

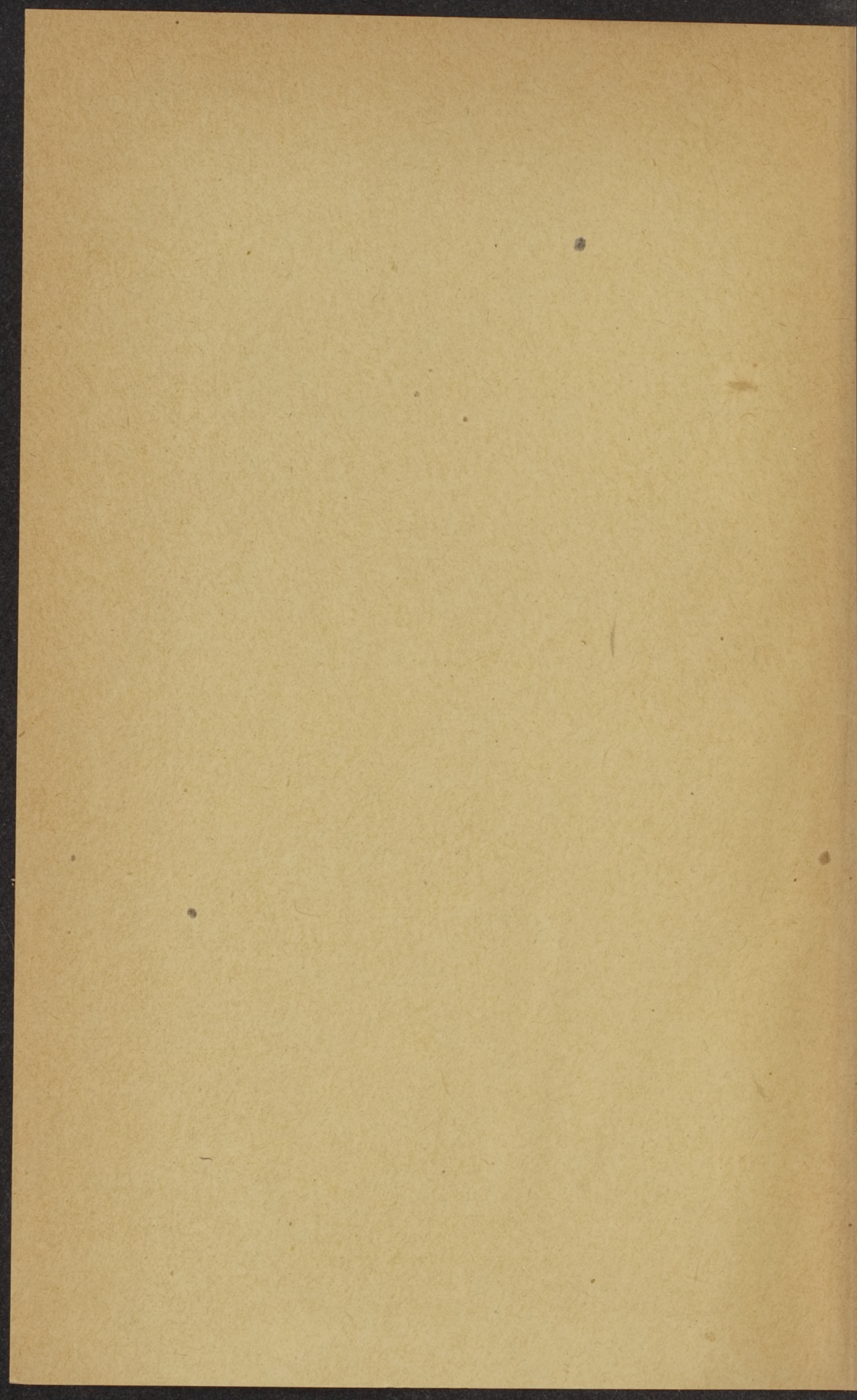
Universiteit Leiden



2 039 944 5

A. E. van Arkel

---



PHYSICA



# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT  
VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE

A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS,  
BALTH. VAN DER POL

ELFDE JAARGANG



'S-GRAVENHAGE  
MARTINUS NIJHOFF  
1931

# PHYSICA

REDAKTION: DR. H. F. BRUNNEN

VERLAG: WILHELM BRUNNEN

LEIPZIG

DRUCK: DR. H. F. BRUNNEN

LEIPZIG

LEIPZIG



LEIPZIG



## INHOUD

### VERHANDELINGEN

	Blz.
A l b r i c h t, W., Electronenemissie en geleidingsvermogen bij aardalkali-oxyden . . . . .	146
B a r e n d s, T., Intensiteitsmetingen in het Argonspectrum . . . . .	275
B o u m a n, J., Eenige proeven met electroscopen . . . . .	45
C r o m m e l i n, C. A., De isochrone comische slinger van Christiaan Huygens . . . . .	359
C r o m m e l i n, C. A., Toespraak gehouden bij de opening van het Nederlandsch Historisch Natuurwetenschappelijk Museum te Leiden den 5den Juni 1931 . . . . .	152
D r u y v e s t e y n, M. J., Overzicht over de lichtemissie van de glimontlading in edelgassen . . . . .	129
D i j k, H. v a n, Over de mogelijkheid neon door rectificatie in zijn isotope componenten te scheiden . . . . .	203
E l e n b a a s, W., De effectieve permeabiliteit bij groote amplituden . . . . .	209
F a b e r, J. M., Een opmerking over zwevingen . . . . .	197
F a b e r, J. M., Over de ligging der spectra bij een vlak tralie. . . . .	65
F o k k e r, A. D., Rede bij het Lorentsmonument . . . . .	241
G o r t e r, C. J., Het paramagnetisme van zouten . . . . .	171
G r o o t, H., De energie-ontwikkeling in het inwendige der sterren . . . . .	97
G r o o t, W. d e, Diffusie van deeltjes met inachtneming van botsingsverliezen . . . . .	337
G r o o t, W. d e, Tabellen voor de stralingsformule van Planck . . . . .	265
G r o o t, W. d e, Veld- en ionenconcentratie nabij de kathode van een boogontlading . . . . .	307

	Blz.
Haas, M. de, en H. B. Dorgels, De opening van het laboratorium voor technische physica te Delft . . . . .	1
Jong, W. F. de, Bepaling van het soortelijk gewicht van korrels . . . . .	150
Keesom, W. H., Grafische behandeling van de thermodynamica der rectificatiekolom . . . . .	33
Koning, C., Draagvlaktheorie . . . . .	73
Kramers, H. A. Werkelijkheid en begrippen-vorming . . . . .	321
Kronig, R. de L., De grondbegrippen der mechanica . . . . .	255
Lely, U. Ph., Een eenvoudige proef ter demonstratie van het Peltiereffect . . . . .	83
Lely, U. Ph., Over de eigenschappen van het zwaarte-krachtsveld in een wentelende ruimte met attractie centrum	343
Mededeelingen . . . . .	95, 368
Ornstein, L. S., Over het ontstaan van Spectra . . . . .	117
Ornstein, L. S., Radiorede over de figuur van Lorentz . . . . .	248
Penning, F. M., Negatieve fotoeffecten bij gasontladingen	183
Petersen, H., Integralen, voorkomende in het eigenwaarde probleem van het waterstof-Molecuul . . . . .	227
Soest, J. L. van en P. D. Groot, Het richtingshooren in de ruimte . . . . .	103
Trivelli, A. P. H., De lichtenwerking op de fotografische plaat . . . . .	289
Urk, A. Th. van, Over stralingsweerstand bij trillingen van een kegelvormig membraan . . . . .	215
Zwikker, C., On the nature of the repulsive forces which keep the electrons from escaping out of a metal . . . . .	161
REGISTER . . . . .	369

### BOEKBESPREKINGEN

Anderson, John S., Photo-electric cells and their applications, a discussion at a joint meeting of the Physical and Optical Societies	92
Antoniadi, E. M., La Planète Mars 1659—1929 . . . . .	50
Arkel, A. E. van, De bouw der moleculen volgens de theorie van Kossel . . . . .	284
Arkel, A. F. van, und J. H. de Boer, Chemische Bindung als elektrostatische Erscheinung . . . . .	240

	Blz.
Baldet, F., La constitution des comètes . . . . .	91
Bangay, R. D., The elementary principles of wireless telegraphy and telephony . . . . .	90
Barnard, G. P., The selenium cell, its properties and applications	94
Boerman, J. W., en K. M. Knip, Physica, beknopt leerboek der natuurkunde . . . . .	91
Boerman, J. W., M. Hellingman en K. M. Knip, Nieuw leerboek der Physica, voornam. ten dienste van kweekscholen en cursussen voor de hoofdkate . . . . .	159
Brillouïn, L., Les statistiques quantiques et leur application aux électrons libres dans les métaux, Conférences d'actualités scientifiques et industrielles . . . . .	59
Brillouïn, L., Les statistiques quantiques et leurs applications . . . . .	88
Broglië, L. de, Introduction à l'étude de la mécanique ondulatoire	62
Chazy, Jean, La théorie de la relativité et la mécanique céleste	88
Conférences d'actualité scientifiques et industrielles Année 1929 . . . . .	60
Darmois, G., La structure et les mouvements de l'univers stellaire	91
Darrow, Karl K., Elementare Einführung in die Physikalische Statistik . . . . .	286
Debijs, P., Elektronen-Interferenzen, Leipziger Vorträge 1930 . . . . .	90
Déjardin, Georges, Les Quanta . . . . .	55
Dirac, P. A. M., The Principles of Quantum Mechanics . . . . .	124
Dowsett, H. M., Handbook of technical instruction for wireless telegraphists . . . . .	159
Eddington, A. S., Etoiles et atomes, Traduction de J. Rossignol	57
Ehrenfest—Afanassjewa, T., Uebungensammlung zu einer geometrischen Propädeuse . . . . .	288
Fokker, A. D., Krachten en bewegingen . . . . .	284
Frank, P. und R. von Mises, Die Differential- und Integralgleichungen der Physik . . . . .	234
Grühn, Konrad, Anfangsgründe der Wechselstrom-technik . . . . .	89
Gutton, C., Les ondes électriques de très courtes longueurs et leurs applications . . . . .	58
Hamilton, William Rowan, The Mathematical Papers . . . . .	153
Heisenberg, W., Die Physikalischen Prinzipien der Quantentheorie . . . . .	54
J Jeans, James, The mysterious Universe . . . . .	59
Kornerup, Thorvald, Die Hochleitung der Octave, d. h. die Teilung der Octave nach dem Goldenen Schnitt, als Ablösung des ptolemäischen Quint-Terzen-Systems . . . . .	208
Kornerup, Thorvald, Die Vorläufer der gleichschwebenden Temperaturen mit 19 oder 31 Tönen in der Octave . . . . .	208
Kramers, H. A. en Helge Holst, De bouw der atomen . . . . .	58
Kronig, R. de L., Band spectra and molecular structure . . . . .	92
Leonard, Philipp, Grosze Naturforscher eine Geschichte der Naturforschung in Lebensbeschreibungen . . . . .	57

Lodge, O., States of mind which make and miss discoveries with some ideas about metals . . . . .	32
Lyon, Darwin O., Das periodische System in neuer Anordnung	286
Moll W. J. en H. C. Burger, Leerboek der Natuurkunde voor middelbaar, voorbereidend hooger en propaedeutisch onderwijs, eerste deel . . . . .	239
Montessus de Ballore, R. de, Probabilités et Statistiques	128
Mott, N. F. An outline of wave mechanics . . . . .	63
Nottrot, J. C. O., Leerboek der nomografie . . . . .	287
Onderwijs, Het, in de natuurkunde van de H.B.S.'en A, Afdeeling A der H.B.S.'en met 5-jarigen cursus en Hoogere Handelsscholen met 5-jarigen cursus . . . . .	237
Pierre, David, L'Electro-acoustique . . . . .	31
Planck, Max, Einführung in die Theorie der Wärme . . . . .	61
Planck, Max, Positivismus und reale Aussenwelt . . . . .	240
Rabinowitsch, E., und E. Thilo, Periodisches System, Geschichte und Theorie . . . . .	51
Ribaud, G., Température des flammes, Conférences d'actualités scientifiques et industrielles . . . . .	59
Ribaud, G., Traité de Pyrométrie optique, no. IV de l'Encyclopédie photométrique . . . . .	366
Richard, P. J., La Gamme, introduction à l'Etude de la Musique	50
Rossum, C. van, De beteekenis van natuurwetenschappelijk onderzoek . . . . .	235
Rutherford, Ernest, James Chadwick and C. D. Ellis, Radiations from radioactive substances . . . . .	127
Schaefer Cl., und F. Matossi, Das ultrarote Spektrum . . . . .	55
Snoek, J. L., Beginselen der moderne zaalakoestiek . . . . .	282
Thibaud, J., Les Rayons X . . . . .	53
Thomson, G. P., The wave mechanics of free electrons . . . . .	365
Tinbergen, J., Minimumproblemen in de natuurkunde en de ekonomie . . . . .	62
Weyl, Herman, Gruppentheorie und Quantenmechanik . . . . .	126
Wigner, Eugen, Gruppentheorie und ihre Anwendung auf die Quantenmechanik der Atomspektren . . . . .	285
Worsnop, B. L., X-rays . . . . .	52



Afb. I. Het Laboratorium voor Technische Physica

## DE OPENING VAN HET LABORATORIUM VOOR TECHNISCHE PHYSICA TE DELFT <sup>1)</sup>

Rede van PROF. DR. M. DE HAAS

De verslagen van de lotgevallen van de Technische Hoogeschool, die telken jare in September bij de overdracht van het rectoraat over het dan afgelopen studiejaar worden uitgebracht, bevatten nog wel eens klachten over onvervulde wenschen betreffende de huisvesting van de verschillende studievakken. Deze klachten hebben dan wel bijna uitsluitend betrekking op het tempo, waarin aan deze wenschen wordt voldaan, echter niet op de wijze van uitvoering. Immers, wanneer men met belangstellenden uit het binnen- of buitenland verschillende der onderwijsgebouwen onzer T. H. bezoekt, dan krijgt men slechts bewondering te hooren over onze ruime en doelmatig ingerichte gebouwen en laboratoria, die niet voor de overeenkomstige inrichtingen in het buitenland behoeven onder te doen, integendeel, vele dezer laatste overtreffen.

Het laboratorium, waarin wij thans tezamen gekomen zijn en

<sup>1)</sup> Op 13 November 1930.

dat nu officieel in gebruik zal worden genomen, is het tiende in de reeks van nieuwe statige gebouwen, die sedert 1895 in Delft ten behoeve van het technisch onderwijs zijn gesticht.

Het begon met het gebouw voor geodesie, dat in 1895 in dienst werd gesteld, daarna was in 1897 de microbiologie aan de beurt, vervolgens in 1904 de natuurkunde en electrotechniek, in 1911 de werktuig- en scheepsbouwkunde, in 1912 de mijnbouwkunde, in 1917 de Technische Botanie, in 1918 de Bibliotheek, in 1923 de Analytische Scheikunde en in 1924 de Weg- en Waterbouwkunde.

Hierbij laat ik nog buiten bespreking de Technische Hygiëne en de Decoratieve Kunst, welke vakken op passende wijze in reeds bestaande behuizingen konden worden ondergebracht

Gaat men de geschiedenis van ieder der thans in afzonderlijke gebouwen gevestigde onderwijsvakken na, dan vindt men bij alle in het verleden een begin op kleine schaal; in de jaren vóór 1895 waren er voor elk dezer vakken meestal maar één, hoogstens twee hoogleeraren, die voor hun onderwijs de beschikking hadden over slechts enkele lokalen. Sommige dezer thans bestaande vakken waren toen zelfs in het geheel nog niet vertegenwoordigd

Het is met de Natuurkunde aan de T. H. ook niet anders gegaan.

In 1842 werd Dr. W. L. Overduyn benoemd tot leeraar aan de toen opgerichte Koninklijke Academie tot vorming van burgerlijke ingenieurs; hem werd het onderwijs opgedragen in de Beschrijvende Meetkunde en de Natuurkunde. Laatstgenoemd onderwijs had toen de beschikking over een collegezaal en een werkplaats, tevens dienend tot bergplaats van instrumenten, beide gelegen op de eerste verdieping van het Hoofdgebouw, waar nu de Administratie der T. H. is gevestigd.

Een assistent was er niet, ook werden nog geen praktische oefeningen gehouden. Wel was er een amanuensis, die bij mijn komst te Delft nog in functie was.

Eigenaardig is, dat in de drie laatste jaren van het bestaan der Delftsche Academie, de Natuurkunde ook aan de beide hoogste studiejaren werd gedoceerd; terwijl bij de stichting van de Polytechnische School in 1863, het natuurkundig onderwijs weer tot een cursus van 3 uur 's weeks in de twee eerste studiejaren werd teruggebracht. Waarschijnlijk werd bij dit laatste rekening gehouden met het feit, dat van 1863 af de vooropleiding aan de Hoo-gere Burgerscholen kon plaats grijpen.

Van dien tijd af vertoont het natuurkundig onderwijs een gestadigen groei en evolutie. Het natuurkundig kabinet werd in 1866 overgebracht uit het Hoofdgebouw naar de Westvest in een toenmaals nieuw gebouw, dat bestemd was voor Chemisch Laboratorium en Physisch Kabinet.

Eerst in 1874, ten tijde van Prof. B o s s c h a, kreeg de Natuurkunde een eigen gebouw, eveneens aan de Westvest gelegen. Prof. B o s s c h a voerde de praktische oefeningen in en naast hem werd tot leeraar in de Natuurkunde aangesteld, de civiel-ingenieur J. A. S n i j d e r s, die later, in 1885, Prof. B o s s c h a als Hoogleeraar in de Natuurkunde opvolgde.

Intusschen trad na 1880 de electrotechniek als nieuw technisch vak naar voren. Reeds in 1884 werd door Prof. B o s s c h a een afzonderlijk college over toepassingen van electriciteit en magnetisme gegeven, dat reeds als een college in electrotechniek zou kunnen worden bestempeld. Na het vertrek van Prof. B o s s c h a werd in deze richting door Prof. S n i j d e r s verder gewerkt, door opening van een afzonderlijk college in de electrotechniek voor het derde en vierde studiejaar. Dit bleef echter voor de studenten een facultatief college, dat toen meestal gevolgd werd door studeerenden voor het diploma voor W. I. Het moest nog bijna 20 jaar duren, aler te Delft de electrotechniek als afzonderlijke ingenieursstudie met een afzonderlijk diploma zou worden ingesteld.

Dit had tot gevolg, dat Prof. S n i j d e r s van een deel van het onderwijs in de natuurkunde moest worden ontlast, waartoe in 1890 een leeraar in dit vak naast Prof. S n i j d e r s werd werkzaam gesteld en in 1897 nog een; bovendien was er een derde leeraar voor het wegen en meten in verband met den ijk. Het aantal assistenten werd uitgebreid tot drie. Voor de electrotechniek waren echter slechts beschikbaar één kleine collegezaal en één lokaal voor praktische oefeningen.

Het aantal ingeschrevenen steeg ieder jaar onrustbarend, zoo zelfs, dat in den cursus 1897/98 het college Algemeene Cursus in natuurkunde in drie parallel-afdeelingen moest worden gegeven. Door vermeerdering van het aantal zitplaatsen in de college-zaal kon dit worden teruggebracht tot 2 parallel-colleges, welke toestand nog tot 1900 duurde. Het is duidelijk, dat zich sterk de behoefte aan een grooter laboratorium deed gevoelen en zoo waren

dan ook reeds in 1896 de plannen voor den bouw van een nieuw, laboratorium voor natuurkunde en electrotechniek aan de orde.

Bijzonderheden over den gang van zaken hierbij zal ik U sparen; slechts wil ik nog vermelden, dat zooals voor de hand ligt, de vraag zich voordeed, zal alleen de electrotechniek naar een nieuw gebouw gaan of zullen de electrotechniek en de natuurkunde weder onder één dak worden vereenigd? Prof. S n i j d e r s was een sterk voorstander van het laatste. Hij stelde zich daarbij op het standpunt, dat de natuurkunde, zooals zij te Delft moest worden gegeven, in doel en strekking toegepaste natuurkunde moest zijn, wij zouden nu zeggen technische natuurkunde, en dat daartoe niet alleen behooren de thermotechniek, phototechniek enz., maar ook de electrotechniek en dat dus de natuurkunde en de electrotechniek in één gebouw voor toegepaste natuurkunde moesten worden gehuisvest.

Er waren ook wel bezwaren tegen deze samenvoeging in te brengen, o.a. dit, dat na verloop van enkele jaren de electrotechniek een afzonderlijk vak met een eigen ingenieurs-diploma zou worden, terwijl de overige natuurkunde voorloopig nog, naar zich toen liet voorzien, een propaedeutisch vak zou blijven; doch het plan, dat bij de andere docenten in de natuurkunde instemming vond, werd in overeenstemming met het voorstel-S n i j d e r s uitgevoerd. In 1898 werd met den bouw van het nieuwe laboratorium begonnen.

Plaatsgebrek deed zich in die en volgende jaren ook bijna in alle andere afdelingen van de Polytechnische School gelden; adressen werden door de studenten aan den Minister gericht om op de daaruit voortvloeiende moeilijkheden te wijzen en om verbetering te vragen.

In Februari 1902 kwam Minister K u y p e r persoonlijk naar Delft, teneinde zich van den toestand der verschillende colleges en laboratoria door eigen aanschouwing op de hoogte te stellen. Bij het bezoek van Z. E. aan het natuurkundig laboratorium behoefden wij met geen klachten te komen, integendeel wezen wij met trots en voldoening erop, dat een groot nieuw laboratorium zijn voltooiing naderde, en dus voor onze vakken geen voorziening meer te treffen was. Z. E. antwoordde hierop, dat het wel geen 25 jaren zou duren, aler ook dit nieuwe gebouw te klein zou zijn. Wij waren zeer ontgoocheld door deze uitspraak, waarin wij toenmaals wel eenige overdrijving meenden te zien.



Intusschen, de geschiedenis heeft Minister K u y p e r in het gelijk gesteld.

Op 30 October 1904 werd het nieuwe gebouw voor Natuurkunde en Electrotechniek, aan den Kanaalweg, met een rede van Prof. S n i j d e r s geopend. Het was op dat oogenblik wel het grootste gebouw van de P. S.

Het volgend jaar werd de Polytechnische School, bij wijziging van de hooger-onderwijswet van 22 Mei 1905, zoo meesterlijk door Minister K u y p e r toegelicht, omgezet in een Technische Hoogeschool. Daarmede werd ook het diploma van Electrotechnisch Ingenieur ingesteld.

Er brak toen aanvankelijk een tijd aan van rustigen arbeid; het gebouw, waarin nog eenige reserve-lokalen beschikbaar waren, voldeed aan alle eischen. Doch langzamerhand werden ook de reserve-lokalen in gebruik genomen en daarna ontstond weer plaatsgebrek, wel in de eerste plaats door den vooruitgang van de electrotechniek. Reeds van 1922 af was de correspondentie met Curatoren der T. H. over de wijze, waarop in het gebrek aan ruimte in het Natuurkundig en Electrotechnisch Laboratorium zou kunnen worden voorzien, in vollen gang.

Allerlei plannen werden onder de oogen gezien, zooals uitbreiding van het bestaande gebouw met een vleugel langs de westelijke grens van den cultuurtuin voor technische gewassen, het stichten van een nieuw gebouw alleen voor de electrotechniek, aan de Jaffalaan, enz.

