifiëren?

In hoofdzaak hebben we dit laatste standpunt ingenomen, omdat het eerste van de leerlingen te veel kritiek vereist. Zonder deze kritiek valt he voordeel van de eerste manier van handelen weg.

Tevens ligt het verwerven van bedrevenheid in de eksperimenteerkunst en het verkrijgen van inzicht in de *metoden* van de fisika o. i. niet in de lijn van het M. U. L. O. onderwijs".

Schrijvers stellen zich dus op het standpunt: Het gaat voor de M. U. L. O. leerling om de feiten en toepassingen, terwijl de methode van werken er niet op aan komt.

Dat is m. i. een standpunt, dat *ook* voor het M. U. L. O. onderwijs uit den booze is. Een school heeft leerlingen klaar te maken voor het leven, niet als automaten maar als zelfwerkende en denkende menschen. De ,,volstop methode" is daar noodlottig voor.

Dit is te meer jammer omdat de schrijvers b.v. in het 3de deel wat over magnetisme en electriciteit handelt, direkt zich aansluiten bij hetgeen een

normaal leerling wel eens van deze onderdeelen der natuurkunde heeft gezien of gehoord. Zij gaan dus wel uit van de ervaring, maar verzuimen te wijzen op de schakels die voeren van waarneming tot proef en van proef tot theorie.

Gaat men echter uit van het standpunt van de schrijvers, dan moet men zeggen dat ze zeer goed geslaagd zijn. Tekst en teekeningen zijn duidelijk, de inhoud is smakelijk geschreven. Alleen — is het niet veel te veel stof, voor het gering aantal beschikbare uren? De onderwijzer die Natuurkunde moet behandelen zal menigmaal een keuze moeten doen. P. S.

W. C. D. Dampier—Whetham, **A history of Science and its relations with philosophy and religion.** 514 blz., 14 fig. — Cambridge University Press London. 1929. Prijs 18 sh. net.

Het oordeel, dat men zich over dit boek vormt, zal in hooge mate afhangen van de verwachtingen, waarmede men het ter hand neemt. Wie gelijk de meeste lezers van dit tijdschrift, in 't bijzonder geïnteresseerd is bij vraagstukken der mathematische natuurwetenschap en een goed leesbaar overzicht over de geschiedenis daarvan wenscht te raadplegen, zal zeker gunstig oordeelen. De schr. is hier op zijn eigen terrein en hij heeft de gelegenheid gehad door persoonlijken omgang met de allereersten onder de Engelsche natuuronderzoekers (de Voorrede noemt Whitehead, Eddington, Rutherford, de laatstgenoemden hebben de hoofdstukken over de nieuwste ontwikkeling der physica in manuscript gelezen) zijn inzicht te verdiepen. Natuurlijk beteekent dit niet dat men hier ook in alle details met den schr. zou moeten meegaan. Zijn beschouwingen over entropietoename en warmtedood, grootendeels met Eddington's standpunt in The Nature of the Physical World overeenkomende, en zijn meening over „osmotischen druk en bombardement der moleculen" (p. 468) lokken tot kritiek uit. Maar dit betreft in den algemeenen gedachtengang ondergeschikte punten.

Veel ernstiger is het bezwaar, dat de schr. boven zijn kracht heeft gegrepen toen hij zich zette tot de taak niet alleen de geschiedenis der mathematische natuurwetenschap te geven maar van de geheele natuurwetenschap en wel in haar betrekking tot wijsbegeerte en godsdienst. Ik durf mij niet vermeten andere dan leeken-meeningen te hebben op het gebied van morphologie en physiologie. Maar zelfs voor zoo ondeskundige kritiek als de mijne is duidelijk dat bijv. in het hoofdstuk Recent Development in Biology and Anthropology het principieel nieuwe van de totaliteitsbeschouwingen in morphologie en physiologie ontbreekt. Over de weinige bladzijden omtrent psychologie meen ik wel eenigszins te kunnen oordeelen, hier is de revolutie die de 20e eeuw op psychologisch terrein heeft gebracht — een revolutie misschien *nog* fundamenteeler dan die op het terrein der physica — volkomen onopgemerkt gebleven. En de twee hoofdstukken waarin philosophische vragen worden besproken zijn niet minder eenzijdig, om geen sterker woord te gebruiken.

Aan den maatstaf gemeten, die de schr. ons zelf in titel en inleiding aan

de hand doet moet dus ons oordeel geheel anders luiden dan in het geval, in den aanhef dezer recensie ondersteld. PH. K.

Hans Georg Möller, **Die Elektronen-Röhren und Ihre technischen Anwendungen, dritte vollständig umgearbeitete Auflage,** 262 blz., 232 fig. — Vieweg & Sohn Akt.-Ges. Braunschweig 1929. Prijs R.M. 15, geb. R.M. 17.50.

Het is ongeveer 10 jaar geleden dat de eerste druk van dit werkje verscheen; het heeft zich terstond vele vrienden verworven en werd in sommige opzichten een klein standaardwerkje, niettegenstaande de behandeling van enkele onderwerpen minder geslaagd mocht heeten. Zeer bekend werd de methode der „Schwinglinien", welke velen studeerenden een beter inzicht gaven in het gedrag van een triode-generator.

Deze derde druk is aanzienlijk meer uitgebreid: hij telt 262 pagina's tegenover 162 pagina's van den eersten druk. Behalve de 4 oorspronkelijke hoofdstukken, n.l. het overzicht over de eigenschappen der trioden, de versterkers, de triode-generator en het „audion" is een hoofdstuk toegevoegd over de natuurkunde der versterkerlampen.

Al deze hoofdstukken zijn uitgebreid. De behandeling van den triode-generator met behulp der Schwinglinien is vereenvoudigd en overzichtelijker geworden door invoering van de Steuer-spanning in stede van de roosterspanning als abscis der diagrammen. De theorie van het Ziehen is zeer eenvoudig en duidelijk behandeld, behoudens eenige opmerkingen zie hierna. Een paragraaf over piezo-kristallen, alsmede over ultra-korte golven en over frequentie-verveelvoudiging zijn onder meer er aan toegevoegd, alles zeer beknopt.

Het is zonderling dat de als detector geschakelde lamp nog steeds audion wordt genoemd, resp. Schwingaudion.

Het physische hoofdstuk bevat uitvoerige beschouwingen en berekenin gen betreffende de natuurkundige grondslagen, welker kennis voor een goed begrip van een triode als electronen-emitter noodig zijn. Zoo worden in dit hoofdstuk onder meer behandeld de potentiaalverdeeling, de vergelijkingen van Richardson, Dushman en Langmuir, theorieën van Schottky, gethorieerde draden, secundair-emissie, enz. In een Anhang wordt een afleiding gegeven van de wet van Maxwell betreffende de snelheidsverdeeling.

Het werk is ongetwijfeld een belangrijke aanwinst als studieboek voor ingenieurs en aanstaande ingenieurs, die in de radiotechniek werkzaam zijn, resp. zich voor die techniek voorbereiden.

Er zijn echter ook eenige bedenkingen tegen het werk:

1e. Er worden geen of weinig bronnen aangegeven, en leerlingen komen onwillekeurig onder den indruk dat, afgezien van Richardson, Dushman en Langmuir, de radiowetenschap slechts berust bij Duitschers (Schottky, Barkhausen, Möller, Kühn, Habann, Leithauser, Huth, Telefunken).

2e. Alles wordt behandeld met lineaire vergelijkingen; slechts bij de detectie komt onvermijdelijk een kwadratische term naar voren. Maar de

theorie van het Ziehen b.v. wordt geheel lineair behandeld. Hierdoor is de globale theorie van dit interessante verschijnsel wel zeer simpel opgezet kunnen worden en op eenvoudige wijze verklaard, maar een inzicht omtrent mogelijkheid, stabiliteit, amplitude wordt niet verkregen. Ook de verschijnselen in het z.g. Mitnahmebereich worden lineair behandeld. Verondersteld wordt dat de trillingen cohaerent worden, terwijl toch reeds lang bekend is dat het wezen van dit verschijnsel is een onderdrukken van de vrije door de gedwongen trilling.

Zoowel het Ziehen als het meenemen kunnen slechts volledig en juist geinterpreteerd worden indien men de hieraan ten grondslag liggende niet-lineaire differentiaalvergelijkingen onder de oogen ziet.

3e. Over de meettechniek met trioden is zoo goed als niets vermeld. Indien een paragraaf over absolute frequentiemeting met behulp van trioden ware toegevoegd zou men vanzelf er toe gekomen zijn het interessante verschijnsel der frequentiedeeling theoretisch toe te lichten.

4e. Over modulatie is niets vermeld.

Naar onze meening had een en ander gemakkelijk kunnen worden opgenomen in stede van veel overbodigs het inzicht niet verhelderende in alle hoofdstukken. P. J. H. A. N.

Richard Ruedy, **Bandenspektren auf experimenteller Grundlage.** Sammlung. Vieweg, Heft 101/102, 122 blz. Vieweg & Sohn, Braunschweig. 1930. Prijs R.M. 9.60.

Dit werk „stellt sich zur Aufgabe, die Hauptarten der Banden auf Grundlage der Erfahrung darzustellen und an Hand einiger Beispiele die Einordnung der Bandenlinien zu erläutern".

Op ongeveer 40 pagina's worden de voornaamste typen der bandenspektra, gerangschikt naar multipliciteit en electronenovergang, behandeld, waarbij als voorbeelden voornamelijk de spektra van de metaalhydriden gebruikt worden. Verder wordt een golflengtetabel van de oxydspektra en een korte beschrijving van de bekende toestanden van H_2, CO en N_2 gegeven. Ook de formules voor de intensiteiten bij de verschillende overgangstypen worden aangegeven.

Het derde hoofdstuk behandelt het gedrag van verschillende banden van een bandensysteem.

De voorafgaande theoretische behandeling (hoofdstuk I) lijkt me wel erg beknopt en in sommige punten b.v. wat de z.g. „Λ-doubling" (pag. 17) betreft, eenigszins onduidelijk. Bovendien werken vele drukfouten storend.

W. L. H.

R. W. M. Gibbs, **The adjustment of errors in practical science,** 112 blz. — Oxford University Press. London. 1929. Prijs 5 sh. net.

Voor wie, voor practisch gebruik, in beknopten vorm een overzicht van het onderwerp wil hebben, lijkt mij dit werkje zeer geschikt. In ca. 80 pag. worden de hoofdzaken van fouten-theorie, foutenverdeelingen, waarschijnlijkste waarden, correlatie-coëfficiënten enz., behandeld, zonder op mathematische bizonderheden in te gaan, telkens aan getallen voorbeelden toege-

licht, terwijl dan daarna in een appendix van ca. 30 pag. de belangrijkste mathematische afleidingen worden gegeven.

Speciaal voor den beginnenden student komt mij dit werkje nuttig voor; in het bizonder ook voor biologen bij het verwerken van hun getallenmateriaal.

Zooals reeds gezegd is het boekje zeer beknopt, maar toch doet het wel eenigszins eigenaardig aan, dat bijv. de naam Gauss in het geheel niet wordt genoemd. V. D. M.

A. D. Fokker, **Relativiteitstheorie,** 298 blz., 39 fig. — Noordhoff. Groningen. 1929. Prijs f 8.25, geb. f 9.—.

Het verschijnen van een uitvoerig boek over relativiteitstheorie in de Nederlandsche taal dient met blijdschap te worden begroet, te meer waar blijkt, dat het de vergelijking met goede buitenlandsche werken over hetzelfde onderwerp met glans kan doorstaan. De schrijver bepaalt zich uitsluitend tot datgene wat (tegenwoordig) principieel door waarnemingen en experimenten te verifieeren is, en verkrijgt door deze wijze beperking gelegenheid tot de bij deze materie zoo noodige uitvoerigheid van bespreking. De drie eerste hoofdstukken geven een soort van inleiding. Langs den historischen weg wordt de lezer van de Lorentztransformaties tot de relativiteitshypothese gevoerd en aan de hand van de eigenschappen der transformaties worden de verschillende paradoxieën aan meetstaven en blokken geanalyseerd. Zou het een vrome wensch zijn dat deze analyse nu eindelijk eens een einde zal maken aan den vloed van nonsens door leeken en halfleeken den volke als „kritiek" op de relativiteitstheorie gepresenteerd? Na een principieele samenvatting der grondgedachten worden in de vier volgende hoofdstukken de noodige meetkundige begrippen goed en duidelijk ontwikkeld. Toejuiching verdient, dat de meetkundige beteekenis van den kovarianten vektor en den kovarianten bivektor (naar wij meenen in een physisch boek voor de eerste maal) behoorlijk uiteengezet wordt, het is echter jammer, dat deze uiteenzetting zich alleen tot drie afmetingen beperkt. Met hoofdstuk IX begint het eigenlijke physische gedeelte met de behandeling der electromagnetische grondvergelijkingen, waarbij achtereenvolgens o.a. ladingen, stroomen, electromagnetische potentialen en spanningen, polarisatie en magnetisatie ter sprake komen. Het volgende hoofdstuk, getiteld kinematica en dynamica is gewijd aan die mechanische begrippen bij massapunten en stelsels, die zich binnen het kader der speciale relativiteitstheorie laten behandelen. Vooral de heldere behandeling van de variatiestelling en van de kanonische vergelijking voor het klassieke en het relativistische geval verdient de aandacht. Aan waarnemingen en experimenten, in het elfde hoofdstuk aan de orde gesteld, worden de verkregen theoretische resultaten getoetst en daarmede besluit de behandeling der speciale relativiteitstheorie.

De volgende hoofdstukken zijn aan de algemeene relativiteitstheorie gewijd. Nadat eerst de geodetische beweging en de geodetische differentiatie zijn ingevoerd, wordt overgegaan tot de behandeling van de kromming, waarbij gebruik gemaakt wordt van een zoogenaamd kompaslichaampje. Bijzondere aandacht wordt besteed aan het straalsgewijs en het mede-

vallend geodetische beschrijvingsraam, de belangrijkheid van het laatste wordt aangetoond in de berekening der getijdekrachten. De gravitatievelden met bolsymmetrie, in het veertiende hoofdstuk behandeld, geeft gelegenheid vier belangrijke effecten te bespreken, die voor toetsing der theorie in aanmerking komen, de periheliumbeweging, de kromming der lichtstralen, de verschuiving der spectraallijnen en de geodetische precessie. De afleiding der veldvergelijkingen uit een variatiebeginsel is tot het voorlaatste hoofdstuk uitgesteld. O.i. zeer terecht, eerst hier mag van den lezer de voorontwikkeling worden verondersteld, die voor het opnemen en verwerken van deze abstracte stof noodzakelijk zijn. Achtereenvolgens en in onderling verband worden besproken de variatiestelling voor het gravitatieveld, voor de dynamica der materie en de gravitatievergelijking der materie, voor de ladingen en het electrische veld en voor de gravitatievergelijking van het electrische veld, terwijl tenslotte de variaties nagegaan worden bij virtueele verplaatsing der ongeladen en geladen deeltjes van den electromagnetischen potentiaal en van den gravitatietensor. Dit geheele hoofdstuk is een zeer duidelijke samenvatting van de voornaamste met veel overleg gekozen theoretische resultaten. Het laatste hoofdstuk is gewijd aan beschouwingen over het gesloten heelal, waarmede de schrijver, zooals hij het uitdrukt, aan den rand tusschen natuurkundige theorieën en mathematische bespiegeling gekomen is. Ongetwijfeld zal het velen lezers leed doen hem niet nog wat over dien rand te mogen volgen, doch, als gezegd, juist door zelfbeperking is het den schrijver gelukt dit boek te maken tot wat het is, een uitstekend leerboek. J. A. S.

MEDEDEELING

VACATURE

Aan het Koninklijk Magnetisch en Metereologisch Observatorium te Batavia is een plaats als wetenschappelijk medewerker vacant. Jonge doctoren in de Wis- en Natuurkunde, die hiervoor in aanmerking zouden willen komen, kunnen nadere inlichtingen verkrijgen bij Prof. Dr. E. van Everdingen en Dr. C. Braak te De Bilt.

 Afgedrukt 24 Juni 1930

DISSOCIATION FLUORESCENCE OF *AgJ* VAPOUR

by A. TERENIN

Summary.

The two lines 3383 and 3281 Å of the *Ag* doublet $1^2S - 2^2P$ emitted in the process of photo-dissociation of the *AgJ* molecule show a marked difference in their relative intensities, due to the variation of the exciting ultra-violet wave-lengths. The absorption spectrum of the *AgJ* molecule must possess in the region of exciting frequencies two maxima at 2100 and 2060 Å, each of them connected with one of the members of the doublet. The dissociation energy of the *AgJ* molecule as computed from the data of the experiment is ca. 50 Cal pro Mol.

The photo-dissociation of simple binary salt molecules combined with the emission of atomic lines has been extensively studied recently [1]). This type of fluorescence was observed in the vapours of *LiBr*, *LiJ*, *NaBr*, *NaJ*, *CsJ*, *TlBr*, *TlJ*, *CuJ*, Na_2, i.e. in molecules of various types of binding, in "atomic" as well as in "ionic" ones, and there is no doubt that this kind of dissociation is a general one. Thus the energy levels of the atoms, forming the molecule, determine the position of broad continuous regions in its absorption spectrum, limited on the side of lower frequencies by threshold frequencies, which can be computed from the relation:

$$h\nu_0 = D + E,$$

where D is the dissociation energy of the molecule and E-the excitation energy of one of the atomic levels. The general validity of this relation is a requirement of the energy principle, independently of the precise way in which the dissociation process takes place.

The question may arise whether *each* energy level of the atoms forming the molecule is represented by a corresponding threshold or convergence frequency in the spectrum of the molecule, as is required by the theory. The question cannot be as yet answered in general, although it is well established that all the lowest states of the atoms, including the metastable ones, are represented in the

1) A. Terenin, Zs. f. Phys. **37**, 120, 1926; **44**, 713, 1927; K. Butkow and A. Terenin, ibid. **49**, 865, 1928; V. Kondratjew, ibid., **38**, 191, 1926; T. R. Hogness and J. Franck, ibid. **44**, 26, 1927; A. C. G. Mitchell, ibid., **49**, 228, 1928; G. H. Visser, Physica, **9**, 115, 285, 1929.

absorption spectrum of the molecule. In this connexion it may be of interest to compare the values of the molecular absorption coefficients for the dissociating frequencies with the probability coefficients of excitation of the corresponding levels in the atoms.

The energy difference of two close levels of the atom seems to be equally sharply represented in the absorption spectrum of the molecule by two maxima, each connected with one of the levels.

In the case of dissociation fluorescence this could be ocasionally observed for AgJ. The conditions are very favourable here because the two upper levels of the doublet $1^2S - 2^2P$ of Ag are widely separated ($\Delta\lambda = 100$ A).

The photographs in Fig. 1 [1]) show the Ag doublet emitted by AgJ vapour (600° C., vap. pressure ca. 10^{-2} mm) excited by the light of condensed sparks of the metals indicated. It is clearly seen that the intensity relation in the doublet depends markedly on the spectral composition of the exciting light.

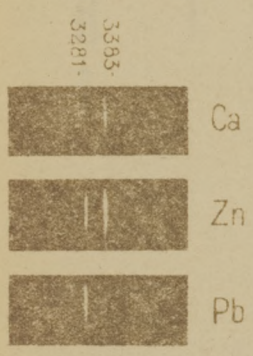


Fig. 1. Ag doublet in fluorescence

To identify the ultra-violet lines, which for various sparks are active in producing the observed effect, a spectral resolution of the exciting light must be used. But for a general survey of this simple case, the spectral resolution could be dispensed with, because previous extensive work in this laboratory determined already for each spark the few strong ultra-violet lines which can in these conditions produce a noticeable effect. The conclusions arrived at have been so many times checked before and found confirmed by experiments with monochromatic excitation, that it seemed quite safely to make use of this knowledge in this instance.

Fig. 2 gives a diagram of the results obtained. On the left are shown the spark lines which can be effective in producing the fluorescence. Instead of wave-lengths the energy values in Volts are indicated. On the right is represented the Ag doublet with an approximate indication of the relative intensities of the two lines, when the excitation is produced by the corresponding spark.

1) Small quartz spectrograph (type A) of Hilger. Ilford Iso-Zenith plates; exposure 30 min. — 1 hour; the photographs are enlarged.

With the *Ca* spark (possible active lines 2113, 2103, 2040 Å or 5.85, 5.87, 6.06 Volt respectively) the line 3383 Å (3.65 *V*) of the doublet is more intense than the line 3281 (3.76). As we shall see

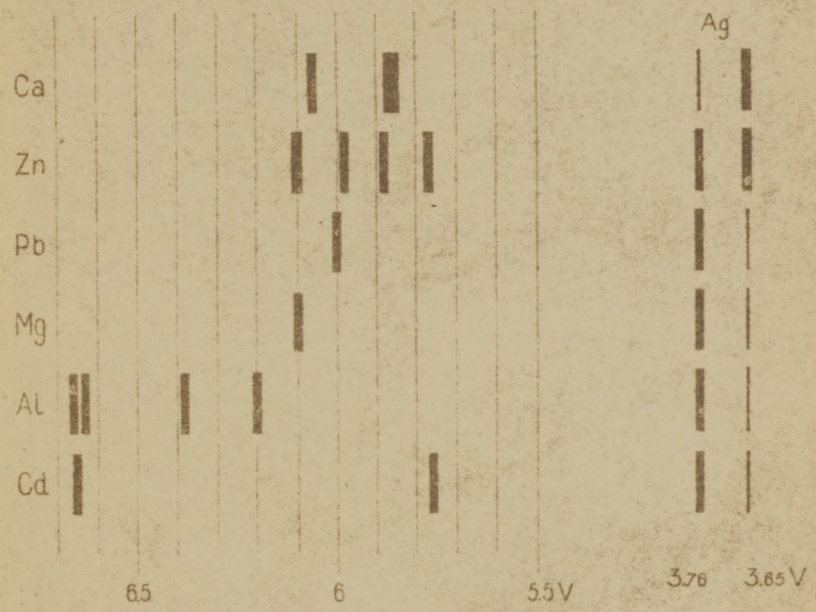


Fig. 2. Excitation of the *Ag* doublet by various sparks

presently the excitation of the latter is chiefly due to the line 2040 (6.06). On excitation by *Zn*, the possible active lines being 2139, 2100, 2062, 2026 or 5.77, 5.88, 5.98, 6.10, both members of the *Ag* doublet are strongly emitted, but the intensity of 3383 (3.65) still prevails. The enhancement of the line 3281 (3.76) on excitation by *Zn* in comparison with the *Ca* excitation is chiefly due to the action of the lines 2062 (5.98) and 2026 (6.10). This is demonstrated by the fact that for the *Pb* spark which possesses only one active line 2057 (6.0) and for the *Mg* spark with the line 2026 (6.1) the intensity relation in the doublet is quite the opposite to the case of *Ca*: the line 3281 (3.76) being here the stronger. The same intensity relation remains for the excitation by still shorter lines 1990, 1935, 1854—62 (6.20, 6.38, 6.63—6) of the *Al* spark. *Cd* gives practically the same result as *Al*. It can be inferred from this that of the two strong lines of *Cd*, namely 2144 (5.76) and 1856 (6.65), only the latter is effective in producing the fluorescence. By analogy with *Ca* and *Zn* we should expect that an excitation by the for-

mer line would give a *Ag* doublet with the line 3383 (3.65) enhanced. This shows, besides that the *Zn* line 2139 (5.77) lying near the uneffective *Cd* line 2144 (5.76) cannot produce an appreciable excitation.

All these observations lead to the conclusion that frequencies most effective in exciting the line 3383 (3.65) are limited to the region from 5.8 V to, say, 5.95 V (average 5.88 V). On the other hand the frequencies producing a maximum intensity of the line 3281 (3.76) begin at 6.0 V. The difference of 5.88 and 6.0 gives 0.12 V as against 0.11 V, which is the energy difference in the doublet.

The marked decrease in intensity of the line 3383 (3.65) and the reversal of the intensity relation in the doublet produced when the exciting frequency exceeds the value corresponding to ca. 5.9 V, shows that the molecular absorption coefficient (or excitation function of the *Ag* line 3383) must rapidly decrease after the maximum, towards greater frequencies. A quantitative evaluation would require intensity measurements for these short uttra-violet lines, which presents some difficulty.

If 5.85 V be admitted as the threshold for the dissociation process, $h\nu_0 + AgJ = Ag\,(3.65) + J$, we shall have for the dissociation energy of *AgJ*: $D = h\nu\,(5.85) - h\nu\,(3.65) = 2.20$ Volt or 51 Cal. pro Mol. A threshold at 5.77 V (line 2139 of *Zn*) or at 5.76 (*Cd*) would give for D 49 Cal. Similarly, taking 5.98 V as the threshold for the emission of 3281 (3.76) we obtain $D = 51$ Cal and on choosing 5.88 V, $D = 49$ Cal. The agreement is sufficiently good to assume for D of *AgJ* the value of 50 Cal. Thermochemical data give $D = 47$. Cal. In an investigation on the molecular spectrum of *AgJ* Franck and Kuhn [1]) arrived at a value of D lying between 40 and 70 Cal. the most probable value being 54 Cal.

With *Ca* excitation, resonance series (besides the *Ag* doublet) were observed which can be seen in the photograph of Fig. 1. The lines of the series have frequency intervals of ca. 200 cm^{-1} and belong undoubtly to the *AgJ* molecule.

My best thanks are due to Prof. A. A. Dobiash for the kind loan of the spectrograph.

Optical Institute, Leningrad.

1) J. Franck and H. Kuhn, Zs. f. Phys. 43, 164, 1927.

DE TWEE OUDSTE INTERFERENTIEPROEVEN IN NIEUWEN VORM

door A. H. BORGESIUS

Zusammenfassung.

Die zwei in Newton's Optik (2. Buch) beschriebenen Interferenzversuche werden in neuer Form ausgeführt. Der erste Versuch (Farbenglas) liefert, mit Luftkeil und prismatischer Zerlegung, oder Na Beleuchtung; unmittelbar eine Bestimmung der Wellenlänge; der zweite (Beugungsringe mittels bestäubten Spiegels) bildet, bei starker Vergrösserung der Ringe durch eine hinzugefügte Linse, einen glänzenden Demonstrationsversuch.

Het tweede boek van Newton's optica begint, in het eerste en tweede deel, met de beschrijving en verklaring van de kleuren van dunne plaatjes. Later volgt dan, in het vierde deel van dit boek, de beschrijving van de gekleurde ringen welke een (bestoven) holle spiegel op een daarvóór geplaatst wit scherm werpt, wanneer men door een opening van dit scherm wit licht op den spiegel laat vallen. Het eenvoudigst wordt dit verschijnsel, wanneer het krommingsmiddelpunt van den spiegel juist in de opening van het scherm ligt.

Deze twee oudste interferentieproeven dienen nog dikwijls ter demonstratie van de lichtinterferentie. De eerste, meestal in den vorm van Newton's kleurenglas, omdat zij op de eenvoudigste wijze ons in staat stelt de golflengten van het licht te meten, de tweede vooral om de opvallende fraaiheid van het verschijnsel.

Het is echter beter voor de eerste proef, in plaats van de klassieke combinatie van een vlakke glasplaat met een planconvexe lens, twee vlakke glasplaatjes te nemen met een dunne luchtwig hiertusschen. De kleurringen gaan dan over in evenwijdige banden van gelijke breedte en de berekening der golflengte wordt nog gemakkelijker. Ik nam hiervoor twee plaatjes glas van ongeveer 3×4 cm, die aan de eene smalle zijde op elkaar liggen, terwijl aan de tegenoverliggende zijde een reepje dun bladtin (chocoladeverpakking) er tusschen gelegd is. De plaatjes worden in een stevig houten of metalen raampje geschoven, dat aan de vóorzijde een

venster van ± 2 × 3 cm heeft, terwijl de binnenzijde daartegenover zwart gemaakt is. Door middel van een tiental kleine schroefoogjes worden dan de glasplaten op elkaar gedrukt, zoodat rechte interferentiebanden ontstaan. (Bij zeer zuiver vlak glas kan men met minder schroeven volstaan). Het is natuurlijk beter geen planparallele, maar zwak wigvormige, glasplaten te gebruiken, om storende reflexen op het eerste en vierde glasoppervlak buiten het beeld te brengen.

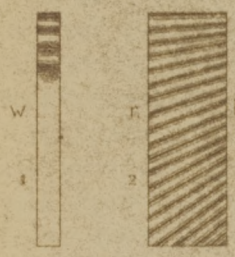


Fig. 1.

Men ziet nu bij opvallend wit licht drie of vier gekleurde interferentiebanden met de bekende kleuropvolging van Newton (fig. 1; 1). Het verschijnsel laat zich gemakkelijk projecteeren, volgens fig. 2, waarbij dan de spiegel den stand S_1 heeft en het prisma P nog ontbreekt, het laatste deel van den bundel wit licht dus langs w verloopt. (Na tusschenplaatsing van een rood filter ziet men acht tot tien donkere banden op het scherm.) Wordt dan voor het venster van de luchtwig W, zoo dicht mogelijk hierop, een schermpje van papier of metaal met een ruim 2 mm breede spleet bevestigd en het in de figuur geteekende prisma toegevoegd, terwijl de spiegel naar S_2 verschoven wordt, dan ontstaat op het projectiescherm een beeld van die spleet in de spectrale kleuren en de interferentiebanden loopen divergeerend door dit spectrum, over de geheele hoogte (fig. 1; 2).

Is de dikte van het bladtin bekend, die gemakkelijk bepaald wordt, òf door twintig of meer lagen daarvan stevig samen te drukken tot een pakje en de dikte hiervan met een draadmicrometer te meten, òf door het gewichtsverlies in water van bijv. 1 dm² van het

Fig. 2.

tin te bepalen, dan behoeft men slechts in een bepaalde kleur van het spectrum het aantal strepen te tellen om de golflengte van het licht voor die kleur te vinden.

De dikte van 't tin bedraagt bij mijn toestelletje ongeveer 7μ en er zijn in het geel 24 strepen te tellen, waaruit volgt $\lambda = 2 \times 7 : 24$ of rond $0{,}6\mu$. Voor blauw licht iets minder, voor rood iets meer; zooals onmiddellijk aan de divergentie der strepen te zien is.

Het spectrale beeld maakt ook onmiddellijk duidelijk waarom men in wit licht maar enkele strepen ziet; gaat men in de benedenhelft ergens van links naar rechts dan ontmoet men daar overal eenige malen licht en donker, zonder de kleurschifting door het prisma moet men daar dus overal vrijwel gelijke verlichting krijgen.

Het is natuurlijk noodig voor de proef een behoorlijk groote lens van niet te korten brandpuntsafstand te nemen, om den geheelen door de wig teruggekaatsten bundel doorgelaten en een lichtsterk, dus niet te groot beeld te krijgen; de gewone vrijwel overal aanwezige lens van 8 cm middellijn en 30 cm brandpuntsafstand is, voor een schermafstand van $\pm$ 2 m, zeer geschikt. De proef kan ook zeer geschikt worden gemaakt voor het physisch practicum. Men laat dan het geheele projectieapparaat weg en bekijkt de luchtwig eenvoudig in het licht van een breede natriumvlam (eenvoudig te verkrijgen door in een vlak schaaltje, bijv. het deksel van een bus, wat stukjes asbestpapier te bestrooien met zout en hierop spiritus te gieten). De strepen zijn dan gemakkelijk te tellen.

Het tweede interferentieverschijnsel, dat zulke fraaie gekleurde kringen op een wit scherm vertoont tengevolge van de buiging door de stof- of waterdeeltjes op een bestoven of beademden spiegel, werd door Newton ontdekt toen hij zonlicht door een kleine opening van een wit scherm liet vallen op een aan de achterzijde verkwikten glasspiegel van 6' kromtestraal. Hij heeft helaas niet opgemerkt dat de kleurringen te danken waren aan de toevallige verontreiniging van het glasoppervlak, maar meende hier een variant, met dikke plaat, op de proeven met dunne plaatjes te hebben gevonden. Later ontdekte men dat een bestuiving noodig was en dat de proef ook met een combinatie van een vlakken spiegel en een lens kan worden gedaan.

Het is gemakkelijk een eenvoudige verklaring en berekening van het verschijnsel te geven. Zij B in fig. 3 een kleine opening in een

scherm, waardoor licht valt op de lens L, wier brandpunt in B ligt. De evenwijdig gemaakte lichtbundel valle verder op een vlakken spiegel, Sp, waarvóor op zekeren afstand d een bestoven glasplaat

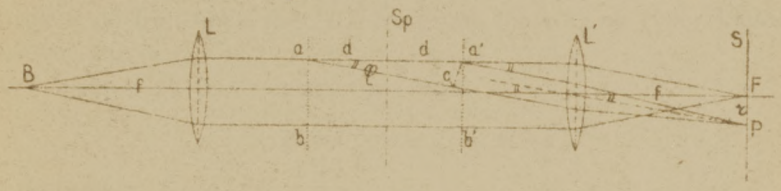


Fig. 3.

ab staat. De lichtstralen worden dan in zich zelf teruggekaatst en leveren in de opening B een beeld van deze laatste. Men ziet nu om B heen op het scherm eenige gekleurde buigingsringen. Voor de verklaring van deze kunnen wij den spiegel wegdenken en ons voorstellen dat op gelijken afstand d achter dezen een tweede plaat $a'b'$ met volkomen gelijke bestuiving, daarachter weer een aan L gelijke lens L' en een scherm S staan. Om het brandpunt F van L' heen zal dan natuurlijk hetzelfde verschijnsel moeten optreden. (De proef is ook wel op deze wijze, met twee fotografische reproducties van een bestuiving, uitgevoerd).

Een lichtgolf vanuit B, die nu een stofdeeltje a treft, zal hier voor een deel doorgaan naar a', voor een ander deel om een zekeren hoek φ afgebogen worden; het eerstgenoemde deel zal weer door a' voor een deel om den hoek φ, evenwijdig aan het tweede deel, zijdelings gebogen worden en de lens zal deze twee deelen in P weer samenbrengen op het scherm. Het wegverschil is daar, in lucht, $= aa' - ac = 2d\,(1 - \cos\varphi)$, of voor kleine waarden van φ, $= d\varphi^2$. Door de samenwerking van al de door overeenkomstige paren stofjes aa', bb', ... in het vlak van teekening om denzelfden hoek φ afgebogen elementairgolven zal nu in P dus een licht*maximum* ontstaan wanneer het wegverschil $d\varphi^2 = p\lambda$, of

$$\varphi = \sqrt{p\,\lambda/d}$$

en een *minimum* wanneer

$$\varphi = \sqrt{(p + {}^1/_2)\,\lambda/d}$$

is, waarin p een geheel getal, λ de golflengte voorstellen.

Is de ruimte tusschen ab en $a'b'$ niet gevuld met lucht, maar met een stof van brekingsindex n (het glas van den spiegel), dan

wordt het op lucht gereduceerde wegverschil tusschen de interfereerende stralen $= 2nd\,(1 - \cos\varphi) = nd\varphi^2$.

De stralen ac worden dan echter bij het overgaan in de lucht gebroken en hun hoek met BF vergroot tot $\psi = n\varphi$ (voor kleine waarden van φ).

Wij krijgen nu dus lichtmaxima voor

$$\varphi = \sqrt{p\lambda/nd}, \text{ of } \psi = \sqrt{pn\lambda/d},$$

minima voor

$$\varphi' = \sqrt{(p + {}^1/_2)\,\lambda/nd}, \text{ of } \psi' = \sqrt{(p + {}^1/_2)\,n\lambda/d}.$$

Op het scherm ontstaan zoo, om F als middelpunt, een aureool en lichte kringen met stralen

$$r = f\,tg\,\psi = f\psi = f\sqrt{pn\lambda/d},$$

gescheiden door donkere met stralen

$$r' = f\psi' = f\sqrt{(p + \tfrac{1}{2})\,n\lambda/d}.$$

De grootte der opeenvolgende buigingsringen volgt dus dezelfde wet als bij N e w t o n's kleurenglas in doorgelaten licht, hun stralen zijn evenredig met de wortels uit de reeks der geheele getallen en voor een bepaalden ring evenredig met den wortel uit den brekingsindex en omgekeerd evenr. met dien uit de dikte der laag tusschen spiegel en bestuiving (gewoonlijk de glasdikte van den spiegel). Dit bracht N e w t o n dan ook op de onjuiste gedachte dat de twee verschijnselen analoog waren.

Het eenige bezwaar tegen deze voor een demonstratie der interferentie zoo geschikte eenvoudige proef is de kleine afmeting der kringen, wanneer tenminste geen spiegel of lens van zeer grooten brandpuntsafstand beschikbaar is. Bij een glasdikte bijv. van 4 mm, $n = 1{,}5$, $f = 1$ m. wordt de straal van den vierden ring $(100\sqrt{4 \times 1{,}5 \times 0{,}6 : 4000}) = 3$cm; het heele buigingsverschijnsel heeft dus met wit licht een middellijn van ruim 6 cm.

Nu kunnen echter de kringen gemakkelijk tien- tot twintigmaal vergroot worden door toevoeging van een tweede lens en zoo ontstaat de door mij ontworpen opstelling van fig. 4. Achter het vóor de lantaarn L (de kleine met booglamp van C l a s s e n) geplaatste kartonscherm S met de, 18 mm groote, lichtopening O staat nu eerst de nieuw toegevoegde lens L_2 (waarvoor weer de lens van 8 cm opening en 30 cm brandpuntsafstand gebruikt werd). Deze

geeft dan in B een reëel beeld van O; hierachter volgt nu, op brandpuntsafstand, de lens L_1 (een kijkerobjectief van 50 cm br. afst.) en ten slotte de achter verzilverde glasspiegel Sp. (fig. 4).

Fig. 4.

Het bij B in de teruggekaatste golven ontstaande ringenstelsel wordt nu door L_2 sterk vergroot afgebeeld op S. Men kan op deze wijze een scherm van 40 cm breedte geheel met het interferentieverschijnsel bedekken: de schitterend gekleurde groote buigingsringen vormen dan wel een der fraaiste demonstratieproeven. (L en S moeten zoo dicht mogelijk bij den zijwand van het vertrek geplaatst worden; desnoods kan men de kringen voor de aan dezelfde zijde zittenden nog beter zichtbaar maken door een grooten vertikalen spiegel scheef vóor S te zetten). Het mooist ontwikkelen zij zich bij beademing van den (niet te warmen!) spiegel, bestuiving met lycopodium of andere poeders geeft veel slechtere resultaten. [De in fig. 5 sterk verkleind gereproduceerde directe opname op een bald gaslichtpapier 18 × 24 cm geeft een beeld van het verschijnsel bij geringere vergrooting].

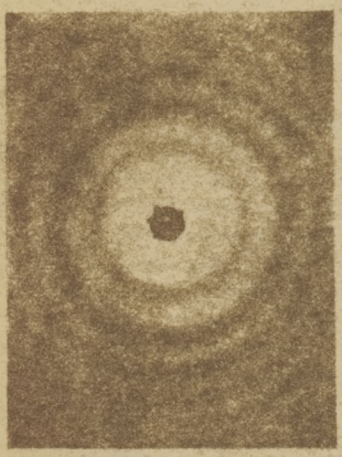


Fig. 5.

Met behulp van de gegeven formule en met inachtneming van de gemakkelijk meetbare vergrooting $OL_2 : L_2B$ kan ook de gemiddelde golflengte van het witte (of na plaatsing van een kleurfilter achter O die van gekleurd) licht uit de proef gevonden worden.

ABSOLUTE GELUIDSMETINGEN AAN LUIDSPREKERS EN MICROFOONS

door J. L. SNOEK en C. ZWIKKER.

Summary.

A new method for measuring the acoustic response curves of loudspeakers and microphones is described, in which the mean intensity of sound in the room is taken as a measure for the total acoustic output of the source according to the formula:

$$E = 13{,}8 \, . \, \frac{IV}{t} \cdot$$

(E = output, I = mean intensity, V = volume of the room, t = time of reverberation).

By means of a calibrated condenser microphone the mean intensity can be expressed in absolute units.

In order to eliminate the distortions in the energy distribution, which are due to the presence of nodes and anti-nodes in the room, the source as well as the microphone and a large screen are continuously moving during the measurement. At the same time the frequency is continuously varied over a small region (30 cycles resp. 100 cycles).

The region between 100 and 5000 cycles can be easily covered by this method, with a mean error of 9%.

A new method of determining the absorbing power of different materials along the same lines is suggested.