Tenslotte viel de aandacht op het gebouw, oorspronkelijk bestemd voor mikrochemie en metallographie, waarvan de bouw in 1917 was aangevangen, maar wegens de bezuiniging, die na de oorlogsjaren noodig bleek, niet werd voltooid. Na langdurige besprekingen en overwegingen werd op 28 October 1926 principieel besloten, dat dit gebouw in zijn geheel, doch met uitzondering van enkele lokalen, zou worden bestemd voor de natuurkunde. Be-doelde lokalen zouden voorloopig in reserve blijven en niet worden afgewerkt.

Het gebouw moest echter nog geheel worden ingericht, alleen de muren, dak, vloeren en ramen waren aanwezig; de afwerking ontbrak geheel. Door verschillende omstandigheden kon hiermede eerst worden aangevangen in het begin van 1929, met het vooruitzicht, dat het gebouw in 1932 gereed zou kunnen zijn. Ten

slotte is, mede tengevolge van de belangstelling, die van de zijde der groot-industrie voor een spoedig tot stand komen van dit laboratorium werd getoond, het mogen gelukken het tempo van de afwerking te versnellen, met het resultaat, dat met ingang van heden het gebouw voor het onderwijs in de Technische Physica kan worden beschikbaar gesteld. Van de groote inspanning, die hiertoe gevergd is van allen, die bij die afwerking betrokken waren, zal straks Prof. Dorgelo kunnen getuigen, wanneer hij het een en ander over de inrichting en de bestemming van het gebouw zal mededeelen.

Wij brengen hiermede onzen dank aan de directie van de Philips' Fabrieken te Eindhoven en aan de Bataafsche Petroleum Maatschappij, voor de van hen ondervonden medewerking.

Gezien de bijzondere omstandigheden, waarin het natuurkundig onderwijs te Delft sedert korten tijd verkeert, komt de opening van dit ruime, goed ingerichte laboratorium wel op een zeer gunstig tijdstip.

Bij de wet van 2 Juli 1928 is een herziening van de hooger-onderwijswet tot stand gekomen, welke voor zoover zij de T. H. betrof, op 4 September 1928 in werking trad en waarbij de gelegenheid geschapen is aan de T. H. te Delft het diploma van natuurkundig ingenieur te verkrijgen. In dit gebouw zal dus de Technische Physica als zelfstandig vak worden gedoceerd.

Strikt genomen is de Technische Physica geen nieuw studievak. In 1834/35 verscheen een boek getiteld: *Elementarisches Handbuch der industriellen Physik*, van de hand van Dr. Christoph Bernoulli, hoogleeraar te Basel, in de voorrede waarvan wordt betoogd:

„Voor iederen technicus is de beoefening van de natuurkunde en de mechanica een eerste en werkelijke noodzakelijkheid. Dit wordt steeds meer en algemeener erkend. Men ziet in, dat iedere kunst op bepaalde beginselen berust, en dat genoemde onderdeelen der wetenschap voornamelijk de grondslagen voor alle technische bedrijven omvatten. Men ziet in, dat zonder deze grondslagen ieder technisch werk meer of minder onzeker blijft en iedere vervolmaking ervan bijna onmogelijk is. Het is niet te ontkennen, dat zij, die zonder deze studie geschikt en bekwaam in hun vak geworden zijn, veel snellere en grootere vorderingen gemaakt zouden hebben, wanneer zij naast hun gelukkige begaafdheid nog wetenschap-

pelijke kennis hadden bezeten. Het vooroordeel, dat tusschen de theorie en de praktijk een zekere tegenspraak zou bestaan, maakt plaats voor de juiste opvatting, dat beide elkaar moeten aanvullen en dat geen van beide op zich zelf voldoende is" <sup>1)</sup>).

Wij zouden op dit oogenblik de beteekenis van de technische physica niet duidelijker en eenvoudiger in het licht kunnen stellen dan in deze voorrede van 1834 is geschied.

Dat deze beteekenis van de natuurkunde voor de industrie in denzelfden tijd ook in Frankrijk werd ingezien, blijkt uit de verschijning van het boek van M. J. J. V. Guilloud, getiteld: *Traité de Physique, appliqué aux arts et métiers*. In de Fransche physische literatuur vindt men daarna voortdurend de namen „physique industrielle” en „physique appliquée” terug. Het bekende boek van L. Ser, dat in 1878 verscheen onder den naam *Traité de physique industrielle*, omvatte uitsluitend de technische warmteleer. Dit wijst reeds op eenige specialiseering. Het is namelijk te beschouwen als een boek over technische physica, waarin de toegepaste mechanica en de electrotechniek als afzonderlijke onderwerpen niet worden behandeld.

Deze specialiseering is doorgegaan; de beide laatstgenoemde vakken ontwikkelden zich verder grootendeels zelfstandig.

Toch bleef de gedachte aan een algemeene technische physica voortleven en kwam ook tot uitdrukking in de verschijning van eenige nieuwe uitgebreide leerboeken, waarvan ik noem het *Lehrbuch der technischen Physik* van H. Lorenz (1902) en dat van G. Gehlhoff (1924).

Het spreekt vanzelf, dat deze leerboeken een weerspiegeling waren van de behoeften van hun tijd. Sedert het midden van de vorige eeuw begon men dan ook meer en meer in te zien hoezeer, ook voor de industrie, methodisch en wetenschappelijk onderzoek de voorkeur verdient boven den tot dusver gevolgen weg der zuivere empirie.

Zeer duidelijk wordt dat b.v. geïllustreerd door de fundamenteele proeven van Regnault, waarvan de resultaten zijn neergelegd in drie verhandelingen (1847—1870), die tezamen meer dan 2000 bladzijden druks beslaan en getiteld zijn: „*Relations des expériences pour déterminer les principales lois et les données numériques*,

1) Overgenomen uit: *Die Technische Physik als Grundlage für Studium und Wissenschaft der Ingenieure*, von W. Hort (Z. S. f. techn. Physik II, 132, 1921.)

qui entrent dans le calcul des machines à vapeur". Terwijl de uitkomsten dezer proeven van onschatbare waarde waren voor een rationeele ontwikkeling van de calorische werktuigen, kan het werk van Regnault anderzijds nog steeds als model dienen voor hoogstaand, nauwkeurig experimenteel fysisch onderzoek.

In de jaren na 1900 kwamen meerdere leiders van groote industrieën tot het inzicht, dat vooruitgang in hun bedrijf in vele gevallen slechts te verkrijgen was door middel van wetenschappelijk onderzoek en contrôle. Zij gingen eigen fysische laboratoria inrichten, zooals reeds eerder voor het scheikundig onderzoek was geschied. Een schitterend voorbeeld daarvan zijn in ons land de natuurkundige en scheikundige laboratoria van de Philips-fabrieken te Eindhoven.

Daarnaast werden van overheidswege in verschillende landen ten dienste van de nijverheid centra van fysisch-technisch onderzoek gesticht. Men denke b.v. aan de Physikalisch-Technische Reichsanstalt te Berlijn, of aan het Bureau of Standards te Washington en andere dergelijke inrichtingen in Engeland en Frankrijk.

Tot de oprichting van een fysisch-technisch proefstation is het in ons land nog niet gekomen, hoewel reeds in 1902 op voordracht van den toenmaligen Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid een commissie is ingesteld ten einde advies uit te brengen over de eischen, te stellen aan een gebouw voor een Rijksstation voor fysisch-technologisch onderzoek, over de plaats waar het zou moeten worden gevestigd, welke de kosten er van zouden moeten zijn, hoe het ware in te richten, enz. In 1905 heeft deze commissie, waarvan Prof. Kraus voorzitter, Prof. Ter Meulen secretaris was, haar rapport ingediend. Tot verwezenlijking van de in het rapport neergelegde voorstellen is het niet gekomen.

Nadat nog verschillende partieele voorzieningen van particuliere zijde waren voorgesteld, is in 1921 het onderwerp in zijn geheel nogmaals aan de orde gekomen en in behandeling genomen door een commissie uit de Koninklijke Akademie van Wetenschappen. Echter is ook toen het gewenschte fysisch-technologisch instituut er niet gekomen.

Intusschen zijn er verschillende instellingen, zoowel openbare als particuliere, in ons land tot stand gekomen, die zich ieder op een bepaald terrein met fysisch- en in enkele gevallen ook che-

misch-technologische onderzoekingen ten behoeve van de praktijk bezig houden. Zoo geschiedt b.v. de verificatie van zeeinstrumenten door de filialen te Amsterdam en te Rotterdam van het Koninklijk Meteorologisch Instituut, alsmede door den dienst van de verificatie van 's Rijks Zeeinstrumenten, te Leiden. Uit lateren tijd dateeren de Rijksvoorlichtingsdienst voor de rubberindustrie, de Rijksstudiedienst voor de luchtvaart, het waterloopkundig laboratorium te Delft en uit den allerlaatsten tijd het laboratorium van de N.V. tot Keuring van Electrotechnische Materialen te Arnhem en de Stichting voor Materiaalonderzoek. De plannen tot stichting van een sleeptank, die te Wageningen zal worden gevestigd en waarmede modelproeven over de beweging en voortstuwing van schepen zullen kunnen worden genomen, hebben thans vasten vorm aangenomen.

Wij mogen niet verzuimen in dit verband er nog op te wijzen, dat enkele dagen geleden door de Eerste Kamer is aangenomen de wet tot regeling van het toegepast-natuurwetenschappelijk onderzoek, waarvan artikel 1 luidt: Er is een centrale instelling voor toegepast-natuurwetenschappelijk onderzoek, die tot taak heeft te bevorderen, dat dit onderzoek op de doelmatigste wijze dienstbaar gemaakt wordt aan het algemeen belang. Volgens de memorie van toelichting op deze wet kan toegepast-natuurwetenschappelijk werk geacht worden te omvatten keuringswerk, advieswerk en researchwork.

Dat een innige verbinding van wetenschap en techniek op alle mogelijke wijze moet worden bevorderd ten einde de nationale nijverheid bestand te doen zijn tegen buitenlandse mededinging werd buiten de grenzen van ons land reeds lang ingezien. „Nederland is verplicht in deze pari passu met het buitenland te gaan, gezien de sterke concurrentie op industrieel gebied”. Deze uitspraak geldt thans na den wereldoorlog, nog in veel sterker mate dan in 1902, toen Minister K u y p e r deze woorden neerschreef in de memorie van toelichting op de wet tot wijziging en aanvulling der hooger-onderwijswet.

Sedert eenigen tijd is aan alle technische hoogeschoolen in Duitschland de technische natuurkunde als afzonderlijk diplomavak ingevoerd. Aan de Technische Hochschule te München heeft men op 1 Maart 1927 het 25-jarig bestaan van het laboratorium voor technische physica herdacht. Prof. M a x J a k o b, te Berlijn, heeft

bij die gelegenheid een artikel gewijd aan het voor de techniek zoo belangrijke werk, in die 25 jaren verricht door Prof. K n o b l a u c h, leider van dat laboratorium, met zijn leerlingen. Zijn monumentale onderzoekingen over de soortelijke warmte van waterdamp tot een druk van 120 at en een temperatuur van 450° C. nemen daarbij een eerste plaats in.

Door de instelling van het diploma van natuurkundig ingenieur heeft dus onze Technische Hoogeschool getoond, dat zij met haar tijd weet mede te gaan, een open oog heeft voor de steeds zich wijzigende behoeften van de praktijk.

Dit stempelt dezen dag tot een zeer bijzonderen in de geschiedenis van de Technische Hoogeschool. Immers in dit nieuwe gebouw zal nu niet alleen het propaedeutisch onderwijs in de Natuurkunde aan alle categorieën van studeerenden worden gegeven, maar ook het dieper gaande fysisch onderwijs voor de a.s. natuurkundig ingenieurs.

Deze zullen hier vertrouwd worden gemaakt met de meest uiteenloopende fysieke onderzoekingsmethoden en met de toepassing er van op technische problemen.

Zoo zal op den duur, in samenwerking met andere Afdeelingen, waarbij ik in het bijzonder denk aan die der Werktuigbouwkunde, die der Electrotechniek en die der Scheikundige Technologie, een corps wetenschappelijke onderzoekers worden gevormd, eenerzijds vertrouwd met de experimenteele fysieke methoden, anderzijds met de eischen der techniek, en die in staat zullen zijn later in de verschillende Rijks- en particuliere laboratoria keuringswerk, advieswerk en researchwork, maar ook zelfstandig wetenschappelijk werk te verrichten.

Moge aldus de opening van dit laboratorium voor Technische Physica mede strekken, niet alleen tot verhooging van den bloei van onze Technische Hoogeschool, maar ook tot bevordering van de nationale industrie en aldus tot heil van ons vaderland.

#### Rede van PROF. DR. H. B. DORGELO

Zeer goed herinner ik mij den dag, ongeveer vier jaar geleden, waarop mijn ambtsvoorganger, Prof. F o k k e r, mij, toen er sprake van was, dat ik hier zijn plaats zou innemen, rondleidde

door dit gebouw, dat toen wel „glasdicht” was, doch waarvan de muren toen nog ongepleisterd, de zalen nog onafgewerkt waren en het „electrische hart” nog niet klopte.

Mij werd toen medegedeeld, dat de principieele beslissing gevallen was, volgens welke dit gebouw ten dienste van het onderwijs der Natuurkunde zou komen en dat gehoopt werd, dat spoedig door een wijziging van de Hooger Onderwijswet aan deze Hoogeschool eene opleiding tot natuurkundig ingenieur mogelijk gemaakt zou worden.

Terugdenkende aan dien dag en onder den indruk van de mogelijkheden, welke schuilden in dit gebouw, was het mij, alsof mij in de verte een bergtop gewezen werd en daarbij de wensch uitgesproken werd, dat zich spoedig voor het onderwijs in de Natuurkunde aan de Technische Hoogeschool aan een verruimden horizon nieuwe perspectieven zouden openen.

Scheen het eerst, alsof de weg naar dien top een long way zou worden en was eerst de mij gewezen top nog in wolken gehuld, spoedig klaarden de nevelen op en ik mag het met dankbaarheid zeggen, deze tocht is ons geworden tot een onvergetelijke klimtocht, waarbij het aan machtige hulp van gidsen bij het passeeren van vaak „gevaarlijke punten” niet heeft ontbroken.

Wij willen dezen dag niet in de eerste plaats terugdenken aan de oogenblikken, waarop gevaar voor uitstel van de plannen dreigde, maar dankbaar constateeren, dat wij thans, 14 maanden na den aanvang van de uitvoering van de werkzaamheden, het heugelijke feit kunnen vieren van de opening van dit zoo fraaie gebouw, een feit van groote beteekenis voor de ontwikkeling van onze Hoogeschool.

Alvorens U een nadere beschrijving van het verrichte werk te geven, breng ik gaarne een eeresalut aan den Rijksgebouwendienst voor hetgeen hier in het laatste jaar tot stand is gebracht. Immers tot kort voor het begin van de uitvoering lag het in de bedoeling dit werk over drie jaar te verdeelen. Toen echter van verschillende zijden er op aangedrongen werd aan onze Hoogeschool zoo spoedig mogelijk meerdere gelegenheid te scheppen voor het beoefenen van experimenteele physische onderzoekingsmethoden, werd van hoogerhand besloten het tempo van afwerking zoodanig te versnellen, dat zoo mogelijk reeds bij den aanvang van den cursus 1930—1931 dit gebouw voor het onderwijs in de natuurkunde in

gebruik zou kunnen worden genomen. Dank zij de groote voortvarendheid van den Rijksgebouwendienst is dit laatste practisch bereikt en al is nog niet alles gereed (o.a. de tuinaanleg) en is weliswaar nog niet al het benoodigde meubilair aanwezig, zoo meenden wij deze opening niet langer te mogen uitstellen, omdat zoowel docenten als assistenten en vele studenten verlangden hier „aan den slag” te gaan. Om U eenigszins een indruk van de omvangrijkheid van het werk te geven diene, dat de kubieke inhoud van het gebouw 40.000 m<sup>3</sup> is, dat er 20.000 m<sup>2</sup> pleisterwerk is verricht en 6000 m<sup>2</sup> van vloerbedekking is voorzien en dat voor de elektrische experimenteer installatie 20 km draad van gemiddeld 50 mm<sup>2</sup> is gebruikt en voor de lichtinstallatie ca. 40 km draad is verwerkt.

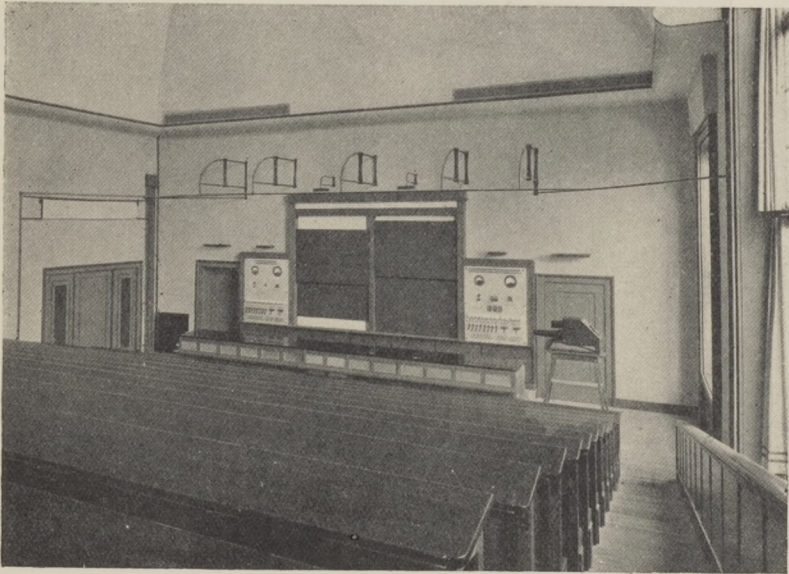
Het spreekt vanzelf, dat zich bij de doelmatige indeeling van het gebouw ten behoeve van het onderwijs in de Natuurkunde allerlei moeilijkheden voordeden, voortvloeiende uit het feit, dat dit laboratorium aanvankelijk niet ontworpen was voor het doel, waarvoor het thans in gebruik zal worden genomen. Zoo was min of meer als een gegeven feit te accepteren, dat de ruimte bedoeld voor de collegezaal op de bovenste verdieping aangebracht was, hetgeen in het bijzonder voor een natuurkundig laboratorium niet de meest geschikte plaats is voor een collegezaal, welke dagelijks door eenige honderden studenten bezocht wordt (Afb. 2).

Moesten wij dit bezwaar wel accepteren, maatregelen moesten getroffen worden, wat betreft de grootte en de veiligheid van de zaal. Met het oog op het groote aantal studenten, dat de colleges voor natuurkunde volgen moet, was een extra versterking van de vloeren van deze zaal noodig en moest de oorspronkelijk ontworpen collegezaal vergroot worden. De rijksbouwkundige, de heer I. r. R o b b e r s heeft m.i. dit probleem op een elegante wijze opgelost, door een amphitheater aan te brengen, dat zich uitstrekt tot in de achter deze zaal gelegen kamer. Weliswaar moest daardoor de garderobe kleiner worden, maar wij hebben een collegezaal verkregen met driehonderd zitplaatsen, welk aantal echter reeds voor sommige colleges toch nog met eenige stoelen vergroot zal moeten worden. Het spreekt vanzelf, dat bij zulk een groot aantal toehoorders een goede ventilatie van deze zaal dringend noodig is, teneinde van spreker en hoorders het hoofd frisch te houden. Daartoe is een extra ventilatiesysteem aangebracht, waardoor in



de collegezaal per uur 7000 à 9000 m<sup>3</sup> verse, vóórverwarmde lucht ingeblazen kan worden.

Aansluitende aan deze groote collegezaal bevindt zich de prepareerkamer, waarin, evenals in een daarboven gelegen ruimte, kasten zijn aangebracht voor die instrumenten, die uitsluitend bij college-experimenten gebruikt mogen worden. Naast deze prepareerkamer is aanwezig een kleine collegezaal, bedoeld voor de behandeling van capita selecta. Op deze wijze is een fraai aansluitend complex



Afb. 2. Groote collegezaal met 300 zitplaatsen

van groote collegezaal, prepareerkamer en kleine collegezaal verkregen, waarvan men, zou ik haast zeggen, alleen nog maar wenschen zou, dat het zich op den beganen grond zou bevinden.

Een tweede probleem, dat overwogen moest worden, betrof de afwerking van het monumentale trappenhuis (Afb. 3). Gebouwd in grootschen stijl moesten de nog ongepleisterde muren en trappen met zoo weinig mogelijk kosten afgewerkt worden, zonder daarbij in conflict te komen met den stijl van het reeds aanwezige. Door de eenvoudige bekleeding van de wanden met Fransche zandsteen en de verlichting van het trappenhuis met elegante doch sobere

lichtornamenten, is ongetwijfeld een fraai effect verkregen. In dit rijzige trappenhuis is opgehangen een slinger van F o u c a u l t. Gij kunt U dus thans ook hier overtuigen, dat de aarde nog steeds om hare as draait. Teneinde U het waarnemen te vergemakke-



Afb. 3. Trappenhuis

lijken is in den vloer van het trappenhuis tusschen de pilaren een rozet aangebracht.

Het behoeft geen betoog, dat behalve de genoemde punten tal van bouwkundige moeilijkheden opgelost moesten worden, ook nog tijdens de afwerking, teneinde het gebouw aan te doen passen

aan de nieuwe bestemming. Het resultaat van een en ander is echter, dat wij, afgezien van enkele reeds genoemde bezwaren, een natuurkundig laboratorium verkregen hebben, dat alleszins bruikbaar is voor het drieledig doel, te weten:

1. voor het propaedeutisch onderwijs in de natuurkunde aan alle categorieën van technische studenten.
2. voor het voortgezette onderwijs aan die studenten, die zich wenschen te bekwamen in technisch-physische experimenteer-



Afb. 4. De bibliotheek

methoden, in het bijzonder dus voor het voortgezette onderwijs voor aanstaande natuurkundige ingenieurs en

3. bij te dragen tot de ontwikkeling der technische physica.

*Indeeling van het gebouw.*

Het gebouw heeft twee vleugels, waarvan de een zich uitstrekt langs de Kanaalstraat en de andere langs de Mijnbouwstraat. De vleugel langs de Kanaalstraat heeft vier, die langs de Mijnbouwstraat drie verdiepingen.

*De tweede verdieping* van den vleugel langs de Kanaalstraat be-

vat behalve de reeds genoemde collegezalen met garderobe en prepareerkamer, nog de bibliotheek (Afb. 4) (tevens bedoeld voor het houden van onze natuurkundige colloquia), een oscillograafkamer, twee werkkamers voor onderzoekingen op acoustisch gebied en verder nog een hoogleeraarskamer.

*De eerste verdieping* is vrijwel geheel bestemd voor de propaedeutische en voortgezette practica.

Zoo bevindt zich hier het optische en warmtepracticum ten dienste van het propaedeutisch onderwijs van de a.s. scheikundige en natuurkundige ingenieurs, een electriciteitspracticum en een cursorisch elasticiteitspracticum voor vrijwel alle categorieën van studenten.

Verder bevinden zich op deze etage nog eenige zalen voor voortgezette practica voor a.s. natuurkundige ingenieurs en eenige werkkamers bestemd voor warmtetechnische onderzoekingen en een hoogleeraarszitkamer.

De beschikbare kamers op *den beganen grond* en in den kelder zijn voornamelijk bestemd voor experimenteele onderzoekingen, aansluitende aan de practica voor meergevorderden, o.a. onderzoekingen aangaande hoogvacuumtechniek, gasontladingsverschijnselen, lichttechnische en acoustische onderwerpen, technische optica, Röntgentechniek enz.

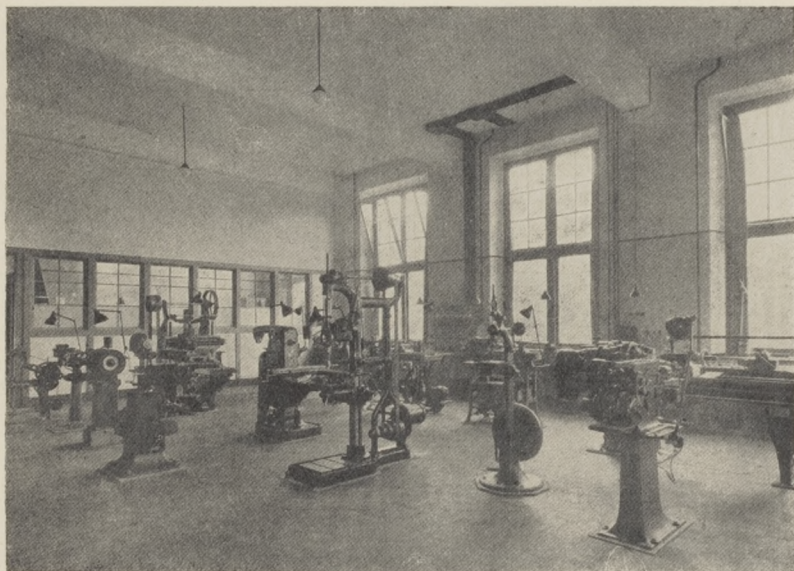
Zoo bevindt zich op den beganen grond een zaal bestemd voor een practicum in hoogvacuumtechniek en ten dienste van het Röntgenonderzoek een stabilivoltinstallatie, waarmede een spanning van 200.000 Volt kan verkregen worden.

Verder een magazijn voor instrumenten bedoeld voor gebruik bij onderzoekingen, een conciergekamer, een kamer voor den bedrijfsingenieur-conservator en een hoogleeraarszitkamer.

Waar de opleiding voor natuurkundig ingenieur nog in een ontwikkelingsstadium verkeert, is de inrichting der werkkamers zoo gekozen, dat de bruikbaarheid daarvan voor physisch experimenteerwerk zoo algemeen mogelijk is.

Mocht in de komende jaren blijken (nu doet zich die behoefte reeds gevoelen) dat voor bepaalde physisch-technische onderzoekingen nog speciale installaties noodig zijn, zoo verkeerren wij in de gelukkige omstandigheid, dat nog eenige vertrekken in ons gebouw onafgewerkt in reserve zijn gehouden. De mogelijkheid bestaat dus, ons verder aan de behoeften van het onderwijs aan te passen.

Het behoeft geen betoog, dat voor een technisch-physisch laboratorium het bezit van een goed geoutilleerde werkplaats een dringende eisch is (Afb. 5). Gelukkig kunnen wij wat dat betreft zeer tevreden zijn. De zich in het zuidelijk gedeelte van den vleugel langs de Mijnbouwstraat bevindende werkplaats kan zonder overdrijven voorbeeldig genoemd worden. Het geheel van groote werkplaats, fijninstrumentmakerij (tevens kamer van den bedrijfschef), kamertje voor electrolyze, glasblazerij met drukluchtleiding, smidse,



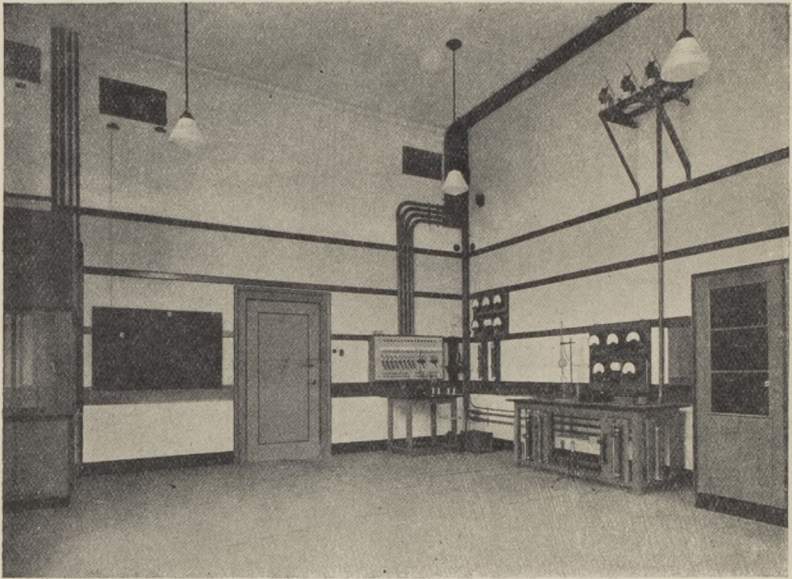
Afb. 5. De werkplaats

timmermanswerkplaats en daarboven gelegen magazijn vormt een complex, waarop onze bedrijfschef met recht trotsch kan zijn. De machines, alle van de nieuwste constructies, zijn voorzien van eigen elektrische aandrijving en van in alle richting verstelbare lichtornamenten.

*In den kelder* zijn verschillende localiteiten voor pyrometrische, photometrische en technisch-optische onderzoekingen, een kamer met een brandvrije deur, bestemd voor het bewaren van den standaardmeter van Nederland, een kamer met constante temperatuur, een kamer met Rowlandroosterspectograaf (1,5 m radius), een

rijwieltelder en een kamer met de voorvacuumpomp voor de centrale voorvacuuminstallatie voor den vleugel langs de Kanaalstraat.

„Last not least” bevindt zich in den kelder de machinekamer en de schakelkamer met stoppenbord voor het uitgeven van verschillende batterijspanningen aan de kamers in het geheele gebouw. Alvorens tot de beschrijving van de uitgebreide elektrische installatie van het gebouw over te gaan, wil ik er nog op wijzen, dat tusschen de kamers buizen zijn aangebracht zoodanig, dat men



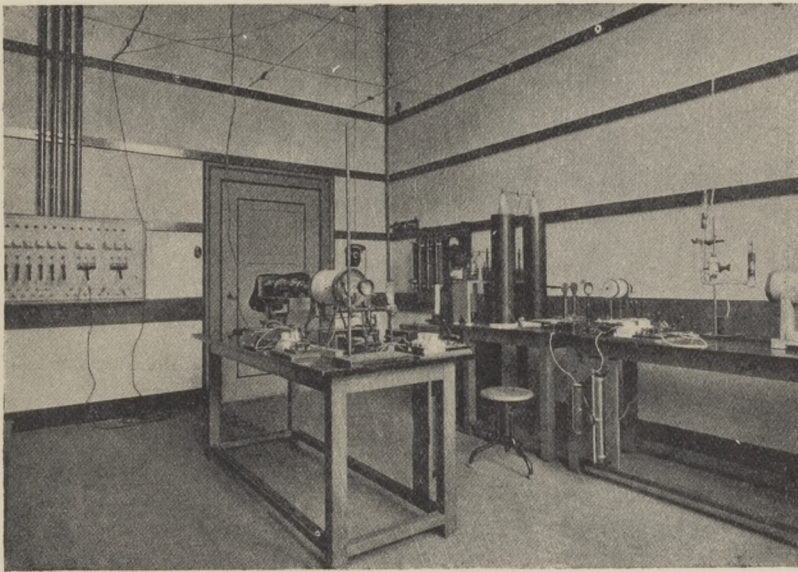
Afb. 6. Werkkamer

vanuit iedere kamer door middel van draadleidingen communicatie kan maken met de aangrenzende kamers en de gang op dezelfde verdieping, verder, dat in alle werkkamers en practicumzalen overal langs de wanden, waar zulks maar eenigszins mogelijk was, vier horizontale latten bevestigd zijn (Afb. 6). In de onderste drie latten zijn groeven aangebracht, zoodat men op eenvoudige wijze daartusschen weerstandplankjes, galvanometerstoeltjes, instrumentrekken, schrijfborden enz. vastklemmen kan. De plankjes met weerstanden kunnen bovendien onderaan de tafel bevestigd worden (Afb. 7).

Laat mij U thans iets naders aangaande de elektrische installatie mogen mededeelen. In den kelder bevindt zich in een hoogspanningsruimte een 100 k VA drie fasen wisselstroomtransformator met geaard nulpunt en een spanning van 220/127 Volt. In de daarnaast gelegen machinekamer zijn opgesteld:

- a) het hoofdschakelbord.
- b) alle omvormeraggregaten (Afb. 8).

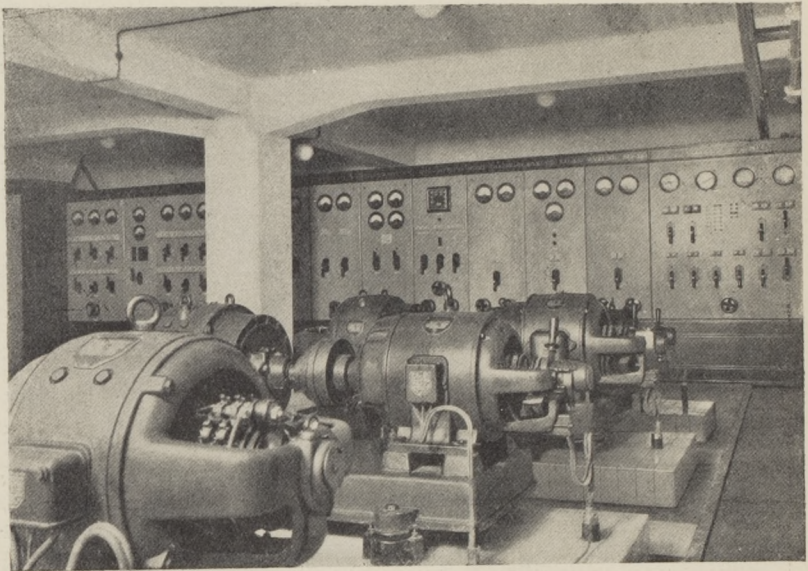
Het hoofdschakelbord heeft 12 paneelen n.l.:



Afb. 7. Werkkamer

1. drie paneelen voor den driefasenswisselstroom. Op dit paneel zijn aangebracht de benodigde bedienings-, beveiligings- en meetapparaten ten behoeve van de motoren van de krachtinstallatie van de werkplaats, van de verlichting van het geheele gebouw, van de draaistroomringleiding en bovendien eenige reservegroepen.
2. drie paneelen voor de drie laadmachines voor resp. 500, 180 en 50 Volt.
3. één paneel voor den draaistroom gelijkstroomomvormer  $2 \times 110 \text{ V}$ ,  $2 \times 10 \text{ k VA}$ .

4. één paneel voor de Philips' spanningsregulateur ten behoeve van de wisselstroom-frequentiemachines.
5. drie paneelen voor deze 50—115, 110—230 en 225—520 perioden machines.
6. één paneel voor de gelijkstroommachine. Op dit paneel zijn aangebracht de benodigde bedienings-, beveiligings- en meetapparaten ten dienste van de gelijkstroommotoren en de veldbekrachtiging der dynamo's en den gelijkstroomring.



Afb. 8. De machinekamer

De in de machinekamer aanwezige machines zijn:

- a) Een draaistroom-gelijkstroomvormer voor  $2 \times 110$  V,  $2 \times 10$  kW. De spanning is regelbaar van 70 tot 110 V per machine. Deze machines dienen voor de voeding van de gelijkstroommotoren, van den gelijkstroomring, voor de veldbekrachtiging der laadmachines en zoo noodig voor het laden der batterijen. Ook is het mogelijk de spanning van deze machines op de experimenteergroepen in de stoppenbordkamer te plaatsen of door te geven aan het gebouw voor electrotechniek.
- b) Een laadmachine voor 500 V vermogen 10 kW. De spanning



- hiervan is regelbaar van 150 tot 500 V. Zij dient voor het laden van de 500 V batterij (in twee helften), kan parallel geschakeld worden met de batterij of in serie met de andere laadmachines.
- c) Een laadmachine voor 180 V vermogen 18 kW met een regelbare spanning van 36 V—180 V. Zij dient voor het laden van de 120 V batterij. Deze machine kan parallel of in serie geschakeld worden met de batterij en andere laadmachines.
- d) Een laadmachine voor 50 V vermogen 5 kW met regelbare spanning van 5 V—50 V, noodig voor het laden van de 24 V batterij en voor lading van een gedeelte van de 180 V en 500 V batterij. Zij kan parallel geschakeld worden met de 24 V batterij.
- e) De gelijkstroom-wisselstroomomvormer.

Dit omvormeraggregaat bestaat uit vier machines, te weten: een gelijkstroommotor met toerenreguleering met afstandbediening.

een wisselstroommachine voor 220 V en 50 tot 115 perioden

„ „ „ 220 V „ 110 „ 230 „

„ „ „ 220 V „ 225 „ 520 „

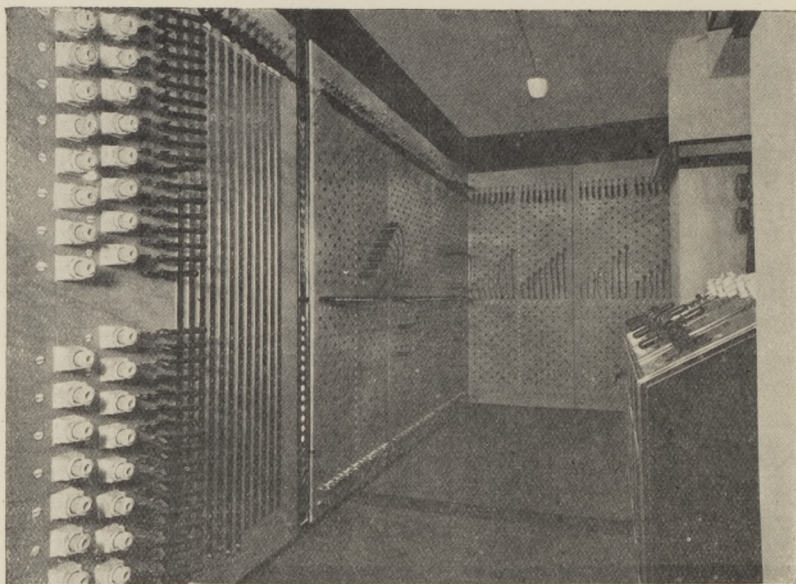
Dit aggregaat is voorzien van een tachometer voor aansluiting van de frequentiemeters (spanningsmeters).

De spanning van deze wisselstroommachines wordt op 220 V constant gehouden door een Philips' spanningsreguleator. De instelling op verschillende frequenties geschiedt door toerenwijziging van den gelijkstroommotor. Deze toerenregeling kan door in verschillende punten van het gebouw aangebrachte drukknoppen bediend worden (o.a. ook vanaf de experimenteerborden in de collegezalen).

- f) De opwekmachine voor den laatstgenoemden omvormer. De extra zware eischen gesteld aan den Philips' spanningsreguleator maakten het noodzakelijk de veldbekrachtiging van de frequentiemachines te ontnemen aan een aparte gelijkstroomdynamo, waarvan de spanning beïnvloed wordt door den reguleator.

Alle werkkamers, practicumzalen enz. hebben één of meerdere normaalschakelborden, waarop voorkomen aansluitingen aan de vieraderige draaistroomringleiding (220/127 Volt) en aan de drieaderige gelijkstroomleiding (+ 110, 0 en — 110 Volt) alsmede acht klemmen, waartusschen verschillende spanningen via het ver-

deelbord gegeven kunnen worden. Uit bezuinigingoverwegingen zijn niet acht leidingen van ieder schakelbord afzonderlijk naar het verdeelbord aangebracht maar zijn de 68 schakelborden in 22 groepen verdeeld. Voor alle schakelborden van eenzelfde groep zijn dus de spanningen tusschen de acht klemmen gelijk. Er is naar gestreefd zooveel mogelijk die kamers, welke bestemd zijn voor wetenschappelijk onderzoek, afzonderlijke storingsvrije aansluitingen aan de batterijen te geven; daartoe zijn de schakelborden van de practicum-



Afb. 9. Het stoppenbord met laadpaneel

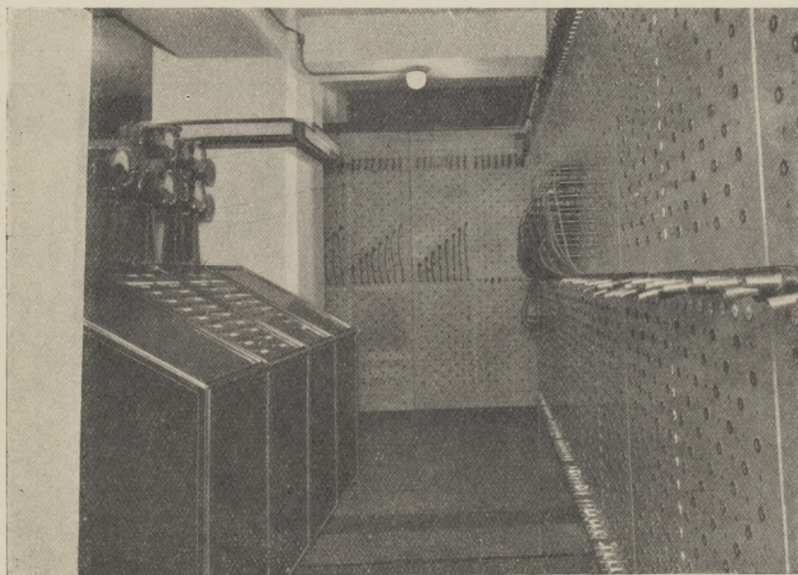
zalen tot grootere groepen verenigd. Op ieder schakelbord is een extra aardklem aanwezig. Op elk bord is het nummer van het bord aangegeven, alsmede de nummers van die borden, welke met dat bord tot dezelfde groep behooren.

Wenscht men in één of andere kamer op het normaalbord batterijspanningen of spanningen van een bijzondere machine, zoo stelt men zich door middel van de huistelefoon in verbinding met de centrale stoppenbordkamer, het verdeelpunt voor de experimenteërinstallatie (Afb. 9).

Dit verdeelpunt, alsmede de batterijen, zijn voor zoover het ge-

bouw dit toeliet, zoo dicht mogelijk geplaatst bij het zwaartepunt van de experimenteerinstallatie, zijnde de linkervleugel van het gebouw.

Teneinde toch de machines, geplaatst in den rechtervleugel, bij het stoppenbord te kunnen regelen, zijn in dezelfde ruimte schakellessenaars geplaatst, welke het overzicht van het stoppenbord zoo min mogelijk belemmeren en dienen om b.v. bij het laden de machinespanningen te kunnen regelen. Bovendien zijn twee lessenaars



Afb. 10. Het stoppenbord met meettafel

als meettafels ingericht, waardoor het mogelijk wordt alle gevraagde spanningen te kunnen controleren, alvorens deze aan de betreffende experimenteerborden doorgegeven worden (Afb. 10).

Op de schakellessenaars zijn tevens aangebracht:

- de Volt- en Amp. meters van de laadmachines,
- de Voltmeters voor het meten van de batterijspanningen,
- de frequentiemeter,
- de Amp. meters voor de  $2 \times 110$  V machine,
- de Amp. meter voor meting van den totalen bekrachtigingsstroom,
- eén Voltmeter voor de  $2 \times 110$  Volt machine (met omschakelaar),

de omschakelaar voor eventueelen stroomtoevoer resp. stroomafname voor het laboratorium voor Electrotechniek en de omschakelaar om den bekrachtigingsstroom te kunnen ontnemen of van de batterijen of van de  $2 \times 110$  V machine. Twee reservelessenaars maken uitbreiding mogelijk.

*Het stoppenbord.*

De door de omvormers opgewekte stroom- en spanningssoorten, alsmede alle batterijspanningen worden gevoerd naar het stoppenbord en op 36 horizontale rails achter het bord aangesloten. De benodigde aftakkingen van deze rails worden tot stand gebracht met speciaal voor dit doel geconstrueerde schroefcontactstoppen, welke een innig contact verzekeren. Deze contactstoppen zijn verbonden met snoeren, welke via een tegengewicht zijn aangesloten op de groepenschakelaars.

In totaal zijn op het stoppenbord aangesloten 22 groepen elk bestaande uit 8 gummiaderdraden met een doorsnede van  $50 \text{ mm}^2$ , zoodat momenteel 176 draden van  $50 \text{ mm}^2$  doorsnede de experimenteerborden voeden, terwijl nog een ruimte gereserveerd is voor 3 groepen.

Op het stoppenbord zijn klemmen gemonteerd, welke het mogelijk maken, doorverbindingen te maken van de eene werk-kamer naar een verder gelegen experimenteerruimte.

Met het stoppenbord is samengebouwd het laadpaneel. Dit paneel bezit aan de voorzijde verticale rails, waarop de machinespanningen, aan de achterzijde horizontale rails, waarop de batterijen zijn aangesloten.

De doorverbinding geschiedt met behulp van schroefcontactstoppen.

Op het laadpaneel zijn alle acculeidingen beveiligd en is de batterij uitschakelbaar, terwijl een speciale aardrail het mogelijk maakt, elke willekeurige machine- of batterijpool te aarden.

De ringleidingen zijn ook op drie der verticale rails van het laadpaneel aangesloten, zoodat het mogelijk is, de spanningen van de gelijkstroomdynamo's via het stoppenbord aan de verschillende kamers te geven.

De ruimte, waarin stoppenbord en schakellessenaars zijn opgesteld is voorzien van een noodverlichting.

*Accubatterij.*

Er is een centrale batterij gekozen voor het geheele gebouw,

wegens de meer economische werking, betere belasting en de mogelijkheid hogere batterijspanningen te verkrijgen.

De overzichtelijk opgestelde accubatterijen zijn ondergebracht in de ruimte, grenzend aan de stoppenbordkamer, welke ruimte goed geventileerd kan worden.

Ter beschikking staan:

één batterij van 500 V (250 cellen) cap.: 27 Ah.

„ „ „ 120 V ( 60 „ ) „ : 216 „

„ „ „ 24 V ( 12 „ ) „ : 216 „

Alle cellen zijn goed geïsoleerd opgesteld, opdat het te allen tijde mogelijk is, een bepaald punt van de batterij aan aarde te leggen.

#### *Hoogspanning.*

Verder beschikken wij nog over een hoogspanningsinstallatie voor  $2 \times 1000$  Volt, welke gescheiden van de overige leidingen gehouden is.

In den kelder is daartoe opgesteld een hoogspanningscel, welke geheel afgeschermd is, waardoor toevallige aanraking van onder spanning staande deelen uitgesloten is.

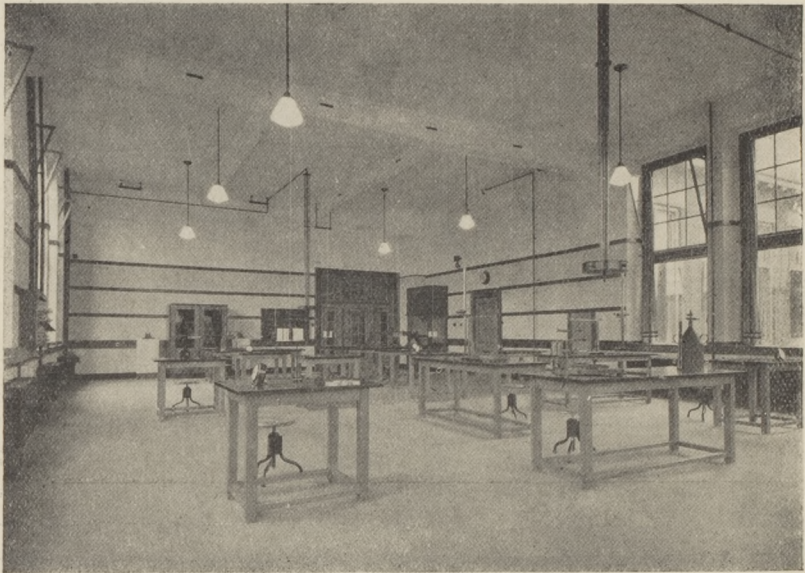
De uitvoering is zoodanig dat de bediening buiten de cel kan geschieden. Resumeerende zijn dus op alle experimenteerborden te verkrijgen gelijkstroomspanningen van 2 tot 500 Volt met alle mogelijke tusschenwaarden, draaistroom 220/127 Volt 50 perioden; wisselstroom van 5—250 Volt, 50 tot 500 perioden; bovendien zijn enkele lokalen speciaal ingericht voor hoogsp. proeven. De aansluiting met de 1000 en 2000 V geschiedt via speciale veiligheidschakelaars buiten handbereik. Verder kunnen wij indien noodig, doordat een extra bovengrondsche verbindingsleiding en een ondergrondsche verbindingskabel naar het gebouw van electrotechniek is aangebracht, experimenteren met alle dáár beschikbare spanningen. Bovendien in deze kabel een symbool van bestemming van de goede samenwerking met deze afdeling.