1. Inleiding.

In het volgende wordt een methode beschreven, welke toestaat, om voor alle frequenties tusschen 100 en 5000 perioden het nuttig effect van luidsprekers en microfoons te meten. Wat wij onder dit „nuttig effect" in de beide gevallen te verstaan hebben, zal nog nader worden toegelicht.

Dat voor de studie en voor de beoordeeling van alle acoustische zend- en ontvangapparaten de kennis van de frequentie-karakteristiek en van het nuttig effect van primair belang is, behoeft geen nadere toelichting.

De talrijke metingen, die in het laatste halfjaar op deze basis aan

luidsprekers en microfoons van verschillende typen werden uitgevoerd, leverden resultaten op, die in het algemeen vrij goed bij de ervaringen uit de praktijk aansluiten en wijzen op een goede reproduceerbaarheid.

Intusschen is van de hand van E. Meyer in ZS. f. techn. Physik (10e jaargang, No. 8) een artikel verschenen, waarin in wezen dezelfde methode wordt beschreven en met experimenten toegelicht.

Waar de praktische uitwerking, die de methode in dit laboratorium vond, op verschillende punten afwijkt van die, welke Meyer aangeeft, worden hieronder de verschillende technische bijzonderheden nader toegelicht. Allereerst echter nog eenige woorden over het beginsel, dat aan de methode ten grondslag ligt.

2. *Theorie.*

Wanneer een stationnaire geluidsbron opgesteld wordt in een alzijdig gesloten, weinig gedempte ruimte, waarvan de lineaire afmetingen groot zijn t.o.v. de golflengte van het uitgezonden geluid, dan ontstaat in deze ruimte een energie-verdeeling, die in eerste benadering gelijkmatig is.

Deze ruimtelijke energiedichtheid I hangt met de totale acoustische energie-afgifte E samen volgens de formule:

$$E = I \,.\, \frac{6MV}{\tau},$$

waarmee dus de mogelijkheid gegeven is, om door meting van I E te bepalen.

De grootheid τ, die in deze formule voorkomt, stelt de nagalmtijd voor, d.w.z. de tijdsduur, gedurende welke een stationnaire toon van nog nader aan te geven sterkte nog na het stopzetten in de kamer hoorbaar is. V stelt het volume van de kamer voor, $M = ln\ 10 = 2{,}3$. Het getal 6 in de formule slaat op de onderstelling, dat de toonsterkte, waarmee de nagalmtijd gemeten wordt, de geluidssterkte aan de gehoorsdrempel een faktor 10^6 overtreft. Voor een toon van normale sterkte is dit laatste ongeveer het geval.

Voor het strenge bewijs van deze formule, alsmede voor de discussie, in hoeverre en tot welke benadering zij geldig is, zij hiernaar

de verschillende handboeken [1]), [2]) en [3]) en naar eenige verhandeingen in dit tijdschrift verwezen [4]) [5]).

Echter laat zij zich door een eenvoudige rekening plausibel maken. Neem aan, dat de kamer voor de toon, waar het om gaat, een dempingsconstante δ bezit, dat dus de ruimtelijke intensiteit in de kamer, zoodra de geluidsbron ophoudt te werken, uitsterft als $e^{-\delta\tau}$, dan laat zich voor het algemeene geval de energie-balans als volgt opschrijven:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{E}{V} + \frac{d}{dt}(Ie^{-\delta t}). \tag{2}$$

Voor $t = \infty$ is $\frac{dI}{dt} = 0$, waaruit volgt:

$$\frac{E}{V} = \delta I. \tag{3}$$

Drukken wij nu nog δ in τ uit, door middel van de relatie:

$$e^{-\delta\tau} = 10^{-6}, \tag{4}$$

dan ontstaat onmiddellijk formule (1), die daarmee waarschijnlijk gemaakt is.

3. Bepaling van de gemiddelde geluidsintensiteit.

Als meetinstrument werd een absoluut geijkte condensatormicrofoon gebruikt met weerstandsversterking en stroommeting door middel van thermo-koppels. De laatsten bezitten een aanzienlijke traagheid, welke eigenschap echter voor de onderhavige experimenten een voordeel beteekent.

Het is namelijk noodzakelijk om de werking der staande golven, die onregelmatige en sterke fluctuaties van de drukamplitude (welke laatste immers door de condensatormicrofoon aangewezen wordt) teweegroepen, te elimineeren door een geschikt middelingsproces.

Een voor de hand liggend en zeer effectief middel is, om met een

1) I. B. Crandall. Theory of Vibrating Systems and Sound. D. Van Nostrand Comp.

2) A. H. Davis and G. W. C. Kaye. On the acoustics of Buildings. G. Bells and Sons Ltd.

3) Handbuch für Physik. H. Geiger und Karl Scheel. Bd. VIII.

4) A. D. Fokker, Physica 7, 198, 1927.

5) M. J. O. Strutt. Physica 9, 161, 1929.

toon van snel wisselende frequentie te werken. Deze is nl. met een toongenerator, zooals wij die gebruikten, zeer eenvoudig te maken. Zooals bekend, bestaat de toongenerator uit een combinatie van twee hoogfrequentgeneratoren, welker combinatietoon gebruikt wordt om de luidspreker aan te drijven [1]).

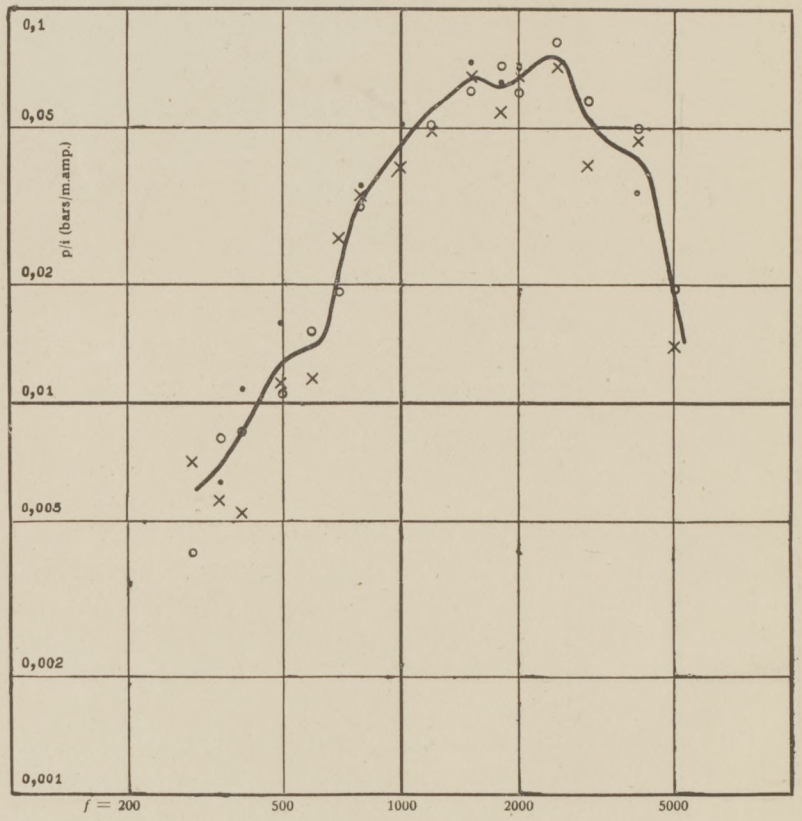


Fig. 1.

Men behoeft slechts op de variable condensator van den variabelen generator nog een draaibare condensator van slechts enkele centimeters parallel te zetten en deze met een motor aan te drijven om het verlangde effect te bereiken.

Het trage thermo-element wijst nu het quadratisch gemiddelde aan, juist hetgeen wij noodig hebben.

1) Y. B. J. Groeneveld, Physica **8**, **157**, 1928.

Het zal echter duidelijk zijn, dat deze wijze van werken niet de meest gewenschte is, aangezien het „oplossend vermogen" ernstig geschaad wordt. Scherpe resonanties en inzinkingen worden afgevlakt en kunnen op deze wijze aan de aandacht ontsnappen.

Daarom werden tegelijkertijd andere hulpmiddelen gebruikt, die

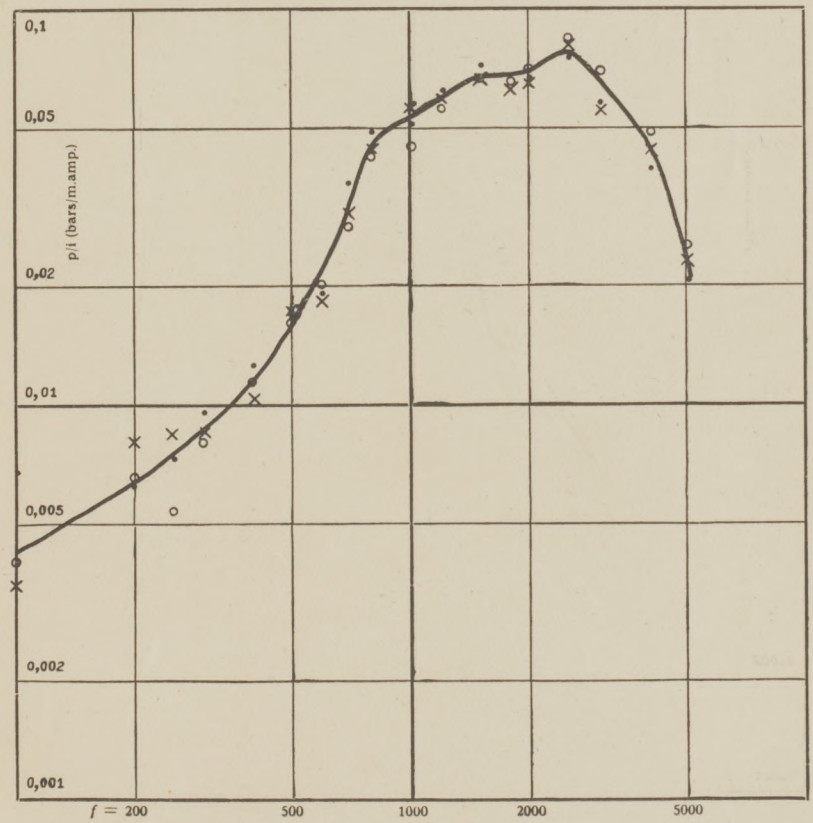


Fig. 2.

weliswaar niet zoo effectief zijn als het gebruiken van een frequentie-band van b.v. 200 per sec. die echter principieel zuiverder zijn en ons tegelijkertijd toestaan, om met een smallere frequentieband te werken bij gelijkblijvende nauwkeurigheid.

Men kan daartoe

a) de luidspreker roteeren,

b) de microfoon roteeren,

c) bewegende wanden aanbrengen.

Al deze middelen worden toegepast; vooral rotatie van den luidspreker geeft een belangrijke verbetering in de nauwkeurigheid.

Rotatie van de microfoon brengt technisch nogal eenige bezwaren mee. Goede resultaten werden tenslotte nog bereikt met het

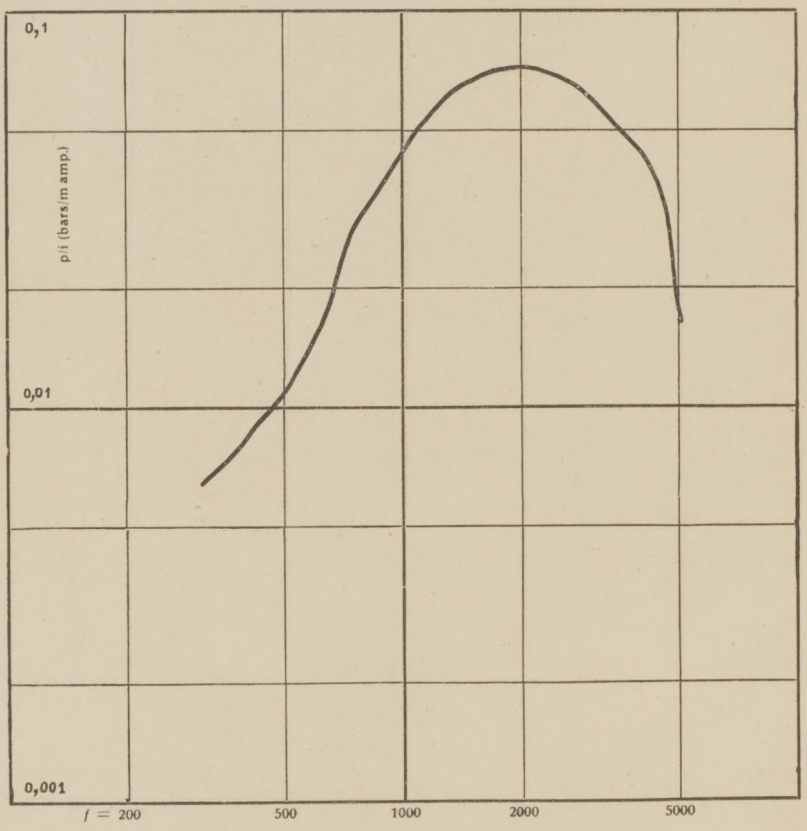


Fig. 3.

gebruik van bewegende wanden, die de gedaante van het interferentie-systeem voortdurend wijzigen. Verschillende modellen werden geprobeerd. Het meest voldeed een horizontaal roteerend scherm met vier vleugels van ongeveer 1 m² oppervlak dat van een tweede scherm beurtelings vier openingen afsloot en opende en dat zoodoende het kamervolume boven het scherm beurtelings vrijmaakte en weer afsloot.

Verdere verbetering is mogelijk, door aan de wanden van de kamer een onregelmatige structuur te geven (natuurlijk vergelijkbaar met de golflengte), hetgeen een diffuse reflectie in de hand werkt.

Een ontwerp voor een speciaal voor dit doel ingerichte meet-

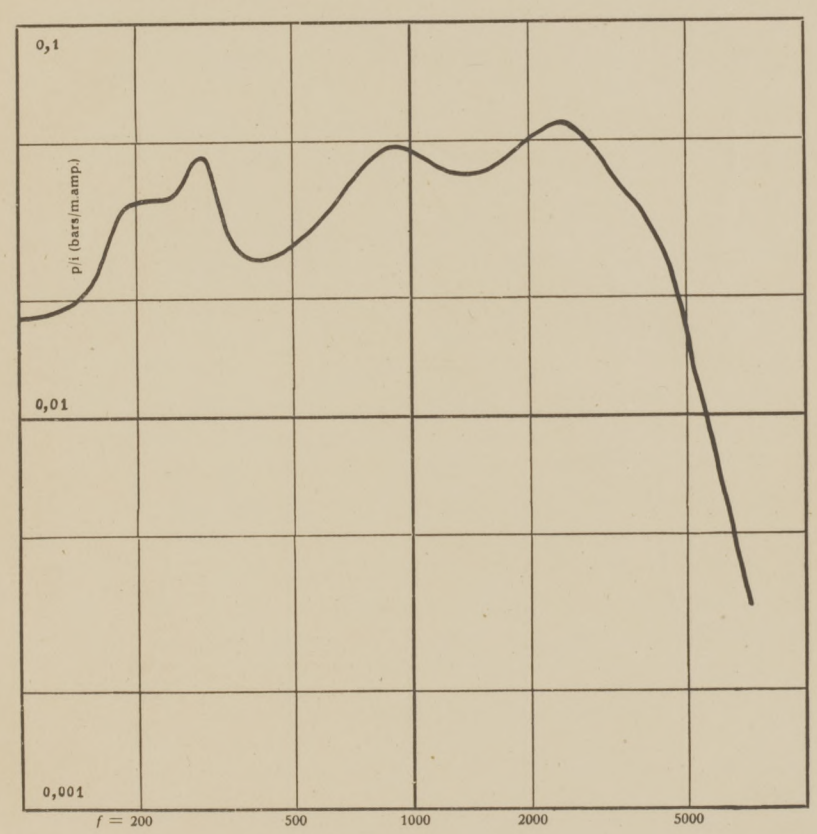


Fig. 4.

kamer bevat dergelijke wanden, die van hard materiaal zijn, om een geringe demping en dus een groote nagalm te verzekeren.

Verder bevat dit ontwerp twee aparte ruimten, die beurtelings in verbinding met de hoofdruimte gesteld worden. Daardoor wordt een geregeld verschuiven van de knoopvlakken bevorderd. Een en ander wordt, evenals de luidsprekerbeweging, door een geruischloos mechanisme aangedreven.

Bij grootere golflengten wordt de meetnauwkeurigheid steeds kleiner. De gebruikte formules zijn trouwens alleen geldig, zoolang de eerste eigenfrequentie van de ruimte klein blijft ten opzichte van de opgedwongen frequentie.

Bij de gebruikte kamer (4 × 5 × 5 meter) ligt de laagste eigen-

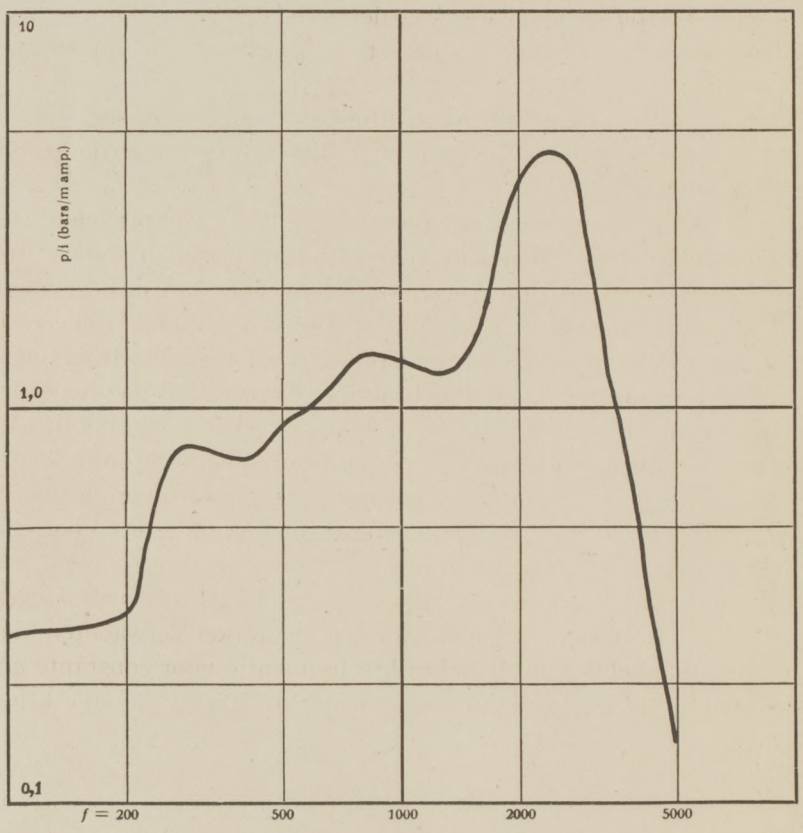


Fig. 5.

frequentie bij 35 per/sec. Het is dus duidelijk, dat bij 100 per/sec. de meting uit zuiver theoretische overwegingen reeds precair wordt. Inderdaad neemt de gemiddelde meetfout, zooals experimenteel blijkt, naar de lage frequenties steeds meer toe. Verbetering hierin is slechts te bereiken door vergrooting van alle afmetingen.

Om de bereikte nauwkeurigheid vast te stellen, werd een luidspreker op drie verschillende plaatsen in de kamer doorgemeten.

Uit deze drie krommen werd een gemiddelde opgemaakt en de afwijkingen hiervan als maat voor de bereikte nauwkeurigheid aangezien. De gemiddelde fout is naar de lage frequenties toe natuurlijk systematisch grooter, echter werd een gemiddelde van alle fouten over het geheele gebied van 100—500 per sec opgemaakt.

De gemiddelde fout per waarneming bij een gemiddelde frequentie nam daarbij de volgende waarden aan:

a) bij zuiver stationnaire toon, terwijl scherm en luidspreker draaien: 14 %.

b) idem, maar nu met een frequentie-band van 30 per sec. 9 %.

c) meet men met stilstaanden luidspreker dan bedraagt de gemiddelde fout 22 %.

In de praktijk is een „frequentieband" van 30 perioden volkomen toelaatbaar. Men kan boven de 1000 perioden nog wel 100 perioden gebruiken; deze regel werd dan ook meestal gevolgd.

Om het nuttig effect in absolute maat aan te kunnen geven, is nog een wattmeting aan den luidspreker voor het geheele frequentiegebied noodzakelijk. Wij gebruikten daarvoor de methode der drie stroommeters. Overigens is dit nuttig effect niet van het meeste belang. Van primair belang is de vorm der frequentie-kromme.

Wij hebben in de grafieken het quotient p/i (drukamplitude in dyne/cm² gedeeld door de stroomsterkte in .A) uitgezet. Voor den idealen luidspreker moet dit een horizontale lijn zijn.

Immers, bij de tegenwoordig gebruikte eindlampen van hoogen inwendigen weerstand mag men van den versterker verwachten, dat deze onafhankelijk van de gebruikte frequentie voor constante geluidsamplitude een constante stroomsterkte in den laatsten kring levert.

4. Toepassingen.

Wij geven hierbij eenige typische luidsprekerkrommen weer, alsmede voor twee gevallen, tevens de meetpunten, om de gemiddelde spreiding te kunnen beoordeelen.

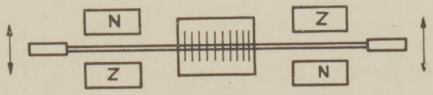


Fig. 6.

Fig. 1, 2 en 3 geven krommen van een electrodynamischen luidspreker weer. De meetpunten in fig. 1 zijn opgenomen met een frequentieband van 30 per sec. en op drie verschillende plaatsen in de

kamer; de gemiddelde spreiding bedraagt 9 %. De meetpunten van fig. 2 zijn opgenomen met stationnaire toon, als gevolg hiervan is de spreiding grooter geworden (14 %). De gevonden kromme wijkt echter niet principieel af van die van fig. 2.

Fig. 3 geeft het eindgemiddelde weer van een groot aantal metingen op zeer verschillende plaatsen in de kamer. De kromme is, zooals te verwachten viel, vrijwel geheel gladgetrokken.

Door den luidspreker in schutplaat of kast te plaatsen, haalt men, zooals bekend is, de lage tonen belangrijk op. Dit wordt duidelijk gedemonstreerd door fig. 4, die de kromme van denzelfden luidspreker in de bijbehoorende kast weergeeft.

Bij 1000 per sec. is de invloed van de kast niet meer merkbaar. Het electro-dynamische type benadert, zooals de figuur laat zien, de ideale horizontale lijn al vrij aardig. Ter vergelijking mogen de volgende figuren dienen, die de kromme van electro-magnetische luidsprekers geven.

Fig. 5 geeft de typische kromme van een moderne electro-magnetischen luidspreker met uitgebalanceerd magneetsysteem.

In fig. 6 en 7 lichten wij de grondgedachte van beide constructies nog even schetsmatig toe. De electro-magnetische luidspreker (fig. 6) met uitgebalanceerd magneetsysteem heeft als bewegend deel een weekijzeren staafje, waarvan de uiteinden zich in tegengesteld gerichte magnetische velden bevinden. In dien toestand is het staafje labiel en wordt daarom vastgehouden door twee sterke veeren. De stroom wordt toegevoerd aan een vast spoeltje, dat om het staafje ligt en daarin magnetisme van wisselende sterkte induceert. De ingewikkelde overdracht van de beweging op de conus van den luidspreker en de noodzaak van een sterke veering brengen allerlei resonanties met zich mee, waarvan fig. 5 getuigenis aflegt.

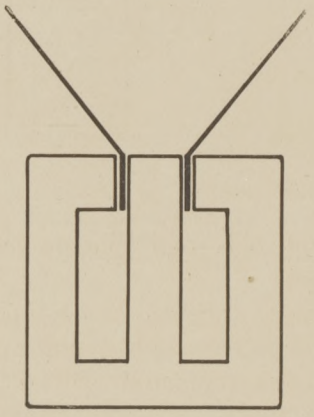


Fig. 7.

Het electro-dynamische principe is logischer en eenvoudiger (fig. 7) en bestaat daarin, dat het spoeltje, waaraan de stroom wordt toegevoerd, in een radiaalmagnetische veld geplaatst wordt. De beweging, waarin het spoeltje onder invloed van

den stroom en het permanente magnetische veld geraakt, wordt onmiddellijk overgebracht op de conus, die zonder eenige tusschenverbinding aan het spoeltje bevestigd is. Het is duidelijk, dat deze constructie een veel gelijkmatiger frequentiekromme belooft.

Inderdaad wordt de erkende superioriteit van den electro-dyna-

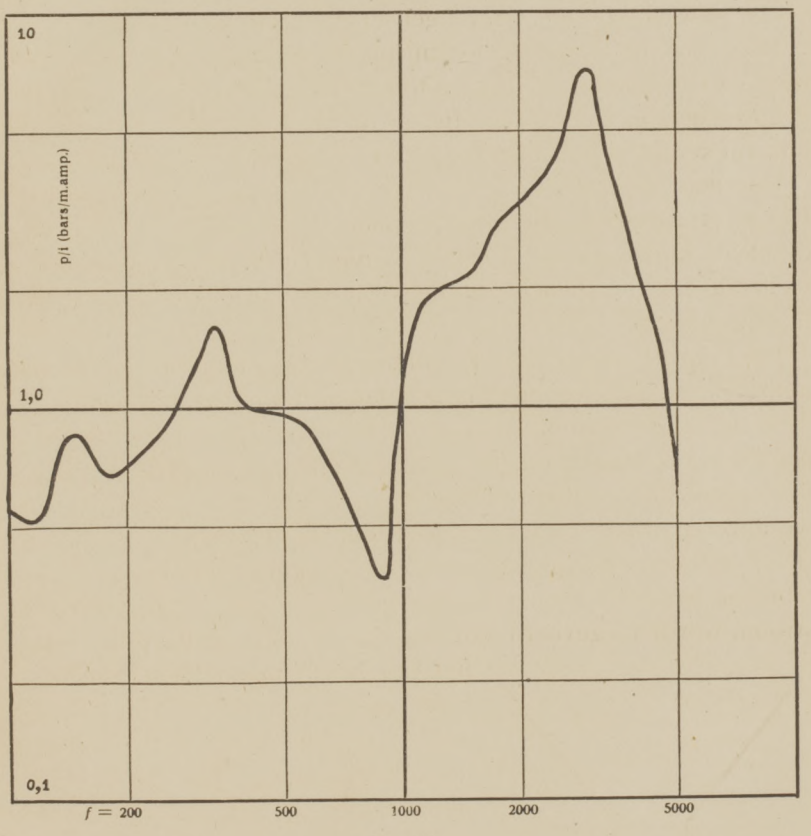


Fig. 8.

mischen luidspreker nog eens nadrukkelijk bevestigd door de gemeten frequentie-karakteristieken.

Tenslotte geven wij ter vergelijking in fig. 8 nog een ouder type van een electro-magnetischen luidspreker met éénzijdige aandrijving. De vooruitgang ook op dit gebied in de laatste jaren gemaakt, is blijkens de metingen niet gering.

In de praktijk blijkt, dat een frequentieband van 30 perodien

volkomen toelaatbaar is. Het aandrijvende mechanisme wordt door de luidsprekerkonus ook in de ongunstigste gevallen altijd nog voldoende gedempt om resonantietoppen, die smaller dan 30 perioden zouden zijn, onmogelijk te maken.

Op dezelfde basis laten zich nu ook microfoonkarakteristieken opnemen. De quantitatieve gegevens, die men op deze wijze verkrijgt, verschaffen de mogelijkheid om den invloed van allerlei wijzigingen in de constructie systematisch na te gaan.

Belangrijk is ook de vraag naar de wijze, waarop het nuttig effect van een luidspreker vergroot kan worden. Voor electro-magnetische luidsprekers is dit van de orde van $5^0/_{00}$, voor de electrodynamische naar gelang van de sterkte van het veld (5000—15000 gausz) van 3 tot 15 $^0/_{00}$. Het laat zich aanzien, dat hierin nog wel eenige verbetering te bereiken valt.

Een laatste toepassingsmogelijkheid bestaat hierin, dat de absorptie-coefficient van verschillende materialen langs den weg der luidsprekermetingen bepaald wordt.

Tot nu toe is de eenige absoluut betrouwbare methode die der nagalmmetingen. Deze vordert echter veel tijd en absolute stilte.

Door eens en vooral voor een standaardluidspreker langs empirischen weg het verband tusschen nagalmtijd en de gemiddelde intensiteit (bij constante stroomsterkte) in de kamer vast te leggen, kan men deze metingen omzeilen en met het opnemen van een luidsprekercurve volstaan bij het bepalen van de absorbtie-coefficient van een nieuw materiaal.

Eindhoven 22 April 1930.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

OVER DE BAAN VAN ELECTRISCH GELADEN DEELTJES ONDER INVLOED VAN EEN ELECTROSTATISCH VELD

door J. H. VAN DER TUUK

Bij het bestudeeren van de verschijnselen aan ontladingsbuizen ziet de experimenteele physicus zich dikwijls geplaatst voor de vraag, of de baan, die een electrisch geladen deeltje onder invloed van een electrostatisch veld beschrijft, onder bepaalde omstandigheden al dan niet afhankelijk zal zijn van de lading en massa van het deeltje of van de potentiaal der betreffende electroden. Het blijkt in de praktijk, dat men daarbij een paar eenvoudige kwesties vaak niet onmiddellijk pleegt in te zien, zoodat ik mij veroorloof deze hier in het kort even te bespreken.

We schrijven daartoe de niet-relativistische bewegingsvergelijkingen op en veronderstellen, dat het gegeven electrostatische veld niet merkbaar gestoord wordt door de eigen lading van het deeltje; bovendien laten wij de straling buiten beschouwing en nemen aan, dat we geen botsingsprocessen in rekening hebben te brengen. De y- en z-coördinaat eenvoudigheidshalve weglatende, hebben we dus voor een deeltje met lading en massa gelijk aan de eenheid de volgende bewegingsvergelijkingen:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0, \\ \frac{dx}{dt} &= \left(\frac{dx}{dt}\right)_0 \end{aligned}\right\} \text{ voor } t = 0, \qquad \text{(I)}$$

en

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}.$$

Hierin is F de veldsterkte en φ de potentiaal.

Wanneer nu de veldsterkte in elk punt a keer zoo groot wordt, maar gelijk van richting blijft, geldt voor een deeltje met lading e en massa m:

$$\left.\begin{aligned} X &= X_0, \\ \frac{dX}{dt} &= \left(\frac{dX}{dt}\right)_0 \end{aligned}\right\} \text{voor } t = 0, \tag{II}$$

en
$$\frac{d^2X}{dt^2} = \frac{ea}{m} F_x = -\frac{ea}{m}\frac{\partial\varphi}{\partial X}.$$

We substitueeren hierin: $\tau = t\sqrt{e\,a/m}$, zoodat vergelijking II overgaat in:

$$\left.\begin{aligned} X &= X_0, \\ \frac{dX}{d\tau} &= \left(\frac{dX}{dt}\right)_0 \sqrt{\frac{m}{ea}} \end{aligned}\right\} \text{voor } t = 0, \tag{III}$$

en
$$\frac{d^2X}{d\tau^2} = F_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial X}.$$

Uit de vergelijkingen I en III volgt dus algemeen, dat de baan van een deeltje met lading e en massa m onder invloed van een gegeven electrostatisch veld dezelfde zal zijn als die van een deeltje met lading E en massa M in een a keer zoo sterk veld, indien de overeenkomstige componenten van hun aanvangssnelheden [1]) zich verhouden als:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_0 : \left(\frac{dX}{dt}\right)_0 = \sqrt{\frac{Me}{Ema}} : 1. \tag{IV}$$

Het is duidelijk, dat het omgekeerde van deze stelling ook geldt. Het Hamilton'sche principe levert ook onmiddellijk het antwoord; niet echter het energie-principe [2]).

De volgende speciale gevallen kunnen nu voor de praktijk van belang zijn:

---

1) Het is in dit verband vanzelf sprekend, dat ook de beginpunten gelijk moeten zijn; deze eisch wordt hier en in het volgende steeds als vervuld beschouwd.

2) We veronderstellen, dat $\sqrt{\frac{Me}{Ema}}$ reëel is. Verder merken we nog even op, dat in een gegeven electrostatisch veld een positief en een negatief geladen deeltje in het algemeen niet denzelfden weg in tegengestelde richting kunnen doorloopen. Wel kan men een deeltje (e, m), dat in een gegeven veld een bepaalde baan beschreven heeft, denzelfden weg in tegengestelde richting laten doorloopen, door dat deeltje met de in het eerste geval verkregen eindsnelheid tegen het veld in te schieten.

a) Twee deeltjes met gelijke ladingen maar met verschillende massa's zullen in een gegeven electrostatisch veld dezelfde baan beschrijven, indien hun aanvangssnelheden dezelfde richting hebben en hun aanvankelijke kinetische energieën gelijk zijn.

b) Een electrisch geladen deeltje met aanvangssnelheid nul zal onder invloed van een electrostatisch veld een baan beschrijven, die onafhankelijk is van:

1e. zijn lading,

2e. zijn massa,

3e. een gelijke relatieve verandering van de absolute waarde der veldsterkte in elk punt van het veld [1]).

We meenen, dat het in bepaalde gevallen bij berekeningen over de banen van electrisch geladen deeltjes, die, zooals bekend is, in het algemeen niet met de krachtlijnen samenvallen, van nut kan zijn bovengenoemde bijzonderheden paraat te hebben.

1) Het onder 3e gezegde werd reeds vroeger uitgesproken door B. van der Pol, Physica **3**, 253, 1923.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

Eindhoven, 3 Februari 1930.

BOEKBESPREKING

Dr. M. de Haas. **Natuurkundige vragen en vraagstukken ten gebruike aan de Technische Hoogeschool te Delft.** Vijfde druk. Delft. Technische Boekhandel en Drukkerij J. Waltman Jr. 1930.

Volgens het voorbericht is het materiaal voor deze vragen en vraagstukken voor een groot deel ontleend aan de opgaven voor de examens B, van 1881 tot 1904 gehouden aan de toenmalige Polytechnische School, en die voor de propaedeutische examens van 1905 tot 1929 gehouden aan de Technische Hoogeschool. Bovendien zijn in dezen vijfden druk opgenomen de vraagstukken, welke Prof. Z w i k k e r in het studiejaar 1929—1930 in zijn college over electriciteit heeft behandeld.

Ook uit den titel blijkt, dat de S. bij de verzameling — c.q. bewerking — van dit materiaal in het bizonder de belangen der studenten aan de T. H. op het oog heeft gehad. Die studenten mogen er wel dankbaar voor zijn, dat het schriftelijk examen, dat hun boven het hoofd hangt, hen dwingt zich in het maken van dergelijke vraagstukken te oefenen en ook, dat de S. van dit werkje hun de gelegenheid tot deze oefening zoo uitstekend verschaft. Zonder twijfel kunnen de hoogleeraren aan de Universiteiten hunne studenten een grooten dienst bewijzen door ze op deze kostelijke verzameling opmerkzaam te maken en ze aan te sporen, hunne krachten aan de oplossing der vragen en vraagstukken — er zijn er meer dan 600 — te beproeven.

Enkele opmerkingen, slechts bedoeld als een blijk van waardeering voor het werk van den samensteller, mogen hier plaats vinden.

Heeft het nu eigenlijk wel nut, den student te zetten voor het vervelende werk van de omzetting van dm^2 en mm in cm^2 en cm enz? En is het niet beter, hem voor te houden, dat hij de uitkomsten van metingen nooit anders noteert dan in c.g.s. eenheden? Hoeveel vergissingen zijn zoo niet te voorkomen! Deze opmerking geldt natuurlijk niet voor de praktische elektrische eenheden, waarvan het gebruik niet te vermijden is.

In Nr. 172 wordt gesteld, dat twee vlakke condensatoren met platen a_1, a_2 en b_1, b_2 achter elkaar verbonden zijn. Tusschen haakjes staat er dan (a_2 met b_1). Verderop worden de condensatoren evenwijdig een elkaar verbonden gedacht en dan staat er (a_2 en b_2 met de aarde, a_1 en b_1 met elkaar). Mag men niet eischen, dat de beteekenis van „achter- en naast elkaar schakelen van condensatoren" den student bekend is?

In Nr. 326 en volgende nummers wordt gesproken van „polytropische toestandsverandering". De S. zou gebruikers van zijn boek, die niet Delftsch student zijn, een dienst bewijzen door hier nu wel tusschen haakjes een nadere verklaring te geven, want algemeen is het gebruik van dit begrip zeker nog niet.

Vraagstukken over akoustische onderwerpen (welke b.v. zeer wel in den trant van Nr. 493 zouden op te stellen zijn), over radioaktiviteit en over de vele met Röntgenstralen in verband staande onderwerpen (ik noem maar enkele

mij voor den geest komende onderwerpen) zijn niet opgenomen. Het zou wel aanbeveling verdienen, in een nieuwen druk ook daaraan aandacht te wijden.

De samensteller van dit werk heeft zonder twijfel ook anderen dan technischen studenten met zijn arbeid een grooten dienst bewezen.

N. H. K.

A. D. Fokker, **Over de akoestiek van zalen, van muziekinstrumenten en van de menschelijke stem.** 63 blz. 37 fig. — De Erven Loosjes, Haarlem, 1929. Prijs f 2.—.

Deze brochure is de samenvatting van eenige voordrachten, door Prof. Fokker in Februari 1929 gegeven in de gehoorzaal van Teyler's Stichting te Haarlem. Behandeld wordt eerst de akoestiek in de open lucht. Vervolgens wordt een zeer duidelijke uiteenzetting gegeven over de kwesties, die zich voordoen bij de nagalm in zalen, waarbij het belangrijke werk op dit gebied van W. C. Sabine uitvoerig wordt bezien. Vervolgens worden eenige elementaire beschouwingen gewijd aan focus en echo en wordt op de gevaren daarvan voor concertzalen gewezen. Daarop wordt de gerichte geluidskaatsing behandeld en een op goede theoretische gronden door den schrijver ontworpen geluidskaatser beschreven. In een volgend hoofdstuk bespreekt de schrijver de klankanalyse en daarbij het bekende werk van D. C. Miller op dit gebied en zijn phonodeik. In het laatste hoofdstuk komt de menschelijke stem ter sprake. De begrippen resonantie en gedwongen trilling worden uitvoerig uiteen-gezet en klinker-analyse en formantentheorie worden daarbij behandeld.

Het geheel geeft in betrekkelijk eenvoudigen vorm, praktisch zonder expliciete wiskunde, een zeer duidelijk overzicht over het voornaamste werk, op dit gebied verricht. Aan menig betoog van den schrijver ligt, ofschoon onuitgesproken, de mathematische analyse ten grondslag en wel speciaal, zooals dat gebruikelijk is, het gebied van de lineaire differentiaal-vergelijkingen, dus van wat gewoonlijk genoemd wordt, de theorie der kleine trillingen. Het komt den bespreker voor, met name wat de menschelijke stem betreft, dat een belangrijk dieper inzicht in verschillende verschijnselen zou worden verkregen, wanneer ook getracht werd, in niet-lineaire verschijnselen te denken, waardoor begrippen als automatische synchronisatie van de stembanden met de mondfrequentie meer naar voren zouden komen. Maar daarover is in de literatuur nog zeer weinig te vinden.

Wij kunnen deze voordrachten, ook den niet speciaal mathematisch geschoolden lezers en architecten ten zeerste aanbevelen. B. v. d. P.

A. E. v. Arkel en J. H. de Boer, **Chemische Binding als Electrostatisch Verschijnsel.** 314 blz. 72 fig. — D. B. Centen, Amsterdam, 1930. Prijs f 6,50, geb. f 7,50.

Het zal menigeen verbeugen, in dit boek een samenvatting te vinden van alles, wat samenhangt met de beschouwing van de chemische binding en zeer veel andere verschijnselen als electrostatische, welke beschouwingswijze is ingevoerd door Kossel en Debije. Kossel was de eerste, die de belangrijkste chemische wetten kon verklaren met de eenvoudige

hypothese, dat de atomen graag òf hun buitenste electronenschil completeeren tot een edelgasschil en dan een overschot van negatieve lading hebben, òf hun buitenelectronen verliezen, totdat de volgende edelgasschil buiten komt en dan een overschot van positieve lading hebben. Debije was de eerste, die aan de moleculen een permanent electrisch dipoolmoment toekende. Deze beide gedachten zijn later nog door Born en Haber aangevuld met de idee van de polariseerbaarheid van atomen en moleculen. Uitgaande van deze drie gezichtspunten en gebruik makende van de waarden voor de diameters der atomen, die op andere wijze zijn verkregen, wordt systematisch nagegaan, bij de vorming van welke verbindingen wel en bij welke niet vrije energie vrijkomt, waaruit volgt, welke reacties wel en welke niet zullen afloopen.

Met dezelfde hulpmiddelen is ook na te gaan, welke verbindingen wel in water zullen dissocieeren tot ionen en welke niet. Ook de invloed van het oplosmiddel is na te gaan. Benaderingen kunnen worden aangegeven voor de verdampingssnelheden van willekeurige stoffen. Hydratatie-energie en oplossingswarmte kunnen worden berekend. Verklaard kan worden, waarom de eene stof als ionenrooster kristalliseert, een tweede als plaatrooster en een derde als molecuulrooster.

Dit is een greep uit den grooten voorraad van problemen, die door de geschetste beschouwingswijze teruggebracht worden tot zeer eenvoudige verschijnselen. De schrijvers, die zelf een werkzaam aandeel hebben gehad in de ontwikkeling van deze theorie, zijn erin geslaagd, van het heele gebied een overzicht te geven, dat door een juist voldoend groot aantal voorbeelden den lezer tot het einde blijft boeien. Z.

M. Born und P. Jordan. **Elementare Quantenmechanik.** (Zweiter Bd. Vorlesungen über Atommechanik) 434 blz. — Springer. Berlin. 1930. Prijs R.M. 28, geb. R.M. 29.80.

Het wordt algemeen erkend, dat van de beide gedaanten der quantenmechanica, de matricenrekening en de golftheorie, de laatste het verreweg wint van de eerste, wat betreft aanschouwelijkheid en hanteerbaarheid. Deze laatste goede eigenschap is een gevolg van het feit, dat we toevallig gewoon zijn hetzelfde mathematische werktuig in verscheidene andere gebieden der physica te gebruiken. Een ernstig bezwaar, dat gemaakt kan worden tegen de golftheorie, is dit, dat we werken met een golffunctie ψ, die we nog steeds niet goed kunnen interpreteeren en waarvan de invoering steeds nog kans heeft te blijken overbodig te zijn geweest. Het is daarom niet onnoodig, dat er eens goed op gewezen wordt, dat de resultaten van de golfmechanica ook door de matricenrekening geleverd kunnen worden zonder invoering en de kennis der eigenfunctie van Schrödinger.

Met deze tendentie hebben Born en Jordan hun boek geschreven. Het is uitsluitend het correspondentie-principe, dat ten grondslag wordt gelegd aan de quantentheoretische veralgemeenering der klassieke mechanica. Het eerste hoofdstuk geeft een korte uiteenzetting van het correspondentieprincipe. In het tweede hoofdstuk is op 60 bladzijden alle wiskunde bijeengebracht, waarvan de kennis noodig is voor het werken met de matricen, die

op logische wijze te voorschijn komen uit het correspondentieprincipe. De schrijvers noemen hun boek „elementair", omdat de matricenrekening bijna uitsluitend „slechts" algebraïsch is. De lezing van het tweede hoofdstuk verwekt echter sterk de indruk, dat het begrip „elementair" zeer relatief is. Het is me echter gebleken, dat de latere hoofdstukken ook wel zijn te lezen, zonder dat men het wiskunde-hoofdstuk volkomen in zich heeft opgenomen.

Daarna wordt een exposé gegeven van alle problemen, die de matricenrekening heeft opgelost. De schrijvers, zijn zelf verrast geworden door het groote aantal daarvan en we moeten ze dankbaar ervoor zijn, dat ze de tijd hebben kunnen vinden deze samenstelling te maken.

Het is er verre van, dat ik me in staat voel, kritiek uit te oefenen op de zakelijke inhoud van het boek, geschreven door twee van de drie grondleggers der matricenmechanica. Bij het lezen stoort echter voortdurend de abstractheid der begrippen, ofschoon we weten, dat deze abstractheid juist de kracht der theorie is.

Het is me bij het lezen een groote steun geweest, dat ik de methode kende, waarop Schrödinger via zijn golftheorie tot de matricen is gekomen, waardoor aan de aanschouwelijkheid tegemoet is gekomen. Hierover wordt in het boek van Born en Jordan niet gerept en het is het recht van deze schrijvers hun eigen theorie op te bouwen, geheel onafhankelijk van het golfbegrip. Het zou echter mogelijk geweest zijn (laat het dan eenigszins ten koste van de eenheid zijn geweest) de werkwijze van Schrödinger uiteen te zetten, met achteraf de opmerking, dat de kennis van de eigenfuncties niet noodig is om matricenrekening te kunnen bedrijven. Het doel zou dan ook onverzwakt bereikt zijn, voor den lezer-physicus echter op veel gemakkelijker wijze.

Het boek is ongetwijfeld een standaardwerk, grondig opgezet, alles en zelfs meer dan alles, omvattend wat op dit gebied gepubliceerd was, onontbeerlijk voor den theoretischen physicus.

Z.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

M. de Haas, Natuurkundige vragen en vraagstukken, vijfde druk, 156 blz. — Waltman. Delft. 1930.

Arthur Edward Ruark and Harold Clayton Urey, Atoms, molecules and quanta, first edition, 790 blz., vele fig. — McGraw-Hill Publish. Co. London. 1930.

B. L. Worsnop, X-Rays, 101 blz., 36 fig. — Metthuen. London. 1930. Prijs 2/6 net.

A. D. Fokker, Over de akoestiek van zalen, van muziekinstrumenten en van de menschelijke stem, 63 blz., 37 fig. — De Erven Loosjes. Haarlem. 1929. Prijs f 2.—.

Adam Hilger, A general catalogue of the manufactures, containing sections D, E, F, H, K, L, M and N. Hilger. London. 1930.

E. Rabinowitsch und E. Thilo, Periodisches System, 302 blz., 51 fig. — Ferd. Enke. Stuttgart. 1930.

Cl. Schaefer und F. Matossi, Das ultrarote Spectrum, Struktur der Materie X, 400 blz., 161 fig. — Springer. Berlin. 1930. Prijs R.M. 28, geb. R.M. 29.80.

Max Planck, Einführung in die Theorie der Wärme, 251 blz., 7 fig. — Hirzel. Leipzig. 1930. Prijs R.M. 8, geb. R.M. 10.

J. Thibaud, Les Rayons X, 216 blz., 74 fig. — Armand Colin. Paris. 1903. Prijs frs. 10.50, geb. frs. 12.

P. J. Richard, La Gamme, Introduction à l'Etude de la Musique, 231 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 28.

R. T. Beatty, Radio Data Charts, The Wireless World. Iliffe and Sons. London. 1930. Prijs 4/6 net.

Konrad Gruhn, Anfangsgründe der Wechselstromtechnik, 82 blz., 137 fig. — Steinkopff. Dresden. Leipzig. 1930. Prijs R.M. 5.80.

E. U. Condon and Ph. M. Morse, Quantum Mechanics, 244 blz., 27 fig. — McGraw-Hill Publish. Co. London. 1930. Prijs 15/ net.

L. Pauling and S. Goudsmit, The structure of line spectra, 258 blz., 68 fig. — McGraw-Hill Publish. Co. London. 1930. Prijs 17/6 net.

Radio Research, Special report no. 9, A critical review of literature of amplifiers for radio reception, 239 blz. — Published under the authority of His Majesty's Stationery Office London. 1930. Obtainable from His Majesty's Stationery Office and their agents 1 rijs 5/ net. —

A. E. van Arkel en J. H. de Boer, Chemische binding als electrostatisch verschijnsel, 314 blz., 72 fig. — Centen's Uitgevers Mij. Amsterdam. 1930. Prijs f 6.50, geb. f 7.50.

E. M. Antoniadi, La planète Mars, 1659—1929, 239 blz., vele fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 80.

E. E. Mogendorff, Natuurkunde voor het voorbereidend hooger onderwijs, tweede deel, tweede herziene druk, 195 blz., 130 fig. — Noordhoff. Groningen. 1930. Prijs f 3.90, geb. f 4.50.

Léon Brillouin, La théorie des quanta, deuxième édition. Les statistiques quantiques. I et 2, 192 blz., 21 fig. en 464 blz., 47 fig. — Les Presses Universitaires de France. Paris. 1930. Prijs frs. 125 en frs. 125.

A. A. Knowlton and Marcus O'Day, Laboratory manual in Physics. 127 blz., 62 fig. — McGraw-Hill Publishing Co. London. 1930. Prijs £ 3 net.

Georges Déjardin, Les quanta, 224 blz. — Armand Colin Paris. 1930. Prijs frs. 10.50.

C. Gutton, Les ondes électriques de très courtes longueurs et leurs applications, 20 blz., 12 fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 4.

Pierre David, l'Electro-acoustique, 30 blz., 20 fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 5.

W. Heisenberg, Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie, 117 blz., 22 fig. — Hirzel Leipzig. 1930. Prijs R.M. 7, geb. R.M. 8.50.

Annales de l'Institut Henri Poincaré, recueil de conférences et mémoires de calcul des probabilités et physique théorique, volume 1, fascicule 1, 74 blz. — Les Presses Universitaires de France. Paris. 1930. Prijs per nummer frs. 35, per jaargang frs. 120.

MEDEDEELING

Directeuren van het **Bataafsch Genootschap** der Proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam maken bekend, dat een bedrag beschikbaar is, waarmede onderzoekers op het gebied der proefondervindelijke wijsbegeerte bij hun wetenschappelijk onderzoek kunnen worden gesteund. Zij, die vóór een toelage in aanmerking willen komen, worden verzocht vóór 1 September a.s. zich schriftelijk te richten tot den Directeur, Ien secretaris, Dr H. K. de Haas, Witte de Withstraat 37, Rotterdam, met opgave van het doel, waarvoor de toelage moet dienen, van de reden der aanvraag, en van het gewenscht bedrag.

Het strekt in het belang van den aanvrager om daaraan c.q. toe te voegen afdrukken van vroegere publicaties van den aanvrager, voorzoover deze met het onderwerp der aanvrage verband houden.

De namen van hen, die een toelage ontvangen, worden bekend gemaakt. Aanvragers blijven geheel vrij in de wijze waarop of het tijdschriftwaarin zij hun onderzoek publiceeren, hetwelk met steun van het Bataafsch Genootschap is verricht, slechts zij melding gemaakt van het feit, dat door het Genootschap eenige steun is verleend. Directeuren zullen er prijs op stellen, enkele exemplaren van de desbetreffende publicatie te ontvangen.

STRIKVRAGEN

Het antwoord op vraag XLVIII: *In een der brandpunten van een van-binnen spiegelende langgerekte omwentelings-ellipsoïde is een klein voorwerp geplaatst. Wordt dit in het andere brandpunt vergroot of verkleind afgebeeld?* luidt als volgt:

Beschouwt men de uiteinden der ellipsoïde als holle spiegels, dan blijkt dat de stralen, die van het voorwerpje uitgaan en den nabijzijnden spiegel treffen, een vergrootе afbeelding geven, en de stralen, die den tegenoverliggenden spiegel treffen, een verkleinde. Alles te samen genomen is er van geen afbeelding in den gewonen zin sprake en dat komt hiervandaan, dat niet alle stralen, die van een punt nabij het brandpunt vertrekken, weer in één punt vereenigd worden.

 Afgedrukt 20 Augustus 1930.

RADIOACTIVITEIT EN ATOOMTHEORIE [1])

door G. J. SIZOO

In het jaar 1896 werd door Henri Becquerel ontdekt, dat stoffen, waarin zich het element Uraan bevond, geheel spontaan en onafgebroken een straling uitzonden, die analoge eigenschappen vertoonde als de kort te voren door Röntgen ontdekte stralen, d. w. z., die in staat was de photographische plaat te verzwarten, de lucht geleidend te maken en materie van aanzienlijke dikte te doordringen. De intensiteit der straling bleek uitsluitend afhankelijk van het Uraangehalte der preparaten, overigens echter noch door physische, noch door chemische middelen te beïnvloeden te zijn. Zij moest daarom worden gekarakteriseerd als een aan het Uraanelement immanente, konstante en spontane atoomeigenschap. Deze verrassende vondst, die aanvankelijk met de geldigheid van de wet van het behoud van arbeidsvermogen in flagranten strijd scheen te zijn, leidde tot de ontsluiting van een geheel nieuw physisch arbeidsveld, het gebied der radioactiviteit. In de reeks der onderzoekingen, die in het laatste vijftal jaren der vorige eeuw den vasten grondslag hebben gelegd voor de ontwikkeling van de atomistische theorieën van materie en electriciteit, nemen die welke op dit nieuwe terrein werden verricht, een belangrijke plaats in. Zelfs kan worden gezegd, dat de fundamenteele verdieping van het inzicht in de structuur der materie, de overgang van de atomistiek tot de sub-atomistiek, welke op haar beurt tot de jongste ontwikkeling der atoomphysica heeft geleid, aan de onderzoekingen op het gebied der radioactiviteit is te danken.

De beteekenis der radioactieve onderzoekingen voor de ontwikkeling der atoomtheorie, koos ik als onderwerp voor dit uur.

---

1) Intreerede aan de Vrije Universiteit te Amsterdam, 3 October 1930.

Op de ontdekking van het stralend vermogen van Uraan volgde reeds spoedig de beroemde ontdekking van twee nieuwe zeer sterk radioactieve elementen, Polonium en Radium, door het echtpaar Curie, als bekroning van een zeer moeizaam onderzoek verkregen.

Terwijl het zoeken naar nieuwe radioactieve elementen van verschillende zijden werd voortgezet, en successievelijk tot nieuwe resultaten leidde, richtte zich het onderzoek vanzelfsprekend ook op den aard der stralen zelf. Een ordening der zeer uiteenloopende experimenteele resultaten bleek pas mogelijk, toen Rutherford had vastgesteld, dat de radioactieve straling niet als homogeen mocht worden beschouwd, maar dat zij uit drie qualitatief verschillende stralensoorten bestond. Deze drie soorten werden door hem als α-, β- en γ-stralen onderscheiden.

Alleen de laatste kwamen in eigenschappen met de röntgenstralen geheel overeen, en moesten daarom, nadat door Haga en Wind (1899) de buiging der röntgenstralen was aangetoond, worden opgevat als een in de ruimte continu verdeelde voortplanting van electromagnetische trillingen, van lichttrillingen wel quantitatief, echter niet qualitatief te onderscheiden. De α- en β-stralen daarentegen vertoonden de eigenschap in een magnetisch en in een electrisch veld uit hun rechte banen te worden afgeleid. Deze eigenschap veroorloofde te besluiten, dat men in de α- en β-stralen te doen had met een stroom van snel voortvliegende, concrete, electrisch geladen deeltjes.

Een onafhankelijk en zeer suggestief argument voor het discontinue karakter der α- en β-straling werd geleverd door een merkwaardig verschijnsel, dat in 1903, ongeveer gelijktijdig, zoowel door Elster en Geitel als door Crookes werd ontdekt. Laat men α-stralen vallen op een scherm, dat op geschikte wijze met een laagje zinksulfide is bedekt, dan neemt men een zwak licht geven van het scherm waar. Beziet men nu echter dit lichtverschijnsel onder het microscoop, dan blijkt het te zijn samengesteld uit een verzameling van afzonderlijke lichtpunten, of scintillaties. Het verschijnsel wekt bij den waarnemer volkomen den indruk, dat het scherm getroffen wordt door een zwerm van onzichtbare projectielen, waarbij elke treffer door een lichtflits vergezeld wordt. Door Regener werd in 1908 hetzelfde verschijnsel ook met β-stralen verkregen.

Was door deze onderzoekingen reeds alle twijfel aan het corpusculaire karakter der α- en β-stralen opgeheven, de allerfraaiste demonstratie daarvan leverden tenslotte de proeven van C. T. R. Wilson in 1911. Deze proeven bewezen de mogelijkheid de baansporen der afzonderlijke deeltjes zichtbaar te maken en zelfs te photografeeren.

Een duidelijker demonstratie van het individueel bestaan der deeltjes, en daarmede van de atomistische structuur van materie en electriciteit, kon zelfs een zeer voorzichtig physicus moeilijk eischen.

Het zou te ver voeren, wanneer ik alle overwegingen wilde aangeven, die zekerheid hadden verschaft omtrent den aard der α- en β-deeltjes. Ik moet wel volstaan met te zeggen, dat men in het geval der β-deeltjes te doen heeft met electronen, d. w. z. met elementaire eenheden der negatieve electriciteit, en in het geval der α-deeltjes met heliumatomen, die tevens drager zijn van twee elementaire eenheden positieve electriciteit.

De identiteit der α-deeltjes met heliumatomen werd nog in het bijzonder bevestigd, door de ontdekking dat zich uit α-stralende stoffen voortdurend heliumgas ontwikkelde. De hoeveelheid daarvan, die in een bepaalden tijd werd gevormd bleek in goede overeenstemming te zijn met de hoeveelheid, die berekend werd uit het aantal der uitgezonden α-deeltjes, dat volgens de beschreven scintillatiemethode kon worden geteld.

Behalve deze merkwaardige heliumproductie, vertoonden eenige radioactieve stoffen echter nog een interessante eigenschap, n.l. het uitzenden van een gas, dat in eigenschappen groote overeenkomst vertoonde met de edelgassen, echter bovendien een met den tijd afnemend stralend vermogen bezat. Stoffen met dit gas, dat emanatie genoemd werd, in aanraking gebracht, bleken eveneens een activiteit te verkrijgen, die na verloop van tijd weer verminderde. De geniale analyse en interpretatie van al deze verschijnselen, leidde Rutherford reeds in 1902 tot zijn verbrokkelingstheorie. De aanvaarding dezer theorie noodzaakte den physici de oude voorstelling omtrent onveranderlijkheid en enkelvoudigheid der atomen radicaal te laten varen. In de geschiedenis der atoomtheorie is zij daarom te beschouwen als een mijlpaal, die den overgang van de atomistiek, tot de sub-atomistiek markeert.

Volgens deze verbrokkelingshypothese heeft men zich voor te stellen, dat de atomen der radioactieve elementen gecompliceerde systemen zijn, die om een of andere reden in een niet-stabielen toestand verkeeren en waarin daarom veranderingen plaats grijpen, die met afgifte van energie gepaard gaan. Bij deze omzettingen kunnen samenstellende deelen van het atoom worden weggeslingerd, waardoor een atoom van een nieuw element, de dochtersubstantie, overblijft. In de atomen der dochtersubstantie kan dit proces zich herhalen, zoodat weer een nieuw element wordt gevormd. Op deze wijze ontstaat, door voortdurende afbraak der atomen, uit een oerelement een geheele reeks van nieuwe elementen, waarvan elk volgend lid met het voorafgaande in genetischen samenhang staat. Het laatste element van zoo'n reeks wordt gevormd door een element, waarvan de atomen een zoodanige stabiliteit bezitten, dat door ons geen veranderingen meer kunnen worden waargenomen.

Deze hypothese hield tegelijk een verklaring in, voor de afgifte der groote hoeveelheid energie, die met de radioactieve omzettingen gepaard ging. Deze kon nu worden beschouwd, als het vrijkomen van de bindingsenergie, die aan den opbouw van het moederatoom uit het dochteratoom en het α- of β-deeltje beantwoordt.

Dat door deze theorie, die natuurlijk allereerst op de radioactieve elementen betrekking had, ook de gedachte van den samengestelden bouw van alle atomen en van den opbouw der zwaardere atomen uit lichtere bouwsteenen, die door Prout reeds in 1810 was geopperd, echter wegens gebrek aan experimenteele bewijsgronden weer was prijsgegeven, opnieuw in het volle licht werd geplaatst is zonder meer duidelijk.

De radioactieve straling gaf voorloopig slechts aanleiding te vermoeden, dat electronen en heliumatomen als elementaire bouwsteenen der materie moesten worden beschouwd. Het lag echter voor de hand aan te nemen dat de heliumatomen op hun beurt weer uit de vier maal lichtere waterstofatomen waren opgebouwd.

Dat werkelijk het waterstofatoom, of liever de kern daarvan, behoort tot de samenstellende deelen der atomen, kon later eveneens door Rutherford, ook experimenteel bewezen worden. Het gelukte hem n.l. in 1919 α-deeltjes te gebruiken als projectielen, waarmede de atomen van verschillende elementen kunnen worden stukgeschoten. Onder de brokstukken der atomen konden nu inderdaad waterstofatomen worden aangetoond.

Aan de onderstelling, dat men in de waterstofkernen, die men ook protonen noemt, en in de electronen te doen heeft met de kleinste bouwsteenen der natuur, wordt thans, ook op grond van deze proeven over de desintegratie der atomen, die door andere onderzoekers zijn bevestigd, algemeen vastgehouden.

De verbrokkelingshypothese droeg niet alleen een revolutionnair karakter ten opzichte van de ontwikkeling van het atoombegrip, ook opgevat als de verklaring van een stralingsverschijnsel bevatte zij een interessant nieuw element. Voor het eerst wordt hier n.l. het stralend vermogen niet opgevat als een tot den stationnairen toestand van het atoom behoorende eigenschap, maar de oorzaak ervan wordt gezocht in een overgangsproces, waarbij het atoom discontinu uit een toestand *A* in een toestand *B* overgaat. Men kan dan ook zeggen, dat de principieele wending in de theorie der lichtstraling die een tiental jaren later door de theorie van Bohr werd gebracht, reeds in de verbrokkelingstheorie van Rutherford een analogon bezat.

Terwijl aldus de idee van de eenheid der materie, die reeds zoolang in de physica had rondgedoold, in de radioactieve verschijnselen vasten grond onder de voeten begon te krijgen, ontwikkelde zich tegelijk de geheel nieuwe gedachte van de eenheid van materie en electriciteit. De directe aanleiding daartoe waren de metingen van Kaufmann over de veranderlijkheid van de massa der β-deeltjes met de snelheid, die er toe leidden, aan de electronen geen andere massa toe te kennen dan die, welke uit de wisselwerking tusschen de lading en het omringende veld voortvloeit. Het waren vooral deze proeven, die later door metingen met snelle kathodestralen werden bevestigd, welke tot de vervanging van het mechanische natuurbeeld door het electro-dynamische, den beslissenden stoot hebben gegeven.

Nadat de subatomistiek eenmaal haar intrede in de physica had gedaan, volgden noodzakelijkerwijze van verschillende zijden de pogingen om zich van de structuur der atomen, in het bijzonder van de verdeeling der positieve en negatieve electriciteit in het atoom, een concrete aanschouwelijke voorstelling te maken.

Weer waren het de radioactieve onderzoekingen, die de duidelijkste aanwijzingen gaven voor den weg, die tot de oplossing van

dit probleem leidde, en weer was het het genie van Rutherford, dat van deze aanwijzingen het juiste gebruik wist te maken. De bedoelde onderzoekingen hadden betrekking op den doorgang van α-deeltjes, door materie en op de afwijkingen die deze deeltjes, daarbij uit hun oorspronkelijke richting ondergaan.

Uit de veelvuldigheid van het voorkomen van groote afwijkingshoeken kon worden afgeleid, dat deze het gevolg moesten zijn van een krachtige botsing tusschen een α-deeltje en één enkel atoom van het metaal. De juistheid dezer conclusies werd door opnamen met de reeds eerder genoemde nevelkamera van Wilson, die het mogelijk maakte de botsing van een α-deeltje en een atoom direct te photografeeren, zeer fraai bevestigd. Uitgaande van de veronderstelling, dat de „botsing" was op te vatten als de doorgang van het α-deeltje, door het electrische veld van de positieve lading van het atoom, berekende Rutherford nu uit de gevonden afwijkingshoeken, de sterkte van deze atomaire electrische velden. Het bleek, dat deze alleen konden worden verklaard, door aan te nemen dat de positieve lading van het atoom geconcentreerd was in een kern, van in verhouding tot de afmeting van het atoom zeer geringe grootte, waarin ook vrijwel de geheele massa van het atoom opgehoopt was. Op relatief groote afstanden van deze kern zouden de electronen rondloopen in banen, die de kern tot middelpunt hadden. Op grond der proeven moest aan de kern een lading worden toegeschreven, die ongeveer gelijk was aan het halve atoomgewicht vermenigvuldigd met de elementaire electriciteitseenheid. Daar het atoom in zijn geheel geen lading bezitten kan, moest het aantal der omhullende negatieve electronen, welke elk een elementaire electriciteitseenheid dragen, eveneens ongeveer gelijk zijn aan het halve atoomgewicht.

De uiterst belangrijke vraag naar het nauwkeurig bedrag der kernlading is, onderstellenderwijze, het eerst juist beantwoord door Van den Broek. Deze hield zich bezig met het probleem, op welke wijze de inmiddels ontdekte radioactieve elementen, in het periodiek systeem waren onder te brengen. Hij werd daarbij geleid tot een rationeele uitbreiding van het systeem, waarbij het rangnummer van elk element steeds ten naastebij gelijk bleek te zijn aan de helft van zijn atoomgewicht. Dit bracht hem in verband met de proeven van Rutherford tot de onderstelling, dat het kernladingsgetal identiek zou zijn met

het rangnummer van het element in het periodiek systeem.

Deze onderstelling sloot de mogelijkheid in zich, dat niet volgens de gangbare opvatting der chemici het atoomgewicht, maar het atoomnummer, dus het kernladingsgetal, voor elk element de meest karakteristieke constante zou zijn. Deze mogelijkheid werd tot zekerheid, toen door Moseley werd gevonden, dat de frequenties der röntgenspektra een monotone afhankelijkheid van het atoomnummer vertoonen. De hypothese van Van den Broek, door de ontdekking van Moseley bevestigd, verkreeg haar buitengewone beteekenis voor de atoomtheorie vooral toen Bohr haar ten grondslag legde aan zijn theorie omtrent den opbouw der elementen, die veroorloofde de regelmaat van het periodiek systeem op de wetten van den atoombouw terug te leiden. Tegelijk heeft zij ruimte gemaakt voor de invoering van het isotopenbegrip, waardoor de invoeging der radioactieve elementen in het periodiek systeem haar beslag kreeg en waardoor tevens aan het oude argument tegen de hypothese van Prout de kracht werd ontnomen. Het waren weer de radioactieve onderzoekingen, dit keer die omtrent de chemische eigenschappen der radioactieve elementen, die op de mogelijkheid van het bestaan van isotopen, dat zijn elementen met verschillend atoomgewicht, maar gelijke chemische eigenschappen, het eerst de aandacht hebben gevestigd.

Men zou het tijdvak van ongeveer vijftien jaar, dat met de ontdekking door Becquerel begint en met de opstelling van het atoommodel door Rutherford, de invoering van het atoomnummer en het isotopenbegrip eindigt kunnen betitelen als de eerste phase in de ontwikkelingsgeschiedenis der radioactiviteit. In deze phase is de vorming van het fundamenteele inzicht in den aard van het, aanvankelijk geheel als vreemdsoortig beschouwde, verschijnsel van beslissenden invloed op de ontwikkeling der atoomtheorie. In de daaropvolgende periode wordt deze ontwikkeling niet langer beheerscht door het radioactieve onderzoek, maar in hoofdzaak door het optisch en röntgenographisch spectraalonderzoek. Dat dit zoo zijn moest, laat zich uit den aard der verschijnselen verklaren.

De radioactiviteit toch is een verschijnsel, dat op geen enkele wijze door physische of chemische middelen kan worden beïnvloed.

De oorzaak ervan moet daarom gezocht worden in de atoomkern, die door de omgevende elektronen, de electronenwolk, voor uitwendige invloeden krachtig is beschermd. De chemische en optische eigenschappen daarentegen die in veel sterkere mate kunnen worden beïnvloed, hebben hun zetel in de electronenwolk, waarvan de bijzonderheden dan ook veel gemakkelijker door het experiment aan het licht kunnen worden gebracht. De ontwikkeling der atoomtheorie, na de opstelling van het atoommodel van Rutherford en Bohr is dan ook geheel gericht op het zoeken naar de structuur en de wetten der omhullende electronen teneinde daaruit de eigenschappen der elementen af te leiden.

Voor al deze beschouwingen was het echter voldoende de kern als een puntlading of als een geladen bolletje te beschouwen, zonder te letten op haar inwendige structuur. En het is juist deze kernstructuur, die we gaarne zouden willen kennen, om ons een beeld te kunnen vormen van het ontstaan van de radioactieve verbrokkeling. Dat het hier niet om een eenvoudige zaak gaat, wordt ons duidelijk wanneer wij bedenken, dat de kern, hoe klein ook van afmeting, toch uit een zeer groot aantal deeltjes, protonen en electronen, moet zijn samengesteld. Dit leert een zeer eenvoudige overweging. Daar de Uraankern 238 maal zoo zwaar is als de waterstofkern, moet zij ook 238 protonen bevatten. De totale lading van de kern bedraagt echter slechts 92 elementaire eenheden positieve electriciteit. Dan moeten er dus bovendien nog 146 negatieve electronen aanwezig zijn. Het totale aantal der deeltjes, waaruit de Uraankern is samengesteld, bedraagt dus niet minder dan 384. Het behoeft dan ook geen verwondering te wekken, dat een dergelijk gecompliceerd systeem zich aan een theoretische behandeling volgens de methoden der klassieke mechanica onttrekt. De aard der radioactieve stralen, en de proeven over de desintegratie der atomen door beschieten met α-deeltjes, geven weliswaar tot interessante beschouwingen over den bouw van de kern aanleiding, maar het moet worden erkend, dat al deze beschouwingen het karakter van kwalitatieve speculaties nog niet hebben verloren.

Wat betreft de interpretatie en de ordening der stralingsverschijnselen zelf, was de periode waarvan hier sprake is, daarentegen buitengemeen vruchtbaar. Dit is te danken aan het feit, dat hierbij de door optische en röntgen-spectroscopische onderzoekingen ver-

kregen kennis van de structuur der electronenwolk met succes kon worden aangewend.

Ter illustratie daarvan, moge over de analyse en de interpretatie der β-stralen iets worden medegedeeld.

Het was reeds lang, op grond van de metingen der afwijking in een magnetisch veld bekend, dat de β-stralen van één radioactieve stof niet allen dezelfde snelheid bezaten, maar dat zij in discrete groepen van verschillende snelheden konden worden gesplitst. Men spreekt dan ook van β-straal spectra, waarin elke „spectraallijn" zulk een snelheidsgroep voorstelt. Dit wees er reeds op, dat niet alle β-deeltjes op dezelfde plaats van het atoom werden vrijgemaakt. Het is duidelijk, dat het atoommodel voor de herkomst der stralen twee principieel verschillende mogelijkheden aanwijst, n.l. de kern zelf en de electronenwolk. Hetzelfde geldt voor de γ-stralen, die in vele gevallen tegelijk met de α-stralen, evenzeer als met de β-stralen, worden uitgezonden. De analyse der β- en γ-stralen had dus allereerst de vraag naar de herkomst der verschillende groepen te beantwoorden. Deze vraag hield echter met de voorstellingen omtrent het verloop van het omzettingsproces nauw verband. Twee opvattingen hebben in dit opzicht langen tijd tegenover elkaar gestaan. Volgens de eerste, in hoofdzaak door Ellis vertegenwoordigd, moest men zich voorstellen, dat voor de kern van een radioactief atoom, evenals voor de electronenwolk, verschillende door quantumregels bepaalde energieniveaus bestaan, waartusschen plotselinge overgangen kunnen plaats hebben. Bij een dergelijke overgang zou de vrijkomende energie in den vorm van een electromagnetische evenwichtsverstoring van bepaalde frequentie, dus als monochromatische γ-stralen worden uitgezonden. Is door één of meer van zulke overgangen de kern in een instabielen toestand gekomen, dan volgt de afbrokkeling van de kern, de omzetting, die het atoom van de moedersubstantie in een atoom van de dochtersubstantie overvoert. De uitzending der γ-stralen gaat hier dus aan de omzetting vooraf en is de eigenlijke primaire gebeurtenis. Deze γ-stralen doorkruisen nu, bij het verlaten van het atoom de electronenwolk en kunnen daarbij electronen losmaken. Van elke γ-straal die één electron treft wordt daarbij de volle energie geabsorbeerd. Een deel ervan wordt gebruikt om het electron vrij te maken, het overschot wordt aan het electron als kinetische energie meegedeeld. Ellis was nu van meening dat

alle electronen, die tezamen het diskontinue β-spektrum vormden op deze wijze uit de elektronenwolk waren vrijgemaakt.

Een andere opvatting werd echter door Lise Meitner verdedigd. Deze beschouwde als de primaire, de verbrokkeling inleidende gebeurtenis, niet de uitzending van een γ-straal, maar van een β-deeltje uit de kern. Eerst nadat dit β-deeltje de kern verlaten had, zou daarop een hergroepeering van de kernbestanddeelen volgen, waardoor de kern weer in een bestaansmogelijke configuratie zou geraken. Bij deze hergroepeering zou dan pas de uitzending der γ-stralen plaats hebben. Deze γ-stralen kunnen dan weer evenals bij Ellis, electronen uit de wolk vrij maken, zoodat het β-spectrum zoowel door kernelectronen als door wolkelectronen wordt gevormd.

De beslissing tusschen deze beide opvattingen is mogelijk geweest op grond van de volgende overweging. Komt de omzetting van de kern eerst na de uitzending van den γ-straal, dan moet deze laatste de electronenwolk nog vinden in de configuratie die behoort bij het onveranderde atoom. Gaat echter deze omzetting aan de uitzending van den γ-straal vooraf, dan treft deze het omhulsel reeds aan in den toestand, die bij het nieuwe atoom behoort.

Gesteld nu dat deze γ-straal een elektron vrij maakt uit één der schillen van de wolk, dan zal dit meer energie kosten, wanneer het omhulsel reeds de nieuwe configuratie heeft aangenomen, dan wanneer het nog in de oude verkeert. In het nieuwe atoom wordt het electron door de kern n.l. met een iets grootere kracht aangetrokken dan in het oude, omdat de positieve lading iets grooter is. Door nu de energieën der β-spectra zeer nauwkeurig te meten en gebruik te maken van de gegevens der röntgenspectroscopie over de energiewaarden van de schillen der electronenwolk, is het inderdaad gelukt met volkomen zekerheid te beslissen ten gunste van de tweede opvatting, die in het uitzenden van het β-deeltje de primaire gebeurtenis ziet.

Dit voorbeeld moge in staat zijn U te doen zien, hoe het mogelijk is om, terwijl de eigenlijke oorzaak van het verbrokkelingsproces nog in het duister ligt, niettemin, door gebruik te maken van resultaten die de atoomphysica op andere wijze heeft verkregen, minutieuse bijzonderheden van dat proces te weten te komen.

Dat dergelijke onderzoekingen, ons inzicht in de verschijnselen der radioactieve straling verdiepen, is duidelijk. De fundamenteele oorzaak er van komt er echter nog niet door aan het licht.

Eerst de allerjongste ontwikkelingsphase der atoomtheorie heeft voor de theoretische behandeling van het kernprobleem onverwachte perspectieven geopend, en de verwachting is gerechtvaardigd, dat ook het experimenteel onderzoek daarvan de vruchten zal kunnen plukken. Om dit te kunnen toelichten, moet ik in de eerste plaats vermelden, dat reeds spoedig na de formuleering van de verbrokkelingstheorie de beschouwingen der waarschijnlijkheidsrekening op het proces waren toegepast. De zeer eenvoudige wet, die voor alle radioactieve stoffen het verloop van de afbrokkeling formuleerde, had een zoodanig karakter, dat ze onmiddellijk kon worden afgeleid uit de onderstelling, dat zulk een radioactief proces een volkomen „toevallige" gebeurtenis is, d.w.z. een gebeurtenis, die cousaal niet nader kan worden geanalyseerd.

Het lijdt wel geen twijfel, dat men aanvankelijk daarbij niet anders heeft gedacht, dan dat deze schijnbare toevalligheid in werkelijkheid slechts een gevolg is van het buitengewoon groot aantal factoren, die bij de totstandkoming van het proces een rol spelen. Evenzeer als men in de kinetische gastheorie zich rustig bezig hield met statistische beschouwingen, die op toeval en waarschijnlijkheid waren gebaseerd, zonder zich ongerust te maken over de vraag of er wel inderdaad gegronde reden bestond voor de onderstelling, dat achter deze schijnbare toevalligheid der natuur een strenge wetmatigheid verborgen lag.

Toch kon de gewenning aan het gebruik van het toevalsbegrip niet zonder invloed blijven op het vertrouwen in het dogma van het physische determinisme, vooral niet naarmate het gebied waarop de waarschijnlijkheidsrekening toepassing vond zich steeds uitbreidde. Van groote beteekenis in dit opzicht was, dat Einstein in 1917 de theorie van de wisselwerking tusschen straling en materie op waarschijnlijkheidstheoretischen grondslag ontwikkelde door het elementair proces der lichtemissie, in analogie met het radioactieve verbrokkelingsproces, als een volkomen toevallige gebeurtenis te beschouwen.

De veelbelovende theoretische behandeling van het probleem der radioactiviteit heeft nu juist bij dit toevallig karakter aangeknoopt, deze toevalligheid nu echter niet als een schijnbare, maar als een

principieele opvattende. Want het reeds aangeduide doordringen van het toevalsbegrip in het physisch denken, heeft er tenslotte toe geleid het dogma van het determinisme geheel te laten varen, althans het tot een op physisch terrein onbruikbare stelling te verklaren.

Deze merkwaardige verandering der ideeën houdt zeer nauw verband met de wijziging in de opvatting omtrent het wezen van materie en licht, die zich gelijktijdig heeft voltrokken. Ik heb U in den aanvang moeten wijzen op het principieele verschil tusschen de α- en β-stralen eenerzijds en de γ-stralen anderzijds. Terwijl de eerste op verschillende wijzen hun discontinue, corpusculaire karakter demonstreerden, moesten de laatste, op grond van interferentie- en buigingsproeven als een, zich in de ruimte continu uitbreidend, golfverschijnsel worden opgevat. Het continu golfkarakter van het licht en het discontinu corpusculair karakter der materie komt dus in de radioactieve straling gelijktijdig tot uiting.

Het is U echter wellicht niet ontgaan, dat ik bij de bespreking van de absorbtie der γ-stralen in de electronenwolk, ook voor deze stralen van de corpusculaire voorstelling heb gebruik gemaakt door van een γ-straal te spreken, als van een individueel iets, dat met een concrete hoeveelheid energie is behept en in staat is deze energie bij de botsing met een electron geheel af te geven. Nu is het inderdaad zoo, dat vele experimenteele en theoretische overwegingen, die ik hier niet kan weergeven, de physici er toe gedwongen hebben de golftheorie van het licht te completeeren door de corpusculaire opvatting en omgekeerd, de atomistische theorie der materie met de golfvoorstelling aan te vullen.

In gevallen, waarin het gaat om de verdeeling van licht of materie in ruimte en tijd, moet men gebruik maken van de golfvoorstelling. Daarentegen geldt in die gevallen, waar het gaat om het energetisch gedrag der stralen, om de wisselwerking tusschen straling en materie, de corpusculaire opvatting in verbinding met de wetten van behoud van energie en impuls.

Het behoeft wel geen betoog, dat de physici zich met de invoering van een dergelijk ingrijpend dualisme, dat overigens voor de mathematische formuleering der atoomphysica van buitengemeene beteekenis bleek, niet zonder meer konden tevreden stel-

len, en dat men gepoogd heeft de beide tegengestelde voorstellingen, tot een eenheid te versmelten. Men heeft een oogenblik gemeend, dat dit mogelijk was, door zich de deeltjes te denken als z.g. golfpaketjes, dus als een binnen een klein gebiedje besloten trillingstoestand. De uitwerking dezer voorstelling leidde echter tot onoverkomenlijke moeilijkheden, zoodat men ze weer geheel moest laten varen. De weg, waarin thans door vele physici, in navolging vooral van Born, de oplossing gezocht wordt, is dan ook een geheel andere.

Men kent daarbij n.l. aan de beide voorstellingen, golven en deeltjes, een principieel verschillende beteekenis toe.

Als het eigenlijke wezen van het physische gebeuren beschouwt men de beweging en de wisselwerking der deeltjes, dus in laatste instantie, der electronen, protonen en lichtquanten, die men ook photonen noemt. De correspondeerende golven daarentegen bezitten geen physische realiteit, maar zijn symbolen, zonder welker invoering de mathematische behandeling onmogelijk blijkt. Deze golven breiden zich dan ook niet uit in de gewone ruimte, maar in een fictieve ruimte, waarvan het aantal afmetingen in het algemeen grooter is dan drie. Om het verband tusschen deze symbolische golven en de reëele deeltjes te kunnen leggen, stelt men zich voor, dat door de uitbreiding der golven over hun fictieve ruimten de waarschijnlijkheid wordt bepaald voor de distributie der corpuscula in de gewone ruimte.