Daarbij gevoegd onze 200 kV hoogspanningsinstallatie voor Röntgenonderzoek, zoo kan dus geëxperimenteerd worden met alle spanningen van 0—200 000 Volt

Het is mij een genoegen te kunnen mededeelen, dat al onze elektrische machines van Nederlandsch fabrikaat zijn. De laadmachines en de draaistroom-gelijkstroomvormer van de fabriek H e e m a f, de wisselstroommachines en de opwekdynamo van de fabriek

S m i t-Slikkerveer. Ook verder is vrijwel uitsluitend Nederlandsch fabrikaat toegepast o.a. buisdraad, hulpmateriaal, machines, ventilatoren, meetinstrumenten en vrijwel alle verlichtingsornamenten. Slechts ca. 3% van het in Holland verkrijgbare materiaal is in verband met prijsverschil of levertijd in het buitenland besteld.

Tenslotte vermelden wij nog dat in alle lokalen met lichtafsluitende gordijnen de mogelijkheid bestaat de lichtsterkte met ver-

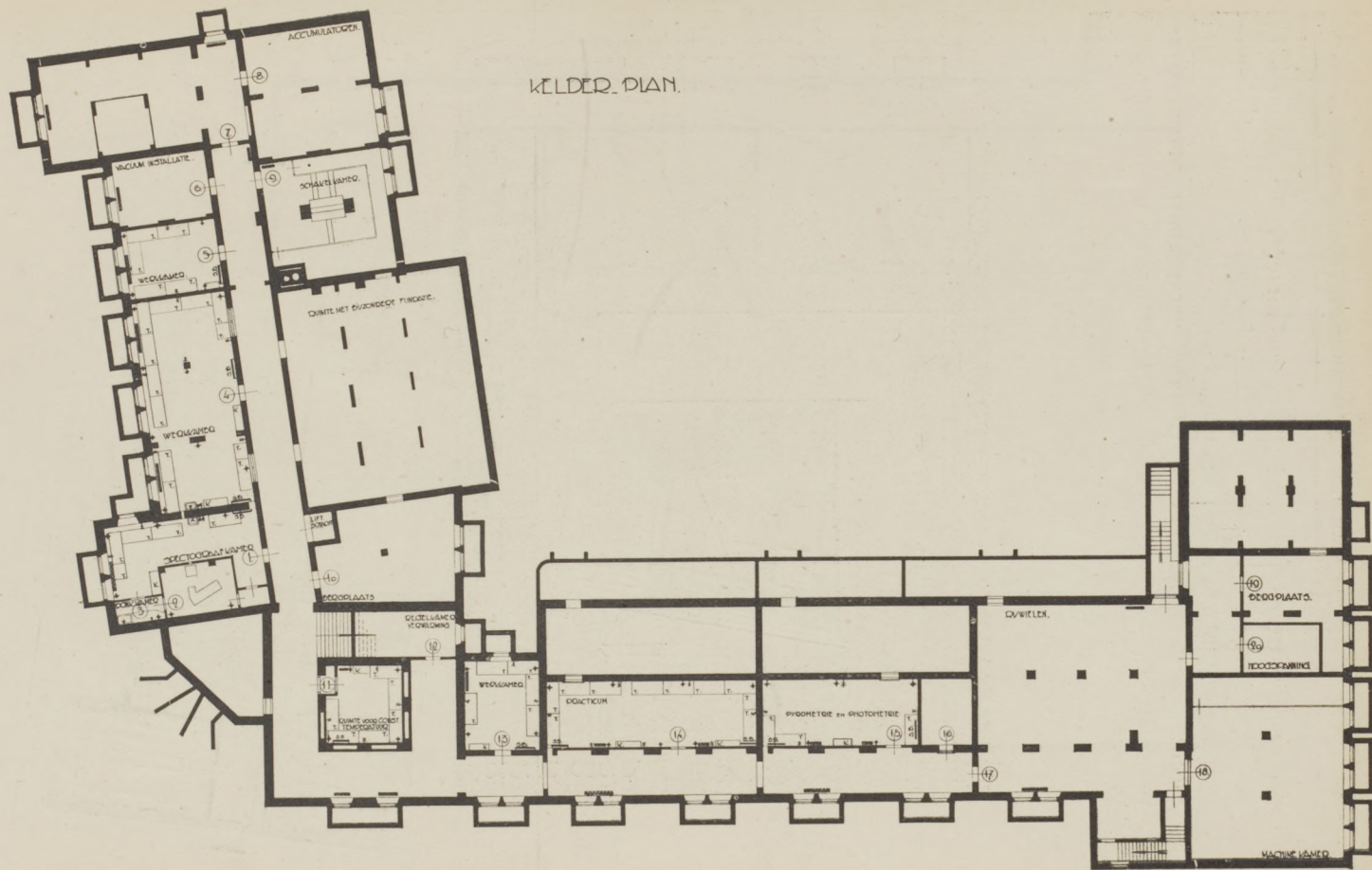


Afb. 11. Een der practicumzalen

duisteringsweerstand en deze kamers met behulp van een afzonderlijk ventilatiesysteem te ventileren, dat het gebouw voorzien is van een synchrone klokkeninstallatie, welke een nauwkeurige aanwijzing paart aan een eenvoudigen goedkoop aanleg, dat een extra 6 Volt wisselstroomleiding door het gebouw aangelegd is, bedoeld voor aansluiting van galvanometer en afleeslampjes.

Beter dan door mijne opsomming zult ge U echter door eigen aanschouwing kunnen overtuigen van de mogelijkheden, welke dit laboratorium ons biedt.

KELDER PLAN.

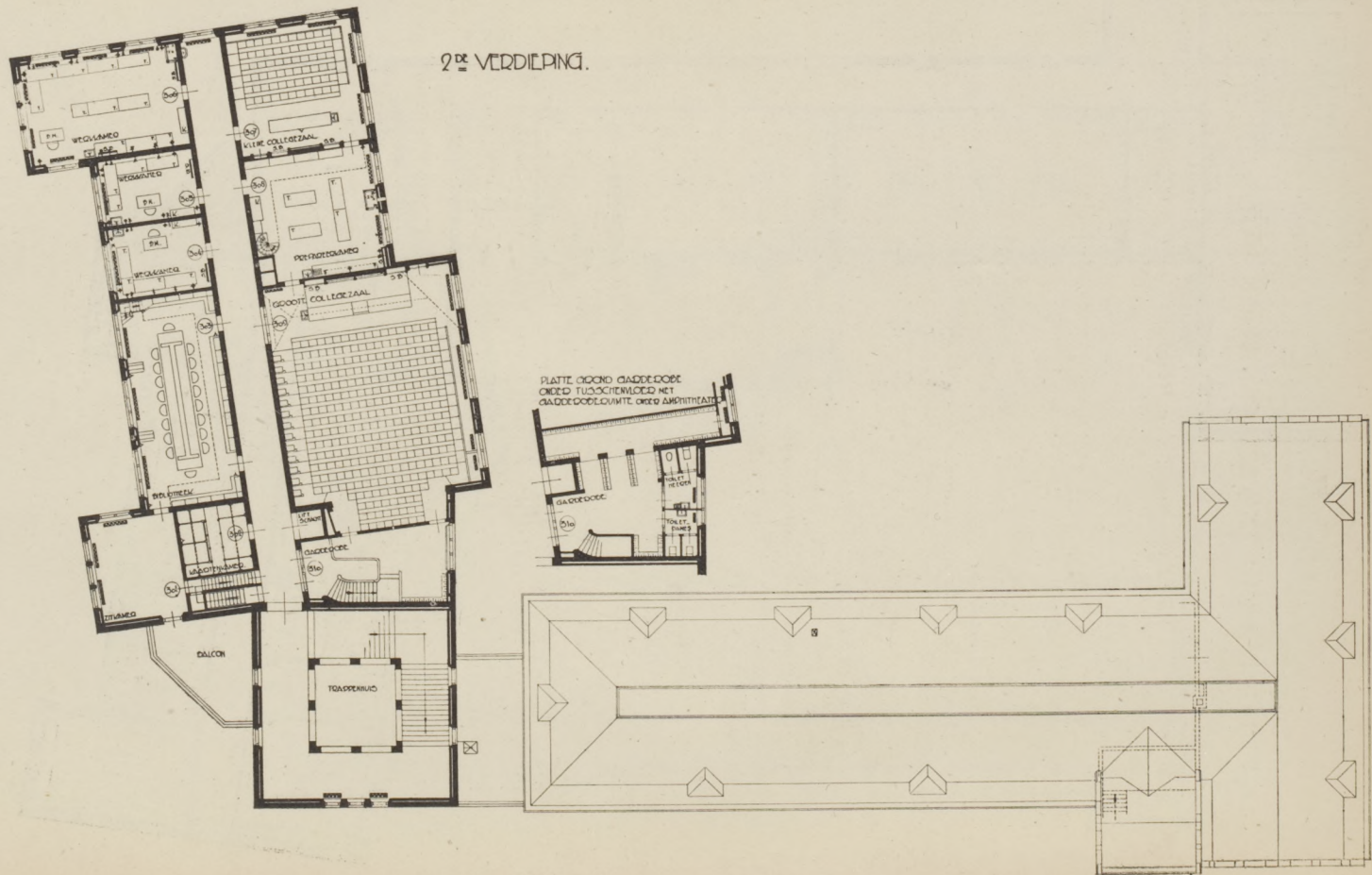








2<sup>DE</sup> VERDIEPING.



## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

- J. E. Verschaffelt, Praktische oefeningen in de natuurkunde, eerste reeks, 80 blz. — Van Rysselberghe en Rombaut. Gent. 1931. Prijs Frs. 12.50.
- A. D. Fokker, Krachten en bewegingen, Zaterdagmiddag-voordrachten in Teyler's Stichting te Haarlem, 132 blz., 54 fig. — Nyhoff. Den Haag. 1930. Prijs f 1.50.
- W. Reindersma en T. van Lohuizen, Nieuw leerboek der natuurkunde, voor hogere burgerscholen met 5-jarigen cursus, lycea en gymnasia, eerste deel, tweede druk, 329 blz., 325 fig. — Wolters. Groningen. Den Haag. 1930. Prijs f 3.25, geb. f 3.60.
- J. W. Boerman en K. M. Knip, Physica, beknopt leerboek der natuurkunde, deel I, eerste en tweede cursus, voorn. ten dienste van kweek- en normaalscholen, elfde druk, herzien door M. Hellingman en K. M. Knip, 251 blz., 179 fig. — Wolters. Groningen. Den Haag. 1930. Prijs f 2.90, geb. f 3.25.
- Thorvald Kornerup, Die Vorläufer der gleichschwebenden Temperaturen mit 19 oder 31 Tönen in der Octave, Deutsch von P. Friedrich Paulsen, 8 blz., 10 g. — Jørgensen & Co. Kopenhagen. 1930.
- Thorvald Kornerup, Die Hochleitung der Octave, d. h. die Teilung der Octave nach dem Goldenen Schnitt, als Ablösung des ptolemäischen Quint-Terzen-Systems, Deutsch von P. Friedrich Paulsen. 12 blz., 9 fig. — Jørgensen & Co. Kopenhagen. 1930.
- John S. Anderson, Photo-electric cells and their applications, a discussion at a joint meeting of the Physical and Optical Societies, June 4 and 5, 1930, 235 blz., 5 fig. — The Physical and Optical Societies. London. 1930. Prijs 12/6 net.

---

## BOEKBESPREKING

*Pierre David*, *L'Electro-acoustique*, 39 blz., 20 fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 5.

Onze kennis van de electriciteit is al oud, en hetzelfde geldt voor onze kennis van de acoustiek; de electro-acoustiek is echter nog betrekkelijk recent. Groote vorderingen in mechano-acoustische systemen zijn in de laatste jaren bereikt door gebruikmaking van de vérgaande analogie, welke bestaat tusschen de differentiaalvergelijkingen, die mechanische trillingen

beschrijven en die, welke elektrische trillingen voorstellen. Bekende, en uitvoerig bestudeerde eigenschappen van verschijnselen op het eene gebied konden direct worden overgebracht op het andere en v.v.

In hoofdstuk I wordt de analyse van tonen behandeld, *Rayleigh*-schijf, Wet van *Ohm*, drempelwaarde van koolmicrofoons, etc. Wanneer men met een microfoon de geluidstrillingen eenmaal elektrisch afgebeeld heeft, worden de metingen veel eenvoudiger, daar elektrische filters kunnen worden gebruikt.

De analogie tusschen elektrische en mechanische problemen vormt in het tweede hoofdstuk de basis voor de beschouwingen over grammofoons.

In het derde hoofdstuk worden elektrische muziekinstrumenten besproken en de mogelijkheden van het langs elektrischen weg voortbrengen van klanken als van oude *Stradivarius* violen.

De lezing van dit uitstekende werkje kan alleszins worden aanbevolen.  
P.

*Sir O. Lodge, States of mind which make and miss discoveries with some ideas about metals*, 32 blz. — Published at the offices of the Institute of metals. — London. 1929. Prijs 5 sh. net.

Een voordracht, gehouden voor het Institute of Metals. *Lodge* vertelt hoe een zekere *F. Smith* lang voor Röntgen bemerkte had, dat zijn fotografische platen in de nabijheid van een ontladingsbuis bedierven. Hij vond dit onaangenaam, doch schonk hieraan geen verdere aandacht, en borg ze ver van de buis op; zoo miste hij de ontdekking der Röntgenstralen. *Larmor* berekende de invloed van het magneetveld op een roteerend atoom en vond deze zoo klein, dat het niet zou kunnen worden aangetoond. Hij dacht daarbij aan een roteerende massa gelijk aan die van het atoom, niet aan het zooveel lichtere electron, deed er geen waarnemingen over en miste zoo de ontdekking van het *Zemana*-effect. Waardoor werden zulke ontdekkingen niet gedaan? In het eerste geval door „the state of botheration or concentrated impatience or annoyance of disturbances”. In het tweede door „super theoretical knowledge”. Zoo vertelt *Lodge* verder, waarom hij het *Hall*-effect niet vond, enz. Hij wijst er op, hoe gevaarlijk het is, theorie tot in het extreme door te voeren, doch beveelt het doorvoeren van extreme experimenten ten zeerste aan. Hij wijst daarbij op de extreme magneetvelden van *Kapitza*, de extreem lage temperaturen van *Kamerlingh Onnes* en dat juist dáár nieuwe ontdekkingen te verwachten zijn. Door deze interessante levenservaringen heen loopt een reeks van opmerkingen over de elektrische geleiding van metalen, maar deze zijn niet het belangrijkste.  
G. H.

# GRAFISCHE BEHANDELING VAN DE THERMODYNAMICA DER RECTIFICATIEKOLOM <sup>1)</sup>

door W. H. KEESOM.

## Summary.

In considering the processes which occur in a rectifying column, one can ask for:

a. the compositions and the quantities of the products, the compositions of the different mixtures upon and between the plates of the column, and the quantities, which per unit of time flow in upward or downward direction,

b. the energy consumed by the separation process in the column.

In this communication it is shown, that with definite simplifying suppositions, for this whole complex of questions, by means of a  $W$ ,  $S$ ,  $x$  — surface ( $W$  = enthalpy,  $S$  = entropy,  $x$  = composition) a graphical solution can be given for binary mixtures.

§ 1. *Inleiding.* Bij de beschouwing van de processen, die zich in eene rectificatiekolom afspelen, kan men vragen naar:

a. de samenstellingen en hoeveelheden der producten, de samenstellingen der verschillende mengsels op en tusschen de pannen van de kolom, alsmede de hoeveelheden, die per tijdseenheid in boven- en benedenwaartsche richtingen stroomen,

b. naar de energie, die door het scheidingsproces in de kolom verbruikt wordt.

Voor de vragen sub *a* zijn, bij bepaalde idealiseerende onderstellingen en voor binaire mengsels, strenge grafische oplossingen gegeven door P o n c h o n <sup>2)</sup> (samenstellingen) en S a v a r i t <sup>3)</sup> (ook hoeveelheden). Wat de vraag sub *b* betreft zijn door D o d g e en H o u s u m <sup>4)</sup> in het bijzonder voor de scheiding van mengsels

1) Suppl. No. 69a bij de Mededeelingen uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden.

2) M. P o n c h o n. La Technique Moderne. 13, 20 en 55, 1921.

3) P. S a v a r i t. Arts et Métiers, mars-octobre 1922, pp. 65, 142, 178, 241, 266, 307.

4) Barnett E. D o d g e and C h e n o w e t h H o u s u m. Trans. Amer. Inst. of Chem. Eng. 19, 117, 1927.



1 ontwikkeld wordt, en naar den condensator stroomt,  $L_1$  de vloeistof, die van plateau 1 naar beneden afstroomt.  $V_2$  is de damp, die van plateau 2 opstijgt, en in de vloeistof op plateau 1 geleid wordt, enz. (zie de schematische detailteekeningen der plateau's 1,  $m, n$  in Fig. 1).

$Q_c$  is de warmte, die per mol  $P_c$  door de koelslang aan den condensator onttrokken wordt,  $Q_s$  de warmte, die per mol  $P_s$  aan de kookflesch wordt toegevoerd.

### § 3. *Idealiseerende onderstellingen.*

a. We beschouwen alleen binaire mengsels.

b. Warmteovergangen hebben alleen plaats aan de slangen  $Re$  en  $He$ . Het apparaat zij dus verder van de omgeving volkomen thermisch geïsoleerd. Tusschen de verschillende deelen van het apparaat of de zich daarin bevindende stoffen heeft geen warmte-wisseling plaats.

c. Een damp, die zich uit een vloeistof ontwikkelt, is met deze in thermodynamisch evenwicht. Tusschen een naar beneden stroomende vloeistof en een opstijgende damp heeft geen uitwisseling plaats. De in den condensator gevormde fasen  $P_c$  en  $L_c$  zijn met elkaar in thermodynamisch evenwicht (evenzoo  $P_s$  en  $V_s$  in de kookflesch).

d. Drukverschillen in het apparaat worden verwaarloosd.

e. De toestand is stationnair. Overal zijn de fasen homogeen en uniform in temperatuur.

§ 4. *Het  $W, S, x$ -vlak.* We zullen de verschillende fasen voorstellen door punten op het voor een bepaalden druk  $p$  geconstrueerd gedachte  $W, S, x$ -vlak van het binaire mengsel:  $W$  = enthalpie ( $= U + pv$ ),  $S$  = entropie,  $x$  = samenstelling ( $=$  molair<sup>1</sup>) gehalte aan de component met het laagste kookpunt). Fig. 2 stelt in 3 projecties een dergelijk  $W, S, x$ -vlak schematisch voor, waarbij meer bijzonder aan mengsels van zuurstof en stikstof is gedacht.

Het  $W, S, x$ -vlak behoort tot de klasse van oppervlakken, aan welke door K o r t e w e g<sup>2</sup>) de naam tangentiaalvlakken volgens

1) Bijna al het volgende blijft gelden indien het gehalte is uitgedrukt in gewichtsdeelen.

2) Zie H. K a m e r l i n g h O n n e s en W. H. K e e s o m. Die Zustandsgleichung, Comm. Leiden Suppl. No. 23 § 10.





daarbij niet noodig, dat  $P-Q$  als homogene phase realiseerbaar zij, wij kunnen volstaan met te denken aan het geheel der thermodynamische eigenschappen (b.v.  $W, S, x$ ) hetwelk die phase zou moeten bezitten.

Het verschil  $P-Q$  kan worden voorgesteld (Fig. 3) door een punt  $D$ , zoodanig op het verlengde van  $PQ$  gelegen, dat  $DQ : DP = n' : n''$ .

§ 6. *De samenstellingen en de doorstroomende hoeveelheden in de rectificatiekolom.* Voor de beantwoording der vragen bedoeld onder  $a$  in § 1 kan worden volstaan met de  $W, x$ -projectie (Fig. 4).

Het proces, hetwelk zich op een plateau, b.v. op plateau 1 (zie Fig. 1), afspeelt, is daardoor bepaald dat (wegens § 3e) de totale hoeveelheid, de hoeveelheid aan een der componenten, en de totale enthalpie van de vloeistof op dat plateau onveranderd blijven <sup>1)</sup>. Deze condities worden in het  $W, x$ -diagram uitgedrukt door de „phasenvergelijking“:

$$L_c + V_2 = V_1 + L_1,$$

of

$$V_2 - L_1 = V_1 - L_c, \text{ stel } (\S 5) = F.$$

Evenzoo geldt:

$$V_3 - L_2 = V_2 - L_1 = F \text{ enz.}$$

Voor den condensator geldt:

$$V_1 - \text{warmte } Q_c = P_c + L_c,$$

$$V_1 - L_c - \text{warmte } Q_c = P_c,$$

$$F - \text{warmte } Q_c = P_c,$$

waaruit volgt, dat (Fig. 4)  $P_c$  en  $F$  dezelfde  $x$  hebben, en  $P_c F = Q_c$ .

Indien dus  $P_c$  en  $Q_c$  gegeven zijn, kunnen achtereenvolgens  $F$ ,  $L_c$  (connode van  $P_c$ ),  $V_1$  (snijpunt van  $FL_c$  met den damptrak der connodale),  $L_1$  (connode van  $V_1$ ) enz. geconstrueerd worden.

1) E. Sorel. La Rectification de l'Alcool. Parijs, geen datum aangegeven, vermoedelijk 1895.

De verhoudingen der doorstroomende hoeveelheden kunnen eveneens uit de figuur worden afgelezen;  $FL_1 : FV_2$  geeft de verhouding der hoeveelheden damp en vloeistof, die tusschen de

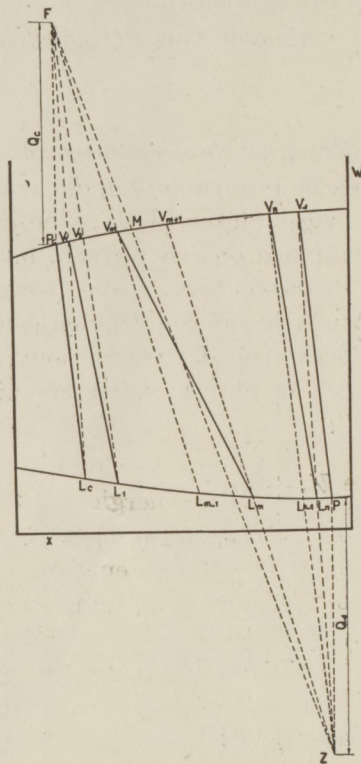


Fig. 4.

plateau's 1 en 2 stroomen. De refluxverhouding (verhouding van de terugstroomende vloeistof,  $L_c$ , tot het product  $P_c$ ) wordt gegeven door  $FV_1 : V_1L_c$ .