Het moet worden opgemerkt, dat andere physici er nog steeds de voorkeur aan geven om aan de golven een grootere realiteit toe te kennen, dan aan de deeltjes, en dat Bohr een complementariteits-theorie heeft ontwikkeld waarin de beide voorstellingen zich ongeveer verhouden als de keerzijden van een medaille. Maar gemeenschappelijk aan al deze beschouwingen is, dat het verband tusschen beide voorstellingen, niet gelegd kan worden zonder van het waarschijnlijkheidsbegrip gebruik te maken.

Op welke wijze nu deze waarschijnlijkheidsbeschouwingen kunnen worden toegepast op de verschijnselen der radioactiviteit, kan uitteraard hier niet uitvoerig worden nagegaan.

Ik wil slechts trachten U te laten zien hoe twee, volgens de klassieke theorie tegenstrijdige, resultaten door de nieuwe theorie met elkaar in overeenstemming konden worden gebracht. Daartoe

moet ik U herinneren aan de reeds eerder genoemde proeven van Rutherford, over de afwijkingen, die α-deeltjes in materie ondervinden, waaruit het electrische veld der atoomkernen kon worden berekend. Gesteld nu, dat we op deze wijze van de atoomkern van een α-stralende radioactieve stof, b.v. de Uraankern, dit veld hebben bepaald, dan is het mogelijk iets te zeggen omtrent de minimale snelheid, waarmede een α-deeltje uit dit atoom kan treden. Want deze snelheid moet toch minstens zoo groot zijn, dat de kinetische energie van het α-deeltje buiten het atoom gelijk is aan de potentieele energie, die het deeltje heeft als het juist buiten de kern getreden is, dus op het oogenblik, dat de afstootende kracht van de kern erop begint te werken. Grooter kan de snelheid wel zijn want dit zou slechts beteekenen, dat het deeltje op het genoemde oogenblik reeds een zekere kinetische energie bezit, kleiner is ze echter in geen geval, want als dat wel zoo was zou men aan het deeltje op het oogenblik van het verlaten der kern een negatieve kinetische energie, dus een imaginaire snelheid moeten toeschrijven. Dat beteekent echter, dat zoo'n α-deeltje als het binnen de kern is, niet voldoende energie heeft om de krachten die de α-deeltjes in de kern houden, te overwinnen, en daarom altijd binnen de kern moet blijven.

Nu is het Rutherford werkelijk gelukt het electrische veld van de Uraankern te bepalen, en daaruit af te leiden dat een α-deeltje dat uit de Uraankern treedt, een snelheid moet verkrijgen, die minstens gelijk is aan rond 17000 km/sec. In werkelijkheid bezitten de α-deeltjes van Uraan echter een geringere snelheid, n.l. slechts rond 14000 km/sec. Deze beide resultaten staan dus direct met elkaar in tegenspraak.

Om nu ruw te schetsen, hoe de golfmechanica deze tegenstrijdigheid oplost, zou ik gebruik willen maken van het volgende model.

Aan de α-deeltjes binnen de kern mogen beantwoorden een aantal knikkers binnen een hollen schotel. Hebben deze knikkers een zekere snelheid, dan zullen zij in den schotel heen en weer rollen, telkens tegen den rand een weinig opstijgend. Voor een bepaalde waarde van den snelheid wordt juist de bovenkant van den rand bereikt. Alle knikkers met grootere snelheid rollen over den rand heen en komen buiten den schotel terecht. Alle knikkers met kleinere snelheid moeten echter steeds binnen den schotel blijven. Dit is

zoo volgens de oude mechanica. In de nieuwe mechanica moet men echter zeggen: voor alle knikkers bestaat een zekere waarschijnlijkheid om over den rand heen te komen. Voor een knikker met kleine snelheid is deze gering, en wel des te geringer naarmate de rand hooger is, maar geheel nul wordt ze nooit. Dat wil dus zeggen, dat ook de langzaamste knikker nog wel eens het geluk heeft over den rand heen te komen. Op de kern overgebracht beteekent dit, dat α-deeltjes ook dan de kern kunnen verlaten, wanneer hun kinetische energie kleiner is dan de potentieele energie der krachten, die het α-deeltje binnen de kern trachten te houden. Maar dit zijn juist die α-deeltjes, waarvan zoo even sprake was, en waaraan op het oogenblik van het verlaten van de kern een negatieve kinetische energie moet worden toegeschreven. Van deze α-deeltjes zal de energie, die zij buiten de kern bezitten ook kleiner moeten zijn, dan de potentieele energie in het veld dat de kern omgeeft. Het optreden van de negatieve energie bij het verlaten van kern bewijst nu alleen de ontoereikendheid van de deeltjesvoorstelling; in de formules voor de waarschijnlijkheidsgolven heeft een dergelijke negatieve energie een zeer reëele beteekenis.

De tegenstrijdigheid der beide resultaten van Rutherford is daarom volgens de nieuwe theorie niet aanwezig.

Een zeer belangrijk resultaat van de door Gamow het eerst ontwikkelde toepassing der golfmechanica op de α-straaluitzending, is voorts, dat aan de reeds lang bekende experimenteele wet, die het verband tusschen de levensduur der radioactieve elementen en de snelheid der uitgezonden α-deeltjes uitdrukt, een theoretische grondslag kon worden gegeven.

De theoretische behandeling van de β-straaluitzending door Kudar tracht o.a. het feit te verklaren, dat de β-deeltjes, in tegenstelling met de α-deeltjes, de kernen niet alle met dezelfde snelheid verlaten.

Intusschen is het voorshands nog zeer moeilijk in te zien, hoe dit feit, dat door Ellis en Wooster en door Meitner en Orthmann experimenteel werd vastgesteld, met de geldigheid van de wet van het behoud van arbeidsvermogen in de kern, is te vereenigen.

Het is mijn bedoeling geweest U aan te toonen, hoezeer de radioactieve onderzoekingen van belang zijn geweest voor de ontwikke-

ling der moderne atoomtheorie, en omgekeerd, hoe de ontplooiïng daarvan door onderzoekingen op ander gebied, de interpretatie der radioactieve verschijnselen in hooge mate heeft bevorderd, en ten slotte hoe de jongste uitkomsten der atoomphysica voor de ontwikkeling van het radioactief onderzoek nieuwe perspectieven openen.

Het is mijn vurige wensch, dat het, naar wij hopen, binnen niet te langen tijd te openen, natuurkundig laboratorium der Vrije Universiteit in deze ontwikkeling bewust zal kunnen medeleven en, zoo mogelijk, daartoe naar de mate van zijn capaciteit zal kunnen bijdragen.

Het zij mij vergund mijn voordracht te besluiten met een enkele opmerking betreffende de consequenties die uit de omwenteling in het physisch denken, de overgang van de deterministische tot de probabilistische opvatting der natuur, kunnen voortvloeien voor een algemeene beschouwing van wereld en leven. Reeds van zeer verschillende zijden is de beteekenis van deze omwenteling aan een wijsgeerig onderzoek onderworpen, en, het wil mij voorkomen, dat in het bijzonder het calvinistisch wijsgeerig denken aan deze fundamenteele wijziging van het physisch inzicht, niet zonder meer mag voorbijgaan. Het ligt buiten mijn vakwetenschappelijke competentie mij aan een philosophische waardeering te wagen. Wanneer ik mij niettemin een enkele opmerking veroorloof, dan zij deze daarom ook slechts beschouwd als een, onder het noodige voorbehoud, gegeven aanduiding van mogelijkheden die door den huidigen stand van het physisch denken worden geboden.

De vroegere, deterministische opvatting der physica leidde tot de groote vraag, hoe de vrijheid en de verantwoordelijkheid van den mensch, die naar religieus inzicht moest worden gehandhaafd, met de causaliteit der natuur in overeenstemming kon worden gebracht. Want al was ook de overbrenging van de idee der starre wetmatigheid van het terrein van het physische op het gebied van het biotische en nog meer naar dat van het psychische een extrapolatie, die wetenschappelijke zekerheid miste, toch moest worden toegegeven, dat zoowel de levens- als de bewustzijnsverschijnselen zoodanig met de physische vervlochten zijn, dat het moeilijk is het principe der vrijheid voor de beide eerste te handhaven, indien dit voor de laatste volkomen ontbreekt. Indien echter reeds op het

terrein van het physische, dus der doode stof, niet de onverbreekbare wetmatigheid kan worden gevonden, maar slechts de aan waarschijnlijkheidsregels gebonden vrijheid, of zoo ge wilt de „individualiteit", dan komt ook dit probleem geheel anders te staan.

Want dan verkrijgt in een groep van verschijnselen, waaraan in Gods scheppingsordinantie een hoogere orde moet worden toegekend, het nieuwe principe dat deze hoogere orde bepaalt ook voldoende vrijheid om zich te ontplooien.

Dan kan in de physische wereld zich het leven ontwikkelen zonder ook maar ergens een physische wet te kwetsen, maar ook zonder volkomen aan die wetten te zijn onderworpen, zich integendeel opnieuw richtend naar de aan dit leven zelf immanente wetmatigheid. En zoo kan ook, weer boven de levensverschijnselen uit, de psychische wereld zich ontplooien, de wetmatigheid der physische en der biotische verschijnselen in zich absorbeerend, zonder daardoor de vrijheid te verliezen zich te voegen naar de door God in zijn wezen gelegde normen.

Zoo biedt zich dus de mogelijkheid, om ook ten aanzien van haar wetmatigheid de schepping te zien als een organisme, waarin geen deel heerschappij voert over het geheel, maar waarin de vrijheid van het lagere zich gebonden geeft in de normen van het hoogere. Maar terwijl zoo eenerzijds de moderne physica tegemoet schijnt te komen aan de theïstische beschouwing van natuur en wereld, toch bestaat anderzijds ook nu, evenals in vorige perioden der natuurwetenschap, het gevaar voor een interpretatie in tegenovergestelden zin.

Wanneer toch de physica ons leert, dat een beschrijving van de regelmaat der natuurverschijnselen met behulp van waarschijnlijkheidswetten het uiterste is, wat wij kunnen bereiken, en dat wij daarom „het toeval" moeten zien als de wortel van alle gebeuren, dan is het gevaar niet denkbeeldig, dat een atheïstische, fatalistische wereldbeschouwing deze resultaten ten haren nutte zou willen aanwenden. Maar voor den geloovigen natuuronderzoeker staat daartegenover vast dat „geen ding geschiedt bij geval" en dat Gods Voorzienigheid alle ding, ook het physische, van oogenblik tot oogenblik onderhoudt en bestuurt. Dat de normen van dit bestuur, door ons niet in den vorm van volkomen streng geldende wetten kunnen worden geformuleerd, is met deze gedachte niet in strijd, integendeel zelfs. Wanneer wij een grens gesteld zien aan de nauw-

keurigheid van ons wetenschappelijk kennen en daarom gedwongen zijn de onbepaaldheid ten grondslag te leggen aan onze wetenschappelijke beschrijving, dan stelt het geloof de zekerheid, dat Gods vrije wil, deze onbepaaldheid opheft tot de bepaaldheid van zijn voorzienig bestel.

Deze enkele opmerking moge er toe dienen U te doen zien, dat de ontwikkeling der moderne physica een beschouwing van calvinistisch wijsgeerig standpunt ten volle waard is.

DE NIET-CONTRADICTORITEIT DER GRONDBEGINSELEN DER SPEC. RELATIVITEITSTHEORIE

door J. H. TUMMERS

Zusammenfassung.

Hilbert hat die Geometrie auf abstrakten Axiomen aufgebaut und hat dazu den Beweis liefern müssen, dass: 1° diese Axiome von einander unabhängig sind und; 2° dass diese Axiome sich nicht widersprechen. Einstein hat die spezielle R. Theorie auf zwei Axiomen aufgebaut, welche sind: *a.* das Relativitätsprinzip; *b.* das Prinzip Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Einstein hat den Beweis der Widerspruchlosigkeit dieser Axiome nicht geliefert. Er hat aus diesen zwei Axiomen den Begriff der relativen Gleichzeitigkeit deduziert. Dieser Begriff ist aber *unlogisch*, weil er aus zwei Prinzipien deduziert worden ist, deren Widerspruchlosigkeit nicht *fest steht*. Ein Begriff, welcher nicht *aus feststehenden* Prämissen deduziert ist, hat keinen *Erkenntniswert*, ist *unlogisch*.

Wir haben daher diese Folgerungen:

1° Die spezielle Relativitätstheorie ist als wissenschaftliche Theorie nicht sichergestellt, so lange der Beweis der Widerspruchlosigkeit der Axiome fehlt.

2° Dem Begriff der relativen Gleichzeitigkeit ist keine Wirklichkeit zugeordnet: dieser Begriff hat keinen Erkenntniswert, ist also *unlogisch* konstruiert, weil er aus zwei nicht fest stehenden Prinzipien (oder aus Prinzipien, deren Widerspruchlosigkeit nicht ausser Zweifel gesetzt ist) abgeleitet worden ist.

Dass diese Folgerungen richtig sind, sieht man klar, wenn man statt der Spec. Rel. Theorie die ,,Geometrie'' setzt:

Wenn Hilbert den Beweis der Widerspruchlosigkeit der Axiome nicht geliefert hätte, wäre die Geometrie als Wissenschaft nicht sicher gestellt.

Kraft des klassischen Additiongesetzes widersprechen sich die zwei Hauptprinzipiën. Dieser Widerspruch wird *scheinbar* durch Einführung der relativen Gleichzeitigkeit. Aber die relative Gleichzeitigkeit wird aus den zwei Hauptprinzipien deduziert. Das ist aber der circulus viciosus. Daher ist der Widerspruch *nicht scheinbar* sondern *wirklich*. (Sehe V).

I

In de regelen, die volgen, ben ik tewerk gegaan volgens de methoden, die Hilbert, Russell, Peano, enz., enz. hebben ontwikkeld. Toen Hilbert (zie Grundlagen der Geometrie) de axioma's der Meetkunde had opgesteld moest hij nog de kroon op het werk zetten door de onderlinge onafhankelijkheid dier axioma's en voornamelijk hun *niet-contradictoriteit* te bewijzen. We vragen de aandacht voor dit laatste. Hilbert meende — en dit terecht — dat de meetkunde niet *safe* was, vooraleer hij de door hem opgestelde axioma's door het *niet-strijdigheidsbewijs* had veilig gesteld. We zeiden terecht. Immers zoolang deze *niet-strijdigheid* niet vast staat, was de mogelijkheid van *wel-strijdigheid* aanwezig, was dus de twijfel omtrent de *premissen* d. i. de *axioma's* en dientengevolge de twijfel omtrent de theorema's — die eruit volgen — gerechtvaardigd. Zoolang het *niet-strijdigheidbewijs* ontbreekt, kan ik zeggen: „ik weet niet *zeker*, ik twijfel". Onzekerheid en twijfel echter sluiten *wetenschap* uit.

Onze conclusie is dus met Hilbert: „Het *niet-strijdigheidsbewijs* der axioma's moet geleverd worden".

II

Ik ben het niet eens met Prof. Fokker, die meent, dat men op dit bewijs van de *niet-contradictoriteit* der grondbeginselen — voorzoover betreft de spec. R. Theorie — niet behoort te wachten en dat men de theorie gerust zonder dit bewijs kan opbouwen.

Het is niet in te zien, waarom men eischen — die men aan de theorie der Meetkunde stelt — niet zou behoeven te stellen aan de spec. R. Theorie: ook deze toch wil aanspraak maken op den naam van „wetenschap".

Er is in de leer der logica een algemeen aanvaarde en overigens in zich duidelijke regel, welke luidt: „Sequitur semper conclusio pejorem partem" Vrij vertaald en op ons geval toegepast, beteekent deze regel het volgende:

„Wanneer de premissen (d. i. de axioma's) niet *zeker* zijn b.v. vanwege het ontbreken van het *niet-strijdigheidsbewijs*, kan zich de conclusie (dit zijn de theorema's) nooit uit de boeien van den Twijfel losmaken. Hun zekerheid staat niet vast, hun waarde is twijfelachtig en de geheele theorie bezoedeld door de vlek van den Twijfel — kan geen wetenschap zijn.

Nu de toepassing op de spec. R. Theorie. De twee beginselen, waarop het gebouw der spec. R. Theorie rust zijn: 1° het Relativiteitsbeginsel; 2° het princiep van de constantie der lichtsnelheid (zie hierover mijn brochure Die Spezielle R. Theorie Einsteins und die Logik, 2e vermehrte Auflage. Otto Hillmann, Leipzig).

Uit onze beschouwingen volgt nu, *dat aangetoond moet* worden, dat deze twee beginselen elkaar *niet uitsluiten*. Met het bewijs dezer *niet-contradictoriteit* mag in het belang der Theorie zelf — die anders gevaar loopt tot werkhypothese *gedegradeerd* te worden — niet gewacht worden.

Maar de *niet-contradictoriteit* dier beginselen is door Einstein e.a. niet bewezen, dus krijgt de theorie daardoor *twijfelachtige waarde*. De spec. Relativiteitstheorie is evenmin verantwoord als dit het geval zou zijn met de *abstrakte meetkunde* van Hilbert, wanneer hij het bewijs van de *niet-contradictoriteit* der *axiomas* niet geleverd had.

Gevolgtrekkingen:

1° De grondbeginselen d. i.: *a*. het Relativiteitsbeginsel; *b*. het beginsel van de constantie der lichtsnelheid zijn niet *safe*, daar hun *niet-contradictoriteit* niet is aangetoond.

2° Het begrip „relatieve gelijktijdigheid" is niet logisch geformeerd. Immers dit begrip wordt afgeleid uit de twee *grondbeginselen*. Daar echter de *niet-contradictoriteit* dier beginselen niet bewezen is, en het dus niet zeker is, of ze wel geldig zijn, is de *conclusie eruit onlogisch*.

Prof. Fokker meent, dat dit begrip toch *logisch geformeerd* mag heeten, omdat het *consekwent* uit de grondbeginselen volgt. Men moet hierop antwoorden, dat het begrip wel een *consekwentie* uit de grondbeginselen is en dat de *consekwentie in* orde is, maar dat het begrip zelf — zijnde een conclusie uit *niet zeker vaststaande* premissen — *onlogisch geformeerd* is. Opdat immers een begrip logisch *geformeerd en gemotiveerd* kan heeten, moet het *logisch safe* zijn en dus zeker.

Zoo kan de repugnantie, vierkante cirkel' *consekwent* uit twee ongerijmdheden afgeleid worden, hetgeen echter niet beletten zal, dat het — ondanks de *consekwente* afstamming — belast zal zijn met het werk der ‚ongerijmdheid' en een *onlogisch* begrip moet heeten. Het begrip relatieve gelijktijdigheid' is logisch niet *safe*,

omdat de premissen (= de grondbeginselen der spec. R. Theorie) het niet zijn, en deze zijn het niet, omdat het bewijs der *niet-contradictoriteit* niet geleverd is.

III

Ik heb wel eens de volgende foutieve redeneering gelezen, welke gebezigd wordt om de *niet-contradictoriteit* der beginselen te bewijzen. Ziehier:

De twee grondbeginselen zouden elkaar uitsluiten, als de tijd *absoluut* was: welnu de tijd is relatief *dus* ze sluiten elkaar niet uit.

Dit is evident de vicieuse cirkel: Om dit aan te toonen, voeren we eenige afkortingen in. Het sp. Relativiteitsbeginsel stellen we voor door de letter A, het princiep van de constantie der lichtsnelheid door B en de relatieve gelijktijdigheid door C. Nu wordt — gelijk bekend is — C uit A en B samen afgeleid. Ziehier nu de cirkelredeneering.

A en B zijn niet strijdig, omdat C geldt, *welnu* C geldt, omdat C uit A en B volgt: maar uit A en B volgt niets met zekerheid tenzij de niet-contradictoriteit van A en B vaststaat.

We krijgen dus:

A en B gelden omdat C geldt
C geldt, omdat A en B gelden.

Dit is evident de vicieuse cirkel.

IV

Nog is er een uitvlucht mogelijk, maar ook deze wordt door het logisch denken verworpen, namelijk:

We stellen naast A en B nog een derde postulaat op, namelijk het postulaat der relatieve gelijktijdigheid C. Dit kan ook niet: want het begrip C postuleeren naast A en B is aequivalent met postuleeren, dat A en B *elkaar niet uitsluiten*. Dat echter A en B harmonieeren, mag niet *gepostuleerd* worden: dit ware *petitio principiiri*. Zoo heeft Hilbert niet gepostuleerd, dat de axioma's der Meetkunde elkaar *niet uitsluiten*, maar hij heeft *bewezen*, dat ze elkaar niet uitsluiten. Postuleeren zou een te gemakkelijke maar ongeoorloofde manier zijn, om uit de moeielijkheden te komen. Als dit mocht, zou het volgende geval mogelijk zijn: Iemand stelt twee axioma's voor een theorie op, welke elkaar uitsluiten: om nu de zichtbare tegenstrijdigheid der axioma's uit de wereld

te helpen (of tot een *schijnbare* tegenstrijdigheid te herleiden) postuleer ik eenvoudig en doeltreffend de *niet-strijdigheid* der axioma's. Tegen zulk wangedrag van het intellekt verzet zich de ijzeren logica.

Dus:

1° de niet-contradictoriteit der grondbeginselen moet bewezen worden en *is het niet.*

2° het begrip der *relatieve gelijktijdigheid* moet uit beginselen — wier *niet-strijdigheid* vaststaat — bewezen worden en *dit is ook niet gebeurd.* Hieruit leid ik af, dat de *spec. Relativiteitstheorie* niet *safe* is.

Om de gegrondheid van deze conclusie in te zien, behoeven we slechts de ‚meetkunde' in de plaats te stellen van de „Relativiteitstheorie".

Als Hilbert er niet in geslaagd was de *niet-contradictoriteit* der door hem *opgestelde axioma's* te bewijzen; dan was de *meetkunde* als wetenschap niet veilig gesteld. Dus geldt eenzelfde conclusie ten opzichte van de spec. Relativiteitstheorie.

V

We komen tot een meer positief resultaat als volgt:

Einstein heeft zelf de aandacht erop gevestigd, dat de twee grondbeginselen elkaar uitsluiten van wege het klassieke additietheorema (vergel. o.a. Über die sp. und die allgemeine R Theorie, gemeinverständlich. § 7 Die scheinbare Unvereinbarkeit des Ausbreitungsgesetzes der Lichtes mit dem Relativitätsprinzip)

Einstein betoogt echter, dat de gesignaleerde tegenspraak slechts *schijn* is, omdat de „gelijktijdigheid" *relatief* is; en hij leidt dan dit begrip van „relatieve gelijktijdigheid" uit de twee grondbeginselen af d.i. uit dezelfde grondbeginselen, wier tegenspraak door het begrip der „relatieve gelijktijdigheid" *juist* uit den weg moest geruimd worden. Dit is blijkens III de vicieuse cirkel.

Wij concludeeren: De tegenspraak der twee grondbeginselen is tot een *schijnbare* tegenspraak herleid door een cirkelredeneering. Een cirkelredeneering is echter logisch foutief; dus de gesignaleerde tegenspraak is niet *schijnbaar* maar *reëel.*

ANTWOORD AAN Dr. TUMMERS

door A. D. FOKKER

Indien het al waar moge zijn, dat eerst door Hilbert het bewijs zou geleverd zijn van de niet-strijdigheid der axiomaas van de meetkunde, zoo zullen er toch slechts weinigen zijn, die de meetkunde, zonder dat bewijs, van de wetenschappen hebben uitgesloten. Daarentegen zullen bijna allen dankbaar zijn dat sinds Euclides de meetkunstenaars niet op Hilbert hebben gewacht, doch de wetenschap door de uitkomsten van hun werk hebben verrijkt. Evenzeer zullen wij als physici goed doen met de wetenschap positief te verrijken, zoolang wij geen stellige reden hebben om aan de niet-strijdigheid der axiomaas van de relativiteitstheorie te twijfelen. Hoe zouden wij ook twijfelen, wanneer wij zien, dat van de door Dr. Tummers als zijn gezaghebbende voorgangers genoemde geleerden Hilbert twee verhandelingen over de grondslagen der relativiteitstheorie publiceerde zonder een enkele letter aan twijfel te wijden en Russell in een populair boek zich moeite geeft om voor de theorie den toegang te ontsluiten bij den wijden kring van menschen, wien het door ander werk aan de oefening ontbroken heeft, juist en onjuist, conventioneel en noodzakelijk te onderscheiden in hun dagelijksch oordeel?

De beschouwingen van Dr. Tummers raken drie grondstellingen, die expliciet uitgesproken mogen worden.

A. In twee beschrijvingsramen, die ten opzichte van elkander in eenparige translatie verkeeren, gelden dezelfde natuurwetten.

B. De lichtsnelheid is *c*, onafhankelijk van de snelheid der lichtbron.

C. De aanwijzing welke voorvallen gelijktijdig zijn, anders gezegd de bepaling der gelijktijdigheid, is niet absoluut ondubbelzinnig, zij wisselt naar gelang van het gebruikte beschrijvingsraam.

Ik spreek hier van stellingen; ik neem aan dat, waar Dr. Tum-

mers schrijft „begrippen", hij een dezer stellingen bedoelt. Dr. Tummers erkent uitdrukkelijk, dat stelling *C* een gevolg is van de beide voorafgaande. „De consekwentie is in orde", schrijft hij. Maar hoe kan hij daarop laten volgen, dat de stelling toch onlogisch geformeerd is? Wat is consequent anders dan logisch geformeerd? Indien al een consekwentie getrokken ware uit onjuiste premissen, dan bleve zij toch logisch, zij het even onjuist als de premissen. Logisch is niet altijd juist en juist behoeft niet logisch te zijn. Wij zullen goed doen stelling *C* een logische gevolgtrekking uit de stellingen *A* en *B* te noemen.

Whitehead heeft laten zien, hoe men ook uit de stellingen *A* en *C* kan komen tot de stelling *B* als logische gevolgtrekking [1]). Dit is een postuleeren van *C*, niet naast *A* en *B* beide, maar een postuleeren van *C* naast alleen *A*. Daar is dan *B* een gevolg van. Mij dunkt, dat het hoogst onwaarschijnlijk is, dat *B*, uit *C* en *A* volgende, met *A* strijdig zou kunnen zijn.

Wellicht raken wij den grond van Dr. Tummers' bezwaren, waar hij van *A* en *B* schrijft: „de twee grondbeginselen zouden elkaar uitsluiten, als de tijd absoluut was". Is dit zoo? Neen. Niet *A* en *B* zouden elkander uitsluiten, maar de z.g. absoluutheid van den tijd, zeg *D*, zou het zijn, die *C* uitsluit, en die daarom òf *B* niet duldt in verband met *A*, òf *A* niet duldt in verband met *B*. Zie ik goed, dan is het de contradictoriteit van z.g. absoluten tijd en z.g. relatieven tijd, die Dr. Tummers projecteert in een vermeende contradictoriteit van *A* en *B*. Wij zouden verder kunnen komen, indien hij nader zou preciseeren en analyseeren, wat hij met de woorden absolute-tijd en relatieve-tijd bedoelt.

Wederom zegt Dr. Tummers, dat de grondstellingen *A* en *B* elkander uitsluiten wegens het klassieke z.g. additie-theorema. Ook hier zijn het niet de grondstellingen, die elkander uitsluiten, maar het is iets anders, dat zij uitsluiten, n.l. de klassieke formule van hetgeen de additie van snelheden genoemd wordt. Waarom dit niet zou mogen, kan ik niet inzien.

De grondstelling *A* zegt, dat er voor de beschrijvingsramen onzer metingen zekere invarianties bestaan. Stelling *B* zegt, dat tot die

1) Vgl. de uiteenzettingen van D. H. Prins Jr., *De kritische snelheid der relativiteitstheorie* Physica, 7, 156, 1927.

invarianties behoort het voorhanden zijn eener zekere kritische snelheid, welke geïdentificeerd wordt met die van het licht. Evenmin als er een tegenstrijdigheid kan zijn tusschen de stellingen *a*): er zijn appels, en *b*): dit is een appel, kan er logische tegenstrijdigheid zijn tusschen *A* en *B*. De stellingen behoeven niet juist te zijn. Indien ik bij het uitspreken van *b* een steen aanwijs inplaats van een appel, is de stelling *b* fout. De fout echter ligt dan niet in een contradictoriteit van *a* en *b*, de fout is er dan een, niet van logischen aard, maar van feitelijken aard. De ontmaskering van dergelijke fouten is het werk der experimenteele natuurkunde.

Dr. Tummers betoogt niet, dat hij de contradictoriteit van *A* en *B* heeft bewezen. Ik kan bij hem ook niets vinden, wat reden geeft, zulk een contradictoriteit te vermoeden.

OVER DEN ELECTRISCHEN WEERSTAND VAN TITAAN, ZIRKOON EN HUNNE MENGKRISTALLEN

door J. H. DE BOER en P. CLAUSING

Summary.

In a former volume of this journal one of us has published a determination oi the resistivity of titanium at 0°C, $\varrho_0 = 0{,}82.10^{-4}\,\Omega.$ cm. Later, when more titanium-rods were available, it turned out that this value must be wrong for some reason. The new value, $\varrho_0 =$ ca. $0{,}475\,\Omega.$ cm, is checked by the law of Matthiessen applied to the measurements of resistivities and temperature coefficients of titanium-zirconium-alloys. The new titanium-rods have a temperature-coefficient of about 0,00425.

In een vroegeren jaargang van dit tijdschrift heeft één van ons [1]) gegevens gepubliceerd over den weerstand van titaan en zirkoon bij lage temperaturen. De metingen aan de eenige titaan-staaf, die destijds disponibel was, Ti_1, leverden voor den soortelijken weerstand bij 0°C $\varrho_0 = 0{,}82.10^{-4}\,\Omega.$cm en voor den temperatuurcoëfficiënt van den weerstand $\alpha = 0{,}00469$. Deze α is gedefinieerd door de betrekking

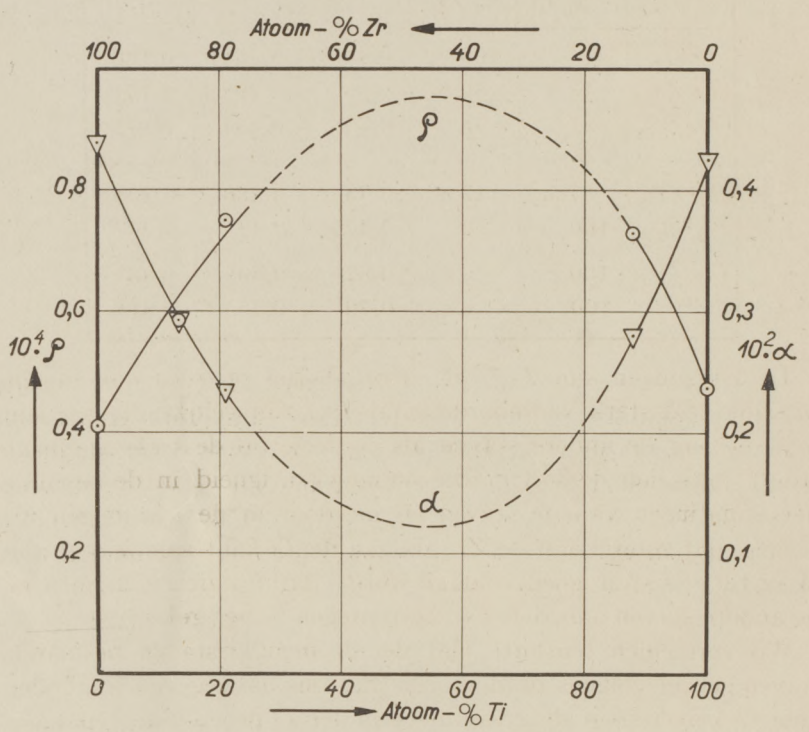
$$\alpha = \frac{\varrho_{100} - \varrho_0}{100\,\varrho_0},$$

waarin ϱ_{100} de soortelijke weerstand bij 100° C voorstelt. De hooge gevonden waarde voor de α (voor Zr is de maximale gevonden waarde voor α ca. 0,0044) wettigde het o.i., de staaf als zeer zuiver te beschouwen (afgezien van de niet met het Ti geallieerde W-kern, die 0,16 % van het gewicht uitmaakte).

Achteraf is echter gebleken, dat de gegevens van Ti_1 niet beschouwd mogen worden als karakteristiek voor geheel zuiver Ti. Later vervaardigde Ti-staven bleken nl. een aanzienlijk kleinere ϱ_0 te bezitten. Hoewel de aan deze staven beantwoordende α 's een weinig kleiner zijn dan de α van Ti_1, meenen wij toch, dat deze latere staven ten naaste bij de electrische eigenschappen van zuiver Ti moeten bezitten.

1) P. Clausing en G. Moubis: Physica, **7**, blz. 245 (1927).

Het voornaamste argument voor deze meening is de geldigheid van de wet van Matthiessen [1]) voor de later vervaardigde *Ti*-staven en staven, die uit mengkristallen van *Ti* en *Zr* bestaan. Deze wet toch kan men als volgt uitspreken. Vormen twee metalen mengkristallen met elkaar, dan is voor kleine bijmengingen van het



eene metaal aan het andere het product van α en ϱ_0 constant, d.w.z. onafhankelijk van de mengverhouding. Hoewel deze wet slechts een benaderingswet is, heeft men in haar toch een betrouwbaar aanhoudingspunt voor de waardeering van weerstandsgegevens [2]).

De resultaten der nieuwere metingen hebben wij in de tabel met de gegevens van Ti_1 vereenigd en in de figuur graphisch voorge-

1) Vergel. K. Baedeker: Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern, blz. 45 (Brunswijk, 1911); E. Grüneisen: Handbuch der Physik, **13,** blz. 40 (Berlijn, 1928).

2) Zie voor uitbreiding van de formuleering t.o.v. verontreinigingen: E. Grüneisen: l.c., blz. 7 en t.o.v. de bewerking W. Geiss en J. A. M. van Liempt: Zts. f. anorg. u. allg. Chemie, **143,** blz. 259 (1925).

steld. De in de tabel opgegeven atoomprocenten zijn berekend uit de soortelijke gewichten in de onderstelling, dat de atoomvolumina additief zijn.

Staaf	Atoom-% Ti	Atoom-% Zr	$10^4 \cdot \varrho_0$	$10^2 \cdot \alpha$	$10^6 \cdot \alpha\varrho_0$
Zr_{14}	0	100	0,410	0,438	0,180
$(Ti\text{-}Zr)_1$	13,4	86,6	0,585	0,292	0,171
$(Ti\text{-}Zr)_3$	21,1	78,9	0,75	0,234	0,175
------	------	------	------	------	------
$(Ti\text{-}Zr)_2$	87,7	12,3	0,73	0,280	0,204
Ti_2	100	0	0,475	0,425	0,207
Ti_1	100	0	0,82	0,469	0,384
Ti_1*	100	0	0,70	0,455	0,318

De bepalingen aan Ti_1* (de door allerlei proeven ook in zijn uiterlijk zeer sterk veranderde staaf Ti_1) zijn gelijktijdig verricht met die aan de andere staven als contrôle op de oude metingen aan Ti_1. Gezien de vrij groote onnauwkeurigheid in de bepaling der afmetingen van de staven en hierdoor in de ϱ_0's mogen wij zeggen, dat zoowel aan de Zr- als aan de Ti-kant aan de wet van Matthiessen goed voldaan wordt, dat Ti_2 zich volkomen bij de andere staven aanpast, Ti_1 daarentegen in het geheel niet.

Wij vermelden tenslotte, dat de uit mengkristallen bestaande staven geheel volgens de door één van ons aangegeven methoden voor de zuivere bereiding van metalen der Ti-groep [1]) geprepareerd zijn en dat niet alleen de staaf Ti_2, maar ook de staaf $(Ti\text{-}Zr)_1$ over zijn geheele lengte (van meer dan 10 cm) uit één enkel kristal bestond.

1) J. H. de Boer en J. D. Fast: Zts. f. anorg. u. allg. Chem. **153,** blz. 1 (1926: **187** blz. 177 en 193 (1930).

Eindhoven, Mei 1930.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

BOEKBESPREKING

P. Bricout, **Ondes et Électrons,** Collection Armand Colin No. 113, 215 blz., 57 fig. — Librairie Armand Colin. Paris. 1929. Prijs Frs. 9, geb. Frs. 10.25.

De moderne physicus zal, op den titel van dit werkje afgaande, waarschijnlijk veronderstellen hier een uiteenzetting te vinden van de beginselen der golfmechanica. Dit is echter niet het geval; het gaat hier over electromagnetische golven en ouderwetsche electronen. Eerst op een der laatste bladzijden vindt men de opvatting van De Broglie vermeld, pas de laatste alinea noemt de theorie van Schrödinger. Het is evenwel niet de bedoeling hiermee iets ten nadeele van dit boekje te zeggen — de besproken stof blijft belangrijk genoeg en de behandeling mag naar vorm en inhoud geslaagd heeten, vooral ook om de prettige manier waarop de wiskunde er in afwisselt met het experiment. Het eerste deel bespreekt het electron, het tweede de electromagnetische golf, het derde (en omvangrijkste) de wisselwerking tusschen beide. Van de in dit laatste deel behandelde onderwerpen noemen we b.v. het photoeffect (met toepassingen), het Comptoneffect, de terugkaatsing van golven aan de Heaviside-laag, het waterstofatoom volgens Bohr, de zwarte straling, de electronentheorie der metalen. Al wordt hier niet het allernieuwste geboden en al mag, in verband daarmee, niet al het meegedeelde meer juist worden geacht (we denken b.v. aan Sommerfelds theorie der fijnstructuur) toch kan dit boekje aan ieder wien het om een eerste, beknopt overzicht over dit gebied te doen is, hartelijk worden aanbevolen. F M. P.

Leipziger Vorträge 1929. Dipolmoment und Chemische Struktur, herausgegeben von Prof. P. Debije, 134 blz., 35 fig. — Hirzel. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 9.

Waar deze verslagen zoo kort verschijnen na het bekende „Polare Molekeln" van P. Debije, vormen zij hiervan in zekeren zin een aanvulling.

R. Sänger, I. Esterman, J. Errera en M. J. Sherrill geven een overzicht over nieuwe metingen en knoopen daaraan beschouwingen vast over den bouw van de onderzochte moleculen. L. Ebert bespreekt het verband tusschen dipoolmoment en inwendige bewegingen in het molecuul; het is niet uitgesloten, dat de gemeten dipoolmomenten door het veld zelf beïnvloed worden, hoewel zekerheid daarover nog niet bestaat. F. Hund schrijft over de molecuulmodellen van water en ammoniak, waar tot nu toe de quantenmechanica nog niet kon worden toegepast. De literatuur over het methaanmodel wordt verkeerd geciteerd. W. Hückel spreekt over Dipoolmoment en Reactiesnelheid, K. L. Wolf

over Adsorptiespectra van tweemaal gesubstitueerde benzolen, verder over het Kerr-effect en Molecuulstructuur, J. Errera over Moleculaire Associatie. Interessant is een voordracht van Hojendahl, waarin beschreven wordt, hoe men uit de diëlectrische constanten van kristallen tot waarden van de exponent in de Born-Landé-sche afstootingspotentiaal geraken kan.

Men leze vooral de kritiek, die Esterman laat hooren inzake het partieele dipoolmoment (groepmoment) en de samenstelling van groepmomenten. Als deze kritiek ter harte genomen wordt, zal het in de toekomst niet meer voorkomen, dat men, om de verschijnselen te kunnen „verklaren", aan een bepaald groepmoment nu eens een positief, dan weer een negatief teeken moet toekennen.

v. A.

A. F. Holleman, **Leerboek der organische chemie,** Elfde, geheel herziene druk, onder medewerking van Dr. J. P. Wibaut, 649 blz. — Wolters. Groningen. 1929. Prijs f 12.50.

Mei 1927 verscheen de 10e druk van bovengenoemd leerboek; October 1929 de elfde, wel een bewijs dat de studeerende jeugd het boek waardeert. De oorzaak hiervan zal wel zijn, dat bij de opvolgende herdrukken het karakter van leerboek behouden bleef en dat bij het bepalen van den omvang een gelukkige maatstaf is aangelegd.

Het voorbericht vermeldt de belangrijkste wijzigingen in dezen druk aangebracht.

„Toegevoegd zijn de syntheses van methanol uit kooloxyde en waterstof, die van lecithinen en de belangrijke syntheses der biosen door Pictet. Verder is er iets over den actieven toestand der moleculen opgenomen, een hoofdstuk over de vitaminen en over de gewichtige onderzoekingen van Ruzicka omtrent hoogere ringsystemen. De nieuwe zienswijzen over de structuur van caoutchouc zijn vermeld, alsmede iets naders over de kinaalkaloïden".

Jammer is het, dat enkele storende drukfouten, die ook in de vorige uitgave voorkwamen, niet zijn verwijderd. Onder hen, die het boek gebruiken, zijn er velen, die nog weinig van chemie afweten en ook nog vast gelooven in wat gedrukt staat. Voor dezen zijn fouten als de volgende hinderlijk:

Op pag. 84 staat in de formule van 1,1-dichloordiaethylsulfide H_2 in plaats van H. De formule voor de chloreering van vetzuren op p. 122 is fout. Op p. 321 staat in de formule $2H_2O$, waar $2C_2H_5OH$ moet staan. Pag. 423 geeft voor triphenylmethaan de formule $CH\ (C_6H_6)_3$. Op p. 524 middenin ontbreekt in een formule tweemaal een H. Pag. 540 geeft voor het kation van fuchsine $C_{19}H_{18}N_3$. Op p. 603 onderaan treft men C_6 aan, waar C_8 moet staan. Dit zijn fouten, die de recensent bij doorbladeren ontmoette; de veronderstelling, dat er meer van deze soort zullen zijn, is dus wel gewettigd.

Pag. 197 zegt, dat vette oliën glycerol-tri-esters zijn van onverzadigde zuren; de esters van verzadigde zuren en van oxy-zuren dienden toch in elk geval genoemd te worden. De verdeeling dezer oliën in drogende en niet-drogende is onnoodig onvolledig.

Op p. 287 staat onder Technische bereiding van rietsuiker, dat „het diksap natuurlijk sterker alkalisch reageert dan de aanvankelijke oplossing". Bij het „verdampen" loopt echter de alkaliteit terug.

Wenschelijk zijn misschien de volgende aanvullingen:

Bij de reactie op halogeen volgens Beilstein (p. 6) de vermelding, dat deze ook positief kan uitvallen, als geen halogeen aanwezig is.

Op p. 205 worden de oscillaties bij tweebasische vetzuren behandeld en gewezen op den vermoedelijken samenhang met den kristalbouw. Een vermelding van de resultaten van het röntgenographisch onderzoek was hier m.i. op haar plaats. Trouwens een paragraaf, samenvattend de voornaamste resultaten van het röntgenonderzoek voor de org. chemie zou een aanwinst zijn.

Bij de vitaminen op p. 308 mist men de bestendigheid van het antineuritisvitamine ten opzichte van salpeterigzuur en wordt er ook niet op gewezen, dat van de andere vitaminen het aminekarakter geenszins vaststaat.

Pag. 341 geeft een verkeerde voorstelling van onze kennis omtrent atoom- en moleculebouw.

Op p. 390 wordt de vorming van de cycloalkanonen besproken. Hier had aangegeven kunnen worden, hoe men de voor de cycliseering benoodigde tweebasische zuren kan krijgen. De electrolyse van de zouten der monoesters van tweebasische zuren zou b.v. hier ingelascht kunnen worden.

Zou het ook geen overweging verdienen hoofdstukken toe te voegen over reukstoffen, geneesmiddelen enz., zooals in het leerboek van Moureu voorkomen? De studeerenden zien dan de stof nog eens anders gegroepeerd en het wekt de belangstelling voor de techniek.

Al is dus de recensent van meening, dat hier en daar nog verbeteringen zijn aan te brengen, dit neemt niet weg, dat het besproken werk een goed studieboek is.

Holleman deelt in het voorbericht mede, dat dit de laatste druk is, waaraan hij medewerkt. Voorzeker verdient hij een eeresaluut voor hetgeen hij ook op dit gebied heeft gepresteerd. Aan Prof. Wibaut, zijn medewerker bij de laatste drukken, is de taak overgedragen.

De firma Wolters zorgde, dat de afwerking van deze uitgave niet achterbleef bij den inhoud.

V. D. Z.

STRIKVRAGEN

Vraag XLIX. **Tengevolge van mist ziet een waarnemer een 12 m verwijderde lantaarn omgeven door een halo, die vanuit zijn oog een cirkelkegel van 30° tophoek schijnt op te vullen en geacht wordt daarbuiten abrupt te eindigen. Op 10 m afstand van den waarnemer en 2 m rechts van de verbindingslijn van deze met de lantaarn bevindt zich een dunne boom, die geacht wordt „ideaal zwart" te zijn. Zal deze als donkerder streep in de halo zichtbaar zijn of niet?**

Antwoorden en nieuwe vragen in te zenden bij de Redactie.

BEREKENING DER VELDSTERKTE BIJ PERMANENTE MAGNETEN

door W. ELENBAAS

Zusammenfassung.

Durch Annäherung der Entmagnetisierungskurve durch eine Ellipse wird eine Formel für die Feldstärke im geschlitztem Toroïde hergeleitet. Die Streuung wird berechnet mit der Annahme, dass die Streulinien Teile von Kreisen sind, die senkrecht im Metall ein- und austreten. Eine Messung der Feldstärke über einem Spalt ist mit dieser Annahme im Einklang.

Der Streuungskoëfficient von zwei einander gegenüber gestellten Hufeisenmagnete wird als Funktion der Spaltbreite berechnet. Der gefundene Koëfficient ist etwas grösser. Die Feldstärke stimmt im ganzen Bereich von 1 mm bis 10 mm Spaltbreite gut mit der Berechneten überein.

Schliesslich wird der Abstand zwischen den Endflächen der Magnete, wenn die Magnete anschliessen, bestimmt.

1. Eerst in den laatsten tijd treden, waarschijnlijk tengevolge van de ontdekte eigenschappen van Cobaltstalen, de permanente magneten op den voorgrond. Weinig is er echter nog bekend over rekenmethoden, die het mogelijk maken de veldsterkte vooruit te berekenen en die aangeven hoe men de hoeveelheid staal, die men gebruiken wil, om de spleet moet aanbrengen (d. w. z. hoe men de magneet moet proportioneeren) om in de spleet een zoo hoog mogelijk veld te verkrijgen.

Meestal geeft men het recept: proportioneer zoodanig, dat de ontmagnetiseeringsfactor zòò groot is, dat in het punt der ontmagnetiseeringskromme waar men werkt het product $B \times H$ maximaal is. De moeilijkheid is dan echter te weten te komen hoe groot de ontmagnetiseerende factor is. Du Bois geeft in zijn boek: Magnetische Kreise, aan hoe men dezen factor voor een gespleten toroïde berekent. De formules, waartoe hij komt, zijn niet eenvoudig.

We zullen hier een formule afleiden voor de veldsterkte in de spleet van een toroïde met gelijkmatige doorsnede. De doorsnede van de spleet hoeft niet gelijk te zijn aan die der toroïde (practisch dus te verwezenlijken met weekijzeren poolschoenen).

We zullen hierbij de volgende letters gebruiken:

S = doorsnede van toroïde
s = „ der spleet
L = lengte der toroïde
l = spleetbreedte.

Verder moet natuurlijk gegeven zijn de ontmagnetiseeringskromme van het staal. We gaan nu uit, evenals de Gebr. Hopkinson

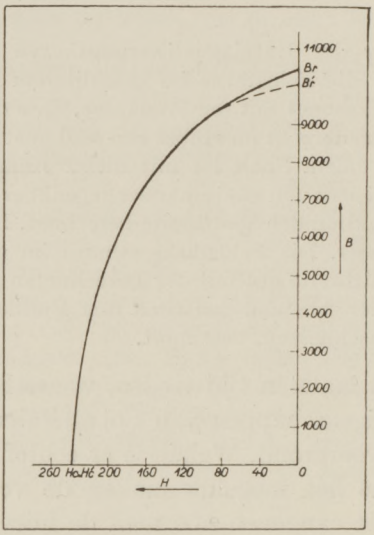


Fig. 1.

dit deden bij hun grafische methode bij electromagneten, van de twee volgende wetten:

1° De totale flux Φ is constant.

2° $\oint Hdl = 4\pi ni$ en hier dus daar i nul is:

$$\oint Hdl = 0.$$

We merken hier op, dat de eerste wet alleen geldt voor de totale flux. Nu gaan we toch onderstellen, dat de flux door de stalen toroïde constant is. Daar echter ook reeds inductielijnen vòòr de spleet uittreden, is dit niet precies het geval. Bij benadering kunnen we echter wel aannemen, dat de flux door het staal constant

is, daar de strooiïng toch hoofdzakelijk plaats vindt dicht bij de spleet. We voeren daarom een gemiddelde flux door het staal $\overline{\Phi}$ in. De flux door de spleet Φ_{sp} is kleiner dan $\overline{\Phi}$. We stellen $\Phi_{sp} = \overline{\Phi}/\sigma$ waar σ als strooiïngscoëfficiënt gedefinieerd is. Noemen we B_1 en H_1 de inductie resp. de veldsterkte in de spleet en B_2 en H_2 de inductie en de veldsterkte in de toroïde dan is dus:

$$B_1 = \frac{\Phi_{sp}}{s} = \frac{\overline{\Phi}}{\sigma s}$$

en $B_2 = \dfrac{\overline{\Phi}}{S}$ (de inducties zijn natuurlijk ook gemiddelden).

Nu zijn echter ook de veldsterkten bekend:
$H_1 = B_1 = \overline{\Phi}/\sigma s$ en H_2 volgt uit de ontmagnetiseeringskromme.

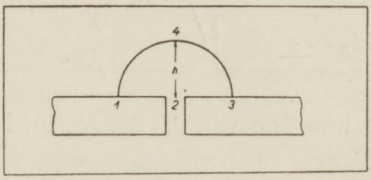


Fig. 2.

H_2 is n.m.l. de H-waarde waarvoor $B = B_2$. Om dus H_2 uit te drukken in B_2 moeten we de ontmagnetiseeringskromme voorstellen door een formule. Nu is bekend, dat men de ontmagnetiseeringskromme zeer goed benaderen kan met een hyperbool. Gebruikt men echter deze benadering, dan worden de formules vrij ingewikkeld en onoverzichtelijk. Daarentegen geeft benadering met een kwadrant van een ellips eenvoudige formules. De minder goede aansluiting van de ontmagnetiseeringskromme en de ellips nemen we op de koop toe. Het zal trouwens blijken, dat de afwijking in dat gebied, waar we de benadering gebruiken, practisch is te verwaarloozen. De aansluiting is voor de verschillende staalsoorten verschillend. Voor *Co*-stalen met hoog *Co*-gehalte is de aansluiting zeer goed, bij kleiner *Co*-gehalte minder. In fig. I stelt de volgetrokken lijn de ontmagnetiseeringskromme voor bij 35% *Co*-staal en de gestippelde de benaderende ellips. In fig. VI is dit voor 3% *Co*-staal geteekend. We zorgen steeds, dat de ellips in dat gedeelte waar het product BH maximaal is aansluit, daar we practisch toch

alleen in dat gebied werken. De waarden waar de ellips de H- en B-as snijdt, treden dus nu op als coercitiefkracht en remanentie. We zullen deze noemen H'_c en B'_r.

We benaderen de ontmagnetiseeringskromme dus door de volgende formule:

$$\frac{H_2^2}{H_c'^2} + \frac{B_2^2}{B_r'^2} = 1 \tag{1}$$

of

$$H_2 = -H_c' \sqrt{1 - \frac{B_2^2}{B_r'^2}}$$

Uit $B_2 = \overline{\Phi}/S$ volgt dus nu:

$$H_2 = -H_c' \sqrt{1 - \frac{\overline{\Phi}^2}{B_r'^2 S^2}}$$

Zetten we nu deze waarden van H_1 en H_2 in, in de formule

$$\oint H dl = 0$$

die, als gevolg van de onderstelde gelijkmatigheid in de toroïde en de spleet wordt:

$$H_1 l + H_2 L = 0$$

dan vinden wij dus:

$$\frac{\overline{\Phi}\, l}{\sigma s} - H_c' L \sqrt{1 - \frac{\overline{\Phi}^2}{B_r'^2 S^2}} = 0.$$

Hieruit volgt:

$$\overline{\Phi} = \frac{H_c' L}{\sqrt{\frac{l^2}{\sigma^2 s^2} + \frac{H_c'^2 L^2}{B_r'^2 S^2}}}$$

en daar $H_1 = \overline{\Phi}/\sigma s$

$$H_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{l^2}{H_c'^2 L^2} + \frac{\sigma^2 s^2}{B_r'^2 S^2}}} \tag{2}$$

In deze formule is alles bekend behalve de strooiingscoëfficiënt σ. Wij zullen straks zien hoe we deze grootheid bij benadering kunnen berekenen.

Aan formule (2) kunnen wij reeds zien hoe bij gegeven spleet

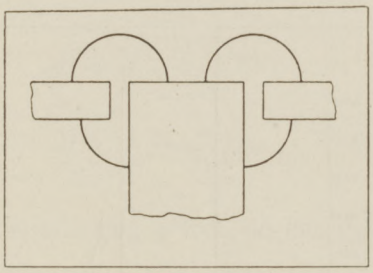


Fig. 3.

(dus gegeven l en s) en gegeven staal de verhouding L/S gekozen moet worden om een zoo groot mogelijke veldsterkte te verkrijgen. Wij zullen de magneet n.m.l. zòò moeten proportioneeren, dat de twee termen onder het wortelteeken gelijk worden dus:

$$\frac{l}{H_c' L} = \frac{\sigma s}{B_r' S} \tag{3}$$

Deze voorwaarde (3) is aequivalent met het voorschrift, dat men moet zorgen in dat deel der ontmagnetiseeringskromme te werken waar $B \times H$ maximaal is.

Uit (1) volgt dat BH maximaal is voor

$$H_2 = \frac{H_c'}{\sqrt{2}} \text{ en } B_2 = \frac{B_r'}{\sqrt{2}}.$$

Nu is

$$B_2 = \frac{\overline{\Phi}}{S} = \frac{H_c' L}{\sqrt{\frac{l^2 S^2}{\sigma^2 s^2} + \frac{H_c'^2 L^2}{B_r'^2}}}$$

Voeren we hier nu de voorwaarde (3) in dan vinden wij:

$$B_2 = \frac{H_c' L}{\sqrt{\frac{2H_c'^2 L^2}{B_r'^2}}} = \frac{B_r'}{\sqrt{2}}$$

zoodat de voorwaarde (3) juist het punt der ontmagnetiseeringskromme waar $B \times H$ maximaal is, bepaalt.

Is nu gegeven: G cm³ staal waarvan de ontmagnetiseeringskromme bekend is. Gevraagd welk veld kunnen wij bij juiste proportioneering bereiken in een spleet van volume V.

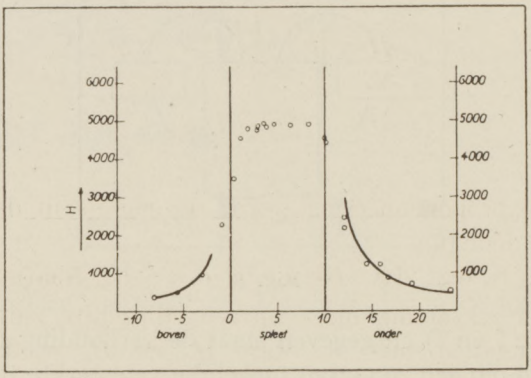


Fig. 4.

Nu is dus $LS = G$

$ls = V.$

Zetten wij in formule (2) in: $S = \frac{G}{L}$ en $s = \frac{V}{l}$

dan vinden wij:

$$H = \frac{1}{\sqrt{\frac{l^2}{H_c'^2 L^2} + \frac{\sigma^2 V^2 L^2}{l^2 B_r'^2 G^2}}}$$

De voorwaarde voor juiste proportioneering levert:

$$\frac{l^2}{L^2} = \frac{\sigma V H_c'}{G B_r'}$$

Dus:

$$H = \frac{1}{\sqrt{\frac{2\sigma V}{GH_c' B_r'}}} = \sqrt{\frac{GH_c' B_r'}{2\sigma V.}}$$

Deze formule is nog iets eenvoudiger te schrijven door te bedenken, dat

$$(BH)_{max.} = \frac{H_c'}{\sqrt{2}} \cdot \frac{B_r'}{\sqrt{2}} = \frac{H_c' B_r'}{2} \tag{4}$$

Dus

$$H = \sqrt{\frac{G\,(BH)_{max.}}{\sigma V}} \tag{5}$$

of

$$\frac{H^2 V}{8\pi} = \frac{G\,(BH)_{max.}}{8\pi\sigma.} \tag{6}$$

Bij goede proportioneering wordt de energie in de spleet dus voorgesteld door (6).

Formule (4) zegt dat $(BH)_{max}/H_c' B_r' = {}^1/_2$. Naarmate de ontmagnetiseeringskromme meer op een ellips lijkt zullen H_c' en B_r' beter samenvallen met de ware H_c en B_r zoodat ongeveer $(BH)_{max}/H_c B_r = {}^1/_2$. Nu werd reeds door Sanford (Sc. Pap. Bur. Stand. No. 567 '27) gevonden, dat de waarde $(BH)_{max}/H_c B_r$ voor verschillende magneetstalen ongeveer gelijk is en wel gemiddeld 0.42. Hoe meer deze waarde nadert tot $^1/_2$, des te beter zal de kromme door een ellips te benaderen zijn. Voor 35% *Co*-staal is $(BH)_{max}/H_c B_r = 0{,}48$ en voor 3° *Co*-staal 0,43.

2. *Berekening der strooiïng.*

Uit de brekingswet voor inductielijnen volgt, dat de inductielijnen bijna loodrecht in- en uit het metaal treden. Om nu iets over de strooiïng te kunnen zeggen, nemen we aan, dat de strooilijnen deelen van cirkels zijn, die loodrecht in- en uittreden. Wij zullen zien, dat wij met deze onderstelling waarden voor de strooiïng vinden in overeenstemming met het experiment.

Beschouwen wij het geval van een oneindig lange spleet met spleetbreedte l. Is de veldsterkte in de spleet H_o, dan kunnen wij de veldsterkte op afstand h boven de spleet als volgt berekenen:

Beschouw (zie fig. II) $\oint H dl = 0$ langs den weg 1 2 3 4

$$4\int_1^3 Hdl = 2\int_1^3 Hdl$$

$$\pi hH = (h - {}^1/_2 l)\, H_s + H_o l + (h - {}^1/_2 l)\, H_s$$

als H_s de veldsterkte in het metaal voorstelt.

$$\pi hH = H_o l + (2h - l)\, H_s.$$

Verwaarloozen we l tegenover $2h$ dan vinden we:

$$H = \frac{H_o l}{\pi h} + \frac{2H_s}{\pi} \tag{7}$$

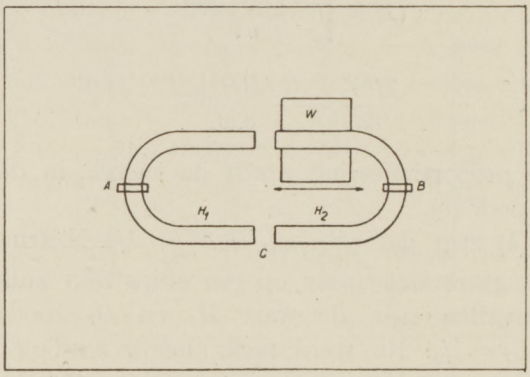


Fig. 5.

Deze formule werd getoetst aan een cirkelvormige spleet met diameter 30 mm, spleetbreedte 2 mm, hoogte 10 mm. Fig. III geeft een doorsnede van de spleet. Het metaal om de spleet was weekijzer, zoodat we H_s wel kunnen verwaarloozen. Boven de spleet heeft strooiïng plaats volgens halve cirkels en onder volgens kwartcirkels. Op een afstand h boven de spleet berekenen we dus

$$H = \frac{H_o l}{\pi h} \tag{8}$$

en op afstand h onder de spleet

$$H = \frac{2H_o l}{\pi h} \tag{9}$$

Door middel van een spoeltje en ballistische galvanometer werd het veld in en buiten de spleet gemeten. In fig. IV stellen de pun-

ten de experimenteele waarden voor, terwijl de getrokken lijn de veldsterkte voorstelt volgens de formules (8) en (9), waarin $H_0 = 4900$ (de veldsterkte in de spleet) gezet is.

Formules (8) en (9) gelden natuurlijk niet voor zeer kleine h. Wij kunnen verwachten, dat de formules zullen gelden tot ongeveer $h = l$. Zooals men ziet is de overeenstemming tusschen de gevonden en de berekende strooiïng bevredigend. (Eigenlijk mogen we formule (8) en (9) op dit geval niet toepassen, daar de veldsterkte nu niet constant is langs een strooilijn, zooals dit het geval was bij de oneindig lange spleet).

3. Om nu formule (2) te toetsen werd de volgende opstelling gebruikt: Twee hoefijzermagneten H_1 en H_2 (fig. V) bevinden zich in een messing toestel tegenover elkaar (lengte der magn. 106 mm doorsnede $19{,}15 \times 9.6\,\text{mm}^2$). H_1 is vast en H_2 kan door een schroef in de pijlrichting bewogen worden, zoodat de afstand tusschen de uiteinden van H_1 en H_2 van 0 tot ongeveer 20 mm gevarieerd kan worden.

Om ieder been is een spoel W met 515 windingen koperdraad aangebracht. De 4 spoelen worden achter elkaar geschakeld, zóó dat bij stroomdoorgang de krachtlijnen aansluiten. Bij A en B liggen 10 windingen, die beurtelings met de ballistische galvanometer verbonden kunnen worden.

De magneten worden nu eerst tegen elkaar geplaatst en door stroomsterktevariatie in de spoelen W terwijl de 10 windingen A met de galvanometer verbonden zijn, wordt de ontmagnetiseeringskromme opgenomen. De inductie volgt uit de galvanometeruitslag, terwijl de veldsterkte volgt uit de formule

$$HL = 0{,}4\pi\, ni.$$

Met $L = 21{,}2$ en $n = 2060$ volgt:

$$H = 121{,}7\, i.$$

Daar er toch nog een kleine luchtspleet aanwezig is als de magneten aansluiten, zullen we nemen

$$H = 121\, i \quad (i \text{ in ampères}).$$

De ontmagnetiseeringskromme opgenomen met de windingen A of B geeft bijna geen verschil. Beide magneten zijn 3% C_0-

magneten. Het gemiddelde der waarnemingen met A en B nemen we aan als de ontmagnetiseeringskromme voor het geheel. In fig. VI is deze kromme en de ellips die in het middengebied aansluit geteekend. Uit de ellips volgt:

$$H_c' = 89{,}5 \quad B_r' = 6800.$$

Om nu formule (2) te kunnen toetsen moeten we eerst de strooiïngscoëfficiënt σ berekenen. Om dit bij benadering te doen, onder-

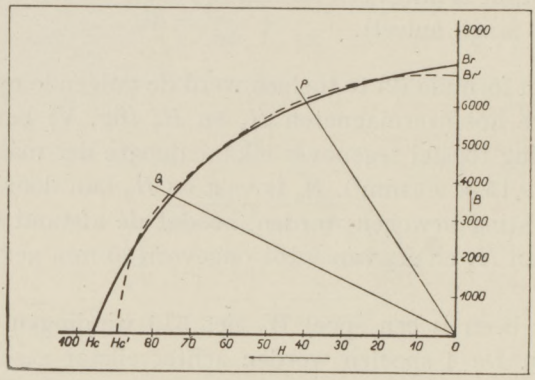


Fig. 6.

stellen wij weer, dat de strooilijnen halve cirkels zijn, die loodrecht in- en uittreden. Dit zal hier slechts bij zeer groote benadering het geval zijn, daar we hier geen rekening houden met de hoeken. Wij zullen dus de strooiïng te klein berekenen.

In formule (7) gaan we nu H_s uitdrukken in H_o (H_o = veldsterkte in de spleet)

$$LH_s + lH_o = 0 \text{ (dit volgt uit } \oint Hdl = 0).$$

Dus (7) wordt:

$$H = \frac{H_o l}{\pi h} - \frac{2\ H_o l}{\pi L}.$$

H wordt dus nul op een hoogte $h = L/2$.

Is de omtrek van de doorsnede der spleet a dan is de strooiïng Φ_{st} dus:

$$\Phi_{st} = a \int^{\frac{L}{2}} Hdh.$$

De onderste grens moeten we eenigszins willekeurig aannemen, daar formule (7) niet geldt tot $h = 0$. We zullen integreeren vanaf $h = 1$ mm.

$$\Phi_{st} = a\int_1^{\frac{L}{2}} H dh = a\int_1^{\frac{L}{2}} \frac{H_o l}{\pi h}\, dh - a\int_1^{\frac{L}{2}} \frac{2\, H_o l}{\pi L}\, dh =$$

$$= \frac{a\, H_o l}{\pi}\int_1^{\frac{L}{2}} \frac{dh}{h} - \frac{a 2 H_o l}{\pi L}\int_1^{\frac{L}{2}} dh =$$

$$= \left\{\frac{a H_o}{\pi}\, log\, \frac{L}{2} - \frac{2 a H_o}{\pi L}\left(\frac{L}{2} - 1\right)\right\} l.$$

De flux door de spleet is $\Phi_{sp} = s H_o$.

De strooiïngscoëfficiënt σ is dus:

$$\sigma = \frac{\Phi_{sp} + \Phi_{st}}{\Phi_{sp}} = 1 + \left\{\frac{a}{s\pi}\, log\, \frac{L}{2} - \frac{2a}{\pi L s}\left(\frac{L}{2} - 1\right)\right\} l.$$

Met $a = 57{,}5 \quad L = 106 \quad s = 184$ vindt men:

$$\sigma = 1 + (0{,}395 - 0{,}097)\, l = 1 + 0{,}30\, l \ (l \text{ in mm}).$$

Wij verwachten dus een strooiïngscoëfficiënt

$$\sigma = 1 + bl \text{ waar } b > 0{,}30.$$

Het experiment verliep nu als volgt: Eerst werden de magneten tegenover elkaar geplaatst, in de cyklische toestand gebracht en de ontmagnetiseeringskromme opgenomen. De stroom door de spoelen W wordt nu nul gemaakt. De inductie in de magneten is dus nu gelijk aan de remanentie. Nu worden de magneten, terwijl de 10 windingen A nog met de galvanometer verbonden zijn, snel ongeveer 1 mm uit elkaar bewogen door middel van de schroef. De galvanometer geeft de 10-voudige verandering der flux bij A aan. Daar de flux bij $l = 0$ bekend was (n.m.l. remanentie $\times$ doorsnede) is de flux bij deze nieuwe afstand weer bekend. Daarna wordt de veldsterkte in de twee spleten gemeten. Deze zijn ten naastenbij gelijk. Het gemiddelde wordt beschouwd als de veldsterkte bij de afstand l, die op een schaalverdeeling met nonius kan worden afgelezen; dan worden de magneten weer ongeveer 1 mm uit elkaar bewogen en telkens de fluxverandering bij A en de veldsterkte gemeten.

Zoo wordt dus de flux bij A Φ_A en door de spleet Φ_{sp} voor ver-

schillende l bekend. Daarna worden de magneten weer tegen elkaar geplaatst, in de cyclische toestand gebracht en het experiment herhaald.

In fig. VII is de grootheid $\sigma' = \Phi_A/\Phi_{sp}$ als functie van l uitgezet. Deze grootheid is niet de strooiingscoëfficiënt σ daar deze gedefinieerd was als

$$\sigma = \frac{\overline{\Phi}}{\Phi_{sp}}.$$

Daar Φ_A de maximale flux is in de magneten is dus $\Phi_A > \overline{\Phi}$ of $\sigma' > \sigma$.

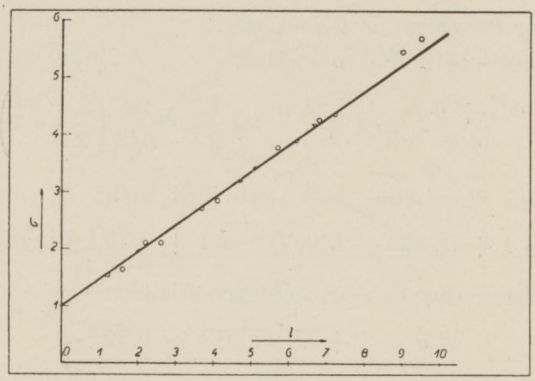


Fig. 7.

De punten van fig. VII liggen ongeveer op een rechte lijn door het punt (0,1), zoodat we σ' kunnen voorstellen door

$$\sigma' = 1 + 0{,}47\, l. \ (l \text{ in mm}).$$

We zien dus, dat σ' dezelfde vorm heeft als de berekende strooiingscoëfficiënt σ. Voor σ kunnen wij dus nu schrijven

$$\sigma = 1 + bl \text{ waarin } 0{,}30 < b < 0{,}47.$$

Het zal blijken dat $\sigma = 1 + 0{,}40\, l$ zeer goed voldoet.

In fig. VIII is de gemeten veldsterkte in de spleet tegen de spleetbreedte uitgezet. De punten stellen de experimenteele waarden voor en de getrokken lijn de waarden, berekend met formule (2) met

$$\sigma = 1 + 0{,}40\, l,\ H_c' = 89{,}5,\ B_r' = 6800,\ L = 106 \text{ en } \frac{s}{S} = 1.$$

Zooals men ziet spreiden de gemeten punten om de berekende lijn, zoodat we kunnen aannemen, dat formule (2) de veldsterkte als functie van de spleetbreedte goed weergeeft. Dat formule (2) voldoet over het geheele gebied van $l = 1$ mm tot $l = 10$ mm is begrijpelijk als wij nagaan welk deel der ontmagnetiseeringskromme in dit spleetbreedtegebied gebruikt wordt.

Uit $$LH_s + lH_o = 0$$

volgt $$H_s = -\frac{lH_o}{L}.$$

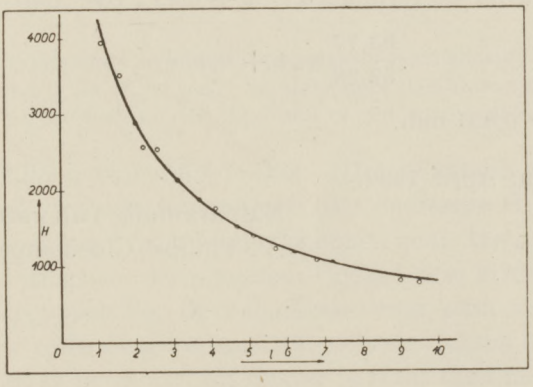


Fig. 8.

Voor $l = 1$ mm is $H_o = 4300$ dus $H_s = -\frac{4300}{106} = -40{,}5$. Dit correspondeert met het punt P der ontmagnetiseeringskromme (fig. VI). Voor $l = 10$ mm is $H_o = 800$ en dus

$$H_s = -\frac{10 \times 800}{106} = -75.$$

Dit komt dus overeen met het punt Q der kromme. In het spleetbreedtegebied 1 tot 10 mm gebruiken wij dus slechts het gedeelte PQ der ontmagnetiseeringskromme en in dit geheele gebied sluit de ellips goed aan deze kromme aan.

4. Wij kunnen nu ook de afstand bepalen van de uiteinden van de magneten als deze tegen elkaar geplaatst zijn (wat wij dus $l = 0$ noemden). De magneten worden tegen elkaar geplaatst en

in de cyclische toestand gebracht. Dan wordt de flux bij A en B en bij de aanrakingsplaats C gemeten. Voor $l = 0$ zouden we bij C het gemiddelde van A en B moeten vinden. Daar hier de ijking van de galvanometer geen rol speelt, bepalen we alleen de galvanometeruitslag.

Deze was bij:

$$A = 64{,}32$$
$$B = 63{,}23$$
$$C = 62{,}28.$$

Het gemiddelde van A en B is 63,77.

Passen we nu de formule $\sigma = 1 + 0{,}47\, l$ toe, dan vinden wij:

$$\frac{63{,}77}{62{,}28} = 1 + 0{,}47\, l$$

waaruit $l = 0{,}051$ mm.

Eindhoven, April 1930.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

ANTWOORD AAN DE KRITICI MIJNER HYPOTHESE BETREFFENDE HET ONTSTAAN DER PLANETEN

door H. P. BERLAGE Jr.

Summary.

My theory of planetary evolution has recently been sharply criticized by H. Groot and G. P. Kuiper. In this paper it is shown that their arguments are for the greater part unsound or not to the point.

Het verschijnen van mijn boekje: „Het Ontstaan en Vergaan der Werelden", is aanleiding geweest, dat de heeren H. Groot [1]) en G. P. Kuiper [2]) zich kritisch hebben geuit ten opzichte van mijn ontwikkelingsleer der planeten. Hoewel deze kritiek lang niet malsch is uitgevallen, ben ik er dankbaar voor, want nu ik de aanvallen, die ik reeds lang verwachtte, zich zie richten op bepaalde stellingen, ben ik beter dan tot dusver in staat deze te verdedigen.

Dat dit geen blindheid voor de werkelijke zwakheden in mijn theorie behoeft te beteekenen, hoop ik te kunnen bewijzen, door in twee verhandelingetjes, die dezer dagen in de Proceedings der Kon. Academie verschijnen, de planetenschepping weer vanuit een nieuw gezichtspunt te bekijken. Misschien zal Groot, die over de ingrijpende verschillen tusschen mijn „Skizze" [3]) en „Versuch" [4]) niet goed te spreken is, nu verbaasd kennis nemen van de wijzigingen, die ik in deze jongste publicaties voorstel, maar, hoewel van wankelbare overtuiging, waar het enkele buitengewoon moeilijk te vatten processen aangaat, meen ik toch te mogen protesteeren tegen kritieken, die den indruk wekken, dat mijn denkbeelden tot hiertoe waardeloos en beter verzwegen gebleven waren.

---

1) Physica, 1930, afl. 6, blz. 177.

2) Hemel en Dampkring, Juni 1930, blz. 233.

3) Skizze einer Kosmogonie, Astr. Nachrichten, 1923. (verouderd).

4) Versuch einer Entwicklungsgeschichte der Planeten, Gerland's Beiträge z. Geophysik, Ergänzungsheft, **17**, 1927; Notiz zu meiner Kosmogonie. Eine Stütze und ein Einwand, Gerland's Beiträge z. Geophysik, **19**, 185, 1928.

En wel om de eenvoudige reden, dat deze kritieken grootendeels geen steek houden. Om dit aan te toonen zal ik aanknoopen aan de door de heeren Kuiper en Groot geopperde bezwaren.

Mijn standpunt is steeds geweest, dat een goede kosmogonie rekenschap moet kunnen geven van den regel van Titius en Bode. We weten allen, dat deze regel in zijn klassieken vorm te kort schiet, maar dit doet heel weinig af aan het feit, waarover bijna iedereen het eens gebleven is, dat de afstanden der planeten tot de zon aan een zekere formule gebonden zijn, waarvan een exponentieele term het voornaamste bestanddeel uitmaakt. Dit zou nog niet eens zoo heel merkwaardig zijn, wanneer niet de massa's der planeten een reeks vormden, die in geen enkel doorzichtig verband staat met de reeks hunner baanstralen. De kleine Mars en de groote Jupiter gehoorzamen ongedwongen aan den bedoelden regel. Hierin ligt het beste bewijs, *dat de reeks der baanstralen niet harerzijds afleidbaar is uit het min of meer ordelijke samenballen der oermaterie tot planeten.* Dat de baanstralen aan een regel gebonden zijn, dien ik gemakshalve dien van Titius of Bode blijf noemen, veronderstelt de werkzaamheid van een nog onbekenden ordescheppenden factor. Om tot de kern van de zaak door te dringen moet deze factor in de allereerste plaats worden opgespoord en daarom heb ik geschreven: „Titius en Bode zijn geen belangelooze toeschouwers maar veeleischende opdrachtgevers".

Waarover strijdt Groot nu eigenlijk 2 bladzijden lang met mij? En dan de zaak Pluto. Wat te denken van een groote planeet met een baanhelling van 17° en een baanexcentriciteit van 0.26? Bewijst zijn wanordelijk gedrag niet, dat Neptunus inderdaad de laatste planeet is, die nog aan de strenge tucht van het centrale rijk onderworpen werd, zooals zijn afwijking van de wet van Bode reeds deed vermoeden? Vrijbuiters als Pluto verrassen niemand. Zulke typen zijn te verwachten en daar zal geen enkele kosmogonie last van hebben. Want één ding is zeker: *de tucht is het probleem en niet de ordeloosheid in de grensdistricten.*

Het is mij onbegrijpelijk, hoe Kuiper als zijn overtuiging kan uitspreken, „dat een wet als van Titius beter door de getijdetheorie dan door eenige monistische theorie verklaard wordt", want de getijde-theorie geeft er niet alleen geen *betere* verklaring van dan welke andere theorie ook, maar geeft er *in het geheel geen* verklaring van.

Nu heb ik altijd, en op dit punt ben ik voor Groot's handreiking uiterst erkentelijk, het electrostatische veld van de zon als de macht beschouwd, die de afstanden der planeten tot de zon heeft geregeld. Over het hoe heb ik in den loop der tijden verschillende hypothesen geopperd. Zij hadden echter alle tot taak te verklaren, waarom de materie van een om de zon roteerende platte gasschijf zich tot ringen verdichtte, welker stralen een in eersten aanleg meetkundige reeks vormen, zonder dat het er op aankwam hoe groot de massa van elk der ringen afzonderlijk uitviel.

De gasschijf heb ik in mijn „Skizze" en „Versuch" volgens het schema van Laplace laten ontstaan, zonder de hachelijke discontinuiteit in het proces te aanvaarden, die Laplace voor de evolutie zijner ringen behoefde. Zoo kon dus ook tegen mijn theorie het bekende bezwaar tegen de theorie van Laplace worden aangevoerd, dat van de wanverhouding der impulsmomenten van zon en planeten. Ik noem het gaarne het zware geschut in den strijd tegen Laplace, maar ik heb in mijn boekje: „Over het Ontstaan en Vergaan der Werelden" [1]) de redenen uiteengezet, waarom het volgens moderne inzichten vooral niet te haastig moet worden afgevuurd.

Groot acht mijn berekening van de afneming van het impulsmoment van de zon tengevolge van massaverlies door straling „onverklaarbaar", maar dit berust op een vergissing zijnerzijds. Groot schrijft: „Uit de vergelijking

$$\vartheta = Mk^2\omega,$$

waarin ϑ het impulsmoment, M de massa, k de traagheidsstraal en ω de hoeksnelheid voorstelt, volgt door logarithmische differentiatie

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = \frac{dM}{M},$$

of

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{M}{M_0},$$

m.a.w. het impulsmoment is, onder overigens, gelijke omstandigheden, rechtevenredig met de massa".

1) blz. 189.

Zoo eenvoudig is de zaak niet, want de grootheden M, k en ω zijn niet onafhankelijk van elkaar. Wanneer we de zon gemakshalve homogeen onderstellen en haar hoeksnelheid uniform, dan moet de analyse als volgt luiden.

Het totale impulsmoment van de zon bedraagt

$$\vartheta = \tfrac{2}{5} M r^2 \omega,$$

wanneer r haar straal voorstelt. De massa dM, die per tijdseenheid door straling verloren gaat, zetelt echter uitsluitend in den buitensten bolschil van dikte dr en bezit derhalve een impulsmoment

$$d\vartheta = \tfrac{2}{3} r^2 \omega \, dM.$$

Vandaar

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = \tfrac{5}{3} \frac{dM}{M}$$

en

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \left(\frac{M}{M_0}\right)^{\frac{5}{3}},$$

met het resultaat, dat uit $M_0 = 10\,M$ volgt.

$$\vartheta_0 = 50\,\vartheta$$

en niet

$$\vartheta_0 = 10\,\vartheta,$$

zooals Groot meent. Het verschil is aanmerkelijk en zelfs zoo belangrijk, dat het grootste gevaar, dat de theorie van Laplace loopt, niet eens van den kant van het zwaarste geschut dreigt. Ik kom op dit punt nog terug.