Het evenwicht op het inloopplateau  $m$  wordt bepaald door de betrekking (zie Fig. 1):

$$M + L_{m-1} + V_{m+1} = L_m + V_m,$$

of

$$M - (V_m - L_{m-1}) = L_m - V_{m+1},$$

of

$$M - F = L_m - V_{m+1}.$$

Zij  $M - F = Z$  (Fig. 4)<sup>1)</sup>, dan wordt  $V_{m+1}$  bepaald door

$$L_m - V_{m+1} = Z.$$

Het punt  $Z$  speelt voor het deel van de kolom beneden het inlooppplateau dezelfde rol als  $F$  voor het bovenste deel. Fig. 4 (waarin de getrokken lijnen,  $P_c L_c$ ,  $V_1 L_1$  enz. nodenlijnen voorstellen) heeft verder geen toelichting.

$P_s$  stelt het beneden af te trekken product voor.  $P_s$  moet dezelfde  $x$  hebben als  $Z$  (dit „zich sluiten” van de figuur geeft eene conditie voor de mogelijkheid van een stationnair toestand), en  $Z P_s = Q_s$ .

Uit de figuur kunnen nu allerlei bijzonderheden, als b.v. grensgevallen, afgeleid worden.

### § 7. *Energieverbruik van de rectificatiekolom.*

a. Teneinde het energieverbruik van de rectificatiekolom te bepalen afgescheiden van eventuele energieverliezen buiten de kolom zullen we onderstellen:

a. dat de warmtehoeveelheden  $Q_c$  en  $Q_s$  op omkeerbare wijze tusschen de omgeving, die zich op de temperatuur  $T_o$  bevindt, en het apparaat uitgewisseld worden,

β. dat de inloop  $M$  reversibel van  $T_o$  op de temperatuur  $T_m$  (de temperatuur waarmede hij de kolom intreedt, in het geval van Fig. 4 het dauwpunt van het mengsel) wordt gebracht, de producten  $P_c$  en  $P_s$  reversibel van  $T_c$  en  $T_s$  op  $T_o$ .

b. We beschouwen de rectificatiekolom gedurende een zoo langen tijd, dat 1 mol van het mengsel  $M$  is toegestroomd, en dus (wegens § 3<sup>e</sup>) aan de producten  $P_c$  en  $P_s$  tezamen 1 mol is afgestroomd.

De reversibel tot stand gebrachte temperatuurverandering van  $M$  kost aan arbeid:

$$\int_{T_o \rightarrow T_m} dQ \left( 1 - \frac{T_o}{T} \right),$$

1) In Fig. 4 is ondersteld, dat de inloop  $M$  bestaat uit verzadigden damp (onder den druk, die in de kolom heerscht). De constructie blijft dezelfde als  $M$  bestaat uit verzadigde vloeistof, of uit een complex van damp en vloeistof.

waarin  $dQ$  de aan het mengsel toegevoerde warmte beteekent. Dergelijke integralen gelden voor den arbeid noodig voor de temperatuurveranderingen van de producten  $P_c$  en  $P_s$ .

Het reversibel afvoeren van de warmtehoeveelheid  $Q_c$  kost aan arbeid  $Q_c \left(1 - \frac{T_o}{T_c}\right)$ , het toevoeren van  $Q_s$ :  $-Q_s \left(1 - \frac{T_o}{T_s}\right)$ .

We vatten al deze bedragen samen tot:

$$\int dQ \left(1 - \frac{T_o}{T}\right) = Q - T_o \int \frac{dQ}{T}.$$

De totale te verrichten arbeid is:

$$A = A' + Q - T_o \int \frac{dQ}{T}, \quad (1)$$

als  $A'$  is de voor het doorpompen van het mengsel nog te verrichten arbeid.

Nu is  $A' + Q = \Delta U$  ( $U =$  inwendige energie), terwijl we stellen:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} + \Delta S_{irr}. \quad (2)$$

$\Delta S_{irr}$ . stelt dan voor de entropietoename, die het gevolg is van de irreversibele processen, die zich in de kolom afspelen.

Dan volgt:

$$A = \Delta(U - T_o S) + T_o \cdot \Delta S_{irr}. \quad (3)$$

$A_{rev} = \Delta(U - T_o S) = \Delta F$ , als  $F =$  vrije energie, geeft den „reversibelen ontmengingsarbeid”, d.i. de arbeid die noodig is om bij  $T_o$  het mengsel  $M$  langs reversibelen weg in de producten  $P_c$  en  $P_s$  te scheiden,  $A_{irr} = T_o \cdot \Delta S_{irr} =$  het surplus aan arbeid, hetwelk nog noodig is wegens het optreden der reversibele processen in de kolom. We zullen dit surplus den „irreversibelen ontmengingsarbeid” noemen.

c. De reversible ontmengingsarbeid wordt gegeven door het paradox van Gibbs.

1 Mol  $M$  worde gescheiden in  $m$  mol  $P_c$  en  $1-m$  mol  $P_s$ .

Voor het geval, dat het mengsel zoowel als de producten kunnen

geacht worden bij  $T_0$  in den idealen gastoestand te verkeeren, is

$$A_{rev} = RT_0 [g(x_m) - \{mg(x_c) + (1-m)g(x_s)\}],$$

als:  $g(x) = -\{x \ln x + (1-x) \ln (1-x)\}.$

Daar in dit geval  $\Delta U = 0$ , kan  $A_{rev}$  in Fig. 5 afgelezen worden:  $= T_0 \times M_o P_o.$

Indien het niet toelaatbaar is  $\Delta U = 0$  te stellen, kan het bij-

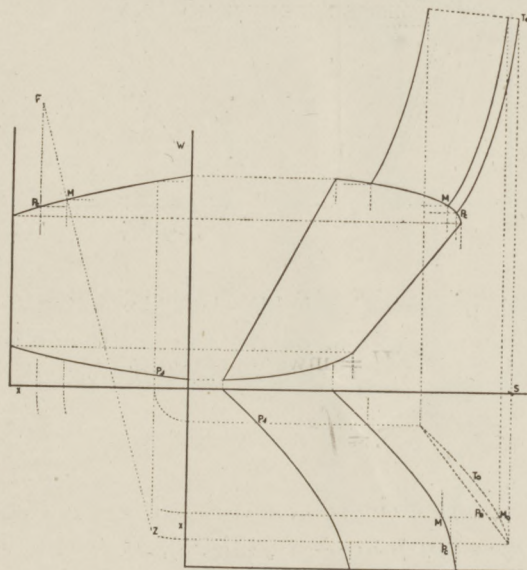


Fig. 5.

komende bedrag  $\Delta U$  in het diagram afgelezen worden indien de isenergen (lijnen  $U = \text{const.}$ ) geteekend zijn <sup>1)</sup>.

d. Irreversibele entropietoename:

α. bij het passeeren van een plateau.

1 mol  $F (= V_2 - L_1)$  passeere het plateau 1. Aangezien hierbij (§ 3b) geen toe- of afvoer van warmte plaats grijpt, is volgens (2):

$$\Delta S_{irr} = \Delta S.$$

1) Indien voor de beschouwde mengsels bij  $T_0$  de regel van A m a g a t :  $\Delta V = 0$ , geldt, is  $\Delta U = \Delta W$ .  $A_{rev}$  kan dan door eene eenvoudige constructie in de  $W, x$ -projectie gevonden worden.

$\Delta S$  kan afgelezen worden in de  $W, S$ -projectie. Fig. 6 heeft weinig toelichting. We merken slechts op, dat  $V_1 - L_c = F_1$ ,  $V_2 - L_1 = F_2$  enz. In deze projectie vallen, wegens het optreden

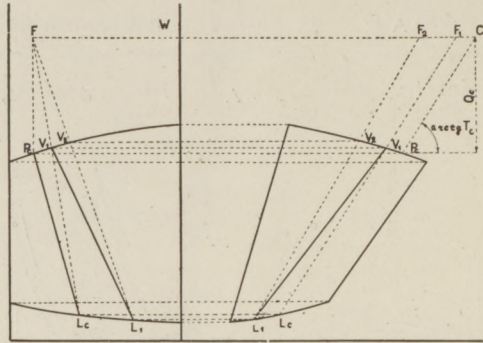


Fig. 6.

der irreversibele processen op de plateau's, de punten  $F$  niet samen, in tegenstelling met wat in de  $W, x$ -projectie geschiedde.  $\Delta S_{irr}$  wordt voor een mol  $F$  gegeven door de lengte van  $F_2F_1$  in Fig. 6.  $\beta$ . in den condensator.

$$\begin{aligned}\Delta S_{irr} &= \Delta S + \frac{Q_c}{T_c}, \\ &= S_{P_e} - S_{F_1} + S_C - S_{P_e} \text{ (Fig. 5),} \\ &= S_C - S_{F_1}.\end{aligned}$$

$\Delta S_{irr}$ . wordt dus, voor een mol  $F$ , gegeven door de lengte van  $F_1C$ . De ligging van  $C$  blijkt uit de figuur.

Voor de kookflesch geldt eene dergelijke betrekking.

*e.* Irreversibele entropietoename voor de geheele kolom.

Fig. 7 geeft de constructie voor de irreversibele entropietoename per 1 mol  $M$ .

Eenige toelichting vereischt nog slechts hetgeen geschiedt op het nloopplateau. Hier geldt, met toepassing van een doorzichtige inotatie:

$$M - (V_m - L_{m-1}) = M - F_m = Z_m, \quad (4)$$

$$L_m - V_{m+1} = Z_{m+1} = Z_m + \Delta S_{irr. m}. \quad (5)$$



Door vereeniging van Fig. 5 en 7, waarin  $MP$  in de  $S, x$ -projectie kan worden geprojecteerd, of ook de constructie in die projectie uitgevoerd, verkrijgt men de beide bijdragen voor de ontmengingsarbeid in ééne figuur.

Nadere mededeelingen betreffende experimenteele diagrammen en de behandeling van verschillende vragen aangaande mengsels van stikstof en zuurstof zullen later gedaan worden.



## EENIGE PROEVEN MET ELECTROSCOPEN

door J. BOUMAN

### Résumé:

Nous avons décrit quelques expériences qu'on peut effectuer avec trois électroscopes égaux. Un électroscope est fourni d'une plaque de cuivre (dénommé *P*). Il peut être transformé en un électroscope de *V o l t a*. Les autres sont fournis de boutons (*K*) et ne diffèrent pas entre eux. On peut éclaircir maintenant, quantitativement, la conception de capacité, la théorie du condensateur, et la distribution des charges sur deux conducteurs, en considérant les électroscopes comme électromètres, les boutons et la plaque comme conducteurs.

Afin de déterminer le rapport des capacités des électroscopes, on relie un électroscope, l'ayant chargé, à un autre. Les électroscopes indiquent les potentiels. On trouvera par des raisonnements divers le rapport des charges des électroscopes.

Het onderwijs in de electrostatica biedt verschillende moeilijkheden. Dit ligt wel gedeeltelijk hieraan, dat de begrippen abstracter zijn, dan in vele andere deelen der natuurkunde, d. w. z. dat ze niet met onmiddellijk zintuigelijke waarnemingen in verband staan. Echter is ook het proevenmateriaal grover en niet scherp bepaald. Hierbij komt dat, door het hooge vochtigheidsgehalte van de lucht in een lokaal met veel leerlingen, lek vele proeven onmogelijk maakt. Het kan daarom misschien zijn nut hebben, eenige proeven te beschrijven, waarmee het begrip capaciteit *experimenteel* en *quantitatief* is in te voeren.

De proeven worden uitgevoerd met eenige electroscopen en een ontlaadtang van zeer kleine capaciteit. Men kan hiervoor een breinaald nemen, die door het einde van een lakstang is gestoken.

Bij de hier volgende proeven beschouwen wij nu de electroscop niet als één toestel, maar als een combinatie van twee, te weten:

I. Het goudblad met het beschermende, gearde omhulsel,

II. De knop of plaat, die dient om de lading op te nemen, en die zich buiten het omhulsel bevindt.

I. heeft bij een bepaalde lading een bepaalde potentiaal en een bepaalden uitslag. Deze uitslag is door de schermwerking onafhankelijk van uitwendige invloeden. Voegen wij nu II toe, dan veranderen wij de capaciteit van het geheele toestel, maar het verband tusschen den uitslag, de potentiaal en die lading, welke zich in I bevindt, blijft het zelfde, daar I is afgedekt. Het verband tusschen den uitslag en de lading van het geheel is veranderd.

Wij gebruiken dus de electroscop uitsluitend als potentiaal-meter <sup>1)</sup>.

Bij één electroscop vinden wij in de potentiaal een maat voor de lading. Bij onze proeven, waarbij wij twee electroscopen gebruiken, lezen wij de potentiaal direct af; om de ladingen van de electroscopen te vergelijken, moeten wij redeneeringen toepassen.

Bij de proeven over capaciteit gebruiken we nu de knoppen en platen als geleiders, de electroscopen als meettoestellen, zoodat het gebruik van andere geleiders, verbindingsdraden en electricer-machines geheel wordt vermeden.

De drie electroscopen, die wij gebruiken, verschillen onderling alleen, wat het tweede gedeelte betreft. Twee hebben een knop, deze electroscopen duiden wij met *K* aan; één heeft een plaat (*P*).

Wanneer we nu tot ons eigenlijke onderwerp overgaan, stellen we voorop, dat de leerlingen met de begrippen lading, inductie en potentiaal hebben kennis gemaakt, en dat zij de volgende stellingen goed kennen:

I. Geleiders, met elkaar verbonden, hebben de zelfde potentiaal,

II. De potentiaal van een geleider is, onder overigens gelijke omstandigheden, evenredig met de lading.

De volgorde der proeven kan dan als volgt worden genomen.

1°. De drie electroscopen worden met elkaar verbonden en geladen. De drie goudblaadjes vertoonen den zelfden uitslag. Wij zien dus, dat alle drie de potentiaal op de zelfde wijze aantoonen.

1) Het zou juist zijn, electrometers te gebruiken. Een school-verzameling beschikt echter eerder over drie gelijke electroscopen, dan over drie gelijke electrometers. Het is ook niet noodig de verhouding der capaciteiten nauwkeurig te bepalen.

2°. Men doet of herhaalt de bekende inductieproef, waarbij de twee electroscopen  $K$  worden verbonden, en geïnduceerd, waarna men de verbinding verbreekt. De uitslag bij beide toestellen is dan gelijk.

3°. Nu doet men de zelfde proef met  $K$  en  $P$ . Ze worden verbonden, een gewreven ebonietstaaf wordt er bij gebracht, daarna de verbinding verbroken, en de staaf verwijderd. De uitslag van  $P$  is nu, (bij mijn toestellen) de helft van  $K$ , iets, wat de leerlingen eerst verwondert. Daar men weet, dat de ladingen gelijk (en tegengesteld) zijn, kan men de klas zelf laten afleiden, dat  $K$  bij een zelfde lading de dubbele potentiaal van  $P$  krijgt.

4°. Men laadt  $K$  en verbindt haar met de andere  $K$ . Het eene blaadje verliest de helft van zijn uitslag, het andere slaat evenveel uit.

5°. Daarna laadt men  $K$  opnieuw, en verbindt met  $P$ . Ook nu nemen beide blaadjes den zelfden stand in; we zien echter, dat, door het overvloeien van een lading van  $K$  naar  $P$ , de potentiaalafneming van  $K$  het dubbele is van de potentiaal, die  $P$  krijgt. De uitslagen van  $K$  en  $P$  zijn nu  $\frac{1}{3}$  van den oorspronkelijken uitslag van  $K$ . De uitslag van  $K$  is met  $\frac{2}{3}$  van zijn bedrag afgenomen. Aan 3° en 5° kan men dan het begrip capaciteit demonstreeren:  $P$  heeft een tweemaal zoo groote capaciteit als  $K$ . Bovendien heeft men een aanknoopingspunt voor de verdeeling van ladingen over verschillende geleiders. Het is immers duidelijk, dat  $K$ , waarop de potentiaal met  $\frac{2}{3}$  van haar oorspronkelijke waarde is gedaald, ook  $\frac{2}{3}$  van haar lading heeft afgestaan. Die lading heeft aan  $P$  een potentiaal  $\frac{1}{3}$  van de oorspronkelijke potentiaal van  $K$  gegeven.

6°. Ter contrôle kan men  $P$  laden, en met  $K$  verbinden.

7°. Bij proef 3 gaven wij  $K$  en  $P$  gelijke en tegengestelde ladingen, waarbij  $K$  een hoogere potentiaal bleek te bezitten. Nu kunnen wij  $K$  en  $P$  gelijke en tegengestelde potentialen geven, ze dus met een glasstaaf, resp. ebonietstaaf zoo laden, dat beide den zelfden uitslag vertoonen.

Inderdaad blijkt nu, na verbinding, in beide electroscopen een

zwakke lading over te blijven, die het teeken van de oorspronkelijke lading van  $P$  heeft.  $P$  had dus meer lading dan  $K$ .

8°. Wanneer men op de plaat van  $P$  een plaatje mica legt, en dan een gearde koperen plaat, heeft men een electroscop van *V o l t a*. Men kan nu 5 en 6 herhalen.

Bij 5, waarbij  $K$  wordt geladen, ziet men, dat  $K$  nu alle lading aan  $P$  verliest, zonder dat  $P$  een waarneembaren uitslag vertoont. Het goudblaadje slaat eerst uit, als men de losse plaat wegneemt.

Wanneer men bij 6  $P$  laadt, kan men er op wijzen, dat het nu veel moeite kost,  $P$  te laden tot een merkbare potentiaal.  $P$  verliest nu schijnbaar geen lading, als men haar met  $K$  verbindt, hoewel  $K$  uitslaat. Bij deze proef moet men er voor zorgen, de losse plaat niet weg te nemen, voor de electroscop is ontladen.

Met deze proeven kan men de behandeling van den condensator illustreeren.

Men kan dit proevenmateriaal nog op allerlei wijze uitbreiden. Legt men bijv. alleen het plaatje mica op  $P$ , dan daalt de potentiaal, en wordt dus de capaciteit van  $P$  vermeerderd. Het hier geschetste materiaal is echter wel voldoende, de voornaamste punten te verhelderen, wanneer men het in een langzaam tempo behandelt.

Gymnasium, Delft.

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

- G. P. Thomson, *The wave mechanics of free electrons*, 172 blz., 53 fig. — McGraw-Hill Publishing Co. Ltd. London. 1930. Prijs 12/6 net.
- Het Lichtbeeld, Maandblad, waarin opgenomen officieele mededeelingen van de centrale commissie voor de filmkeuring en van het Ned. filmarchief. Prijs f 3.50 per jaar.
- Sir Ernest Rutherford, James Chadwick and C. D. Ellis, *Radiations from radioactive substances*, 588 blz., 137 fig. — Cambridge University Press. London. 1930. Prijs 25 sh. net.
- R. de Montessus de Ballore, *Probabilités et statistiques*, 211 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 60.
- J. C. Nottrot, *Leerboek der nomografie*, 271 blz., 96 fig. — Noordhoff. Groningen. 1930.
- Max Planck, *Positivismus und reale Aussenwelt*, 35 blz. — Akademische Verlagsgesellschaft. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 1.80.
- J. W. Boerman, M. Hellingman en K. M. Knip, *Nieuw leerboek der Physica, voornamelijk ten dienste van kweekscholen en cursussen voor de hoofdkate, deel 4, magnetisme en electriciteit, bewerkt door M. Hellingman en K. M. Knip*, 322 blz., 174 fig. — Wolters. Groningen. 1930. Prijs f 3.90, geb. f 4.25.
- Hermann Weyl, *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, tweede, umgearbeitete Auflage, 366 blz. — Hirzel. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 24, geb. R.M. 26.
- Robert Dreyfus, *La Téléfonie*, 199 blz., 46 fig. — Armand Colin. Paris. 1931. Prijs frs. 10.50, geb. frs. 12.

## BOEKBESPREKING

*P. J. Richard, La Gamme, introduction à l'Etude de la Musique.* 231 blz.

— Hermann, Paris, 1930. Prijs frs. 28.

Dit boekje is volgens de voorrede bedoeld voor „les jeunes élèves du Conservatoire et les écoles de musique, ainsi que les élèves de mathématiques élémentaires et spéciales”. Ik zou wel eens willen weten wie er eenig profijt van zouden kunnen trekken, want het is een eigenaardig mengelmoes van oppervlakkigheid en troosteloos dorre, eindeloze, nauwkeurige becijferingen geworden. Het eerste hoofdstuk stelt een soort beknopt overzicht van de hoofdbewerkingen der rekenkunde voor: de zeef van Erathosterus, machten, breuken, ongelijkheden, logaritmen trekken ons voorbij: wie het behandelde niet reeds kent, zal het er waarlijk niet uit leeren (en zeker de „jeunes élèves” niet!); voor wie het wel kent is het overbodig. Daarna worden verschillende toonladdersystemen behandeld: dat van PYTHAGORAS, van ARISTOXENES, van ZARLINO en de gelijkzwevende temperatuur. Hier gaat de schrijver zich te buiten aan becijferingen. Gedetailleerde overzichten en tabellen trachten de verwarrende veelheid van gegevens overzichtelijk te maken en slagen hier en daar ook wel, zonder echter compensatie te brengen voor het droge van de behandeling. Vervolgens komen onderwerpen uit de muzikale acoustiek ter sprake, de wetten van snaren en orgelpijpen, boventonen etc. Nu vervalt de schrijver, die eerst zich te buiten ging in detail in het andere uiterste en krijgen wij een uiterst oppervlakkige behandeling, die nog minder biedt dan een natuurkundeboek voor onze meisjesscholen pleegt te geven. De wetten der orgelpijpen worden als volkomen juist voorgesteld en nergens ook maar gewezen op de geweldige afwijkingen, die bij werkelijke pijpen optreden — een fout overigens, die men in nagenoeg al onze natuurkunde boeken zal terugvinden. Bij snaren wordt geen woord gewijd aan den invloed van het materiaal, enz. In enkele bladzijden komen tenslotte beschouwingen over consonanten, dissonanten, de jeer van Helmholtz, zwevingen en wat dies meer zij.

Summa summarum: een onevenwichtig boek, dat van weinig nut voor het muziekonderwijs zal zijn.

H. GR.

*E. M. Antoniadi, La Planète Mars 1659—1929,* 239 blz., vele fig. — Hermann, Paris 1930. Prijs frs. 80.

In het eerste deel van dit werk worden in ongeveer 60 pagina's enkele punten van meer algemeenen aard besproken. Het belangrijkste zijn daarbij wel de hoofdstukken V en VI, handelend over de beruchte kanalen en over de sneeuwkapen. Na lezing van de goed gedocumenteerde uiteenzetting, die hier van de kanalenkwestie gegeven wordt, moet ieder er nu toch wel van overtuigd zijn, dat er eigenlijk heelemaal geen kwestie meer bestaat:

Wie kanalen ziet, gebruikt een te zwak instrument; door de grootste kijkers ziet men de kanalen opgelost in vlekken, onregelmatige lijnen, tintnuancen, e.d., waar elk spoor der strakke, rechte lijnen van Schiaparelli uit verdwenen is. Ook hetgeen in hoofdstuk VI over de atmosferische toestanden op Mars wordt verteld, over de waarnemingen van nevelformaties en zelfs van windsnelheden verdient belangstelling. Populaire werken kunnen hier exacte gegevens voor verdere bespiegelingen vinden.