Maar, zegt Kuiper, „dat men mag aannemen, dat het impulsmoment van de zon vroeger eenige tientallen malen grooter was, laat zich niet vereenigen met een leeftijd voor het zonnestelsel tusschen 10^9 en 10^{10} jaar". Ik vraag mij af, wat de „leeftijd" van ons zonnestelsel is, wanneer men zich minder gewillig dan Kuiper onder de suggestie van de getijde-theorie stelt, die van een moment van geboorte van het zonnestelsel spreekt? Wat wij met redelijke zekerheid weten is toch slechts dit: de aarde vertoonde

zich tusschen 10^9 en 10^{10} jaar geleden voor het eerst in vloeibare gedaante, terwijl zij ook als zelfstandigen gasbal niet heel veel langer bestaan kan hebben. Over hetgeen de stof, die zich dus blijkbaar omstreeks dien tijd tot planeten samenvoegde, tevoren overkomen is, leert ons dit verder nog niets, tenzij, dat men zich *a priori* bindt aan de voorstelling, dat het samenballen geheel uit eigen beweging moet zijn geschied.

Wel deel ik een ander bekend bezwaar tegen de hypothese van Laplace. Behalve dan, dat men moeilijk kan aannemen, dat bij de contractie van den planetairen oernevel iets anders kon overblijven dan een platte schijf, moet deze nevel, althans het centrale deel dat nog krimpt, gedurende zijn contractie steeds uniform zijn blijven wentelen, omdat het anders den scherpen equatorialen lensrand zou hebben gemist, waarlangs het stof verliest. Dat deze uniforme rotatie gehandhaafd bleef, is vrijwel ondenkbaar, zooals herhaaldelijk is aangetoond.

Ik volg daarom liever het contractieproces van Kant, dat onze rede geen geweld aandoet en tot hetzelfde resultaat leidt, een zon, omgeven door een platte gasschijf, wier deelen in cirkelbanen rondloopen, met snelheden, die aan de derde wet van Kepler beantwoorden. Als ik het goed zie, heeft Kant's voorstelling tot waar de schijf ontstaan is nooit ernstige kritiek ontmoet. Wel heeft Nölke ook tegen Kant de wanverhouding tusschen de impulsmomenten van de zon eenerzijds en de planeten anderzijds aangevoerd [1]), maar het komt mij voor, dat Nölke het bezwaar zelf schept uit een onderstelling, die nooit verwezenlijkt kan geweest zijn, namelijk, dat „am Anfang der Entwicklung die Verteilung der Massen, der Geschwindigkeiten und der Flächenmomente kein bestimmtes Gesetz befolgt". Voor de massa's en de snelheden kan regellooze verdeeling terecht gepostuleerd worden, maar voor de impulsmomenten gaat dat niet aan, omdat de impulsmomenten behalve van de massa's en hun snelheden ook van hun afstand tot een zekere as afhangen. Wat Nölke onder een regellooze verdeeling van punten ten opzichte van een gegeven as verstaat, moet hij ons nog vertellen.

En dan nog iets, wie zegt ons, dat de zon niet chronisch nova wordt en daarbij telkens met een aanzienlijke hoeveelheid stof

1) Das Problem der Entwicklung unseres Planetensystems, tweede druk, 1919, blz. 158, § 87.

een aanzienlijke hoeveelheid impulsmoment verliest, een idee met de uitwerking waarvan, zooals ik vernam, von Zeipel zich bezighoudt. Ook I. Ruud heeft in een recent artikel, dat ik overigens tot nu toe vergeefs gepoogd heb te begrijpen, de afname van het impulsmoment van de zon met haar passeeren van het novastadium in verband gebracht [1]).

Hoe wij het probleem ook bekijken, ik geloof niet, dat we behoeven te twijfelen aan de mogelijkheid, dat de zon te eeniger tijd omgeven was door een platte gasschijf, waarvan de macroscopische elementen cirkelvormige banen beschreven met een volgens de derde wet van Kepler passende snelheid, zonder dat de verdeeling der impulsmomenten over zon en schijf een ontwikkeling tot het ons bekende planetenstelsel kon verhinderen. Microscopisch beschouwd, vertoonde elk element natuurlijk de temperatuurbeweging der moleculen.

Maar, vraagt Kuiper nog, „hoe komt een *G*-ster als de zon aan een gaswolk om zich heen", en vervolgt: „bovendien zou die wolk (in evenwicht) als een planetaire nevel, als een groote chromosfeer, uit slechts enkele gassen opgebouwd zijn, terwijl juist blijkt de intensieve samenhang in de samenstelling van, zeg, de omkeerende laag van de zon en de aarde (planeten)".

Hierop is het volgende te antwoorden. Elke ster, geboren uit den galaktischen spiraalnevel, heeft — hoe zouden we het ons anders moeten voorstellen — aanvankelijk een gaswolk om zich heen gehad, bestaande uit alle mogelijke elementen. Was onze zon met haar omhulsel in rust geweest, dan zou er van dat omhulsel, nu de zon in het *G*-stadium verkeert, natuurlijk niets hebben kunnen overblijven dan misschien wat gespecialiseerde gasresten, b.v. Ca^+. Maar de rotatie van het stelsel verandert het evenwichtsprobleem zoo volkomen, dat het zich niet met een paar woorden laat afdoen of, beter gezegd, nog heelemaal moet worden opgelost. Bovendien heb ik nooit geloochend, dat in de oerwolk, tengevolge van selectie door stralingsdruk en andere oorzaken, verschillende elementen naar buiten toe steeds zeldzamer werden. Immers dit wordt ten duidelijkste bewezen door het typische verloop van de dichtheid der planeten in functie van hun afstand van de zon. Ja, dit is juist het antwoord op Kuiper's vraag: „Vanwaar verder de verschil-

1) Die Entwicklung des Sonnensystems, Astr. Nachrichten **239**, Nr. 5721, 1930.

lende ϱ voor de planeten?" Heeft hij misschien bij de getijdetheorie naar een adequaat antwoord op deze vraag gezocht?

Tot zoover wat de vroegste ontwikkeling van het zonnestelsel betreft. We komen nu aan de tweede phase, het boetseeren van de planeten uit de schijf van K a n t. Dit zou onder invloed van het electrostatische veld van de zon geschied zijn en mijn leidende gedachte is altijd geweest: *het electrostatische veld van de zon dwingt de stof van de schijf zich te verzamelen langs concentrische cirkels*, wier stralen in eerste benadering een meetkundige reeks vormen.

Op dit punt begint naar mijn overtuiging pas de groote moeilijkheid, en hier had ik dan ook liever wat meer medewerking dan al te felle kritiek ontmoet. Maar G r o o t en K u i p e r meenden, dat met hun eerste algemeene opmerkingen de zaak reeds ten doode was opgeschreven. Voor ik daar nu nog een paar woorden over zeg, voel ik me echter genoodzaakt nóg enkele zinsneden uit de kritieken onder de loupe te nemen.

K u i p e r schrijft: „Dat vloeistofdruppeltjes de zon zouden verlaten, zal men niet kunnen toegeven en dat de ionen de electronen volgen in hun vlucht evenmin". Laat de temperatuur der chromosfeer condensatie toe, ja of neen? Ik heb tot nu toe steeds bevestigend durven antwoorden, in het aanmoedigende gezelschap van A r r h e n i u s [1]). Een quaestie van overwegend belang is namelijk, dat het hier slechts behoeft te gaan om L a n g e v i n-ionen, kleine groepjes atomen, verzameld om een electrisch geladen kern, zooals die ook in den aardschen dampkring voorkomen bij temperaturen, waarbij van druppelvorming in den gewonen zin des woords nog geen sprake is. A. V é r o n n e t heeft onlangs een berekening van de cohaesiekracht van complexe ionen uitgevoerd [2]), die de voorstelling van dergelijke samenballingen in de chromosfeer, in het bizonder tijdens de plaatselijke temperatuurreducties die voorkomen, heelemaal niet zoo wonderlijk doen schijnen. En als deze verdichting eerder op negatieve kernen dan op positieve plaats vindt, hetgeen proefondervindelijk is aangetoond, en de stralingsdruk heeft voldoende vat op de kleine druppeltjes, hetgeen zeer waarschijnlijk is, dan verlaten de electronen met de druppeltjes het eerst de zon en komen de vrije ionen achteraan.

1) Das Werden der Welten.

2) Théorie de la formation des gros ions et gouttelettes, **C. R. 189,** 1929, p. 1249.

Welke ionen, is nu niet meer aan twijfel onderhevig. Het zijn natuurlijk de *Ca*-ionen, die, door den stralingsdruk gedragen, het hoofdbestanddeel van de chromosfeer vormen.

Dat electronen niet indirect, maar direct door de zon zouden worden uitgestooten, heb ik in mijn W.B. boekje terloops als nevenmogelijkheid open gelaten, toen het Compton-effect in dit verband tot velerlei in staat werd geacht.

In tegenstelling met de suppositie, dat de electronen voorgaan en de *Ca*-ionen achteraan komen, neemt men met E. A. Milne meestal het omgekeerde aan. Maar men hoede zich voor het misverstand, dat hier zekerheid zou heerschen.

Uitsluitsel omtrent het teeken der primair uitgestooten deeltjes kan slechts een bepaling van het teeken der zonnelading geven. Gaan de negatieve deeltjes voor, dan is de zonnelading stellig positief, gaan de positieve deeltjes voor, dan is de zonnelading negatief. Men kan zich een denkbeeld vormen van de grootte dezer lading door één der beide onderstellingen nader te analyseeren, en daarop doelt vermoedelijk Kuiper, als hij mij voorhoudt, dat „de grootte van de lading der zon wel degelijk uit theoretische onderzoekingen bekend" is, maar dat helpt ons niet aan een beslissing over de juistheid onzer onderstellingen. Deze kan ten slotte slechts door de waarneming gebracht worden. Het Stark-effect is daartoe helaas te zwak gebleken, maar er is — nu kom ik aan een thema uit mijn „Versuch" waar Groot noch Kuiper een enkel woord over hebben gerept — nog een ander hulpmiddel. Als we de sterkte van een electrisch veld willen leeren kennen, meten we de kracht, die een klein geladen proeflichaampje in het veld ondervindt. Welnu, als zoodanig staan ons de ionen in de kometenstaarten te beschikking. Men *kan*, zooals ik in mijn „Versuch" heb aangetoond, enkele algemeene karaktertrekken der kometenstaarten, zooals de drie typen van Bredichin uit electrostatische afstooting verrassend ongedwongen verklaren. Mag deze verklaring als juist worden aangenomen, dan luidt de gevolgtrekking: de zon is positief geladen, waaruit men zou moeten besluiten, dat de zon in eerste instantie negatieve deeltjes uitzendt. Dit eenige mij bekende bewijs voor een positieve zonnelading steunt zijnerzijds op een hypothese en is dus zwak, maar voor een negatieve zonnelading bestaat er heelemaal geen.

De positief en negatief geladen corpuscula, die de zon verlaten,

doen niet anders dan in de ruimte verdwijnen en een electrostatisch veld scheppen. G r o o t geeft dan ook mijn meening geheel verkeerd weer, wanneer hij schrijft: „Dan begint een condensatieproces aan de oppervlakte van de zon, waardoor minuscule geladen stofdeeltjes gevormd worden. De stralingsdruk drijft deze weg tot op afstanden, die evenredig zijn met het atoomgewicht der betreffende stoffen". De ionen, die ik zich volgens hun atoomgewicht langs concentrische cirkels laat verzamelen, komen volgens mijn hypothese uit de schijf zelf voort.

Maar nu verder. De vraag „of de ionen erin zullen slagen zich een weg te banen door den omringenden nevel tot op den voorgeschreven afstand, zonder reeds veel eerder aanleiding te geven tot condensatie", moet inderdaad wel ontkennend beantwoord worden, evenals de vraag of de ionen wel werkelijk tot rust zullen komen, alvorens tot condensatie aanleiding te geven. Deze beide eischen van mijn theorie, in den vorm, zooals deze in mijn „Versuch" werd uiteengezet, heb ik danook vermeden in den nieuwen vorm, dien ik in het W.B.-boekje aan deze periode der ontwikkeling gegeven heb. Er is daar echter een fout aan blijven kleven, die ik hier herstellen wil. Mijn bedoeling was deze: de ionen zullen de condensatie inzetten, daar waar het theorema van R o c h e deze condensatie veroorlooft en dat is in de eerste plaats daar, waar de *gradient* van zwaartekrachtveld + electrisch veld nul wordt, dus

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{fMAH - E_0e + Ee}{r^2}\right) = 0$$

wordt, en *niet* daar waar het gecombineerde veld *zelf* nul wordt, of

$$fMAH - E_0e + Ee = 0$$

is, zooals er staat.

Zoo gezien, geloof ik nog altijd, dat er in de theorie heusch wel iets van die soepelheid zit, waaraan G r o o t eenige niet heel vriendelijke woorden wijdt. Is het noodig om op te merken, dat het nooit mijn bedoeling geweest is, om te zeggen: zus en zoo is het gebeurd, maar om, uitgaande van telkens wat beter geslaagde variaties op eenzelfde grondthema, de consequenties tot in die hoeken te vervolgen, waar theorie of waarneming een duidelijk ja of neen kunnen antwoorden.

Daarom is het eigenlijk zoo dubbel jammer, dat Pluto uit het wettelijke kader valt. Hier bestond een uitgezochte gelegenheid om een zekere bewering zonder vooringenomenheid aan een nieuw object te toetsen, maar nu blijkt dit object niet eens meer aan de primaire karakteristiek van het planetenstelsel te voldoen, te weten: de banen zijn cirkels, hun helling is gering en hun stralen volgen den regel van Bode. Mag men mij dan den eisch stellen, dat zijn massa wèl aan de verwachting had moeten beantwoorden, op straffe van van kabbalistiek verdacht te worden?

Het is waar, ik ben zelf momenteel gedwongen de mogelijkheid onder de oogen te zien, dat bij mijn terugvinden van de massaverhouding der planeten uit de scheikundige samenstelling der aardkorst toeval in het spel is geweest, zonder echter Kuiper en Groot toe te geven, dat deze berekening een goocheltoertje met atoomgewichten mag genoemd worden. Zij hadden kunnen constateeren en de waarschijnlijkheidsrekening zegt het U onmiddellijk, dat onder de twintig à dertig veelvuldig voorkomende elementen, behalve de reeks met de atoomgewichten 33, 32, 31, 30, 29, 28, 27, 26, 25, geen tweede voorkomt, die bevredigend aan de vraag voldoet. Zelfs was de kans, dat ook maar één serie aan de vraag zou voldoen reeds zoo minimaal gering, dat ik alle redenen had mijn hypothese gesteund te achten door een verrassend verband dat niet a priori in deze hypothese was verborgen, maar daaruit, ook historisch, ongedwongen voortvloeide. En ik beschouw het nóg als een veelbelovende taak om na te gaan of deze betrekking tusschen twee reeksen van schijnbaar niets met elkaar te maken hebbende grootheden, niet misschien op andere wijze dan voorheen weer kan worden verlevendigd, geënt op de rationeelere basis, die ik in de Proceedings der Academie gelegd heb.

Deze rationeelere basis bestaat in de ontdekking, dat het electrostatische veld van de zon, uit hoofde van zijn ruimtelijk verloop, zonder meer in staat kan worden geacht de schijf van Kant te dwingen zich in de ringen van Laplace op te lossen, terwijl deze verdichting tot ringen vroeger neerkwam op een vangen van stof uit de schijf door druppeltjes, die zich eerst langs concentrische cirkels op ionen hebben afgezet. Dit is inderdaad een zwakke schakel in mijn evolutieschema geweest, maar daarvoor hoop ik nu een solidere gesmeed te hebben.

Weltevreden, September 1930.

BOEKBESPREKING

Eugène Bloch. **L'Ancienne et la nouvelle Théorie des Quanta.** Paris, Librairie scientifique Hermann et Cie 1930. 417 pag.

Tot voor betrekkelijk korten tijd waren golf- en quanta-mechanica (hier door Bloch als la nouvelle théorie aangeduid) slechts toegankelijk in de oorspronkelijke tijdschriftartikelen. Daarin is verandering gekomen: het aantal in den laatsten tijd verschenen boeken, waarin deze theorieën stelselmatig worden uiteengezet is legio, zoodat het groote aantal reeds een embarras de choix veroorzaakt. Gelukkig bevatten de meeste dezer boeken verdienstelijke uiteenzettingen van de theorie, zooals ook met dit boek van Bloch het geval is, zoodat men er met voordeel gebruik van zal maken. Toch kan al naarmate van het doel een verschillende keuze de meest practische zijn. Zulk een keuze kan vergemakkelijkt worden door een kritische bespreking.

Het boek van Bloch onderscheidt zich van de andere bedoelde boeken, doordat het 1e ook de ,,ancienne théorie'' behandelt en 2e doordat het niet als leerboek is geschreven, maar den inhoud bevat van colleges, gegeven voornamelijk in de cursussen '26—'27 en '28—'29. Het komt mij voor, dat iemand, die thans een leerboek zou schrijven het zwaartepunt wat meer naar de ,,nouvelle théorie'' zou verplaatsen. Deze laatste, te beginnen met de ,,de Broglie-golven'' en eindigende met Bose- en Fermi-statistiek omvat slechts $\pm$ 150 pag. De storingstheorie met haar groot aantal belangrijke toepassingen en de zoo interessante discussie van z.g. gebieden van negatieve kinetische energie (gedegenereerde golven) hebben dan ook geen plaats kunnen vinden. Bovendien zijn resultaten dikwijls met woorden vermeld, zonder dat het mathematische bewijs in extenso gegeven wordt.

Om al deze redenen komt het boek mij niet geschikt voor, om als leerboek te worden gebruikt voor degenen die een grondige studie van quanta- of golf-mechanica wil maken en ze zelf wil kunnen toepassen. Daar de uiteenzetting der vraagstukken echter duidelijk en naar het mij voorkomt in hoofdzaak betrouwbaar is, lijkt het boek mij van waarde voor degenen, die zonder prijs te stellen op het zelf mathematisch uitwerken van problemen, op de hoogte wenschen te komen van de voornaamste quanta-theoretische vraagstukken.

Het hoofdstuk over Heisenberg's onbepaaldheidsbetrekking echter zou ik nadrukkelijk van mijn oordeel over de betrouwbaarheid willen uitzonderen. Bij andere schrijvers meende ik echter over dit onderwerp soortgelijke vaagheden en verwarringen aan te treffen; zoodat het hoogst onbillijk zou zijn Bloch te verwijten, dat hij inzichten uiteenzet, die de over dit onderwerp gangbare schijnen te zijn. Toch zal ik mijn bezwaren aan de hand van uitingen van Bloch uiteenzetten, en wel in het bijzonder aan de hand van wat hij beweert naar aanleiding van $\Delta t \; \Delta E =$ van de orde h.

Op pag. 364 zegt hij, dat bij gegeven energie E de beteekenis van Δt is:

de onnauwkeurigheid van den tijd, waarop het electrom met die E *door een bepaald punt van zijn baan gaat.* Bij het op pag. 368—369 besproken voorbeeld is Δt de onzekerheid in den tijd, waarop de energie *de bedoelde waarde* tusschen E en $E + dE$ *had.* Deze twee op zich zelf reeds zeer verschillende definities worden geen van beide m.i. consequent toegepast op de voorbeelden, bij de discussie waarvan zij worden opgesteld. Op pag. 364 wordt aan een bepaalde baan van Bohr gedacht (E bepaald, $\Delta E = 0$). De Δt wordt nu $= \infty$ verklaard. M.i. moest dit $\pm \frac{1}{2}$ **T** zijn (**T** = periode van de beweging in de baan). Wil men hier Heisenberg's relatie handhaven, dan komt het mij voor, dat men voor welgekwantiseerde grootheden (E) de Δ niet nul mag nemen, maar dat deze op zich zelf reeds een minimum waarde heeft. Op pag. 377 verklaart Bloch dat, Heisenberg's relatie $\Delta p \; \Delta q = h$ met Planck's eindige elementen in de phaseruimte overeenkomt. Wat grootte aangaat doen zij dit ook (wanneer men bij Heisenberg de bewering = van de orde h tot = streng h verscherpt) maar de beteekenis is zeer verschillend. Wanneer men voor Planck's vibratoren in een E, t ruimte phase-elementen kiest met $\Delta E \; \Delta t = h$, maar ze een zoodanigen vorm geeft, dat ΔE tot nul, Δt tot ∞ nadert, nadert het Planck sche tot het Rayleigh sche spectrum.

Ten slotte de toepassing op de proef van Stern en Gerlach op pag. 368—369, die ik boven reeds citeerde. Hier wordt als E genomen het verschil in *potentieele energie* als het deeltje ,,in het veld'' is. Maar als een homogene bundel langs de magneetpool geschoten wordt, is de totale ΔE nul, en als de bundel niet homogeen is, is de ΔE het verschil in kinetische energie op grooten afstand. Als Δt wordt door B. de tijd genomen, gedurende welken het deeltje ,,in het veld'' was. Wanneer men den tijd zou willen bepalen, waarop de hier door B. bedoelde potentieele energie bestond, zou men dit m.i. moeten doen door te bepalen de oogenblikken van openen en sluiten van diaphragma's en den tijd noodig om van diaphragma tot ,,veld'' te komen. De onzekerheid in de bepaling van den tijd is de tijd, dat het diaphragma open was, vermeerderd met de onnauwkeurigheid in de tijdsbepalingen. De door Bloch (en anderen) hiervoor genomen grootheid komt als onzekerheid in de tijdsbepaling m.i. niet in aanmerking.

Inderdaad komt het mij voor, dat men de zoo origineele en fascineerende suggestie van Heisenberg het meest eer aandoet, niet door haar voetstoots te aanvaarden en te propageeren, maar door te trachten haar te bediscussieeren .... met een zoo gering mogelijke onnauwkeurigheid in begrippen en uitdrukkingen. J. D. v. d. W. Jr.

E. U. Condon en Ph. M. Morse, **Quantum Mechanics,** 244 blz., 28 fig. McGraw–Hill Publishing Co. Ltd., London, 1929.

Zooals de schrijvers reeds in het voorwoord opmerken, is het boek bedoeld als inleiding tot de quantummechanica voor een groote kring van lezers en daarom zijn de wiskundige uiteenzettingen zoo elementair mogelijk gehouden.

Als eigenlijke grondslag van de theorie is, uitgaande van de Broglie's ideeën, de golfvergelijking van Schrödinger vooropgesteld. De na-

tuurkundige en kennistheoretische inhoud van de daarin vervatte onzekerheidsrelatie wordt op vlotte wijze besproken. Beginnende met de eenvoudigste bewegingen van een lichaam wordt geleidelijk overgegaan tot de ingewikkelde theorie van de atomen en tweeatomige moleculen, waarbij ook de storingstheorie en haar toepassingen de hun toekomende plaats innemen. Misschien zouden de symmetrieverschijnselen van de eigenfuncties, die optreden wanneer verscheidene gelijke deeltjes aanwezig zijn, een uitvoeriger behandeling verdiend hebben, omdat zij karakteristiek zijn voor de quantummechanica en van veel belang zijn voor de systematiek der spectra. In ruil daarvoor zouden de eenvoudige voorbeelden besnoeid hebben kunnen worden. Alles bij elkaar genomen is er echter een gelukkige keuze uit de overvloed van stof gedaan, wat vooral op aangename wijze aan den dag treedt in het hoofdstuk over aperiodische verschijnselen en radioactieve kernverbrokkeling. De samenhang van de golfvergelijking met de algemeene transformatietheorie en met de operator- en matrixrekening wordt in een afzonderlijk hoofdstuk kort, doch in den opzet van het boek voldoende, uiteengezet.

Het boek kan als inleiding wel aanbevolen worden; het biedt in een rijke literatuuropgave den lezer gelegenheid, zijn hier langs eenvoudigen weg verkregen kennis te verdiepen. F. B.

L. Pauling en S. Goudsmit, **Structure of Line Spectra,** 242 blz., 66 fig. McGraw-Hill Publishing Co. Ltd., London, 1930.

Het vectormodel is voor de beschrijving van de wetmatigheden in de atoomspectra nog steeds onontbeerlijk, hoewel het sedert het ontstaan van de quantummechanica niet meer zoo een bijzondere plaats inneemt als in de historische ontwikkeling het geval was. Het hier besproken boek, dat door alleszins bevoegde personen op heldere wijze geschreven is, steunt dan ook op het vectormodel. Het krijgt voor den spektroscopist bijzondere waarde, daar uit dit model op aanschouwelijke wijze resultaten afgeleid kunnen worden, die anders slechts moeizaam langs wiskundigen weg te bereiken zijn. De beide inleidende hoofdstukken en de talrijke literatuuropgaven stellen den lezer overigens in staat, altijd tot de strenge theorie over te gaan, wanneer hij daaraan behoefte mocht gevoelen.

Aan de hand van de empirische feiten worden de grondbegrippen, in het bijzonder ook het spinelectron, met waterstof en de alkaliachtige spectra als voorbeeld, ontwikkeld. Hierbij wordt ook ingegaan op het hiervoor zoo belangrijke Stark- en Zeemanneffect. Met behulp van die grondbegrippen worden de spectra van atomen met twee en meer electronen beschreven, tezamen met de daarbij optredende verschillende koppelingsschema's. Door talrijke tabellen wordt de lezer op voorbeeldige wijze vertrouwd gemaakt met de voor de termen gebruikelijke symbolen. Deze worden consequent gebruikt in de volgende hoofdstukken over het periodieke systeem en de Röntgenspectra. Een afzonderlijk hoofdstuk is gewijd aan de hyperfijnstructuur, een gebied waarop onze kennis zich nog steeds sterk uitbreidt en dat voor de opsporing van de magnetische eigenschappen van de atoomkernen van het grootste belang is.

Zonder den lezer een te groote hoeveelheid empirisch materiaal aan te bieden, zijn de schrijvers er in geslaagd, steeds op de juiste plaats de essentieele trekken aan een karakteristiek voorbeeld toe te lichten. Dank zij zijn overzichtelijkheid is het boek ongetwijfeld zoowel voor beginnende als voor ervaren spectroscopisten van groote waarde. F. B.

Radio Research Board, **A critical review of literature on amplifiers for radio reception.** 239 blz. — H. M. Stationary Office. London. 1930. Prijs 5 sh. net.

In de „introductory note" wordt ons medegedeeld, dat „the present report contains a review and general bibliography of the more recent literature on the design of radio receivers" en verder „the review is essentially critical". Voorts, dat „it is believed that the bibliography is practically complete from 1916 to April 1926, but it is realised that some of the literature on the subject has possibly been overlooked". En ten slotte dat: „the review is divided into four main sections: **1,** radio frequency amplifiers, **2,** rectification, **3,** audio frequency amplifiers, **4,** measurements".

De inhoud gaat dus nog vrij wat verder dan de titel aangeeft.

Het is een zeer ambitieuse taak, die de schrijvers zich gesteld hebben. Het is nl. geen kleinigheid om de zeer uitgebreide literatuur over radio-ontvangers, waarbij nog is afgezien van de duizenden publicaties van min of meer dilettantisch allooi, niet alleen te verzamelen, maar die één voor één kritisch te beschrijven.

Men kan dan ook niet zeggen, dat de schrijvers in deze uitgebreide zichzelf opgelegde taak volledig geslaagd zijn. Inderdaad blijkt, dat terecht werd „realised that some of the literature on the subject has possibly been overlooked". Afgezien echter hiervan heeft het boek toch wel zijn nut. Er bestond namelijk geen samenvatting van de bedoelde literatuur en als zoodanig heeft het boek o. i. meer waarde dan door de kritische behandeling door de schrijvers van die literatuur.

Het boek is zeer fraai uitgegeven en de druk is goed verzorgd. Met het genoemde voorbehoud kan het zeker aanbevolen worden. B. v. d. P.

A. A. Knowlton and Marcus O'Day. **Laboratory Manual in Physics,** 127 blz., 62 fig. — Mc Graw-Hill. Publishing Co. Ltd. London, 1930. Prijs 6/3 net.

Steeds meer wint de gedachte veld, dat de leerling om een goed inzicht in de natuurkunde te krijgen, zelf aan het experimenteeren moet, ten einde door het doen van zorgvuldig uitgekozen proeven een gesteld probleem tot oplossing te brengen. Wanneer hem daarbij dan niet wordt aangeboden een lijst van oefeningen die hij alle moet doen, maar een serie proeven, waardoor belangrijke vragen tot oplossing moeten worden gebracht, zal de belangstelling worden gewekt, die in de eerste plaats noodig is om het probleem, dat gesteld wordt, helder te zien.

Deze gedachte is in het bovengenoemde Amerikaansche boek vooropgesteld en zoo worden hierin een keur van proeven gegeven, die een groote ver-

scheidenheid bieden, zoowel in wat de graad van moeilijkheid betreft, als in de toelichting bij de verschillende proeven.

Ofschoon het ontstaan is naast een bepaald handboek: ,,Physics for College Students'', en in de tekst ook vaak daarna is verwezen, kan het toch wel afzonderlijk worden gebruikt; te meer daar degene, die zelf practicum oefeningen leidt, uit dit boek er enkele uit zal halen, omdat ze nieuw zijn, en vele andere zal laten rusten omdat zij niet van de algemeen gebruikte afwijken.

De proeven zijn verdeeld in 10 groepen die de verschillende deelen van de mechanica en de physica bestrijken. De laatste groep bevat wat moeilijker proeven voornamelijk op het gebied van wisselstroom en radioactiviteit.

Het geheel ziet er goed verzorgd uit en voor hen, die nieuwe proeven zoeken voor hun practicum, is kennismaking zeker aan te bevelen.

T. v. L.

E. Roller en *H. Pricks.* **Schoolproeven over Electriciteit.** 98 blz., 101 fig. Physikalische Werkstätten. Aktiengesellschaft. Göttingen 1930. Prijs *f* 1.50.

Als vertaling van de tweede Duitsche uitgave is dit werkje verschenen. Het is wat zijn inhoud betreft, veelal georiënteerd aan het bekende boek van R. W. Pohl.

Ten grondslag van de meeste proeven dient een transformator met losse onderdeelen. Van de vele proeven, die men daarmede kan uitvoeren, wordt telkens in 't kort een handleiding gegeven: proef, resultaat, opmerkingen en benoodigdheden. Het is een heel handig boekje met zijn 95 proeven. Na de proeven over de grondbeginselen van het electromagnetisme, worden dan achtereenvolgens proeven beschreven over meetinstrumenten, inductie, generatoren en transformatoren, zelfinductie en draaistroom.

Het is jammer, dat hier nog onderscheid wordt gemaakt tusschen Magnetische inductie en Electrische inductie.

De figuren zijn heel duidelijk. Kennismaking met dit werkje is zeer aan te bevelen.

T. v. L.

A. E. Ruark en H. C. Urey, **Atoms, Molecules and Quanta.** Mc. Graw-Hill Publishing Co. Ltd. London, 1930. 790 pag.

De schrijvers van dit boek hebben zich zelden uitvoerige uitwijdingen veroorloofd; over het algemeen is de schrijfwijze beknopt. Zoo hebben zij een schat goed gekozen en wel geordende kennis in hun boek bijeengebracht, behoefden zij niet bij den algemeenen, formeelen kant der vraagstukken te blijven staan en konden zij veelal ook op de bijzonderheden ing an. De eerste ± 500 pag., die de atoomtheorie en de andere quantentheorie behandelen, zijn uit den aard der zaak meer naar de verschijnselen gerangschikt, terwijl de pag. ± 500—740, die aan golf- en matrixmechanica en ,,quantumdynamics'' zijn gewijd een meer systematisch theoretische uiteenzetting vormen. De laatste 50 pag. worden door appendices en registers ingenomen.

De schrijvers betreuren het wegens plaatsgebrek de theorie van den nucleus en de nieuwere statistieken niet te hebben kunnen bespreken.

In hun inleiding verklaren de schrijvers, dat zij een tweeledig doel voor oogen hadden. In de eerste plaats willen zij een inleiding voor beginners geven, en in de tweede plaats „to furnish workers in the field with an up-to-date account of the laws of quantum theory and with a general account of the important experimental researches in the field". Ofschoon de problemen scherp en duidelijk geformuleerd zijn betwijfel ik of de formuleering voor beginners niet hier en daar te beknopt is. Daarentegen komt het boek mij voor aan het tweede doel op voortreffelijke wijze te voldoen.

J. D. v. D. W. Jr.

E. C. Stoner, **„Magnetism".** 117 blz., 20 fig. — Methuen & Co., Ltd., London 1930. Prijs 2/6 net.

Dit deeltje van „Methuen's Monographs on Physical Subjects", is in hoofdzaak een uittreksel uit het grootere werk van denzelfden schrijver „Magnetism and Atomic Structure" (1926). Evenals daar, worden ook hier de belangrijkste elementen van onze kennis van het magnetisme behandeld van uit het standpunt der atoomtheorie. Echter wordt met de jongste ontwikkeling daarvan, en met de resultaten die de golfmechanica reeds op het gebied van het magnetisme heeft opgeleverd, rekening gehouden. Zoo wordt b.v. de nauwere aansluiting van de theorie aan het experiment, die door het werk van Van Vleck, Pauling en Hartzee over het diamagnetisme, is verkregen vrij uitvoerig behandeld. Aan de berekeningen van Pauli over het paramagnetisme der electronen en aan Heisenbergs theorie van het ferromagnetisme worden eenige pagina's gewijd. De theoretische opzet brengt mede, dat de verschijnselen worden behandeld in de volgorde van de toenemende gecompliceerdheid vanuit het atoomtheoretisch inzicht. Dit heeft zeker het voordeel, dat een goed systematisch overzicht wordt verkregen, dat voor een snelle orientatie zeer geschikt is. Het overzicht over de experimenteele kennis der verschijnselen wordt daardoor echter wel wat al te zeer beheerscht door de vraag, in hoeverre zij reeds met de theorie in verband gebracht zijn. Ten gunste zij evenwel opgemerkt, dat steeds met nadruk, tenslotte nog eens in de conclusie aan het einde, wordt gewezen op de punten waar theorie en experiment niet met elkaar in overeenstemming zijn, of waar de theorie nog ontoereikend is. Ten volle bruikbaar zal het werkje m.i. alleen zijn voor hen, die reeds op andere wijze met de atoomtheorie, ook met de nieuwste ontwikkeling daarvan, zijn vertrouwd geraakt. De uiterst beknopte uiteenzettingen van den schrijver, die bovendien hier en daar aan duidelijkheid veel te wenschen overlaten, zijn voor een niet ter zake kundige geheel onvoldoende. Is de genoemde voorwaarde echter vervuld, dan zal dit boek in overeenstemming met de verwachting van den schrijver, wel van nut kunnen zijn als een algemeen overzicht en als een eerste inleiding voor hen, die op magnetisch gebied research werk wenschen te gaan verrichten. G. J. S.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

Faraday, Tijdschrift voor het M.O. en V.H.O. in Natuur en Scheikunde, orgaan van de vereeniging van leeraren in natuur- en scheikunde, eerste nummer, verschijnt 5maal per jaar. — Wolters. Groningen. Prijs (voor niet leden) f. 4.50 p. j.

A. S. Eddington, Etoiles et atomes, Traduction de J. Rossignol, 185 blz., 13 fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 35.

Faraday's Diary, Fascimile and transcript of the page, recording the discovery of electro-magnetic induction, and note on the Faraday celebrations in 1931. The Royal Institution. London. 1930.

Philipp Frank und Richard von Mises, Die Differential und Integralgleichungen, Bnd. 1, Mathematischer Teil, 916 blz., 83 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1930. Prijs R.M. 57, geb. R.M. 62.

P. A. M. Dirac, Die Prinzipien der Quantenmechanik, ins Deutsche übertragen von Werner Bloch, 274 blz. — Hirzel. Leipzig. 1930. Prijs R.M. 18, geb. R.M. 20.

R. D. Bangay, The elementary principles of wireless telegraphy and telephony, 268 blz., 298 fig. — Iliffe and sons. London. 1930. Prijs 10/6 net.

H. M. Dowsett, Handbook of technical instruction for wireless telegraphists, 487 blz., 459 fig. — Iliffe and sons. London. 1930. Prijs 25 sh. net.

A. E. van Arkel, De bouw der moleculen volgens de theorie van Kossel, 183 blz., 26 fig. — Van Stockum en Zoon. Den Haag. 1930.

R. de L. Kronig, Band spectra and molecular structure, 163 blz., 15 fig. — Cambridge University Press. London. 1930. Prijs 10/6 net.

Annales de l'Institut Henri Poincaré, Recueil de conférences et mémoires de calcul des probabilités et physique théorique, volume 1, fascicule 1, 74 blz. — Les Presses universitaires de France. Paris. 1930. Prijs per nummer frs. 35, per abonnement frs. 120.

W. Reindersma en T. van Lohuizen, Nieuw leerboek der natuurkunde voor H. B. S. met 5-jarigen cursus, lycea en gymnasia, tweede deel, 363 blz., 284 fig. — Wolters. Groningen. 1930. Prijs f 3.25, geb. f 3.60.

M. Th. de Donder, Applications de la grafivique einsteinnienne, fascicule 43 du ,,Mémorial de Sciences mathématiques'', 60 blz. — Gauthier Villars. Paris. 1930. Prijs frs. 15.

Philipp Lénard, Grosze Naturforscher, eine Geschichte der Naturforschung in Lebensbeschreibungen, 324 blz., 70 platen. Lehmanns. München. 1930. Prijs R.M. 10, geb. R.M. 12.

P. A. M. Dirac, The principles of quantum-mechanics, 257 blz. — The Clarendon Press. Oxford. 1930. Prijs 17/6 net.

G. P. Barnard, The Selenium Cell, its properties and applications, 331 blz., 258 fig. — Constable and Co. London. 1930. Prijs 35 sh. net.

MEDEDEELINGEN

FARADAY CELEBRATIONS 1931.

Op 29 Augustus 1931 zal het 100 jaar geleden zijn, dat Michael Faraday in het laboratorium van The Royal Institution te Londen de ontdekking deed, dat een variabel magnetisch veld electrische stroomen kan induceeren.

Men heeft het plan opgevat, deze fundamenteele ontdekking, die voor de ontwikkeling van de natuurkunde van buitengewoon belang is geweest en die den grondslag vormt van de geheele electrotechniek, in 1931 feestelijk te herdenken. De organisatie van deze herdenking berust bij the Royal Institution, welke in samenwerking met The Institution of Electrical Engineers, The Royal Society, The British Association for the Advancement of Science, The Federal Council for Chemistry het gedetailleerde programma heeft opgesteld van het feest, dat op 21, 22 en 23 September te Londen zal worden gevierd.

Tevens zal in The Royal Albert Hall een Faraday tentoonstelling worden gehouden.

Bovendien wordt een begin gemaakt met de publicatie van een volledige uitgave van Faraday's „Experimental Notes".

HET GEHEIMSCHRIFT DER SPECTRAALLIJNEN [1])

door T. L. DE BRUIN

Het feit van het optreden van kleuren bij de breking van licht door doorschijnende lichamen was reeds in de Oudheid bekend. Seneca vermeldt dat voorwerpen van glas, die door het zonlicht getroffen worden, de kleuren van den regenboog geven [2]). De voorstelling, welke men in de Oudheid over licht en kleuren had, was van ons standpunt gezien, zeer vaag. Men verdiepte zich in vragen van dezen aard: of het licht van het voorwerp naar het oog (school van Pythagoras) of van het oog naar het voorwerp ging (school van Plato). Men vroeg zich af, hoe de beelden van een voorwerp vorm en kleur door de ruimte konden overbrengen. Wat de bovengenoemde kleurschifting betreft, men was er van overtuigd, dat in het glas het licht een diepgaande verandering onderging. Al deze vragen zijn wellicht van diep philosofischen aard, maar daar bewuste proefneming achterwege bleef, was het duidelijk, dat men zich verloor in vage beschouwingen.

Eerst met het aanbreken van de zeventiende eeuw, toen in de natuurwetenschappen het opzettelijk experimenteeren gedeeltelijk de plaats innam van het willen vinden door redeneering alleen, werd ook de grond gelegd voor de verschillende gebieden der optica, zoo ook voor de spectroscopie, waarover ik u hedenmiddag hoop te spreken.

Kepler (1571—1630) [3]) en Grimaldi (1618—1663) [4]) beschouwden de breking van het licht door een prisma. Het probleem

1) Openbare les, bij de intrede als privaat-docent te Amsterdam, 31 October 1930.

2) „Virgula solet fieri vitrea, striata vel pluribus angulis in modum clavae torosa: haec si ex transverso solem accipit, colorem talem qualis in arcu videri solet, reddit".

3) Joannis Kepleri Dioptrice. Augustae Vindelicorum MDCXI, blz. 6: „Sole prisma irradiante tria genera radiorum resultant, Sincerus, Vitri colore et Iridis coloribus".

4) „Quotiescumque lumen coloratur . . . id fit per solam aliquam modificationem luminis intrinsecam, et nulla alia re producta vel ab eo consumpta".

„Luminis modificatio vi cujus illud tam permanenter quam (ut aiunt) apparenter coloratur, seu potius fit sensibile sub ratione coloris, non improbabili ter dici potest esse determinata ipsius Undulatio minutissime crispata et quidam velut tremor diffusionis, cum certa fluitatione subtilissima, qua fiat ut illud propria et determinata applicatione afficiat sensorium visionis". Physico-mathesis, etc. Prop. XLIII.

van de kleurschifting werd echter niet veel verder gebracht, hoewel Grimaldi, die ook de buiging van het licht ontdekte, de belangrijke opmerking maakte, dat bij de breking kleuren ontstaan, zonder dat het licht in het prisma iets verliest of opneemt en dat verschillende golven er voor aansprakelijk moeten zijn.

Het is wel merkwaardig dat Huygens (1629—1695) de stichter van de golftheorie van het licht, zich niet veel met deze „chromatique" bezighield. Hij was zich zelf echter zeer goed bewust, dat hier nog veel te ontdekken viel, zooals hij in zijn beroemde „Traité" opmerkt [1]).

Het is aan Newton (1643—1727), zooals u bekend is, dat we de ontdekking van den samengestelden aard van het licht te danken hebben, een ontdekking die hij deed op grond van een systematische reeks proeven, beschreven in zijn beroemde „Optics". U is allen bekend de proef met het prisma. Newton maakte zijn werkkamer donker en liet door een kleine ronde opening in de vensterluiken het zonlicht vallen op een glasprisma. Op den muur ving hij het licht weer op en zooals Newton zegt was hij ten hoogste verbaasd, dat dit gekleurde beeld niet als de opening rond doch langwerpig was.

„It was at first a very pleasing divertisement, to view the vivid and intense colours produced thereby, but after a while applying my self to consider them more circumspectly, I became surprised to see them in an oblong form which, according to the received laws of Refraction, I expected should have been circular". (Phil. Transactions. Vol. VI. 1671 Numb. 80 blz. 3076). De proef werd nog door Newton verfijnd door een lens te gebruiken, terwijl hij ook reeds het voordeel van een spleetvormige opening aangeeft.

Newton gebruikt bij zijn proeven steeds de zon als lichtbron. De gekleurde band bestaande uit de zeven kleuren: rood, oranje, geel, groen, blauw, indigo en violet werd door Newton het spectrum genoemd. Het systeem bestaande uit spleet, lens en prisma is reeds een bruikbare spectroscoop. Het is wellicht aan de mindere qualiteit van de prisma's te wijten dat Newton niet de donkere lijnen in het zonnespectrum, door Wollaston later ontdekt en door Fraunhofer nader bestudeerd, heeft ontdekt.

1) "Il s'en faut que toute cette matière ne soit epuisée. Cela paroist par les endroits que j'ay marquez, ou je laisse des difficultez sans les resoudre; et encore plus par les choses que je n'ay point toucheés du tout, comme sont les Corps Luisansde plusieurs sortes et tout ce qui regarde les Couleurs". (Traité de la lumière, 1690. Voorbericht).

Met Newtons ontdekking in 1666 was een der grondsteenen van het gebouw der spectroscopie gelegd. Het zou echter nog een tweetal eeuwen duren voor het gebouw verder werd opgetrokken.

In de eerste helft der 19e eeuw werd door een groot aantal onderzoekers heel wat spectroscopisch materiaal verzameld. We denken aan: Herschel, Ritter, Wollaston, Fraunhofer, Brewster, Herschel (zoon), Talbot, Wheatstone, Masson, Angström, Plücker, Lockyer en onzen landgenoot Van der Willigen. Terwijl Newton alleen het zonnespectrum onderzocht werd nu ook het licht van andere lichtbronnen ontleed zooals van: kaarsvlam, door zouten gekleurde vlammen, het licht van electrische vonk en boog, het lichten van gassen in vacuumbuizen, de zoogenaamde Geissler buizen, enz. Men gebruikte daarbij verbeterde spectroscopen en men ontdekte het spectrum, bestaande uit heldere emissielijnen. Het is u allen bekend dat het zonlicht een continu spectrum geeft, waarin met grootere dispersie de donkere Fraunhofersche lijnen worden waargenomen. Een lichtend gas in een Geissler buis bijv. neon zooals we het allen kennen uit de lichtreclames, straalt niet alle ,,kleuren van den regenboog'' uit, doch slechts een bepaald aantal. Als men een bel aanslaat krijgt men een bepaalden, karakteristieken toon. Evenzoo zendt een gas, dat door de electrische krachten wordt aangeslagen, bepaalde karakteristieke kleuren of golflengten uit. Dit is het spectrum der emissielijnen. Het bestaat uit een bepaald aantal spectraallijnen, eigenlijk beelden van de spleet van den spectroscoop, in die bepaalde kleuren of golflengten, zooals we zeggen, die door de lichtbron worden uitgezonden.

De spectroscopische methode is de allergevoeligste methode om de aanwezigheid van stoffen aan te toonen. In een gewone Bunsen vlam kan men met den spectroscoop nog bijv. natrium aantoonen als dit voor slechts 14 millioenste deel van een miligram aanwezig is. De gele natriumlijnen treden dan op.

Hoewel de ontwikkeling der spectroscopie toen nog in haar eerste opkomst was, voelde men toch reeds het groote belang, dat deze spectraallijnen konden hebben voor het bestudeeren van de materie, een probleem, waar de menschelijke geest zich al reeds vanaf de Oudheid mee bezighield. Reeds toen stonden twee opvattingen tegenover elkaar nl..

1) die van de stof als continuum, waarbij men de materie als oneindig deelbaar veronderstelde, met tot in de allerkleinste deelen dezelfde eigenschappen. Deze opvatting was Aristoteles toegedaan. Men vergelijkt de structuur der materie met het water van den oceaan, waarvan men zich niet anders kon voorstellen, dan dat het in steeds kleinere druppels te verdeelen was.

2) de atomistische opvatting, waarbij men uitgaat van de veronderstelling, dat men bij een voortgezette deeling der stof tenslotte komt op ondeelbare bouwsteenen, de atomen, een opvatting die door Democritus werd verkondigd. Deze opvatting vergelijkt de structuur der materie met het strand van den oceaan, op het eerste gezicht continu, maar bij nadere beschouwing bestaande uit fijne zandkorrels.

De idee dat de spectroscopie een belangrijk hulpmiddel was tot het bestudeeren van het probleem der materie, was reeds in de 2e helft der negentiende eeuw bij een aantal onderzoekers aanwezig, zooals blijkt uit eenige uitlatingen Herschel (1823) uit zich aldus: „There can be no doubt that these tints arise from the molecules of the colouring matter, reduced to vapour and held in a state of violent motion". Onze landgenoot Van der Willigen (1858), uit zich aldus: „De strepen in de electrische spectra der metalen toonen aan dat zulke soort van stoffen in den toestand van fijnste verdeeling in het electrische spectrum karakteristieke strepen geven, die, wijl zij ook in andere gassoorten zijn waargenomen, onafhankelijk van het proces der oxydatie zijn". „ Ik hoop, dat de bepaalde vergelijking dezer strepen in de spectra van de verschillende metalen ons nog een dieperen blik zal doen slaan in de constitutie der stof".

Eenige jaren na deze uitspraak werd de spectroscopie op een geheel nieuw niveau gebracht. 1860 is een jaar met gulden cijfers vermeld in de historie der spectroscopie. In dezen tijd valt het zeer belangrijke werk van Bunsen en Kirchhoff. Door deze onderzoekers werd het verband tusschen emissie en absorptie duidelijk geformuleerd. De karakteristieke spectraallijnen van een aantal elementen werden geidentificeerd en gemeten en de verkregen resultaten voerden zelfs tot de ontdekking van een aantal nieuwe elementen.

Van nu af begint de studie der „spectraalanalyse", een deel der spectroscopie, dat in de moderne natuurkunde zulk een belangrijke plaats inneemt. Met de voor ieder element karakteristieke spectraal-

lijnen had men een geheimschrift gevonden. Men vermoedde terecht, dat deze spectra de in een geheime code geschreven documenten waren, waarvan de ontcijfering ons iets zou leeren over het probleem der stof. Het was nu de taak der physici dit geheimschrift te ontcijferen, te lezen en . . . . te begrijpen.

Men moet in de analyse der spectra gewerkt hebben om te weten hoe fascineerend deze spectraallijnen op een mensch kunnen werken. Neemt u een spectrogram van een complex spectrum, bestaande uit eenige duizendtallen van lijnen. Het is op het oog een chaotische verdeeling, een kluwen die hopeloos in de war zit. Het is wel merkwaardig, dat de natuur zoo haar schoonste eigenschappen van regelmaat en harmonie weet te verbergen in een schijnbaar chaotische camouflage.

Ik heb zooeven gezegd dat de spectraalanalyse, het ontwarren van een gecompliceerd spectrum, op het eerste gezicht vergeleken kan worden met het ontwarren van een hopeloos in de war geraakte kluwen. De vergelijking is niet fraai, maar ook niet juist. Een complex spectrum is als men wil een kluwen maar dan een, keurig netjes opgerold volgens vaste regels en wetten. Het is juist het leeren kennen van deze regels en wetten, dat ons kan voeren tot een juister inzicht van den atoombouw.

Men kan de analyse van een spectrum vergelijken met het volgende probleem. Laat bij het vertoonen van een kleurfilm het u niet mogelijk zijn het doek te zien, doch u ziet slechts de stralenbundels van het projectieapparaat door de donkere zaal gaan, de stralen met hun verschillende kleuren en intensiteiten. U begrijpt, dat het geen gemakkelijk probleem is vanaf uw plaats uit deze stralenbundels uit te maken wat de inhoud van het verhaal is. Ongeveer in eenzelfde positie verkeert de spectroscopist. De handeling, het verhaal gebeurt in het atoom, de spectraallijnen hebben er betrekking op. Hieruit moet de spectroscopist reconstrueeren wat er in werkelijkheid in het atoom plaats grijpt.

Veel onderzoekers hebben gepoogd dit geheimschrift der spectraallijnen te ontcijferen en met de grootste moeite, inspanning en geduld heeft men in de zeventig jaren die verloopen zijn sinds het werk van Bunsen en Kirchhoff verschillende wetmatigheden ontdekt en de spectroscopist van den tegenwoordigen tijd staat niet meer tegenover een geheel onbekende taal. Hij beschikt nu over algemeene methoden, die hem ten dienste staan bij de ana-

lyse der spectra. Men is met het leeren lezen een heel eind gevorderd. Men hoort in den tegenwoordigen tijd weleens de meening verkondigen dat de analyse der spectra nu een quaestie is van tijd en rekenslaverij, dat de algemeene principes bekend en gevonden zijn. Dit optimisme is zeer verklaarbaar en men ontmoet het steeds in de historie der natuurwetenschappen na een periode van bereikte successen. Het is echter zeer waarschijnlijk dat men nog heel wat spectra zal moeten ontcijferen en nauwkeurig critisch bestudeeren voor dat men geheel bevredigd zal kunnen zijn.

Doch laat ik u nu, al is het zeer in het kort, een schets geven van hetgeen men bereikt heeft.

De tweede helft der 19e eeuw kenmerkt zich eensdeels door verfijning der experimenteele methoden, anderdeels door de ontdekking van regelmatigheden in de spectra, die steeds de toetssteen zijn geweest voor verdere theoretische ontwikkeling. Het experimenteele werk van Liveing en Dewar leverde nauwkeurige gegevens. De constructie van het concaaf tralie door Rowland en van de interferentietoestellen door Michelson en door Fabry en Perot maakten het mogelijk metingen te verkrijgen met een nauwkeurigheid, als in geen enkel ander gebied der natuurwetenschappen bereikt kan worden.

Het is ook in dezen tijd dat de eerste regelmatigheden in de spectra werden gevonden, die steeds de basis voor de verdere systematiek zijn geweest. We noemen de wet van de constante frequentieverschillen door Hartley en de beroemde formule van Balmer voor de spectraallijnen van waterstof, een formule, die eenige jaren later door Rydberg en Kayser en Runge uitgebreid werd voor spectra van eenigszins samengestelder aard zooals de alkalies en de aardalkalies. Van groot belang was ook de ontdekking van Ritz van het combinatieprincipe. Het bleek Ritz, dat de trillingsgetallen der spectraallijnen opgevat kunnen worden als verschillen van zekere toestanden in het atoom. Dit was reeds de empirisch formalistische uitdrukking voor de een tiental jaren later door de theorie van Bohr en de experimenten van Franck en Hertz, wel gefundeerde energieniveau's in een atoom.

In het laatst der 19e eeuw in 1896 komt de beroemde ontdekking van Zeeman van de magnetische splitsing der spectraallijnen,

een ontdekking die voor de verdere ontwikkeling der spectroscopie in verband met de atomistische voorstelling, van het allergrootste belang was en voor de tegenwoordige spectraalanalyse onmisbaar is.

Het spectroscopisch waarnemingsmateriaal werd in het begin der twintigste eeuw verrijkt met de nauwkeurige metingen van Exner en Haschek, Eder en Valenta en Kayser. Niettegenstaande het groote beschikbare feitenmateriaal was het nog niet mogelijk gebleken een verband te leggen tusschen de structuur der spectra en de structuur der materie, een verband waarnaar men reeds meer dan een halve eeuw zocht. Het was Bohr die in 1913 dit verband legde.

Op grond van de een tiental jaren te voren in 1900 ontwikkelde quantumtheorie door Planck en de experimenteele resultaten van Rutherford over de structuur der materie, werd door Bohr een atoomtheorie opgesteld, die op schitterende wijze de reeds in de spectra gevonden regelmatigheden, als Balmer formule en Rydberg constante, verklaarde. Sinds dezen tijd kent men een nauw verband tusschen de spectraallijnen van een element en de voorstelling en die men heeft omtrent den bouw van het atoom. Zooals u bekend is, is volgens die voorstelling het atoom opgebouwd uit een positief electrisch geladen kern, waarom heen zich een aantal negatief geladen electronen in „banen" bewegen. Alles wat plaats grijpt in dezen microcosmos moet worden afgelezen uit de spectraallijnen. Hoe groot of liever hoe klein deze wereld is wil ik u schetsen aan eenige getallen. Er gaan 10 millioen waterstofatomen op één milimeter. Als we onze wereld dus 100 millioen maal vergrooten wordt een waterstofatoom één cM. groot. Een biljartbal wordt dan zoo groot als onze aarde en een haar krijgt een doorsnede van 10 kilometer. Het atoom zelf is echter weer een geheele wereld. Tusschen de atoomkernen en de electronen bestaan leege ruimten. Een 50.000ste deel van den diameter van het atoom wordt door het electron ingenomen. Mocht een van ons het vermogen bezitten deze ruimten op te vullen door de atoomkernen en electronen waaruit hij bestaat bij elkaar te voegen, hij zou het vermogen bezitten zich onzichtbaar te maken. We zouden hem hier met een microscoop moeten zoeken.

De theorie van Bohr heeft wellicht meer vruchten afgeworpen voor de structuur der materie dan voor de structuur der spectra.

Ook in de jaren na Bohrs theorie voelde men dat men er nog lang niet was. De theorie van Bohr heeft het probleem der samengestelde spectra niets verder gebracht. Het zou nog een tiental jaren duren, tot 1923 voor dat hier vorderingen werden gemaakt.

Het vijftal jaren van 1921 tot 1926 zijn wellicht de meest belangrijke tijd uit de geschiedenis van de samengestelde spectra. Het was het belangrijke werk van Landé over het anomale Zeeman-effect, dat een zeer nauw verband legde tusschen de classificatie van een spectraallijn en het Zeeman-effect. Hierdoor was het Zeeman-effect aangewezen als het meest natuurlijke en zekerste middel voor de spectraal analyse. Met Landé begon de voorstelling van het vectoratoommodel, dat zulke practische resultaten heeft gehad voor de spectra. Volgens deze voorstelling worden de physische grootheden, bekend als de momenten, toegekend aan de atoomkern en elk der electronen afzonderlijk. Het is dan mogelijk door het samenstellen dezer vectoren, de resulteerende eigenschappen van het atoom af te leiden en in verband te brengen met de karakteristieke eigenschappen der spectra. Het bestaan van hoogere multipliciteiten in een spectrum werd door den Spanjaard Catalan ontdekt. Sommerfeld, Russell en Saunders legden een nauw verband tusschen de gevonden regelmatigheden in de samengestelde spectra en de voorstellingen volgens het vectoratoommodel.

Van zeer groot belang was het werk van Pauli over het equivalentieverbod en de opbouwregels der spectra in verband met de eigenschappen der atomen in een magneetveld. Hiermede werd een zeer fundamenteele natuurwet ontdekt nl. de wet die voorschrijft, dat in geen atoom 2 electronen kunnen voorkomen met identiek dezelfde quantumgetallen. De diepere beteekenis van deze natuurwet heeft men nog niet kunnen doorgronden.

In 1925 heeft Hund zijn zeer vruchtbare theorie over de structuur der samengestelde spectra gegeven en in verloop van een vijftal jaren slaagde men in de analyse van een aantal samengestelde spectra, een werk, waaraan reeds velen met niets anders dan groote teleurstelling hadden gewerkt. De hypothese van het roteerend electron, door Uhlenbeck en Goudsmit verduidelijkte de formalistische ideeën welke men over het vectoratoommodel had. De in de vijf jaren tusschen 1921 en 1926 ontwikkelde ideeën en voorstellingen over den atoombouw in verband met de complexe

spectra, hebben een werkmethode voor de spectraalanalyse opgeleverd, die in de practijk buitengewoon vruchtbaar blijkt te zijn.

Ook in dezen tijd vallen de nieuwere opvattingen over het wezen van het licht, de theorie der materiegolven van de Broglie, de quantummechanica van Heisenberg, Born, Jordan en Pauli en de golfmechanica van Schrödinger. Ook deze nieuwe opvattingen hebben reeds hun bijdrage aan het probleem der samengestelde spectra geleverd. Het werk van Slater, Houston, Condon, Goudsmit en Laporte belooft veel voor het probleem der complexe spectra.

De vooruitgang van de experimenteele spectroscopische techniek in het infrarood en in het ultraviolet in de laatste jaren heeft ook veel bijgedragen tot het beter inzicht in den bouw der spectra. Het is mogelijk door sterke electrische ontladingen van de atomen electronen af te scheuren. Men verkrijgt dan de zoogenaamde geioniseerde atomen, die ook hun eigen karakteristieke spectraallijnen hebben en die meestal voor een groot gedeelte in het onzichtbare ultraviolet liggen. De vacuumspectroscopie maakt het ons mogelijk ook deze spectra photografisch te onderzoeken. Millikan en Bowen, twee Amerikaansche physici hebben op dit gebied fundamenteel werk verricht. Dank zij deze vacuumspectroscopie heeft men ook een nauwer verband kunnen leggen tusschen de Röntgenspectra en de optische spectra.

De ontwikkeling van de techniek der photografische plaat heeft het ons mogelijk gemaakt, door het zoogenaamd sensiteeren der platen, spectraallijnen te photografeeren tot ver in het onzichtbare infrarood. Het spreekt vanzelf dat de ontwikkeling der spectroscopie die zich bezighoudt met het kortgolvige en langgolvige spectraalgebied, van groot belang is voor het ontcijferen van het geheimschrift der spectraallijnen. Terwijl men vroeger slechts een brokstuk van het document had dat ontcijferd moest worden, kunnen nu ook de ontbrekende gedeelten toegevoegd worden.

Men zal zich afvragen, hoe leest men dat geheimschrift der spectraallijnen? De spectroscopist beschikt thans over algemeene methoden en principes voor de analyse der samengestelde spectra. Toch blijven steeds persoonlijk inzicht en routine een voorname rol spelen.

De meest algemeene, meest economische en zekerste weg is die van de magnetische splitsing der spectraallijnen, de methode van het

Z e e m a n-effect. Als de lichtbron in een magneetveld staat worden de spectraallijnen gesplitst in een aantal lijnen, karakteristiek in onderlingen afstand, intensiteit en polarisatie. De theorie van het anomale Z e e m a n-effect ontwikkeld door L a n d é, stelt ons in staat uit deze experimenteele gegevens te bepalen, hoe de beschouwde spectraallijn in het atoom ontstaat. Dank zij de studie van het Z e e m a n-effect zijn in de laatste jaren een groot aantal complexe spectra geanalyseerd en het inzicht in den bouw der atomen is daardoor veel duidelijker geworden.

Doch ook andere middelen staan den spectroscopist nog ten dienste, zoodat wederzijdsche contrôle der verschillende methoden mogelijk is. We noemen slechts:

1) de invloed van de temperatuur op de lijnen van een spectrum, de zoogenaamde temperatuurclassificatie.
2) de invloed van den druk op de lijnen van een spectrum.
3) de methode van den electronenstoot.
4) de vergelijking met andere elementen in het periodiek systeem. Het toepassen van de horizontale, verticale of diagonale vergelijking.

Dit lijstje kan nog gemakkelijk uitgebreid worden. Ik wil dit echter niet doen om niet te veel in details te vervallen. Ook wil ik niet ingaan op de systematiek zelf. De symbolische taal welke de spectroscopist daarbij gebruikt is voor den leek reeds een geheimschrift op zich zelf.

Een tabel van de golflengten der spectraallijnen is voor den modernen spectroscopist het materiaal, waaruit hij moet afleiden, om zoo te zeggen wat het „karakter" van het atoom is, waarvoor deze lijnen karakteristiek zijn. Door de groote gevoeligheid der spectroscopische methode dient hij na te gaan in hoeverre onzuiverheden een rol spelen. Hij dient na te gaan in hoe verre en welke lijnen karakteristiek zijn voor de verschillende ionisatietoestanden van het atoom. Dit kan hij bereiken door de physische omstandigheden te veranderen. Variatie in temperatuur, stroomsterkte en spanning, variatie in druk, toevoeging van andere gassen of dampen, veranderen de relatieve intensiteiten der lijnen die afkomstig zijn van de verschillende atoomtoestanden. De spectroscopist kan soms zijn lichtbron zoo kiezen dat de verschillende spectra ruimtelijk gescheiden zijn en ze afzonderlijk photografeeren. Hij dient er op te letten welke lijnen eventueele absorptie vertoonen. Het meer of minder

diffuus zijn van een lijn kan hem iets zeggen omtrent het atoomgebied waar deze lijn ontstaat. Bij het verwerken van het materiaal kan hij steunen op hetgeen de theorie, afgeleid uit de reeds bekende spectra, hem kan voorspellen. Hij heeft daarbij te gebruiken een aantal regels, waaraan de groepen der spectraallijnen, de zoogenaamde multiplets blijken te voldoen, regels betreffende intensiteit en afstand der lijnen. De ontdekking van spectraalseries geeft den spectroscopist een middel tot het vastleggen der absolute energiewaarden in het atoom. Kortom het moge u duidelijk zijn dat, zooals een der moderne boeken over atoombouw opmerkt. „The discovery and interpretation of spectral regularities is a science in itself".

De nieuwere ideën over de structuur der spectra hebben ook in sommige problemen in de astrophysica nieuwe gezichtspunten geopend. Het zal u zonder meer duidelijk zijn dat de spectroscopie een zeer belangrijk hulpmiddel is voor den astrophysicus, die uit de spectra wenscht af te leiden welke de physische toestand der sterren is. Had men ooit kunnen denken dat de vacuumspectroscopie, die zich bezighoudt met dat gedeelte van het spectrum dat door de lucht wordt geabsorbeerd, gecombineerd met de nieuwere spectraaltheorieën, ons de oplossing zou geven van het nebulium, een hypothetisch element dat men, op grond van het onbekende spectrum in de nevelvlekken veronderstelde? Bowen toonde aan dat men hier met bijzonder physische toestanden te doen heeft en dat het onbekende nebulium niets anders is dan geioniseerde zuurstof en stikstof d.w.z. atomen die één of meer electronen verloren hebben. Ook met behulp der nieuwere opvattingen heeft men in den laatsten tijd een zeer bevredigende verklaring verkregen van het spectrum van het Noorderlicht, dat in de poolstreken optreedt. Dit zijn enkele voorbeelden die met andere vermeerderd zouden kunnen worden. Het toont echter voldoende aan dat op dit gebied der astronomie de nieuwere inzichten over de structuur der spectra reeds vruchtbaar zijn geweest.

Niet alleen de studie van een spectrum kan ons belangrijke gegevens verschaffen omtrent den bouw van het atoom, maar ook de studie van elke spectraallijn afzonderlijk is zeer belangrijk. Wanneer men een spectraallijn met groote dispersie bestudeert, blijkt veelal dat de lijn uit meerdere lijnen bestaat, de zoogenaamde hyperfijn-

structuurcomponenten. De studie van deze hyperfijnstructuur en speciaal van het Zeeman-effect ervan, stelt de allerhoogste eischen aan de experimenteele techniek. Slaagt men hierin dan kan men belangrijke gegevens over de atoomkern verkrijgen. Men dringt dan in werkelijken zin tot de kern door. Weliswaar is dit gebied der spectroscopie nog weinig bewerkt maar reeds zijn belangrijke resultaten verkregen.

Dames en Heeren, ik heb u zeer in het kort de ontwikkeling van de spectroscopie geschetst voorzoover deze betrekking heeft op het probleem der samengestelde spectra, die door atomen worden uitgezonden. De analyse der spectra staat echter voor een grooter taak. De bouw der moleculen kan ook bestudeerd worden aan de karakteristieke molecuul- of bandenspectra. Ook hierover zijn vele interessante dingen te vertellen. Verder kan ook de bouw der kristallen met behulp der spectra onderzocht worden. Het zal U duidelijk zijn dat de spectroscopie voor de studie der atomen en moleculen onmisbaar is en dat volgens de historische ontwikkeling de experimenteele spectraalanalyse veelal de basis is geweest voor de theoriën en ideën, welke men thans over de structuur der materie heeft. Het valt niet te ontkennen dat het streven om het geheimschrift der spectraallijnen te ontcijferen, een, zij het niet in alle opzichten bevredigend, dan toch een voldoening gevend resultaat heeft gehad voor het probleem der materie.

Dames en Heeren, ik hoop dat ik niet te veel van uw vriendelijke aandacht heb gevergd en wil mijn voordracht besluiten met een citaat ontleend aan onzen beroemden landgenoot Huygens. [1]).

„In geene zaak is ons weten volstrekt zeker, in alles slechts waarschijnlijk". „In zaken van natuurkunde is er geen ander bewijs dan bij het ontcijferen van geheimschrift, waarin men begint met onderstellingen op losse gissingen op te werpen. Wanneer deze dan in zooverre juist blijken, dat zij eenige goed aaneensluitende woorden doen vinden, schrijft men aan die onderstellingen een zeer groote zekerheid toe, ofschoon er anders geen bewijs voor is, en het niet onmogelijk is dat men er nog andere kan vinden die meer met de waarheid overeenkomen".

Ik heb gezegd.

---

1) Herdenkingsrede: Christiaan Huygens, door Prof. Dr. P. Zeeman.

MECHANISCHE ANALOGIEËN VAN DE UITBREIDING VAN ELECTROMAGNETISCHE GOLVEN IN EEN GEÏONISEERD GAS

door W. DE GROOT

Zusammenfassung.

Es wird hingewiesen auf die Analogie zwischen die Fortpflanzung eines Pakets elektromagnetischer Wellen in einem ionisierten Gase und die Bewegung eines Massenpunktes in einem Felde potentieller Energie. Insbesondere wird die Bestimmung der Elektronenkonzentration als Funktion der Höhe aus Echozeiten auf die Abelsche Integralgleichung des Tautochrons zurück geführt. Beispiele werden quantitativ ausgerechnet bzw. qualitativ besprochen, besonders der Fall wo die Konzentration ein maximum und ein minimum hat. Der Einfluss der Erdkrümmung wird kurz angedeutet.

1. De uitbreiding van electromagnetische golven in een geïoniseerd gas heeft in den laatsten tijd, vooral in verband met de ontwikkeling der radiotechniek, veel belangstelling ondervonden [1]). In verschillende gevallen is het belangrijk gebleken, na te gaan hoe, hetzij een monochromatische bundel, hetzij een golfgroep, die men ontstaan kan denken door superpositie van zulke bundels, zich in een ruimte met gegeven ionisatie voortplanten en omgekeerd is het eveneens wenschelijk gebleken uit de waarneming bijvoorbeeld van voortplantingstijden, iets over de ionisatie te weten te komen.

2. Zooals bekend mag worden verondersteld, heeft men in practische gevallen, bijvoorbeeld bij het meten van echotijden [2]) en bij daaraan aequivalente proeven [3]) steeds te maken met de snelheid waarmee een golf*groep* zich voortbeweegt. In een geïoniseerd gas, dat per ccm n electronen bevat, is de diëlectrische constante

1) Zie bijv. samenvatting resultaten en litteratuuroverzicht bij G. W. Kenrick en G. W. Pickard, Proc. Inst. Rad. Eng. **18**, 649, 1930.

2) G. Breit—M. A. Tuve, Phys. Rev. **28**, 554, 1926.

3) E. V. Appleton, Proc. Phys. Soc. **41**, 43, 1928'29 **42**, 321, 1930.

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi ne^2}{m\omega^2} \tag{1}$$

waarbij $\omega = 2\pi\vartheta$; de hoekfrequentie van de beschouwde straling is.

Stellen wij

$$\frac{4\pi ne^2}{m} = N$$

dan is de phasesnelheid u gegeven door

$$u = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{1 - N/\omega^2}} \tag{2}$$

en de groepsnelheid v door

$$v = \frac{d\omega}{d\omega/u} = c\sqrt{1 - N/\omega^2} \tag{3}$$

zoodat

$$v^2 = c^2 - \frac{c^2 N}{\omega^2} \tag{4}$$

3. In deze laatste formule ligt een eenvoudige mechanische analogie opgesloten. Vermenigvuldigt men namelijk beiderzijds met $\frac{1}{2}M$, dan is de formule te schrijven

$$\tfrac{1}{2}Mv^2 = E - V \tag{5}$$

waarbij

$$E = \tfrac{1}{2}Mc^2$$

$$V = \tfrac{1}{2}Mc^2 \cdot \frac{N}{\omega^2}$$

zoodat de groepsnelheid uit de grootheid N volgt op dezelfde wijze als de kinetische energie van een massapunt uit het verschil van de totale energie en de potentieele energie in een zeker potentiaalveld. Hieruit volgt weliswaar nog niet dat de baan van het deeltje met de straal samenvalt. Dit is echter af te leiden uit de omstandigheid dat $u \cdot v$ een constante is [1]).

Terloops zij opgemerkt, dat in afwijking van een vroeger onderzocht geval [2]), het potentiaalveld hier afhankelijk is van de frequentie der golven.

---

1) vgl. W. de Groot, Physica **9**, 175, 1929, i. h. bijz. pag. 177.

2) ibid pag. 178.

Dit doet echter voor de verdere beschouwingen weinig terzake, daar wij toch meestal met een eng frequentiegebied te maken hebben.

Ook zij er uitdrukkelijk op gewezen, dat, hoewel in het electromagnetische probleem de lichtsnelheid uiteraard een bijzondere rol speelt, de gebruikte formule (5) waarin M een constante is, tot de niet-relativistische mechanica behoort. Dat dit geoorloofd is, komt daar vandaan, dat het ons slechts om een wiskundige analogie te doen is zonder reëele physische beteekenis.

4. Het is nu mogelijk met behulp van de gegeven formule de beweging van een golfgroep nader te bezien. In het bijzonder willen wij onze beschouwing toepassen op de reflectie (beter ombuiging) van electromagnetische golven door de geïoniseerde lagen in de atmosfeer der aarde (Heaviside-Kennelly-laag). Beschouwen wij daarbij de aarde als vlak dan is N een functie van z alleen waarbij z

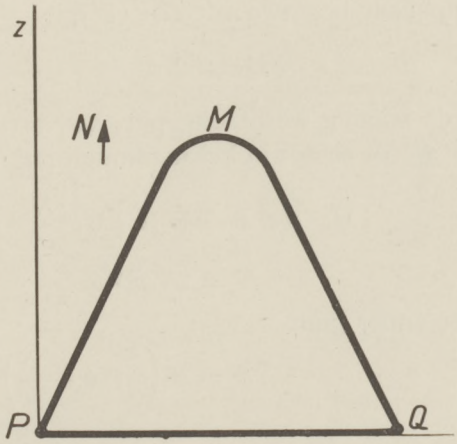


Fig. 1.

de verticale coördinaat voorstelt. In de nabijheid van het aardoppervlak is $N = O$ dus $V = O$ terwijl in de hoogere lagen N en V aanvankelijk althans toenemen.

Een zijdelings en in de lengterichting begrensde golfgroep (golfpaket) beweegt zich nu in dit veld vrijwel als in het bekende mechanische probleem van den worp. In het ballistische vraagstuk

zijn er in het algemeen twee oplossingen voor de baan, die twee punten verbindt. Dit is hier eveneens het geval. Is (Fig. 1) P het uitgangspunt van de golven, op de aarde gelegen, evenals het punt van ontvangst Q, dan is de benedenste baan in ons geval eenvoudig de rechte die P en Q verbindt.

De tijd, die een golfgroep gebruikt om de gebogen baan af te leggen, is het dubbele van de uitdrukking

$$t\,(PM) = \int \frac{dz}{v} \tag{6}$$

met de grenzen o en z_{max}

De grootheid z_{max} kan onmiddellijk uit het overeenkomstige ballistische probleem worden gevonden. Immers wanneer de baan aanvankelijk een hoek ϑ maakt met de verticaal, dan blijft steeds een even groote horizontale snelheidscomponent bestaan die in ons geval gelijk is aan

$$c \sin \vartheta.$$

Aan deze component beantwoordt een energie

$$\tfrac{1}{2} M c^2 \sin^2 \vartheta$$

die niet door de stijging wordt uitgeput. De verticale component van de energie wordt echter in het maximum nul. Aldaar is dus

$$\tfrac{1}{2} M c^2 \cos^2 \vartheta = V = \tfrac{1}{2} M c^2 \frac{N}{\omega^2}$$

$$N = \omega^2 \cos^2 \vartheta$$

terwijl in ieder ander punt

$$\dot{z}^2 = c^2 \left(\cos^2 \vartheta - \frac{N}{\omega^2} \right)$$

zoodat

$$t = \int \frac{dz}{\dot{z}} = \frac{1}{c \cos \vartheta} \int_o^{z(\omega \cos \vartheta)} \frac{dz}{\sqrt{1 - N/\omega^2 \cos^2 \vartheta}} \tag{7}$$

waarbij met $z\,(\omega \cos \vartheta)$ bedoeld wordt die waarde van z waar

$$N = \omega^2 \cos^2 \vartheta.$$

Hieruit zien wij dat

$$t\,(\vartheta, \omega) = \frac{1}{\cos \vartheta}\, t\,(0,\ \omega \cos \vartheta).$$

Deze betrekking geeft ons het recht om ons in het vervolg te beperken tot het geval van een verticaal omhoog gerichte straalbundel ($\vartheta = 0$). In dit geval gaat de formule (7) over in

$$t(\omega) = \frac{1}{c}\int_{o}^{z(\omega)} \frac{dz}{\sqrt{1 - N/\omega^2}} \tag{9}$$

waarbij tevens is aangeduid, dat de resulteerende tijd een functie is van ω.

5. Van bijzonder belang is nu het omgekeerde probleem, namelijk om, wanneer t als functie van ω gemeten is, hieruit af te leiden hoe N van z afhangt [1]).

Dit vraagstuk staat eveneens in verband met een bekend mechanisch probleem, namelijk dat van den „tautochroon". Ten einde de overeenkomst duidelijker te doen blijken, stellen wij

$$V = M \,.\, g \,.\, y$$

waarbij $y = N$ en $g = c^2/2\omega^2$.
Evenzoo stellen wij

$$E = M \,.\, g \,.\, a$$

waarbij $a = \omega^2$.
Dan wordt

$$v = \sqrt{\frac{2}{M}(E - V)} = \sqrt{2g\,(a - y)}$$

en de boven berekende stijgtijd

$$t(a) = \int_{0}^{z(a)} \frac{dz}{\sqrt{2g\,(a - y)}} \tag{10}$$

waarbij weer $z(a)$ is die waarde van z waarvoor $y = a$.

Denken wij nu terwille van deze nieuwe analogie de grootheid z horizontaal uitgezet en y verticaal (fig. 2). Dan komt in deze laatste formule de grootheid $t(a)$ voor den dag als de tijd, die een knikker noodig heeft, om, in den oorsprong met de snelheid c beginnende, tegen een heuvel $y = N(z)$ op te stijgen, waarbij de bereikte hoogte a afhangt van g en wel zoo dat $2ag = c^2$.

1) Deze vraag werd o.a. door Prof. E. V. Appleton gesteld op een voordracht gehouden te Eindhoven in Januari 1930.

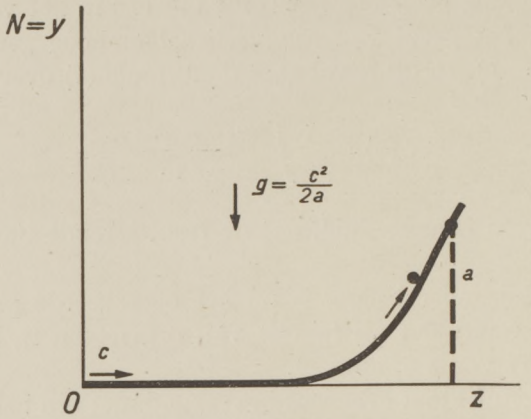


Fig. 2.

Men kan de veranderlijke „zwaartekrachtversnelling" aldus wegwerken: Aangezien

$$\sqrt{2g} = c : \sqrt{a}$$

wordt

$$\frac{ct\,(a)}{\sqrt{a}} = \int_0^{z\,(a)} \frac{dz}{\sqrt{a-y}} \tag{11}$$

stellen wij deze uitdrukking gelijk aan $T\,(a)$ dan stelt $T\,(a)$ den tijd voor, die een knikker behoeft om op de hoogte a beginnende, tot $z = 0$ af te rollen terwijl de versnelling van de zwaartekracht constant $(= \frac{1}{2})$ is.

Is omgekeerd $T\,(a)$ gegeven en gevraagd hoe y van z afhangt, dan hebben wij in (11) de beroemde integraalvergelijking van A b e l voor ons (die voor $T\,(a) =$ const. in die van de tautochroon overgaat) en waarvan de oplossing luidt:

$$z = \frac{1}{\pi} \int_0^y \frac{T\,(x)\,dx}{\sqrt{y-x}} \tag{12}$$

Hierbij is dus z uitgedrukt als functie van y.