De overige hoofdstukken staan lang niet op het peil der zoeven genoemde. Dit hangt waarschijnlijk samen met den aard van het geheele werk dat niet is een samenvattende monografie over Mars, zooals de titel met de jaartallen 1659—1929 zou kunnen doen vermoeden, maar waarin wij veel-er te zien hebben de samenvatting van het werk van Antoniadì, hier en daar aangevuld en toegelicht met opinies of waarnemingen van anderen — onder wie de Nederlander Kaiser een eervolle plaats inneemt. Hierdoor worden onderwerpen, waarin de schrijver zelf geen actief aandeel heeft gehad, zeer cursorisch behandeld. Om slechts één voorbeeld te noemen: bij de bespreking der temperatuur op Mars wordt met geen woord melding gemaakt van de uiterst belangrijke directe temperatuursuitingen van Pettit en Nicholson.

Het tweede deel van het werk is, in tegenstelling tot het eerste, dat ook menig amateur vermag te boeien, bijna uitsluitend van belang voor Mars-specialisten. Voor hen is dit werk zonder twijfel een groote aanwinst. Nu komt n.l. de subtiele, door-en-door geschoolde waarnemer en tekenaar Antoniadì aan het woord, die uitvoerige toelichtingen geeft bij de kaarten, die men achter in het werk vindt en die hij samengesteld heeft uit eigen waarnemingen en uit die van zijn voorganger Millochau aan den kijker van 83 cm van Meudon, met gebruikmaking van foto's, en teekeningen van vele andere Mars-waarnemers als: Lowell, Laland, Hale, Hubble, Schiaparelli, Kaiser e.a.

De  $\pm 150$  figuren in den text, alsmede de 10 platen op het eind van het werk zijn met groote zorg ontworpen en uitstekend gereproduceerd. De papiersoort is beter dan wij van de meeste Fransche boeken gewend zijn en ook typografisch maakt het kloeke werk een aangename indruk.

H. GR.

*E. Rabinowitsch und E. Thilo, Periodisches System, Geschichte und Theorie.* 302 blz., 51 fig. — Ferdinand Enke. Stuttgart. 1930.

Nu eenige jaren geleden de ontwikkeling van de theorie van het periodiek systeem der elementen op grond van de formeele theorie der atoomspectra en van het Bohr'sche atoommodel in zekeren zin tot een afgesloten geheel is geworden („spin” en „Pauli-verbod”), hebben de schrijvers een poging ondernomen het materiaal tot een overzichtelijk geheel samen te vatten. Het is hun daarbij gelukt een keurig, in alle opzichten zeer aan te bevelen, prettig leesbaar, frisch boek te schrijven. Eerst worden ongeveer 50 pagina's gewijd aan een kort overzicht van de geschiedenis van het periodiek systeem en de elementenleer, van de Indische filosofie af tot

en met de opstelling van den uiteindelijken vorm van het systeem. In het tweede deel dat 40 pagina's beslaat, worden de bestanddeelen der atomen behandeld, zoo leert men b.v. achter elkaar de verschillende eigenschappen van het electron: lading, massa, mechanisch- en magnetisch moment, uitbreiding en golfnatuur, kennen. Het derde deel is aan het atoommodel gewijd (110 pagina's) de verschillende quantengetallen en hun beteekenis worden achtereenvolgens ingevoerd. Het laatste hoofdstuk van dit deel (hoofdstuk 18) handelt over het golfmechanische atoommodel. Met behulp van het in de vorige deelen behandelde, is het dan mogelijk om het periodiek systeem element na element op te bouwen. Hoewel eigenlijk daarmee het doel van het boek is bereikt, volgen daarna nog een 40-tal pagina's over de periodiciteit der chemische eigenschappen, waarbij ionenverbindingen naast atoomverbindingen worden behandeld. Hoewel referent het niet met alles, wat daar wordt gezegd, eens kan zijn, zal hierop niet worden ingegaan, daar dit onderwerp eigenlijk buiten het kader van het boek valt.

Het zeer overzichtelijk, een fraai afgesloten geheel vormend boek, geeft dus veel meer dan de titel zegt. De uitvoering is keurig. Eenige drukfouten zijn ingeslopen, zoo o.a. in de formules op blz. 188. Erger is echter tabel 21 op blz. 108, waarin omrekeningsfactoren voor verschillende energiegrootheden worden gegeven. De kolom „Wellenlänge" en de horizontale rij „Wellenlänge" hierin zijn absurd en moeten eenvoudig doorgehaald worden. Verder is het omrekeningsgetal frequentie (in  $\text{sec}^{-1}$ ) in erg per molecuul niet  $6,53 \cdot 10^{-27}$ , maar  $6,53 \cdot 10^{-27}$ .

Toch wil ik niet eindigen alvorens het boek warm aan te bevelen. D. B.

*B. L. Worsnop*, X-rays, 101 blz., 36 fig. — Methuen. London 1930. Prijs 2/6 net.

Het karakter van dit boekje, een van de serie van „Methuen Monographs on Physical Subjects" wordt misschien het best omschreven door een opmerking uit het algemeene voorwoord van Prof. O. W. Richardson, dat het van dienst kan zijn voor hen, „who are engaged in research in other branches of physics and allied sciences, and to the large number of science masters and others interested in the development of physical science who are no longer in close contact with recent work". De schrijver is er inderdaad in geslaagd om in ongeveer 90 bladzijden van klein formaat een tamelijk volledig overzicht te geven van de kwesties, die in de physica der Röntgenstralen op den voorgrond treden. Uit den aard der zaak kon in een dergelijk kort bestek niet zeer diep op bijzonderheden worden ingegaan, maar het is de verdienste van den schrijver, dat hij van alle vraagstukken juist dat naar voren brengt, waar het in de eerste plaats om gaat. De hoofdzaken zijn op geen enkele plaats door te veel details vertroebeld. Een moeilijk te vermijden gevolg is, dat de schrijver op sommige plaatsen ophoudt, waar het voor den physicus juist interessant gaat worden. Zoo zou men bijv. na de beschrijving van het Compton-effect en zelfs na de mooie proeven van *Bothe* en *Geiger*, die het gelijktijdig optreden van „recoil-electron" en straling bewijzen, iets meer kunnen verwachten over de nieuwere in-



zichten omtrent de corpusculaire natuur der straling en eventueel over het golfkarakter der electronen.

Over techniek, buizen en apparaten, geeft de schrijver vrijwel niets, wel een en ander over meetmethoden.

Voor het doel waarvoor het geschreven is en de beperkte omvang in aanmerking genomen, een goed boekje. A. B.

*J. Thibaud, Les Rayons X*, 216 blz., 74 fig. — Armand Colin. Paris. 1930.

Prijs frs. 10.50, geb. frs. 12.

Den schrijver *J. Thibaud* kennen wij vooral door zijn perfectie van *Compton's* directe meetmethode van golflengten van Röntgenstralen door middel van een rooster, waardoor de metingen van golflengten onafhankelijk van aannamen omtrent roosterconstanten van kristallen werden en een grooter golflengtegebied voor de metingen toegankelijk werd.

Dit werkje van *Thibaud* doet den physicus kennen, die met breed inzicht getracht heeft een inleiding tot de physica der Röntgenstralen te geven. En dit met succes!

Na een inleiding over materie en straling, productie, natuur en eigenschappen der Röntgenstralen, volgen vier deelen met de titels:

Les rayons X, radiations électromagnétiques,

Les quantas de Rayons X,

Technique et application des Rayons X,

Les radiations connexes des Rayons X.

In deel 1 worden al die eigenschappen beschreven, waarbij het golfkarakter der stralen op den voorgrond treedt (diffusie zonder *Compton*-effect, buiging, polarisatie etc.) en in deel 2 die eigenschappen, bij welke de „quanta” een rol spelen (spectra, photoëlectrisch effect, *Compton*-effect etc.). Ook op de successen der quanta-mechanica wordt reeds gewezen. Dit gedeelte is bepaald zeer geslaagd en wij willen kleine onnauwkeurigheden, bijvoorbeeld de bewering, dat de kern een „ensemble de charges positives” is (pag. 10) en teekeningen als die van fig. 6 gaarne voor lief nemen.

Iets minder geslaagd schijnt mij het derde deel, ook al zijn daarin geen groote tekortkomingen aan te wijzen. De inlichtingen in het eerste hoofdstuk „Les sources des Rayons X” zijn niet alle geheel juist en maken niet den indruk, dat de schrijver met alle moderne hulpmiddelen en methodes ervaring heeft opgedaan. Zoo is een fijn en oplichtend focus niet méér een kenmerk van een gasbuis dan van een gloeikathodebuis (pag. 141), zijn demonteerbare buizen met gloeikathode bij toepassing van chroomijzer zeker niet moeilijker te maken dan gasbuizen (pag. 148) en bestaan er wel degelijk Röntgenbuizen met koperen antikathode, die continu meer dan 10 mA kunnen verdragen (pag. 150).

Het vierde deel geeft een aardig beknopt exposé over stralen van zeer groote golflengte (tot 100 A. E. en meer), over gammastralen en over electronengolven (de *Broglie*, *Davison* en *Germer*, *Rupp*). Eenige tabellen en een literatuuropgave verhoogen de waarde van het geheel.

A. B.

*W. Heisenberg, Die Physikalischen Prinzipien der Quantentheorie*, 117 blz., 22 fig. — Hirzel. Leipzig. 1930. Prijs R.M. 7, geb. R.M. 8.50.

Het dualisme tusschen golven en lichtquanta stelt Heisenberg reeds dadelijk in staat de onzekerheidsrelatie theoretisch af te leiden voor vrije electronen. Minder eenvoudig is de afleiding voor gebonden electronen. Experimenten worden ontworpen ter bepaling van plaats of snelheid van vrije electronen en dan voor gebonden electronen, en steeds komt Heisenberg door een kritische beschouwing dier experimenten tot zijn bekende stelling over de onzekerheden in plaats en impuls. Evenmin is tegelijkertijd de exacte waarde van de electriche en magnetische kracht op een bepaalde plaats van een stralingsveld bekend, wat Heisenberg en Pauli noodzaakt een quantumtheorie der golfvelden in te voeren. Een schematische proef bevestigt de onzekerheidsrelatie voor de electriche en magnetische kracht. In een ander hoofdstuk worden waarschijnlijkheden in de quantumtheorie geïntroduceerd en duidelijk laat de schrijver zien hoe bij liet opstellen van een samengestelde kans het noodzakelijk is te weten of men in de tusschengelegen stadia werkelijk heeft waargenomen. In het laatste hoofdstuk worden verschillende proeven op twee wijzen verklaard: de rechte banen der  $\alpha$ -deeltjes, die in de partikel beschouwing vanzelf spreken, kunnen ook uit de golfvergelijking van Schrödinger afgeleid worden, de buiging van licht en materiëstralen kunnen omgekeerd via de partikeltheorie van licht of materie evengoed verklaard worden (Duané) als via de klassieke golftheorie. Het Comptoneffect, dat zoo zeer scheen te wijzen op het bestaan van lichtquanta blijkt evengoed in het golfmechanisch schema te passen en zelfs het ontstaan van een reactiestoot op het atoom als dit een lichtquant emitteert laat zich uit de Schrödingerfunctie afleiden, dus uit de golftheorie, waarbij men dan ook consequent zich het uitgezonden lichtquantum als een naaldvormige oplossing der Maxwell'sche vergelijkingen kan voorstellen. Het laatste gedeelte van de eigenlijke tekst behandelt die processen, waar de fijnere quantumtheorie van golfvelden (voor licht en materie) noodzakelijk is, b.v. bij de emissie-, absorptie- en dispersieverschijnselen, waar de Hamiltonfunctie voor de wisselwerking van straling en materie wordt afgeleid. Volledig behandelt Heisenberg de dichtheidsfluctuaties in de straling en laat zien, dat Einstein's formule niet door de klassieke partikeltheorie, noch door de klassieke golftheorie verklaard kan worden. Deze geven ieder een verschillend antwoord, terwijl het juiste de som van beide moet zijn. Dit krijgt men dan ook met de quantumtheorie (onverschillig of men zich daarbij op het standpunt van deeltjes of van golven stelt). In plaats van dit aan te toonen voor een donkere ruimte, doet Heisenberg het voor de eigentrillingen van een snaar.

Het mathematisch gedeelte van het eind bevat de gewone stellingen uit de quantummechanica heel beknopt en overzichtelijk. Dan bevat het Heisenberg's-resonantiephenomenen en energie-overdracht tusschen resonerende atomen. Hierbij sluit zich de kwestie der symmetrische of asymmetrische eigenfuncties, dus de quantumstatistiek aan. Ten slotte wordt de klassieke golftheorie (nog steeds op klassieke wijze) zoo vervormd, dat

zij geschikt is het quantummechanisch-element via de verwisselingregels te ontvangen en daarbij over de gaan in de quantumtheorie der golfvelden van Heisenberg en Pauli, die, zooals ten slotte nog bewezen wordt, evengoed als een quantumtheorie van het discontinue partikel beeld kan worden opgevat.

Dank zij dit mathematisch gedeelte is de tekst vlot te lezen, zoodat dit boek een ieder die wat voor de theorie gevoelt, zij aanbevolen. K. F. N.

*Georges Déjardin, Les Quanta.* 220 blz., 34 fig. — Librairie Colin. Paris 1930.

Prijs frs. 10.50; geb. frs. 12.

Tusschen de vele werken, die tegenwoordig verschijnen en de quanta-theorie tot onderwerp hebben, neemt dit werkje een bijzondere plaats in. Hier heeft de schrijver het streven, om met vermindering van alle moeilijke berekeningen, die eenigszins gemist kunnen worden, den lezer een weg te bereiden, die voert tot het goed begrip van de grondslagen der quanta-theorie.

Na eerst, in hoofdzaak den historischen weg volgend, te hebben uiteengezet, hoe de stralingsverschijnselen Planck voerden tot de hypothese der quanta, wordt deze theorie uitvoerig toegepast op de verschijnselen van de soortelijke warmte en de photo-electriciteit. Daarna krijgen de Röntgenstralen en het Compton-effect een uitvoerige behandeling, waarbij aan de verificatie door de proeven een ruime plaats wordt ingeruimd.

Het grootste hoofdstuk, n.l. dat over de spectroscopische toepassingen, behandelt deze materie geheel historisch. De geheele ontwikkeling van 1913 af passeert nog weer eens de revue, maar dan doet het ten slotte eenigszins vreemd aan, dat deze plotseling afbreekt bij de tabel van Stoner. Niets van het werk van Landé, Goudsmit, Uhlenbeek, Pauli enz. is hier te vinden.

Wel wordt, nadat nog enkele andere toepassingen in het kort besproken zijn, een kort hoofdstuk gewijd aan de nieuwe quanta-mechanica's. Maar daarin worden alleen de theorieën van de Broglie en van Schrödinger besproken. Van het werk van Heisenberg, Born en Jordan geen woord.

Is het ook niet merkwaardig, dat in de „Répertoire Bibliographique”, die het werkje besluit geen enkel artikel van Bohr voorkomt?

Dit wijst wel op een eenzijdige behandeling van het onderwerp. Moge dit werkje dus een inleiding zijn tot de oudere quanta-theorie, zoo vrees ik toch, dat hij, die dit werkje gebruikt om in de nieuwere quanta-theorie thuis te geraken, nog vreemd zal staan te kijken en daarbij een groote discontinuïteit ondervinden.

T. v. L.

*Cl. Schaefer und F. Matossi, Das ultrarote Spektrum.* Vol. 10 van: Struktur der Materie in Einzeldarstellungen, 400 blz., 161 fig. — Julius Springer. Berlin. 1930. Prijs R.M. 28, geb. R.M. 29.80.

De infraroodspektroskopie is zonder twijfel van een experimenteel standpunt uit het moeilijkste gedeelte der spektroskopie. De resultaten zijn echter van groot theoreties belang en daarom is een boek als de monographie van

Schaefer en Matossi voor ieder physicus of chemicus, die zich voor de structuur der materie interesseert van grote waarde.

Het eerste hoofdstuk geeft een overzicht over de experimentele methoden. De schrijvers zijn hier zowel als in de andere gedeelten van het boek voortreffelijk erin geslaagd, ervoor te zorgen, dat de vakman, die in dit speciale gebied werkt, alles handig en volledig bij elkaar vindt, wat hij over de verschillende onderdelen van zijn gebied zou willen weten. Tegelijk is het boek ook voor de beginneling en degene, die slechts algemene informatie zoekt leesbaar gebleven, want de al te technische biezonderheden zijn weggelaten en de zeer uitvoerige literatuuropgaven maken het voor de belangstellende mogelijk, de oorspronkelijke verhandelingen gemakkelijk te vinden.

In het tweede en derde hoofdstuk wordt de stof behandeld, die met de stralingswet en de relaties met de theorie van Maxwell samenhangt. Wie dergelijke dingen op zijn colleges moet behandelen, zal de overzichtelijke samenstelling zeer apprecieren.

De hoofdstukken IV en V omvatten samen ongeveer twee derde van het boek en kunnen als de eigenlijke kern van het boek beschouwd worden. Er wordt een uitvoerig overzicht gegeven van de ultrarode spektra der gassen, vloeistoffen en vaste lichamen. (De ultrarode gedeelten der *atoom*spektra zijn weggelaten, aangezien zij helemaal bij de zichtbare en ultraviolette spektra behoren en de lijnen slechts toevallig ultrarood zijn). De schrijvers hebben getracht, de experimentele resultaten altijd in nauwe samenhang te brengen met de theorie, en dit maakt de lectuur van deze hoofdstukken veel aangenamer vooral voor diegenen, die met dit gebied nog niet zo vertrouwd zijn. De theorie van de oscillatie en rotatiespektra der tweeatomige molekulen wordt zeer uitvoerig behandeld en met de ervaring vergeleken. Daarop volgt een uiteenzetting der regelmatigheden der ultrarode spektra van meeratomige gassen, die een goed overzicht geeft van het op dit gebied bereikte. Men moet de schrijvers misschien nog meer dankbaar zijn voor het stuk over de absorptie van organiese vloeistoffen, want aangezien hier het verband tussen theorie en experiment nog vaak zeer gebrekkig is, en de waarnemingen in alle mogelijke tijdschriften verspreid zijn, is het, zonder een samenvatting zoals men ze in dit boek vindt, haast onmogelijk zijn weg in dit gebied te vinden.

De ultrarode absorptiespektra der kristallen, die het onderwerp van het laatste hoofdstuk zijn, vormen het gebied, waarmede de schrijvers vanwege hun talrijke eigen onderzoekingen waarschijnlijk het beste vertrouwd zijn. Wij kunnen dus ervan zeker zijn, hier een volledig en betrouwbaar overzicht voor ons te hebben van een gebied, waarvan het voor den buitenstaander anders niet gemakkelijk is, een goed inzicht te verkrijgen.

Het is te betreuren, dat in dit boek, welks lectuur aan iedereen ten warmste kan worden aanbevolen, het Ramaneffekt een beetje stiefmoederlijk is behandeld. Ofschoon de bij het Ramaneffekt gebruikte methoden natuurlijk geheel van de ultrarode methoden verschillen, hebben de daarbij bereikte resultaten betrekking op dezelfde eigenschappen der moleculen, en zijn in staat de ultrarode absorptiemetingen aan te vullen. De op blz. 154 gemaakte theoretiese opmerkingen zijn mijns inziens misleidend en b.v. de verhande-

ling van Kramers en Heisenberg, waarin de theorie van het Raman-effect gegeven werd, waaraan alle latere onderzoekers zich hebben aangesloten, wordt helemaal niet genoemd. Maar dit is slechts een kleine tekortkoming in een anders voortreffelijk boek.

G. H. D.

*A. S. Eddington. Etoiles et atomes*, Traduction de *J. Rossignol*, 185 blz., 13 fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 35.

Toen in 1927 voor het eerst „Stars and Atoms” verscheen, was het terstond duidelijk, dat hier een werkje voorlag, dat zich de wereld zou veroveren. Hier is een grootmeester in de astrophysica aan het woord, die het zeldzame vermogen heeft, om naast het streng wetenschappelijke, zware werk: „The internal constitution of the stars”, voor het groote ontwikkelde, belangstellende publiek, een reeks voordrachten te leveren, die de hoofdgedachten van de voornaamste astrophysische problemen naar voren brengen in een vorm, die bewondering afdwingt. Want zóó die moeilijke problemen in een kleed kunnen steken, dat ook de velen, die belangstelling hebben voor deze onderwerpen, maar die niet over groote mathematische ontwikkeling beschikken, er volop van kunnen genieten, is slechts weinigen gegeven.

Geen wonder dat dit werkje in vele talen werd vertaald. In onze eigen taal verscheen een vertaling naar de tweede Engelsche uitgave.

De Fransche, die ik weer met evenveel bewondering heb gelezen, is naar de derde Engelsche uitgave, maar gaat daar nog boven uit. Aan deze Fransche vertaling is n.l. een vierde conferentie toegevoegd „La matière dans l'espace intersidéral” waarin het probleem van de constante calciumlijnen in de sterspectra wordt behandeld en de eigenschappen van den kosmischen nevel worden nagegaan. Ook hier weer dezelfde rijkdom van beelden om de redeneering te verduidelijken, vaak vol fijne humor.

In de andere drie conferenties is geen verandering gekomen, zoodat ik daarover niet nader behoef te spreken. In de derde Engelsche uitgave is een aanhangsel B toegevoegd, dat ook hier voorkomt en nadere uiteenzetting geeft van de belangrijke ontdekking van Bowen, dat het z.g. Nebulium geen nieuw element is, maar meervoudig geioniseerde zuurstof en stikstof.

Door deze toevoeging en vooral ook door de vierde conferentie is deze Fransche uitgave op het oogenblik de volledigste editie van „Stars and Atoms”.

De vertaling is zeer goed verzorgd. De bekende twaalf platen buiten den tekst verhoogden ook hier de aantrekkelijkheid van dit werkje, dat ik ieder, die belangstelt in astrophysische problemen, zeer ter lezing kan aanbevelen.

T. v. L.

*Philipp Lenard, Grosze Naturforscher, eine Geschichte der Naturforschung in Lebensbeschreibungen*, 324 blz., 70 portretten. — Lehmanns, München. 1930. Prijs R.M. 10, geb. R.M. 12.

Den eersten druk van dit werk (1929) heb ik besproken in „Physica” IX (1929) p. 318 en 319 en aan deze bespreking heb ik niet veel toe te voegen.

Er zijn nu, in den tweeden druk, eenige portretten bijgekomen, aan den text is hier en daar wat veranderd, maar over 't geheel genomen is het hetzelfde boek gebleven.

De onjuistheden, waarop ik in mijne vorige bespreking gewezen heb, zijn niet verbeterd. Het portret van **Rudolf Snellius** prijkt nog steeds daar, waar dat van zijn zoon **Willebrordus Snellius** had moeten staan.

Mijn oordeel over het werk is, nu ik er meer in gelezen heb, niet gunstiger geworden. Als portrettenverzameling en als leesboek is het te waardeeren, als studieboek niet. C. A. L.

**C. Gutton, Les ondes électriques de très courtes longueurs et leurs applications**, 20 blz., 12 fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 4.

Dit boekje geeft in 20 blz. een overzicht van de verschillende (bekende) methoden en schakelingen voor het opwekken met trioden van electromagnetische golven van eenige meters af tot de kortste zoover verkregen golven, d. i. van 10 cm. Daarbij worden verschillende Fransche schakelingen besproken, die voor een deel uit den oorlogstijd dateeren en waarbij de frequentie bepaald wordt door een zelf-inductie en capaciteit. Daarop worden de oscillatoren bezien van het type **Barkhausen**, waarbij de frequentie door looptijden van electronen in de triode worden bepaald. Tenslotte worden proeven beschreven, waarbij met golven van 17 cm lengte afstanden tot 9 km worden overbrugd.

Het geheel geeft een zeer deskundige, uiterst beknopte samenvatting van de belangrijkste feiten uit dit interessante gebied. P.

**H. A. Kramers en Helge Holst, De bouw der atomen**, tweede druk, 208 blz., 37 fig. — Centen's Uitg. Mij. Amsterdam. 1930. Prijs geb. f 5.50.

Voor ons ligt de keurig uitgevoerde, tweede druk van **Kramers-Holst**: De bouw der atomen. Dat in het korte tijdsbestek van ruim twee jaren een nieuwe druk noodig is, bewijst dat het werkje zeer goede hoedanigheden bezit. Voor die goede hoedanigheden kan referent in hoofdzaak verwijzen naar de bespreking van den eersten druk (*Physica* 1928, blz. 185).

De nieuwe uitgave is, wat de tekst betreft, zorgvuldig herzien; overal bemerkt men kleine veranderingen, die het geheel prettiger leesbaar maken. Hier en daar vindt men kleine uitbreidingen, hoewel de omvang niet al te veel is toegenomen. De uitbreidingen hebben betrekking op de allernieuwste ontwikkeling der wetenschap; zoo vindt men iets vermeld over de proeven van **Davisson** en **Germer** (afbuiging van electronenstralen) en evenzoo over het **Raman-effect**.

Zooals reeds in de vorige bespreking gezegd: voor studenten eene voortreffelijke inleiding, die zal prikkelen tot verdere studie; voor den leeraar een werkje ter oriëntering bij zijne lessen, daar we bij het **M. O.** en **V. H. O.** aan den bouw der atomen wel niet meer zwijsend voorbij kunnen gaan. Kortom ieder, die belang stelt in den huidigen stand onzer kennis omtrent

den bouw der materie, zij dit helder en duidelijk geschreven overzicht warm aanbevelen.

Aan den uitgever wederom een woord van lof voor de buitengewoon fraaie wijze waarop het boekje typografisch is verzorgd. V. S. F. B.

*L. Brillouin, Les statistiques quantiques et leur application aux électrons libres dans les métaux, Conférences d'actualités scientifiques et industrielles*, 44 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 5.

Als men bedenkt hoe radicaal de omwentelingen zijn, die in de laatste jaren plaats hebben gehad op een zoo abstract gebied als de statistische opvatting van de makroskopische eigenschappen der materie, dan is het zeer te waardeeren, dat de voordrachten van iemand, die over een zoo helder uitdrukkingsvermogen beschikt als de schrijver van dit boekje, voor een grooter publiek toegankelijk zijn gemaakt.

Na de fundamenteele wetten van de quantummechanica kort te hebben samengevat worden de wijzigingen, die daardoor in de statistiek noodig zijn geworden, uitvoerig besproken. Er volgt een afleiding van de formule van Planck op grond van de statistiek van Einstein en Bose, en van de eigenschappen van vrije electronen op grond van de statistiek van Dirac en Fermi. De resultaten van het laatstgenoemde onderzoek worden toegepast op de verklaring van de soortelijke warmte van de geleidingselectronen en van het paramagnetisme van metalen. Op de beteekenis van de nieuwe ideeën voor de theorie van het elektrische en warmtegeleidingsvermogen wordt alleen kort opmerkzaam gemaakt. R. D. L. K.

*G. Ribaud, Température des flammes, Conférences d'actualités scientifiques et industrielles*, 10, 43 blz., vele fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 5.

In dit boekje staat alles bij elkaar, wat wetenswaardig is van de temperatuur en de warmtestraling van vlammen van verschillende brandbare gassen. Onder verwaarloozing van de warmtegeleiding wordt de temperatuur berekend uit de calorimetrische gegevens, daarna de methoden van temperatuurmeting besproken. De stralingsmetingen geven aanleiding tot een tabel, bevattende stralingstemperatuur en kleurtemperatuur naast de ware temperatuur. Alleen de opening van de atomaire waterstofvlam geeft het boekje het recht te verschijnen in de serie „Conférences d'actualités scientifiques et industrielles”. Voor het overige is de stof niet zeer actueel.

C. Z.

*Sir James Jeans, The mysterious Universe*, Cambridge University Press, (1930), 154 blz. Prijs f 2.20.

Onder het lezen van dit nieuwe werkje van Jeans, den grooten autoriteit op het gebied der cosmogoni, dringt zich onwillekeurig de vergelijking op met „The Nature of the physical World” van dien anderen grooten bouwmeester der sterrenwerelden: E d d i n g t o n. Beide geven in de genoemde werken een overzicht van de moderne theorieën der physica. Daarnaast — en dit is het belangrijkste — begeven zij zich op een terrein, dat niet het

hunne is, maar tot de domeinen der speculatieve filosofie behoort, om te komen tot inzicht in de esoterische beteekenis der heden gangbare dogma's van golf-mechanica, relativiteitstheorie, omzetting van materie in straling, uitzetting van het eindige, maar onbegrensde heelal, e tutti kwanti. Zij geven hun opinie met iets als beschroomdheid. Wij merken hoe zij, de meesters der exacte wetenschap, maar al te zeer het niet-exacte van hun uitspraken gevoelen: „Every one may claim the right to draw his own conclusions from the facts presented by modern science. This chapter — het laatste — merely contains the interpretations which, I, a stranger in the realms of philosophical thought, feel inclined to place on the scientific facts and hypotheses discussed in the main part of the book. Many will disagree with it — it was written to this end”, zegt J e a n s in de voorrede en dit is meer dan phrase. Wij kunnen dergelijke pogingen m.i. niet hoog genoeg aanslaan. Zoo iemand, dan zijn de werkers zelf competent om hun beelden en hypothesen te beoordeelen, terwijl zij minder dan wie ook zich door *woorden* zullen laten verblinden. Daarom begroeten wij dit werkje dan ook met vreugde, zij het niet met zoo onvermengde vreugde als bijv. het boek van E d d i n g t o n. Het geheel maakt een ietwat matte indruk na de lezing van „The Nature of the physical World”. Ongeveer dezelfde onderwerpen komen in behandeling, maar wij missen de genialiteit, waarmede E d d i n g t o n zelfs de moeilijkste onderwerpen in een helder licht weet te stellen, terwijl ook litterair het geheel op lager plan blijft.

De lezer mag hieruit niet opmaken, dat hij het boekje veilig ongelezen kan laten; het is ver van mij iets dergelijks te suggereeren: een aanwinst is het ongetwijfeld. Treffend is de vergelijking van ons moderne weten met het weten van de holbewoners van Plato. Zoolang de voormannen der exacte wetenschap zich de diepe waarheid van dergelijke analogieën bewust zijn, zoolang zij tot de conclusie komen: „the universe begins to look more like a great thought than like a great machine”, zoolang zal het niet dan aanbevelenswaardig kunnen zijn van hun inzichten kennis te nemen. H. GR.

**Conférences d'actualité scientifiques et industrielles Année 1929.** 270 blz., vele fig. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 35.

9 Voordrachten, gehouden aan het Conservatoire national des arts et métiers over actueele onderwerpen van physischen of technisch-physischen aard. De Broglie, E. en Z. Bloch vertellen over de moeilijkheden waartoe de voorstelling van het licht als golfbeweging of als energiekwantum leidden en over de verzoening van beide opvattingen door de golfmechanica; Foex over vloeibare kristallen en hun gedrag in het magneetveld. Daarnaast vindt men een artikel van D u n o y e r over fotocellen en hun toepassingen, van R i b a u d over straling en temperatuurmeting, van J u l i e n over elektrische methoden om geluiden voort te brengen, van M e s n y over gerichte zenders voor draadlooze telegrafie en van K a m m e r e r over hooge stoomdrukken. In dit laatste artikel worden de nieuwste ontwikkelingen van de stoommachine technisch besproken. Het is waarlijk interessant te zien hoe men, om een hoog nuttig effect te bereiken, tot steeds



hooger keteldrukken is overgegaan en in den laatsten tijd installaties gebouwd heeft met niet minder dan 100—120 atm. druk.

Deze reeks voordrachten bevat ongetwijfeld voor velen belangwekken nieuws.  
G. H.

*Max Planck, Einführung in die Theorie der Wärme.* 251 blz., 7 fig. — Hirzel, Leipzig, 1930. Prijs R.M. 8, geb. R.M. 10.

Dit boek is het vijfde en tevens het laatste deel van de door den schrijver uitgegeven „Einführung in die theoretische Physik”. Hiervan geeft deel I Einführung in die allgemeine Mechanik, II — in die Mechanik deformierbarer Körper, III — in die Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, IV — in die theoretische Optik.

De inhoud van dit boek herinnert aan twee andere, algemeen bekende, leerboeken van P l a n c k, nl. dat over algemeene thermodynamica (9e druk in 1930) en dat over warmtestraling, waarvan de 5e druk in 1923 verscheen. In dit verband merkt de schrijver in de voorrede van het nieuwe boek op, dat de inhoud van de beide vroeger verschenen boeken en die van het onderhavige werk elkaar volstrekt niet dekken. Het verschil is wel voornamelijk daarin gelegen, dat in de beide oudere boeken de stof, vooral wat toelichtingen en toepassingen betreft, uitgebreider behandeld wordt dan in het nieuwe boek. Daartegenover staat, dat de samenhang der verschillende theorieën, in het bijzonder die van de klassieke thermodynamica met de atoom- en de quantumtheorie, in het laatstgenoemde boek duidelijker en vollediger aan den dag treedt.

Het boek is onderverdeeld in vier gedeelten. Het eerste deel (115 blz.) omvat in beknopten vorm de klassieke thermodynamica zooals zij door P l a n c k in zijn „Thermodynamik” reeds vroeger werd behandeld. Voor de afleiding van de tweede hoofdwet en de opstelling van de thermodynamische functies volgt P l a n c k ook weder dezelfde methode, welke zooals bekend is, van de overigens gebruikelijke afwijkt.

Het tweede deel (27 blz.) behandelt „Wärmeleitung” en geeft een afleiding van de grondvergelijking der warmtegeleiding, benevens eenige toepassingen op niet stationnaire verschijnselen.

Het derde deel (40 blz.) draagt tot titel „Wärmestrahlung” en omvat het gebied van K i r c h h o f f tot W i e n, is dus geheel gebaseerd op de grondbeginselen der mechanica en der electrodynamica, alsmede op de beide hoofdwetten van de thermodynamica.

In het vierde deel worden behandeld „Atomistik und Quantentheorie”. De laatste 15 blz. hiervan zijn gewijd aan de toestandsvergelijking van materiele lichamen, chemische constante en aan het warmtetheorema van N e r n s t.

Het zal wel overbodig zijn dit nieuwste boek van P l a n c k nog nader aan de lezers van „Physica” aan te bevelen. In zorgvuldigheid van behandeling, in duidelijkheid en nauwkeurigheid van voorstelling staan de geschriften van P l a n c k op één lijn met die van L o r e n t z en behooren daarmede tot de beste literatuur, die wij op physisch gebied bezitten.

M. D. H.

*J. Tinbergen. Minimumproblemen in de natuurkunde en de economie.* Amsterdam 1929, H. J. Paris, 65 blz.

In een kort bestek behandelt de schrijver een groot aantal problemen, wat hem verplicht af te zien van veel uitlegging; dit maakt dat zijn werk, waarop hij onlangs te Leiden gepromoveerd is, allermint als leerboek kan worden beschouwd. Wie met minimumproblemen, vooral die der variatierekening, niet eenigermate vertrouwd is, dien zal dan ook de studie van dit boek niet gemakkelijk vallen, ondanks de ordelijke en overzichtelijke verdeling der stof.

Het nut en de verdienste van dit werk schijnt mij voornamelijk te zijn, dat het een overzicht geeft van vrijwel al die theorieën der natuurkunde en der economie, die in den vorm van een minimum- of maximumvraagstuk gebracht zijn en hen beschouwt uit een gemeenschappelijk gezichtspunt. Wie met sommige dezer theorieën bekend is, zal er veel nut van hebben, zich door den schrijver te laten leiden door de vele problemen, welke behandeling als extremumvraagstuk hij nog niet kende.

De auteur besteedt een afzonderlijk hoofdstuk aan de reciprociteitsstellingen, die in al deze theorieën gelden, al zijn zij ook in de eene veel meer bekend dan in de andere. Op deze wijze komen die belangrijke stellingen het meest tot hun recht.

De schrijver eindigt met de mathematische behandeling van economische vraagstukken en laat zien, dat het wederom dezelfde wiskundige methoden zijn, die dit terrein beheerschen. Om 's schrijvers uiteenzettingen te kunnen volgen is echter bekendheid met die vraagstukken noodzakelijk.

Een tabel van de gebruikte voorbeelden, een register en een uitgebreide literatuurlijst komen ten goede aan de bruikbaarheid van dit interessante boekje. D.

*Louis de Broglie, Introduction à l'étude de la mécanique ondulatoire,* 288 blz., 12 fig. + 2 platen. — Hermann & Cie. Paris 1930. prijs frs. 85.

Onder de talloze populaire en niet-populaire werken over de undulatorische mechanica neemt deze inleiding van de hand van den meester zelf, die de golfmechanica in het leven riep, een bijzondere plaats in, ook door de groote zorg, die er is besteed aan duidelijkheid en logischen opzet. De toepassing van „de” vergelijking van *Schrödinger* op eenvoudige atoomproblemen, zooals het *H*-aatom, neemt slechts het laatste vijfde deel van het boek in beslag; meer dan de helft is gewijd aan de mechanica van één enkel deeltje. Hierbij wordt van den aanvang af de relativistische kant sterk op den voorgrond gebracht, reeds in de (de twee eerste hoofdstukken omvattende) recapitulatie van de theorie van *Hamilton-Jacobi*. Nadat dan in *H. III* op origineele wijze de met het „electron” verbonden golf is gesuggereerd, wordt hieruit geleidelijk na invoering van de begrippen dispersie en groepsnelheid de golfvergelijking afgeleid. Dit geschiedt a.h.w. tastenderwijs, eerst bij afwezigheid van een uitwendig veld, daarna met constant en tenslotte met variabel veld. Telkens volgt de niet-relativistische uit den relativistischen vorm. Bijzonderen nadruk wordt erop gelegd, dat de

*frequentie* der golven, ook als men de niet-relativistische vergelijking bezigt, moet geacht worden te zijn:

$$v = (mc^2 + E)/h$$

(waarbij  $E$  = potentieele + kin. energie). Voor het quotient  $E/h$  wordt het symbool  $\nu_r$  (fréquence réduite) ingevoerd. Ook is de fundatie van de vergelijking van Schrödinger bij veranderlijk krachtveld verbeterd, doordat aangetoond wordt, dat de vergelijking, waaruit zij wordt afgeleid, voor oneindig kleine  $h$  in overeenstemming is met de theorie van Jacobi.

In het nu volgende hoofdstuk over electronendiffractie vindt men eenige experimentele gegevens (van G. P. Thomson) en mooie plaatjes van buigingsringen (van Ponté). In aansluiting hierop volgt nu de interpretatie van de golf als waarschijnlijkheids-wolk (nuage de probabilité), waarin o.a. het theorema van Ehrenfest ter sprake komt. Dit voert langzamerhand tot de relaties van Heisenberg en Bohr, echter niet dan nadat de geheele beschouwing van de antithese golven-deeltjes nog eens herhaald is voor lichtquanta. Hierbij vooral komt nog eens duidelijk naar voren, dat men niet zonder bezwaar kan spreken van de banen, die de lichtquanta, c.q. de deeltjes, zouden volgen (onde pilote).

Het geheele boek heeft het karakter van een uitgewerkt college-dictaat. In de steeds eenvoudig gehouden voorbeelden, die telkens de algemeene theorema's afwisselen, en in quasi-herhalingen proeft men den docent. M.i. verdient het zeer te worden aanbevolen aan ieder, die zich meer dan oppervlakkig met deze stof wil bezigt houden.

D. G.

*N. F. Mott, An outline of wave mechanics, 155 blz. — Cambridge University Press. London. 1930. Prijs 8/6 net.*

Dit boekje, een college-dictaat van de hand van den spreker zelf, onderscheidt zich te midden van de talrijke werken en werkjes waarin de golfmechanica behandeld wordt, door de groote eenvoud en helderheid van betoogtrant, alsmede door het feit dat de schrijver in vele detailpunten een nieuw verworven eigen inzicht geeft in aansluiting aan bekende resultaten. Van de golfvergelijking als zoodanig merkt men in het begin niet veel. Na bespreking van een elementaire interferentieproef met licht wordt de proef van Davisson en Germer en de daaruit afgeleide betrekking

$$\lambda = h/mv$$

als experimenteel feit vooropgesteld. Dan is eenvoudig in te zien dat hieruit en uit de dispersiewet

$$\frac{1}{2}mv^2 = E - V$$

volgt, dat een electronenstraal als golfverschijnsel opgevat, zich gedraagt volgens de mechanica van Newton.

De randvoorwaarde waaraan de golf functie moet voldoen wordt door analogie met geluidsgolven verduidelijkt en als eerste probleem de verstrooiing (scattering) van electronen door atomen behandeld. De methode

van den schrijver laat zich aan dit voorbeeld goed illustreeren. Zoo wordt om te beginnen de amplitude:

$$2mV d\tau/Rh^2$$

der de Brogliegolven op afstand  $R$  van het strooiende element  $d\tau$  gegeven vooropgesteld.

Aan de hand hiervan wordt dan de verstrooiing van een atoom in verband met de analoge formule voor Röntgenstralen besproken ongeveer als in de voordracht van den schrijver te Leipzig (1930). Eerst nu komt de golfvergelijking ter sprake en wordt de zoeven vooropgestelde uitkomst afgeleid als eerste benadering der als integraalvergelijking geschreven golfvergelijking. Eindelijk wordt in het eind van het boek het verstrooiingsprobleem, nog eens besproken als twee-electronenprobleem, waarbij thans ook de onelastische botsingen (Born) tot hun recht komen (echter zonder kritiek van Oppenheimer).

Deze trapsgewijze inleiding in steeds moeilijker fazen van eenzelfde vraagstuk doet zeer aangenaam aan. Ook de wijze waarop talrijke analogiën met problemen van trillende snaren en vliezen zijn aangevoerd ter verduidelijking van één- en meer coördinaten-problemen is door grootst mogelijke eenvoud gekenmerkt.

De literatuurverwijzingen zijn opvallend schaarsch; niettemin schijnt di mij een zeer aanbevelenswaardige inleiding in deze tak van theoretische physica.

D. G.

## STRIKVRAGEN

*Vraag L.* Een rechte magneetstaaf (1 m lang, zeer dun, homogeen in de lengterichting gemagnetiseerd, magnetisch ideaal „hard”) ligt met zijn noordpool naar rechts. Hij wordt in stukjes van 1 mm lengte verdeeld en deze „elementairmagneetjes” worden met tusschenruimten van 2 mm alle in de oorspronkelijke richting in elkaars verlengde neergelegd. Naar welken kant zal een proefnoordpool gedreven worden, die loodrecht tegenover het midden van deze „verzameling” zich op b.v. 10 cm afstand ervan bevindt?

**Het antwoord op vraag XLIX:** „Tengevolge van mist ziet een waarnemer een 12 m verwijderde lantaarn omgeven door een halo, die vanuit zijn oog een cirkelkegel van 30° tophoek schijnt op te vullen en geacht wordt daarbuiten abrupt te eindigen. Op 10 m afstand van den waarnemer en 2 m rechts van de verbindingslijn van deze met de lantaarn bevindt zich een dunne boom, die geacht wordt „ideaal zwart” te zijn. Zal deze als donkerder streep in de halo zichtbaar zijn of niet?” luidt als volgt: Daar grotere afbuigingshoeken dan 15° blijkens de veronderstellingen niet voorkomen, zal dit niet het geval zijn. Wanneer de waarnemer zich naar rechts beweegt zal op een zeker oogenblik de boom voor hem „opdoemen”, evenwel niet aan de rand van de halo, maar meer naar het midden.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912 uitdrukkelijk verboden. A/gedrukt 23 Maart 1931

# OVER DE LIGGING DER SPECTRA BIJ EEN VLAK TRALIE

door J. M. FABER

**Summary:**

When spherical waves of light fall on a plane grating the spectra lie on the curve:  $r/\cos^2 t = r_0/\cos^2 i = \text{constant}$ .

§ 1. Wanneer van een spleet, door middel van een lens, een beeld wordt gevormd, en wij plaatsen in de lichtbundel een tralie met de groeven evenwijdig aan het spleetbeeld, dan ontstaan naast het spleetbeeld buigingspectra.

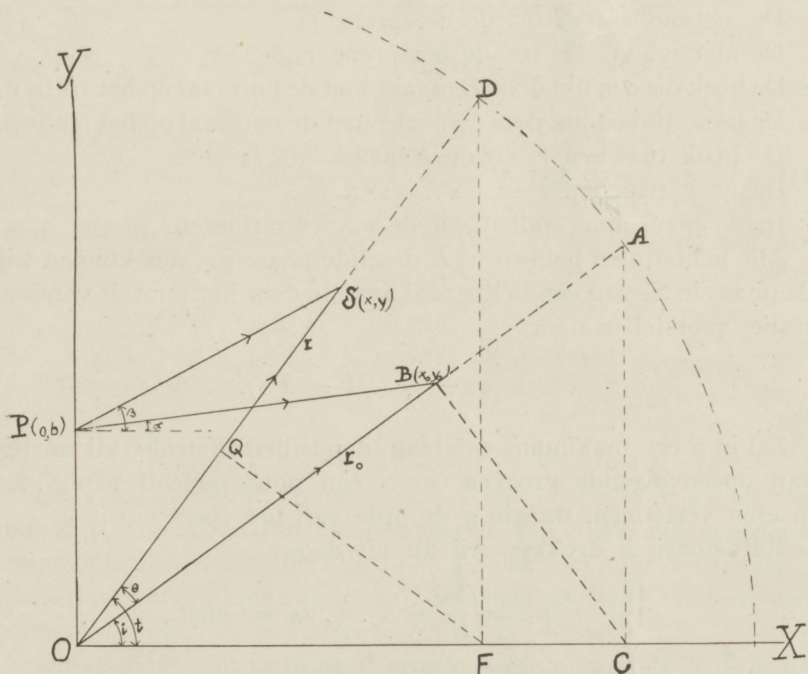


Fig. 1.

Experimenteel werd gevonden dat deze spectra op een kromme liggen, die bij eerste benadering is voor te stellen door een cirkel gaande door het directe spleetbeeld en rakende aan het tralie. Mijn doel is de juiste vorm van de kromme en de toelaatbare breedte van het tralie na te gaan.

Daarbij komen wij tot een oplossing, die zoowel op het vlakke transmissie-, als op het vlakke reflectie-tralie van toepassing is.

## § 2. *De theorie van het vlakke tralie.*

Wij denken ons een vlak tralie met het midden in de oorsprong  $O$  van een assenstelsel  $XYZ$ , liggende in het  $YZ$  vlak, met de groeven evenwijdig aan de  $Z$  as (fig. 1). Het aantal groeven per cm bedrage  $K$ .

Op het tralie valt een lichtbundel zoo, dat van een spleet een beeld evenwijdig aan de  $Z$  as gevormd wordt in een punt  $B$  (coördinaten  $x_0, y_0$ ).

Wij gaan de lichtwerking na in een punt  $S$  (coörd.  $x, y$ ).

De  $y$ -coördinaat van een punt  $P$  van het tralie noemen wij  $b$ .

De afstand van  $S$  tot de oorsprong  $r$ .

De afstand van  $B$  tot de oorsprong  $r_0$ .

De hoek die een lijn door  $B$  maakt met de normaal op het tralie  $\alpha$ .

De hoek die een lijn door  $S$  maakt met de normaal op het tralie  $\beta$ .