Wij kunnen de laatste oplossing overbrengen op het overeenkomstige golfprobleem, dat in het begin van deze paragraaf werd gesteld. Wij hebben daartoe slechts a weer te vervangen door ω^2 en de variabele x door ξ^2. Dit levert de oplossing van het gezochte probleem in den vorm

$$z = \frac{2c}{\pi} \int_0^{\sqrt{N}} \frac{t(\xi)\, d\xi}{\sqrt{N - \xi^2}}$$

6. Wij willen thans het in 4 en 5 besprokene op een aantal bijzondere gevallen toepassen, waarbij wij ons weer tot het geval van een verticalen straal beperken. Vooreerst bezien wij het triviale geval dat N overal nul is. Het is duidelijk dat dan

$$t(AB) = \frac{1}{c} \int_A^B dz$$

$$ct(AB) = z_B - z_A \tag{14}$$

hoe ook A en B gekozen zijn.
Als volgend geval nemen wij

$$N = bz$$

dan wordt

$$ct(AB) = \int_A^B \frac{dz}{\sqrt{1 - bz/\omega^2}}.$$

Is in het bijzonder $z_A = 0$ en $z_B = z(\omega)$, zoodat dus $\omega^2 = bz_B$ dan wordt

$$ct(AB) = ct(\omega) = 2\omega^2/b = 2z(\omega). \tag{16}$$

De tijd, die de golfgroep behoeft om haar maximale hoogte te be-

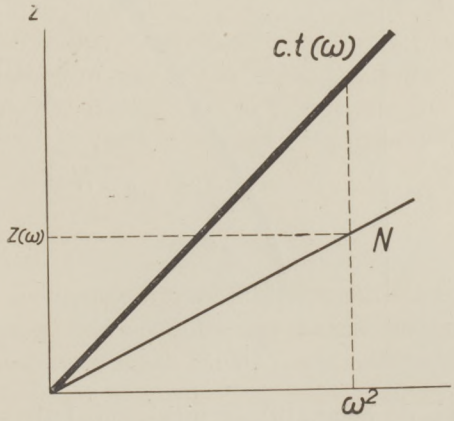


Fig. 3.

reiken is nu juist het dubbele van den tijd, noodig om den afstand in vacuo af te leggen (fig. 3). In dit geval is het gemakkelijk, formule (13) te verifieeren.
Immers

$$\frac{2c}{\pi}\int_o^{\sqrt{N}} \frac{2\xi^2}{b} \frac{d\xi}{\sqrt{N-\xi^2}} = \frac{4N}{\pi b}\int_o^{\pi/2} sin^2\ \varphi\, d\varphi = \frac{N}{b} = z$$

waarbij $\sin\varphi$ staat voor $\xi/\sqrt{N}$.
Wij zullen deze contrôle in het vervolg achterwege laten.
In geval

$$N = a + bz$$

waarbij a positief gedacht is (fig. 4) wordt

$$ct\,(\omega) = 2\omega\sqrt{\omega^2 - a}/b. \tag{17}$$

Wanneer N een quadratische functie van z wordt

$$N = a + pz + qz^2$$

dan zijn naar gelang der teekens een groot aantal gevallen moge-

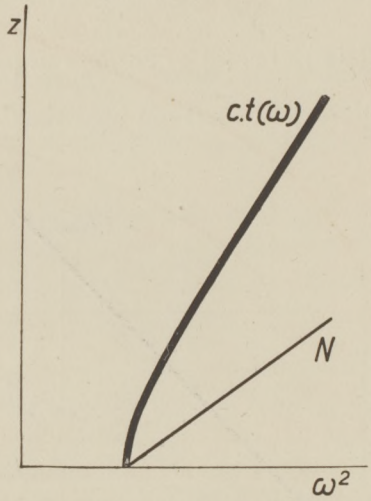


Fig. 4.

lijk, waarvan wij de belangrijkste uitkiezen. Laten vooreerst a, p en q positief zijn; dan is

$$ct\,(AB) = \int_A^B \frac{dz}{\sqrt{1-(a+p^2+qz^2)/\omega^2}} =$$

$$= \frac{\omega}{\sqrt{q}} \left| bg\,sin\,\frac{2qz+p}{\sqrt{p^2+4q\,(\omega^2-a)}} \right|_A^B \tag{18}$$

Is in het bijzonder weer $z_A = 0$ $z_B = z\,(\omega)$, dus $a + pz_B + qz_B{}^2 = \omega^2$, dan wordt

$$ct\,(AB) = ct\,(\omega) = \frac{\omega}{\sqrt{q}} \left(\frac{\pi}{2} - bg\,\sin\,\frac{p}{\sqrt{p^2+4q\,(\omega^2-a)}} \right) \tag{19}$$

Is $p = 0$, dan is

$$ct\,(\omega) = \pi\omega/2\sqrt{q} \tag{20}$$

Dit geval is in fig. 5 afgebeeld. De formule geldt, zooals vanzelf spreekt, voor $\omega^2 > a$.

Is $\omega^2 = a$, dan is $z\,(\omega) = 0$ terwijl $ct\,(\omega) = \pi\sqrt{a}/2\sqrt{q} \neq 0$. Dit

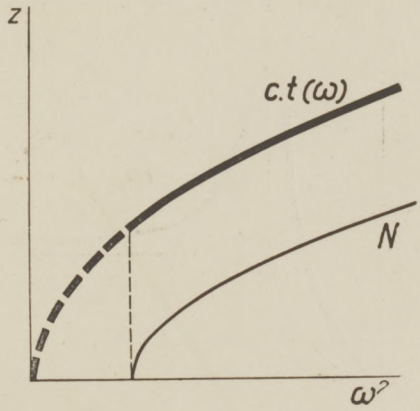


Fig. 5.

komt overeen met het feit, dat de groepsnelheid dan nul wordt. Merkwaardig is de laatste formule (20) omdat zij onafhankelijk blijkt te zijn van a. Dit geeft bij het omgekeerde probleem aanleiding tot dubbelzinnigheid, waarop wij aanstonds nog terugkomen.

Wanneer q negatief wordt, is het voldoende het geval $p = 0$ te beschouwen. Stellen wij dan $q = -q'$, dan is

$$ct\,(AB) = \frac{\omega}{2\sqrt{q'}} \left| \log nat \left| \frac{q'z + \sqrt{q'\,(\omega^2 - a + q'z^2)}}{q'z - \sqrt{q'\,(\omega^2 - a + q'z^2}} \right| \right|_A^B \tag{21}$$

Stellen wij hierin $z_B = z(\omega)$ zoodat $a - q'z_B{}^2 = \omega^2$ en kiezen wij z_A zoo dat $a - q'z_A{}^2 = 0$, dan is

$$ct\,(AB) = ct\,(\omega) = \frac{\omega}{2\sqrt{q'}} \log nat \frac{\sqrt{a} + \omega}{\sqrt{a} - \omega} \tag{22}$$

Dit geldt, zoolang $\omega^2 < a$. Is $\omega^2 > a$ dan kiezen wij $z_B = 0$.

Duiden wij dan wederom $t\,(AB)$ aan met $t\,(\omega)$, dan wordt

$$ct\,(\omega) = \frac{\omega}{2\sqrt{q'}} \log nat \frac{\omega + \sqrt{a}}{\omega - \sqrt{a}} \tag{23}$$

In beide gevallen nadert $t\,(\omega)$ tot ∞ als ω^2 tot a nadert (fig. 6).

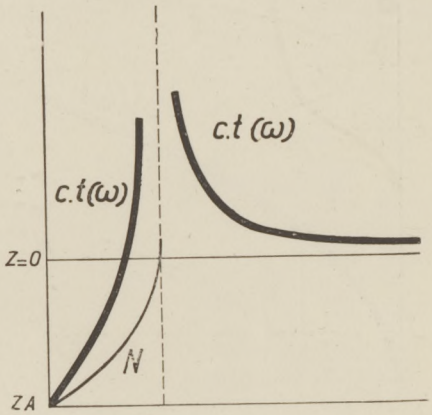


Fig. 6.

7. Met behulp van het voorgaande is het nu mogelijk, althans qualitatief een geval te overzien dat voor de practijk van belang is. Uit metingen over echotijden door middel van interferentie van de directe en van de gereflecteerde straal leidt Appleton[1]), namelijk af, dat, althans op zekere tijden van den dag, de Heavi-

1) E. V. Appleton, Proc. Roy. Soc. *A* **126**, 542, 1930.
Proc. Phys. Soc. **42**, 321, 1930.

side-laag een zoodanige structuur heeft (E and F-layer) dat de grootheid N met de hoogte eerst toe-, daarna afneemt, om tenslotte weer toe te nemen. (Ook deze toename wordt ongetwijfeld weer door een afname gevolgd, die ons nu echter niet interesseert). Wanneer wij nu de plaats van het maximum E, die van het minimum F noemen, dan kunnen wij den tijd $t\,(OP)$ verdeelen in drie stukken, $t\,(OE)$, $t\,(EF)$ en $t\,(FP)$ waarbij P het hoogste punt is, dat bereikt wordt. Het verloop van $t\,(\omega)$ met ω is dan als in fig. 7 is weergegeven. Voor $\omega^2 = N_E$ gaat $t\,(\omega)$ logarithmisch naar ∞. Het is nu de vraag of het in dit geval ook mogelijk is, uit het verloop van $t\,(\omega)$ het verloop van N als functie van z terug te vinden.

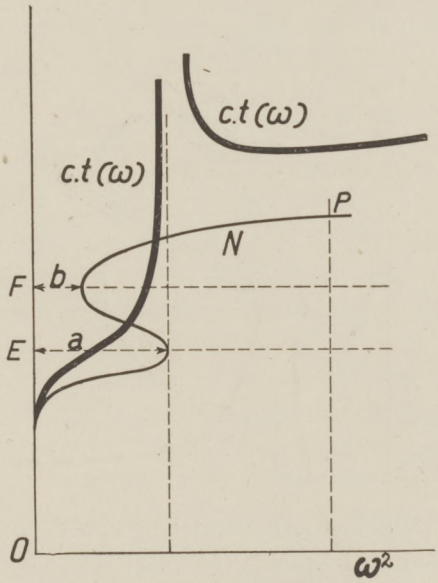


Fig. 7.

Het blijkt dan, dat dit niet ondubbelzinnig mogelijk is, en wel ten eerste omdat men niet weet hoe $t\,(EP)$ over $t\,(EF)$ en $t\,(FP)$ verdeeld moet worden en verder in verband met het verschijnsel dat wij in het door fig. 5 voorgestelde geval hebben ontmoet [1]).

De genoemde dubbelzinnigheid is in het overeenkomstige mecha-

1) Voor uitvoerige discussie zie men het met dit stukje overeenkomende artikel in het Phil. Mag. 1930.

nische geval welbekend. Draait men fig. 7 over een rechten hoek, zoodat de z-as beneden komt, dan zou men de formuleering aldus kunnen veraanschouwelijken: Gegeven is een volkomen gladde ijsberg $OEFP$ . . . . Het is niet mogelijk de gedaante van dien berg te weten te komen alleen door uit O met alle mogelijke snelheden projectielen over het ijs te laten glijden en waar te nemen in welken tijd die terugkomen.

8. Tenslotte willen wij onze beschouwingen nog uitbreiden tot het geval, dat de bolvormigheid der aarde in aanmerking wordt genomen. In dit geval is de concentratie N en dus de potentieele energie V een functie van den straal r (en nemen wij aan, alléén

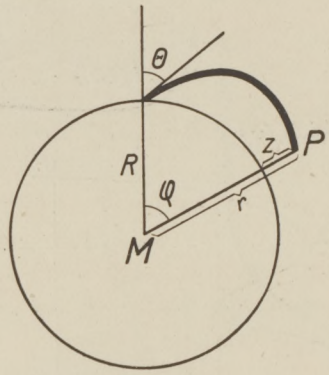


Fig. 8.

van r). Uit de welbekende behandeling van de beweging van een deeltje in een centraal krachtveld volgt dan voor de grootheid t

$$t = \int \frac{dr}{\dot{r}} = \int \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{M}(E - V) - r^2 \dot{\varphi}^2}} \tag{24}$$

zoodat (fig. 8)

$$ct = \int \frac{dz}{\sqrt{cos^2 \vartheta + \frac{2z}{R} sin^2 \vartheta - \frac{N}{\omega^2}}} \tag{25}$$

en voor de grootheid φ

$$\varphi = \int \dot{\varphi}\, dt = \frac{\sin \vartheta}{c} \int \frac{\left(1 - \frac{2z}{R}\right) dz}{\sqrt{\cos^2 \vartheta + \frac{2z}{R} \sin^2 \vartheta - \frac{N}{\omega^2}}}$$

Hierbij is $r - R = z$ gesteld en z^2/R^2 tegenover z/R verwaarloosd. Verschillende toepassingen zijn van deze formules te maken. Vooreerst ziet men, dat, wanneer ϑ tot 90° nadert, de maximale hoogte bereikt wordt bij een veel kleinere concentratie dan in het geval van een verticaal opstijgenden straal (practisch 30 × kleiner, daar z_{max} van de orde van 100 km, R van de orde 6000 km).

Verder volgt eruit dat wanneer N met toenemende hoogte een absoluut maximum $N_{\max}$ bereikt, de kleinste waarde van ϑ is gegeven door [1])

$$\cos^2 \vartheta_{min} + \frac{2z}{R} \sin^2 \vartheta_{min} = \frac{N_{max}}{\omega^2}.$$

9. In het voorgaande is nergens rekening gehouden met de absorptie, die de stralen ondervinden. Van verschillende zijden is er in den laatsten tijd op gewezen, dat de absorptie de voortplantingsverschijnselen belangrijk wijzigt [2]). Dit kan de practische waarde van onze beschouwingen in sommige opzichten verminderen. Het is echter niet uitgesloten, dat in verband met de opmerking, in par. 8 gemaakt over de concentratie in het punt waar de straal ophoudt zich van de aarde te verwijderen, de invloed der absorptie in sommige gevallen kleiner is dan men geneigd is te veronderstellen, terwijl ook gebleken is, dat bij groote invalshoeken de invloed van de absorptie geringer wordt.

Wij willen ten overvloede aan het eind dezer paragraaf er nog op wijzen, dat de gebruikte perkenwet ($r^2\dot{\varphi} = \text{const}$) in overeenstemming is met de wet van Snellius. Denkt men zich den brekingsindex in concentrische schalen van geringe dikte konstant, dan gaat de gebogen straal over in een polygoon, waarvoor

1) Vergelijk T. L. Eckersley, Proc. Inst. Rad. Eng. **18**, 106, 1930.
2) Pedersen, Proc. Inst. Rad. Eng. **17**, 1750, 1929.
P. S. Epstein, Proc. Nat. Acad. Sc. **16**, 37, 1930.
G. J. Elias, Tijdschr. Ned. Rad. Gen. **4**, 86, 1930.

men uit Snellius en uit den sinusregel gemakkelijk aantoont, dat

$$\sin \alpha \text{ evenr. } u/r$$

waarbij α de hoek voorstelt die den straal met den voerstraal insluit en u de phasesnelheid is. Daar echter

$$u \,.\, v = c^2$$

volgt hieruit de perkenwet

$$v \sin \alpha \,.\, r = \text{const.} = r^2 \dot{\varphi}.$$

Eindhoven, 15 Mei 1930.

Natuurkundig Laboratorium der
S. N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

N. Quint, Gzn., Natuurkundige vraagstukken, vierde druk, 187 blz. — Noordhoff. Groningen. 1930. Prijs *f* 2.50, geb. *f* 3.—.

P. Debije, Elektronen-Interferenzen, Leipziger Vorträge 1930, 85 blz., 18 fig. — Leipzig. 1930. Prijs R.M. 6.

H. A. Kramers en Helge Holst, De bouw der atomen, tweede druk, 208 blz., 37 fig. — Centen's Uitg. Mij. Amsterdam. 1930. Prijs geb. *f* 5.50.

Jean Cabannes, Effet Raman, Conférences d'actualités scientifiques et industrielles 11, 66 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 8.

G. Ribaud, Température des flammes, Conférences d'actualités scientifiques et industrielles 10, 43 blz., vele fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 5.

L. Brillouin, Les statistiques quantitiques et leur application aux électrons libres dans les métaux, Conférences d'actualités scientifiques et industrielles 15, 44 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 5.,

G. Darmois, La structure et les mouvements de l'Univers stellaire, Conférences d'actualités scientifiques et industrielles 17, 16 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 3.

F. Baldet, La constitution des comètes, conférences d'actualités scientifiques et industrielles, 16, 22 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 5.

Sir James Jeans, The mysterious Universe, 152 blz., 2 fig. — Cambridge University Press. London. 1930. Prijs 3/6 net.

N. F. Mott, An outline of wave mechanics, 155 blz. — Cambridge University Press. London. 1930. Prijs 8/6 net.

Max Greeve, Filosofie van den meervoudigen tijd, 56 blz. — Van Stockum. Den Haag. 1930.

BOEKBESPREKING

Oeuvres complètes de *Christiaan Huygens*, **publiées par la Société hollandaise des sciences.** Tome XVI, La Haye, Martinus Nijhoff, 1929.

Tusschen het verschijnen van het 15de deel (1925) en het 16de deel (1929) is de leiding der uitgave van Prof. Korteweg op Dr. Vollgraff overgegaan. Het 16de deel is het werk van beiden, eenige medewerkers, waaronder U. Ph. Boissevain te noemen is, niet te vergeten.

De inhoud bestaat uit 5 deelen:

1°. de verhandeling over de botsing: De motu corporum ex percussione (voorrede en bewerking van den text van Korteweg en enkele mede-

werkers, vermoedelijk ook Lorentz, vertaling van Bosscha). De naam van Huygens wordt, met betrekking tot de botsingswetten, veelal in één adem genoemd met die van Wallis en Wren. Men moet hierbij echter niet vergeten, dat de studie der botsing door de leden der Royal Society dagteekent uit de jaren 1667—1669; uit de handschriften en brieven van Huygens is echter gebleken, dat deze reeds in 1652 alle stellingen gevonden had, die noodig waren om de botsing van volkomen harde lichamen te beschrijven en dat zijn voornaamste handschrift in 1656 gereed was. Huygens liet het echter niet in druk verschijnen, aangezien het hem nog niet geheel bevredigde; in het bijzonder wist hij zich nog geene juiste voorstellingen te maken over den aard der bij de botsing optredende krachten, een onderwerp, waarover wij in het Avertissement belangwekkende beschouwingen en berekeningen vinden. Op verzoek der Royal Society heeft Huygens in 1669 zijne stellingen (zonder eenig bewijs) in het Journal des Sçavans doen verschijnen; het handschrift is tijdens zijn leven niet gepubliceerd, doch eerst in 1703 door De Volder en Fullenius in de Opuscula postuma opgenomen.

Wij willen nog in 't bijzonder de aandacht vestigen op de stelling van het behoud der levende kracht, der hoeveelheid van beweging en vooral op het klassieke relativiteitsprincipe, door Huygens scherp geformuleerd en consequent toegepast.

2°. Extrait d'une lettre etc. (voorrede en bewerking van den text van Korteweg).

Dit stuk heeft betrekking op de hierboven reeds vermelde publicatie der stellingen in het Journal des Sçavans.

3°. Manuscrits ultérieures concernant l'historique de la théorie du choc des corps et la question de l'existence et de la perceptibilité du „Mouvement absolu" (zoowel de voorrede als de bewerking van den text van Korteweg en Vollgraff te zamen).

In deze stukken zijn vooral belangwekkend Huygens' denkbeelden over de translatie en de rotatie. Wij zagen reeds, dat Huygens het relativiteitsprincipe voor eenparige translatiebewegingen scherp en juist geformuleerd had vóór 1659; met de verschijnselen, die het gevolg zijn van een draaiende beweging, had hij zich echter vóór dat jaar nog niet bezig gehouden. Pas in 1659 verdiepte hij zich in de draaiende beweging en vond hij de stellingen over de middelpuntvliedende kracht. Hij was toen van meening (zooals hij echter pas na het verschijnen van Newton's Principia in 1687 zegt) en is dit langen tijd gebleven, dat de eenparige translatie en de rotatie als twee principieel verschillende soorten van beweging moeten opgevat worden, nl. de eenparige translatie als relatief, de rotatie als absoluut. In de laatste jaren van zijn leven, omstreeks 1691 of 1692, is Huygens echter van deze opvatting teruggekomen, zooals duidelijk uit zijne briefwisseling met Leibniz en ook uit de thans gepubliceerde stukken (die echter geen van alle wiskundig zijn ingekleed), blijkt.

4°. de beroemde verhandeling over de middelpuntvliedende kracht „De vi centrifuga" (voorrede en vertaling van Vollgraff, bewerking van den text van Korteweg en Vollgraff). Huygens schreef

deze verhandeling in 1659, maar heeft haar nooit gepubliceerd. Zij verscheen evenals zijn verhandeling over de botsing, voor het eerst in de Opuscula postuma. Hier worden inderdaad voor het eerst de centripetale en centrifugale kracht goed gedefinieerd en begrepen. Galilei wist reeds, dat men, theoretisch gesproken, de uitwerking van de draaiing der aarde aan de verschijnselen op de aarde zou moeten kunnen bespeuren, maar tot eene juiste formuleering der optredende krachten is hij niet gekomen.

5°. Travaux divers de statique et de dynamique de 1659 à 1666 (voorrede, bewerking van den text van Vollgraff met medewerking van Dijksterhuis). Deze stukken, ten getale van 19, waren, op één na, tot dusverre niet gepubliceerd. De inhoud is rijk en veelzijdig; zij handelen voor een groot deel over de slingerbeweging en bevatten o. a. de berekeningen van uitkomsten, die in 1673, ten deele zonder bewijs, in het Horologium Oscillatorium werden gepubliceerd. Wij verwijzen daarvoor naar het oorspronkelijke.

Volledigheidshalve vermeld ik nog, dat de registers van de hand van Korteweg en Meinsma zijn.

Het mag vrijwel overbodig heeten, verder veel van dit deel te zeggen. De groote Huygens-uitgaaf is een werk, waar Nederland waarlijk trotsch op mag zijn en dat niet alleen kan wedijveren met de buitenlandsche groote nationale uitgaven bv. van Galilei, Descartes en anderen, maar deze in menig opzicht overtreft; niet alleen wat de wetenschappelijke bewerking aangaat, die, ook nu onder Dr. Vollgraff's voortreffelijke leiding, aan grondigheid en volledigheid weinig of niets te wenschen overlaat, maar ook wat het uiterlijk betreft. Het is, ook uit typographisch oogpunt, een der mooiste boeken, die thans in Nederland verschijnen. C. A. C.

Louis de Broglie, **Recueil d'Exposés sur les Ondes et Corpuscules,** 80 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 20.

De brochure bevat twee tijdschriftartikelen en 3 voordrachten (1927—1929), benevens een portret van den schrijver. De inhoud is grootendeels physisch; evenwel voert de bespreking der „crise récente de l'optique ondulatoire" vanzelf tot eenige historische en filosofische beschouwingen. In de eerste voordracht wordt de honderdjarige sterfdag van Fresnel herdacht en, vóór die der recente, de geschiedenis der oudere optische theorieën duidelijk, maar zonder pretentie van volkomen nauwkeurigheid [1]), geschetst. Ook elders wijdt de schrijver enkele woorden aan de 17de, 18de en 19de eeuw en komt zoo tot het heden waarin hij geheel tehuis is. Terecht legt hij er nadruk op dat nieuwe mathematisch-physische theorieën de oude niet omverwerpen maar uitbreiden, voorzoover men als haar doel beschouwt (p. 20) „de découvrir et d'étudier les formes mathématiques dans lesquelles les phénomènes physiques peuvent venir se loger", aldus afziende van de meening dat men de werkelijkheid zelve zou kunnen leeren kennen. Hiermede is in overeenstemming dat hij (hoewel eerst geneigd aan de door hem ontdekte materiegolven een min of meer objectief bestaan toe te kennen)

1) P. 7.: „les lois cartésiennes *de la réflexion* et de la réfraction . . . P. 3: Christiaan Huygens *découvre* la double réfraction et décrit avec précision ce phénomène . . .

zich neerlegt bij de meening dat (p. 35) ,,l'onde ne représente pas du tout un phénomène physique s'accomplissant dans une région de l'espace'', maar (p. 73) ,,a plutôt un sens statistique et représente une probabilité'', de waarschijnlijkheid n.l. (p. 35) ,,que la position et la vitesse du corpuscule sont comprises entre certaines limites'', zoodat men (p. 77) ,,ne peut plus attribuer au corpuscule à tout instant une position et une vitesse ni lui assigner un mouvement régi par des lois rigoureuses''. De genoemde waarschijnlijkheid echter wordt door de nieuwe mechanica nauwkeurig bepaald. Geen wonder dat de schrijver (al blijft p. 78: ,,le déterminisme apparent des phénomènes macroscopiques'' bestaan) toch niet zonder eenige spijt afziet van het ,,déterminisme rigoureux des phénomènes naturels'', zooals Laplace zich dat voorstelt, daar het nieuwe idee niet slechts (p. 69) ,,très différente de l'ancienne'' is, ,,mais, il faut l'avouer, moins claire qu'elle'', en dat hij op het eind van zijn artikel over ,,Déterminisme et causalité dans la physique contemporaine'' zich aldus uitdrukt: ,,il est infiniment intéressant pour les philosophes que les physiciens aient été amenés, *fût-ce momentanément* (cursiveering van ons), à douter du déterminisme des phénomènes physiques''. Het zal zeker belangwekkend zijn te zien of uit dit latent verlangen om tot het strenge determinisme terug te keeren, weder een theorie geboren zal worden, die, zonder de bereikte resultaten prijs te geven, aan dit verlangen voldoet. J. A. V.

W. Reindersma en *T. van Lohuizen*, **Nieuw leerboek der Natuurkunde** voor H. B. S. met 5 j. c., Lycea en Gymnasia. Tweede deel, 363 blz., 284 fig.; Wolters, Groningen 1930; Prijs ing. *f* 3,25, geb. *f* 3,60.

Voor mijn oordeel over de aard van dit werk mag ik verwijzen naar mijn recensie van het eerste deel, zie Physica 1929, blz. 373. Ook dit tweede deel is bevattelijk opgesteld en bijzonder geschikt voor de leerlingen, waarvoor het is bedoeld.

De mechanica gaat voorop. Er wordt meer van behandeld dan tot nu toe in de elementaire physische leerboeken gewoonte was. De hoeveelheid van beweging en de impuls bijv. zijn ingevoerd, ook de rotatie en het traagheidsmoment, en iets verder in het boek, vlak voor het geluid, de elasticiteit met de bijbehoorende trillingen en botsingen. Een mooi geheel met een ,,juist evenwicht tusschen experiment en wiskundige deductie''. Iets uit de geschiedenis der mechanica is ook nog ingelascht. Ongetwijfeld te veel om alles serieus te behandelen in de thans voor de natuurkunde beschikbare tijd, maar het is ook de bedoeling dat de docent een keuze doet; welke keuze hij zal dienen te doen mede in overleg met zijn collega, die de werktuigkunde geeft, totdat de tijd er is waarin de beginselen der mechanica bij de physica zullen zijn ondergebracht.

Via de moleculen en moleculaire krachten (dunne lagen, suspensie, kolloïdale en moleculaire oplossing, diffusie, osmose, Brownsche beweging), de warmte als arbeidsvermogen (mechanisch warmte aequivalent) en de kinetische theorie (wet van Boyle, $PV = \frac{1}{3} Nmv^2$, invloed temperatuur, gasconstante, getallen van Avogadro en Loschmidt, het meeste echter klein gedrukt) komen de schrijvers nu tot de nadere verklaring van diverse ver-

schijnselen op grond van de moleculaire opbouw der lichamen (vast, vloeistof, gas, capillariteit, absorptie, smelten, verdampen, koken, warmtegeleiding). Een hoofdstuk over machines en een over de vloeibaarmaking van gassen sluit de heele warmteleer af.

Een logische en regelmatige gang van zaken, alleen naar de inhoud voor mij ontsierd omdat er gesproken wordt over de kinétische theorie der warmte met de stelling: warmte is arbeidsvermogen der moleculen, waaruit een lichaam is opgebouwd, in plaats van over mechánische theorie der warmte en kinétische theorie der moleculen met streng de begrippen warmte en temperatuur gescheiden in de stellingen: warmte is een soort arbeidsvermogen, dat voor allerlei doeleinden kan worden gebezigd; de temperatuur is een maatstaf voor het gemiddelde $\frac{1}{2}mv^2$ der moleculen.

Het staat er in het boek natuurlijk goed; maar de wijze, waarop het er staat, zal heel gemakkelijk aanleiding geven tot het verwarrende begrip: warmte is $\frac{1}{2}mv^2$ der moleculen.

En dan ook dit: op blz. 139 staat, nadat er over een gas gehandeld is: ,,In een vloeistof is de beweging der moleculen veel geringer, de moleculaire snelheden zijn gering, wat blijkt uit de langzame diffusie. De aantrekkende werking tusschen de moleculen is niet groot''.

't Is voor de leerlingen toch misleidend! De moleculaire snelheden ($\frac{1}{2}\ m\ v^2$) zijn voor damp en bijbehoorende vloeistof onder dezelfde temperatuur gelijk, doch de moleculaire verplaatsingen zijn voor een vloeistof geringer, omdat de moleculaire attractie er grooter is.

Na de warmte komt de golfbeweging en het geluid, zooals te voren al opgemerkt, ingeleid door het een en ander over elastische trillingen. Deze hoofdstukken zijn op de bekende wijze gegeven zonder veel nieuws.

Waarom in $V = n\lambda$ de gevaarlijke kleine n genomen, die in Deel I, zooals gebruikelijk, al voor de brekingsindex is gereserveerd? Waarom ook op blz. 171 de uitrekking van een draad v genoemd en de uitrekkende kracht P? In Deel I op blz. 27 is daarvoor U en K gebezigd. Bij de voortplantingssnelheid van golven langs een snaar wordt in de formule dan weer S gezet voor deze uitrekkende kracht, blz. 211, terwijl bij de formule van L a p l a c e op blz. 218 en 219 als symbool voor het soortelijk gewicht d staat, en daar nog wel verwezen wordt naar Deel I waar S is genoteerd.

Men kan immers voor de leerlingen niet consequent genoeg zijn met de keuze der teekens!

Bij het laatst afgenomen eindexamen der H. B. S. zou de redeneering in dit boek gehouden ter verklaring van het feit, dat het aantal zwevingen gelijk is aan het verschil in toonhoogte, niet geheel goedgekeurd zijn. Men mag toch niet direct het aantal trillingen tellen der stemvorken, doch eerst beginnen te tellen van een oogenblik af dat de 2 opgewekte golven het oor van de waarnemer bereikt hebben en daar bijv. een vermeerdering van de geluidsterkte hebben veroorzaakt?

Het is een kleinigheid, maar men lette er op.

Volgens het prospectus zou na het geluid met zijn trillingen, het licht als trillingsverschijnsel zijn beschreven. Blijkbaar is dit ten slotte niet gebeurd, doch is de indeeling gevolgd, die in het rapport der ,, Commissie F o k k e r''

staat aangegeven. We krijgen n.l. nu het magnetisme en de electrostatica. Op karakteristieke wijze zijn deze onderdeelen behandeld; vooral de opzet van de electrostatica geeft wel zeer kenmerkend aan wat de geest van dit nieuwe leerboek is. Zie de opbouw van het potentiaalbegrip! Eerst de analogie met de temperatuur, spanning van een gas en niveauverschil van een vloeistof, dan de proeven met conductoren en electroscopen, waarbij de strooming der lading van hooger naar lager potentiaal ,,spelenderwijs'' ingevoerd wordt, ten slotte de nadere theoretische beschouwing en verdere uitbreiding met aequipotentiaalvlakken, krachtlijnen, meting van de potentiaal, capaciteit, condensator, invloed van het medium. Het is m. i. bijzonder goed!

Over electronen wordt nog niet gesproken. Deze komen even aan de orde bij de korte geschiedenis der electriciteitstheorieën, doch ,,in Deel III leeren we uitvoerig de gronden kennen waarop de tegenwoordige opvattingen van de electriciteit, als bestaande uit electriciteitsatomen, berusten''. Dat derde stuk wordt dus een gewichtig deel met het heele electromagnetisme, met de golftheorie van het licht en de atoomwereld er nog bij! Gezien de beide nu reeds verschenen deelen kunnen we het met goed vertrouwen op een even perfecte en doelmatige behandeling afwachten. H.

MEDEDEELING

NEDERLANDSCH-AMERIKAANSCHE FUNDATIE

De Wetenschappelijke Commissie der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie verzoekt studenten aan de Nederlandsche Universiteiten en Hoogescholen (met inbegrip van pas afgestudeerden), die in 1931 gedurende eenige maanden hunne studiën zouden wenschen voort te zetten in de Vereenigde Staten, zich, met opgave van hun tot dusver afgelegde studiën en met een omschrijving van hun studieplan in Amerika, onder overlegging van aanbevelingen, vóór 15 Januari a.s. schriftelijk aan te melden bij Prof. Dr. H. A. Brouwer, Geologisch Instituut der Universiteit van Amsterdam.

Aan een beperkt aantal wordt door de Fundatie steun verleend, welke in hoofdzaak uit vergoeding der reiskosten zal bestaan. Ook voor studeerenden, die geen subsidie begeeren, bestaat gelegenheid om van de aanbevelingen der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie gebruik te maken.

In verband hiermede wordt verzocht tevens op te geven of een uitzending al dan niet van het verleenen eener subsidie afhankelijk wordt gesteld.

NOGMAALS: HET ZWARE GESCHUT

door H. GROOT

In het antwoord van Berlage aan de critici van zijn hypothese [1]) tracht hij wel aan te toonen dat deze kritiek alle grond mist, maar zijn argumentatie in deze is zeer zwak. Wanneer hij na wat ik schreef over de rol, die de wet van Titius in zijn werk speelt nog kan vragen: „Waarover strijdt Groot nu eigenlijk 2 bladzijden lang met mij?", wanneer hij verder toegeeft, dat *in de derde versie* van zijn hypothese [2]) het door mij gelaakte verband tusschen atoomgewicht en massaverhouding der planeten inderdaad *toevallig* blijkt te zijn en tevens dat hij daarin eindelijk een rationeele basis geeft voor het ontstaan der ringen, waaruit de planeten gevormd moeten worden — „Dit is een zwakke schakel in mijn evolutieschema geweest", schrijft hij zelf, — dan is er eigenlijk weinig reden voor mij om nog eens op mijn bespreking terug te komen.

Wanneer ik dit toch doe, dan is het om twee dingen recht te zetten. Allereerst: „het zware geschut in den strijd tegen Laplace". Deze kanonnen zijn niet zoo hopeloos vernageld als Berlage meent. Ook na zijn nadere uiteenzetting kan ik mij niet vereenigen met zijn relatie:

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \left(\frac{M}{M_0}\right)^{5/3}.$$

In zijn afleiding zegt hij: „de massa dM, die per tijdseenheid door straling verloren gaat, zetelt echter uitsluitend in den buitensten bolschil van dikte dr". Dit nu is onjuist. Het proces van de

1) Physica, 1930, afl. 9, blz. 287.

2) Deze is mij juist twee dagen vóór de correctie van dit stukje onder de oogen gekomen. Een definitief oordeel heb ik er mij dan ook nog niet over gevormd, maar toch stel ik er prijs op te verklaren, dat het mij toeschijnt, dat hier inderdaad een stap in de goede richting gedaan is, wanneer blijkt dat ook kwantitatief een en ander in orde is.

omzetting van massa in straling heeft weliswaar veel duisters, maar dat deze omzetting en het daarmede gepaard gaande massaverlies uitsluitend in de buitenste bolschil te zoeken zou zijn, dat zal toch wel niemand gelooven? Daarmede vervalt echter Berlage's afleiding, zoodat de kanonnen hun vuur weer kunnen openen.

Het tweede punt is dit: ik houd de pogingen van Berlage niet voor waardeloos, zelfs kan ik begrijpen, dat hij zijn denkbeelden publiceert eer ze nog geheel voldragen zijn en daardoor telkens vrij ingrijpend gewijzigd moeten worden: in een voor leekenpubliek geschreven werkje als „Het Ontstaan en Vergaan der Werelden" behooren zij echter niet — nog niet? — thuis en zeker niet wanneer zij worden opgediend als eigenlijk *de* oplossing. Hiertegen kom ik op en mijn vorig artikel wil er de nadruk op leggen hoe weinig de overtuigingen van Berlage betreffende nagenoeg de geheele uitwerking van zijn grondhypothese eigenlijk nog vaststaan voor hem zelf.

Een laatste opmerking moet mij van het hart: de houding van Berlage tegenover Pluto is m.i. toch eenigszins zonderling. De planeet gedraagt zich ongewoon; toegegeven. Maar mag een cosmogonie van het planetensysteem zich neerleggen bij het constateeren van dit feit, rustig verklaren, dat dergelijke „vrijbuiters" niemand verrassen(!) en dan voortgaan met de bespreking der „nette" leden van de familie zonder zich verder om het zwarte schaap te bekommeren? De ordeloosheid van Pluto kon wel eens van meer belang blijken dan de gebondenheid der overige planeten!

Bussum, 10 December. Discussie gesloten. Red.

JAARVERSLAG VAN HET VAN DER WAALS-FONDS

1 September 1929—1 September 1930

door J. D. v. d. WAALS Jr.
Secretaris v. h. Bestuur van het v. d. Waals-fonds

Werkzaamheden.

Aangaande den stand der onderzoekingen is het volgende te vermelden:

De uitkomsten der reeds in het vorige jaarverslag vermelde metingen van isothermen van CO_2 tot 2500 atm. door Dr. P. G. Nijhoff en A. Gerver werden gepubliceerd als 26ste mededeeling van het Van der Waals-fonds.

Isothermen van H_2 tot 1000 atm. werden door de heeren A. Gerver, G. W. Nederbraght en Dr. P. G. Nijhoff bepaald, en zullen na de noodige berekeningen gepubliceerd worden.

De toestel voor de relatieve bepaling der compressibiliteit van vloeistoffen werd voltooid en gebruikt voor de bepaling der compressibiliteit van olie, waarvan de kennis noodig was voor correcties bij de isotherm bepalingen.

De toestel voor de bepaling van den invloed van druk op de viscositeit van gassen werd voltooid en begonnen werd met de bepaling van de viscositeit van H_2 bij 25° tot 300 atm. De nauwkeurigheid der resultaten is bevredigend. Het onderzoek wordt voortgezet.

Voorloopige proeven over de viscositeit van vloeistoffen leidden tot het ontwerpen van een definitieve toestel, die thans wordt gebouwd.

In hetzelfde stadium verkeert een onderzoek naar de oplosbaarheid van gassen in vloeistoffen.

Eveneens wordt een onderzoek van de soortelijke warmte van gassen (c_v) onder druk voorbereid. Een meetmethode werd ontworpen en beproefd.

Ook voor de bestudeering van den invloed van druk op de brekingsindex van gassen is het voorloopig onderzoek afgeloopen en wordt een definitieve toestel gebouwd.

De definitieve apparaten voor de bepaling van den invloed van druk op de diëlectriciteitsconstante zijn gereed gekomen. Wegens

plaatsgebrek heeft de opstelling vertraging ondergaan. Thans is de noodige ruimte ervoor beschikbaar gekomen en is met de opstelling begonnen.

De resultaten van de meting van het geleidingsvermogen van manganine door den heer M. Lenssen zijn gepubliceerd als 25ste mededeeling van het Van der Waals-fonds. Het onderzoek van goud is opnieuw ter hand genomen.

Ook de ijking der drukbalansen (Westertoren-onderzoek) werd voortgezet. Behalve het leggen van vloeren, het aanbrengen van waterleiding enz., werden de hooge-drukbuizen gemonteerd, de platina thermometers en een invar meetband geijkt.

Huisvesting en finantieele toestand.

Van de huisvesting van het instrumentarium en van de werkruimte is te vermelden, dat deze, in afwachting van het nieuwe in aanbouw zijnde Laboratorium voor de afdeeling thermodynamica, gebrekkig is; maar dat zij roch belangrijk is verbeterd, doordat voor deze afdeeling is beschikbaar gesteld en in gebruik genomen het houten gebouwtje, dat tijdens den bouw van het Laboratorium Physica door Prof. Zeeman werd gebruikt.

Ten gevolge van de malaise heeft de steun, die het fonds van de zijde der industrie ondervindt, zich veel minder snel ontwikkeld dan anders ongetwijfeld het geval zou zijn geweest. Toch is deze steun niet achteruitgegaan, maar heeft zich in tegendeel nog een weinig uitgebreid. Terwijl de relaties met de in het vorige jaarverslag genoemden, bijna ongewijzigd bleven bestaan, zijn daar nog soortgelijke relaties bijgekomen met de ,,Brunner Mond Soda Works'' en de firma ,,Schaeffer en Budenberg'' te Magdeburg.

Als bijzonderheid van de van de industrie ondervonden steun is op te merken, dat deze voor een gedeelte bestond uit kostelooze leveringen of prijsreductie, voor een ander gedeelte uit finantieele bijdragen, die echter gegeven werden met bepaald omschreven doel: bijv. bouw van een bepaalden toestel, salaris voor een instrumentmaker, etc. Terwijl hierdoor de intensiteit van onze werkzaamheid zeer toenam, namen ook de algemeene onkosten toe terwijl het budget voor deze onkosten niet toenam. Een versterking van ons gewone budget is dus een probleem geworden, dat oplossing dringend noodig heeft.

TIEN-JARIG REGISTER 1921—1930

A

B

C

E

F

G

H

J

K

L

N

O

P.

Q

R

S

T

U

Afgedrukt 18 Februari 1931