De hoek tusschen  $r_0$  en de  $X$  as:  $i$ .

De hoek tusschen  $r$  en de  $X$  as:  $t$ .

In de berekening zullen wij de  $z$  verwaarloozen.

Alle lichtstralen hebben in  $B$  dezelfde phase  $\varphi_B$ , dus kunnen wij de phase in  $S$ , van een lichtstraal gaande door het punt  $P$  van het tralie, voorstellen door:

$$\varphi_{SP} = \varphi_B - \frac{2\pi}{\lambda} (PB - PS).$$

Zal in  $S$  een maximum ontstaan, dan zullen de stralen afkomstig van opeenvolgende groeven, in  $S$  een phaseverschil van  $n \cdot 2\pi$  moeten vertoonen, waarin  $n$  de orde van het spectrum is.

Mathematisch drukken wij dit uit door

$$\frac{d\varphi_{SP}}{db} = n \cdot 2\pi \left/ \frac{1}{K} \right. = K \cdot n \cdot 2\pi = \text{Const.},$$

$$\frac{d\varphi_{SP}}{db} = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{d(PB - PS)}{db},$$

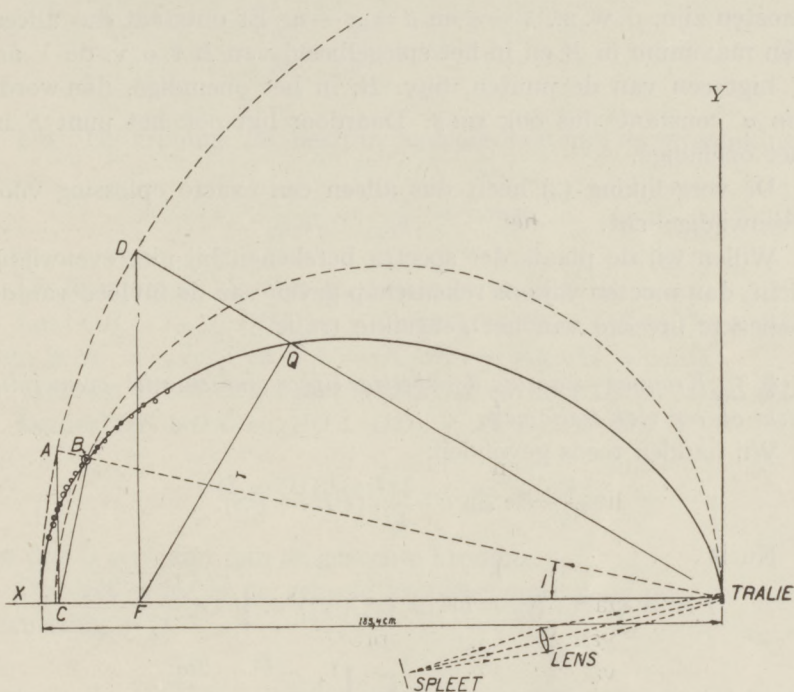


Fig. 2.

dus moet

$$\frac{d(PB - PS)}{db} = -K \cdot n\lambda \quad (1)$$

zijn. Hierin is  $PB = \sqrt{x_0^2 + (y_0 - b)^2}$ .

Dus 
$$\frac{dPB}{db} = \frac{-(y_0 - b)}{\sqrt{x_0^2 + (y_0 - b)^2}} = -\sin \alpha.$$

Eveneens 
$$\frac{dPS}{db} = -\sin \beta.$$

Dit in (1) geeft:  $\sin \alpha - \sin \beta = K \cdot n \cdot \lambda.$  (2)

De verg. (2) stelt ons nu in staat om bij gegeven  $n\lambda$  bij elke straal  $PB$  de straal  $PS$  te construeeren. Wil zoodoende een maximum ontstaan, dan zullen alle lijnen  $PS$  door een punt moeten gaan. Aan deze vergelijking met  $n \neq 0$  is exact alleen te voldoen voor evenwijdig licht, d. w. z.  $PB = PS = \infty$ .

Dit is eenvoudig in te zien. Liggen beide punten  $B$  en  $S$  in het eindige, dan wordt voor  $\alpha = 90^\circ$  ook  $\beta = 90^\circ$  en  $K \cdot n \cdot \lambda$  zou  $= 0$

moeten zijn, d. w. z.,  $\beta = \alpha$  en  $\beta = \pi - \alpha$ . Er ontstaat dus alleen een maximum in  $B$  en in het spiegelbeeld van  $B$  t. o. v. de  $Y$  as.

Ligt een van de punten, bijv.  $B$ , in het oneindige, dan wordt  $\sin \alpha$  constant dus ook  $\sin \beta$ . Daardoor ligt ook het punt  $S$  in het oneindige.

De vergelijking (2) heeft dus alleen een exacte oplossing voor evenwijdig licht.

Willen wij de plaats der spectra berekenen bij niet evenwijdig licht, dan moeten wij ons rekenschap geven van de invloed van de beperkte breedte van het gebruikte tralie.

§ 3. *Kromme waarop de spectra liggen indien niet evenwijdig licht op een vlak tralie valt.*

Wij hadden reeds gevonden:

$$\varphi_{SP} = \varphi_B - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (PB - PS).$$

Nu is

$$\begin{aligned} PB &= \sqrt{x_o^2 + (y_o - b)^2} = (x_o^2 + y_o^2)^{1/2} \cdot \sqrt{1 + \frac{b^2 - 2by_o}{x_o^2 + y_o^2}} \\ &= r_o \cdot \sqrt{1 + \frac{b^2 - 2by_o}{r_o^2}}. \end{aligned}$$

Ontwikkelen wij de vorm onder het wortelteeken en rangschikken naar  $b$ , dan wordt:

$$PB = r_o \left( 1 - \frac{y_o}{r_o^2} b + \frac{r_o^2 - y_o^2}{2r_o^4} \cdot b^2 + \frac{y_o (r_o^2 - y_o^2)}{2r_o^6} b^3 + \dots \right) \quad (3)$$

Hierin verwaarloozen wij alle termen waarin  $b$  met de derde of hoogere macht voorkomt. Dan wordt dus:

$$PB = r_o - \frac{y_o}{r_o} b + \frac{x_o^2}{2r_o^3} b^2$$

en

$$PB - PS = r_o - r - \left( \frac{y_o}{r_o} - \frac{y}{r} \right) b + \left( \frac{x_o^2}{2r_o^3} - \frac{x^2}{2r^3} \right) b^2. \quad (4)$$

Nu moet

$$d(PB - PS)/db = -K \cdot n \cdot \lambda = \text{Const.}$$

worden, dus de factor van  $b^2$  moet nul zijn.

Deze voorwaarde geeft ons de kromme waarop de spectra zullen liggen:



$$\frac{x_0^2}{2r_0^3} - \frac{x^2}{2r^3} = 0. \tag{5}$$

§ 4. De kromme (5) heeft in poolcoördinaten <sup>1)</sup> de vergelijking:

$$\frac{r}{\cos^2 t} = \frac{r_0}{\cos^2 i} = \text{const.} \tag{6}$$

De kromme is als volgt te construeeren (fig. 1):

Laat  $OB = r_0$ ,  $\angle BOX = \angle i$  zijn. Trek  $BC \perp OB$  en  $CA \perp OX$ , dan is  $OC = r_0/\cos i$  en  $OA = OC/\cos i = r_0/\cos^2 i = \text{const.}$

Trek om  $O$  een cirkel met straal  $OA$  en door  $O$  een straal  $OD$ .

Verder  $DF \perp OX$  en  $FQ \perp OD$ ,  $\angle XOD = t$ , dan is:

$$OQ = OD \cdot \cos^2 t = r_0 \cos^2 t / \cos^2 i$$

en dus  $Q$  een punt van de gezochte kromme.

Op deze wijze is de geheele kromme punt voor punt te construeeren.

§ 5. De dispersie  $d\vartheta/d\lambda$  in een punt van de kromme volgt uit (1) en (4):

$$\frac{d(PB - PS)}{db} = -\frac{y_0}{r_0} + \frac{y}{r} = \sin t - \sin i = Kn\lambda,$$

dus  $\sin t = \sin i + K \cdot n \cdot \lambda. \tag{7}$

en  $\frac{d\vartheta}{d\lambda} = \frac{d(t - i)}{d\lambda} = \frac{dt}{d\lambda} = \frac{K \cdot n}{\cos \cdot t} \tag{8}$

De waarde van  $\vartheta$  voor een bepaalde  $n\lambda$  volgt uit:

$$\sin \vartheta = \sin (t - i) = (Kn\lambda + \sin i) \cos i - \sin i \cdot \cos t,$$

met (6):

$$\sin \vartheta = \sin i \cdot \cos i (1 - \sqrt{r/r_0}) + Kn\lambda \cos i. \tag{9}$$

§ 6. De toelaatbare breedte van het tralie vinden wij, door de invloed na te gaan in  $(PB - PS)$  van de term:

1) De kromme in poolcoördinaten en de aangegeven eenvoudige constructie ervan verschafte mij de welwillendheid van J. H. Gisolf, assistent aan het laboratorium „Physica“ te Amsterdam.

$$\left\{ \frac{y_0 (r_0^2 - y_0^2)}{2r_0^5} - \frac{y (r^2 - y^2)}{2r^5} \right\} b^3.$$

Wij stellen de eisch, dat deze grootheid voor een lichtstraal komende van het uiteinde van het tralie  $\leq \frac{1}{4} \lambda$  is. (zie o.a.: H. Kayser, Handbuch der Spectroscopie, Bd. I, pag. 456 vv., § 438).

Noemen wij de toelaatbare breedte van het tralie  $2B$ , dan is dus:

$$\left| \left\{ \frac{y_0 (r_0^2 - y_0^2)}{2r_0^5} - \frac{y (r^2 - y^2)}{2r^5} \right\} B^3 \right| \leq \frac{\lambda}{4}.$$

Met (5) wordt dit:

$$\left| \left( \frac{y_0}{r_0^2} - \frac{y}{r^2} \right) \frac{x_0^2}{2r_0^3} B^3 \right| \leq \frac{\lambda}{4},$$

dus

$$\left| \left( \frac{\sin i}{r_0} - \frac{\sin t}{r} \right) \frac{x_0^2}{2r_0^3} B^3 \right| \leq \frac{\lambda}{4}. \quad (10)$$

Schrijven wij hiervoor:

$$\left| \frac{\sin i - \sin t}{2r_0^4} x_0^2 B^3 \right| \leq \frac{\lambda}{4},$$

$$\text{dan wordt met (7)} \quad B^3 \leq \left| \frac{r_0^4}{2K \cdot n \cdot x_0^2} \right|. \quad (11)$$

Voor  $x_0 = r_0 = 200$  cm wordt

$$B \leq \pm \frac{27}{\sqrt[3]{K \cdot n}} \text{ cm.}$$

Voor  $K = 6000$ ,  $n = 1$ , wordt  $B \pm 1,5$  cm, dus de toelaatbare traliebreedte  $2B = \pm 3$  cm, terwijl deze afneemt met  $\sqrt[3]{n}$ .

§ 7. Verificatie van de kromme  $r/\cos^2 t = r_0/\cos^2 i = \text{const.}$

Met een verdeelmachine werd een klein tralie op spiegelglas gekrast,  $K = 200$ , totale breedte 2,5 cm, dat daarna door kathodeverstuiving met een laagje platina bedekt werd. Hiermee werd de kromme experimenteel gevonden.

Op het tralie viel de convergeerende lichtbundel, die een beeld vormde van een spleet. Als lichtbron werd een Hg-boog gebruikt. Waargenomen werd de ligging van het midden van de twee lijnen 5770 en 5791, die in de eerste orde duidelijk gescheiden waren. De X en de Y as werden gekozen als in vorenstaande figuur is aangegeven.

Wij vonden zoo:

$n$	$x$ in cm	$y$ in cm	$x^2 + y^2 = r^2$	$r^3/x^2$ in cm
11	182,2	17,6		
9	181,0	21,3		
8	180,8	23,3	33232	185,3
7	179,8	25,4	32973	185,2
6	179,3	27,4	32899	185,6
5	178,1	29,5	32590	185,5
4	177,3	31,6	32434	185,8
3	176,1	33,6	32140	185,8
2	174,8	35,5	31815	185,7
1	173,0	37,5	31335	185,3
0	171,9	39,2	31087	185,5
1	170,6	40,9	30777	185,5
2	168,8	42,5	30299	185,1
3	166,8	44,3	29783	184,7
4	165,8	46,1	29615	185,4
5	163,7	47,7	29073	185,0
6	162,2	49,2	28730	185,1
7	159,7	50,8		
8	157,6	52,3		
9	155,4	53,7		
10	153,2	54,7		
12	149,8	57,3		

De waarde van  $r^3/x^2$  is voor de orden 11 en 9 links en 7, 8, 9, 10 en 12 rechts niet berekend, daar de nauwkeurigheid in de  $x$  en  $y$  hiervoor niet grooter was dan  $\pm 0,5$  cm. Dit vond zijn oorzaak in de geringe lichtsterkte. De punten zijn alle in fig. 2 aangegeven. Daarin geeft de doorgetrokken lijn de theoretische kromme aan

voor  $r^3/x^2 = 185,4$  cm, de punten  $\odot$  de waargenomen punten,  $\odot$  de nulde orde.

Wij vinden dus een uitstekende overeenstemming tusschen theorie en waarneming.

Prof. Dr. P. Z e e m a n, Directeur van het Laboratorium „Physica” der Universiteit Amsterdam, betuig ik mijn hartelijken dank voor zijn belangstelling bij mijn werk ondervonden.

Amsterdam, Januari 1931.

Laboratorium „Physica” der Universiteit.

## DRAAGVLAKTHEORIE <sup>1)</sup>

door C. KONING.

In het volgende wordt een korte uiteenzetting gegeven van de grondgedachte van de drie-dimensionale draagvlaktheorie, d. w. z. de hydrodynamische theorie, die zich bezig houdt met de strooming om draagvlakken van eindige breedte en de krachten, die tengevolge van de strooming op deze werken.

Onder „draagvlak” wordt in den algemeenen zin verstaan een lichaam van zoodanigen vorm of geaardheid, dat het, wanneer het zich beweegt ten opzichte van lucht of een soortgelijke middenstof, niet alleen een kracht in de bewegingsrichting, dus een weerstand, doch ook een loodrecht op deze richting werkende kracht ondervindt. Aan deze kracht, die bij vliegtuigvleugels de draagkracht vormt, ontleenen de bedoelde lichamen hun naam.

De hier aangegeven weg wijkt af van die, welke door P r a n d t l (lit. 4) <sup>2)</sup> bij zijn opbouw van de theorie gevolgd werd, doch leidt wel tot hetzelfde eindpunt. De gevolgde richting werd door B u r g e r s aangegeven in een door hem gehouden voordracht (lit. 1).

Om een inzicht te kunnen geven in de strooming om een draagvlak, zullen eerst eenige eenvoudiger gevallen besproken worden. De figuren, die bedoeld zijn om deze gevallen toe te lichten (fig. 1 t/m 5), zijn in twee deelen gesplitst. Het deel *a* van iedere figuur geeft hierbij de uitwendige krachten, die verondersteld worden op de vloeistof te werken, waarbij tevens aangegeven wordt, hoe lang deze werking duurt. Deel *b* geeft de beweging van de vloeistof, die door de werking van de krachten teweeggebracht wordt. Deze beweging wordt aangeduid door de ontstane wervels, de strooming is dan de bijbehorende potentiaalstrooming, waarvan het snelheidsveld met behulp van de formules van B i o t en S a v a r t <sup>3)</sup> berekend kan worden. Waar noodig is de beweging van de wervels aangeduid door het wervelstelsel onmiddellijk na het ontstaan er-

1) Voordracht, gehouden ter gelegenheid van een bezoek door studenten van de Natuur-philosophische Faculteit der Leidsche Universiteit aan den Rijks Studiedienst voor de Luchtvaart.

2) De aanwijzingen (lit.) verwijzen naar de literatuuropgave aan het einde van dit artikel.

3) Zie o.m. L a g a l l y (lit. 2) S. 41.

van met getrokken en eenigen tijd later met stippellijnen aan te geven. Om den samenhang van de beide deelen van één figuur te verduidelijken is in beide éézelfde punt O aangegeven.

Als eerste geval (fig. 1) zal nu de strooming beschouwd worden van een ideale, niet-samendrukbare vloeistof, die aanvankelijk in rust was, doch in beweging gebracht wordt door een gedurende korten tijd  $\delta t$  werkende uitwendige kracht  $R$ . Deze kracht wordt hierbij als gelijkmatig over het in fig. 1a aangegeven rechthoekige

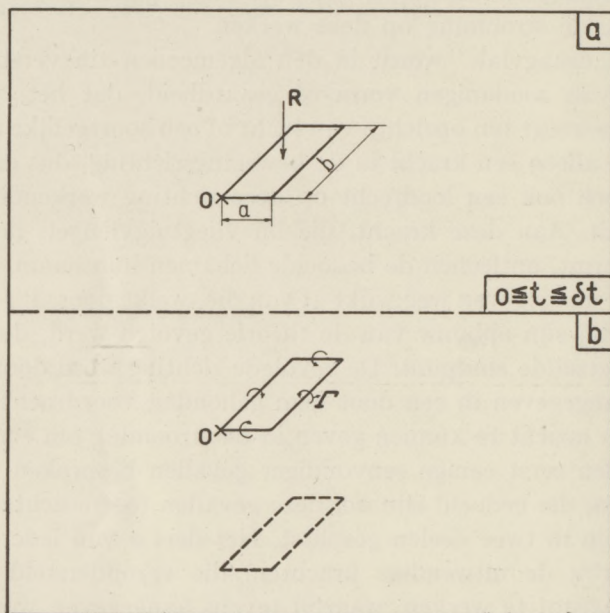


Fig. 1.

vlakje van de vloeistof verdeeld gedacht, terwijl haar richting loodrecht op dit vlakje staat. Met behulp van de vergelijkingen voor de door stoot veroorzaakte beweging<sup>1)</sup> kan aangetoond worden, dat als gevolg van de werking van deze kracht nu een rechthoekige werveling ontstaat. Op het oogenblik van haar ontstaan valt deze samen met den rand van het vlakje, waarop de kracht werkte, doch daarna zal zij aan de wervelwetten van Helmholtz<sup>2)</sup> gehoorzamen en zich dus naar beneden bewegen (fig. 1b). De circulatie van de werveling is gegeven door

1) Zie o.m. Lamb (lit. 3) p. 11.

2) Zie o.m. Lagally (lit. 2) S. 26, Lamb (lit. 3) p. 196.

$$\Gamma = \frac{R\delta t}{\rho ab} \quad (1)$$

waarin  $\rho$  de massadichtheid van de vloeistof,  $ab$  het oppervlak van het vlakje, waarop de kracht werkte, is.

Men kan zich nu ook voorstellen, dat de kracht op andere wijze op de vloeistof werkt, namelijk niet verdeeld over een vlakje, doch geconcentreerd in een lijn, een z.g. „dragende lijn”, die zich met een snelheid  $V$  ten opzichte van de vloeistof beweegt (fig. 2). Hierbij is de kracht  $R$  gelijkmatig over de breedte  $b$  van de dragende lijn verdeeld en loodrecht op de bewegingsrichting van deze

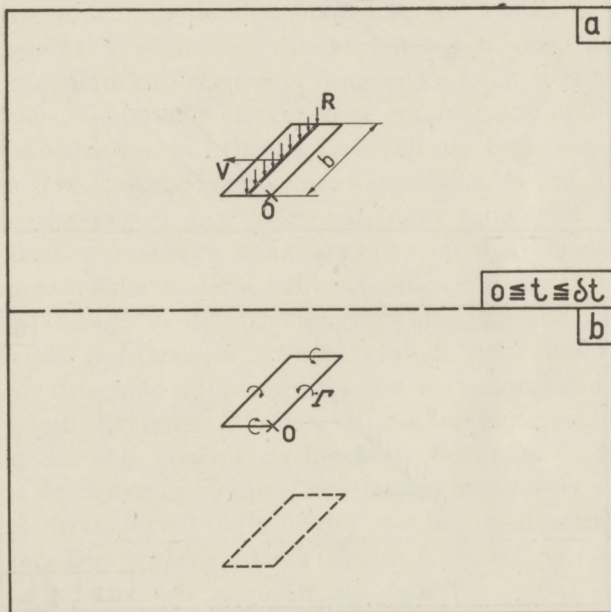


Fig. 2.

aangenomen. Werkt de kracht ook nu weer gedurende den korten tijd  $\delta t$ , waarin dus de dragende lijn een rechthoek met zijden  $a = V\delta t$  en  $b$  beschrijft, dan zal de ontstane beweging van de vloeistof slechts verwaarloosbare verschillen met de boven besprokene vertoonen. Er ontstaat dus hier een rechthoekige werveling met de zijden  $V\delta t$  en  $b$ , terwijl de circulatie

$$\Gamma = \frac{R}{\rho V b} \quad (2)$$

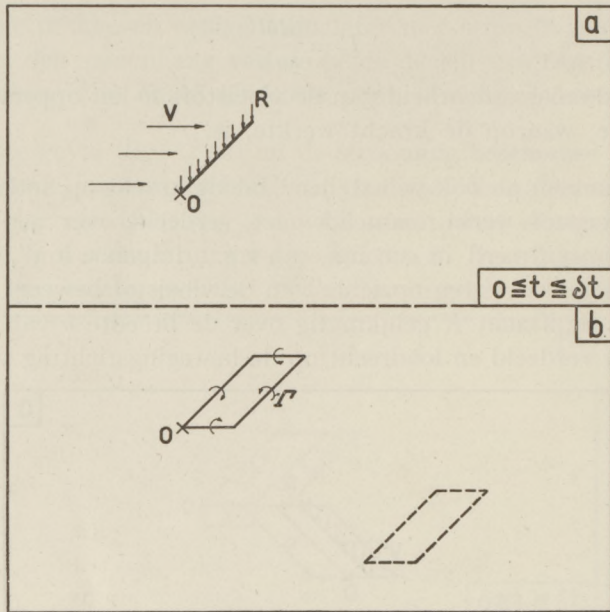


Fig. 3.

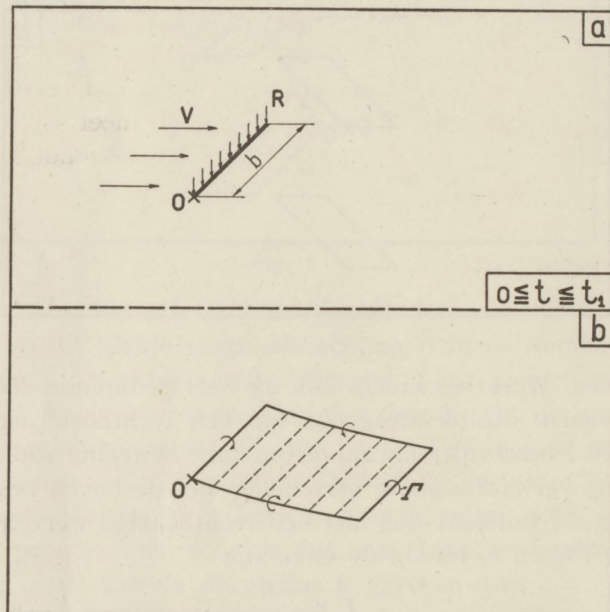


Fig. 4.



is. Na haar ontstaan zal de werveling dezelfde beweging uitvoeren als die in het vorige geval.

Neemt men nu aan, dat de dragende lijn vastgehouden wordt, doch de vloeistof in beweging is, en wel zoodanig, dat zij, afgezien van de door de werking van de uitwendige kracht veroorzaakte „storingsstrooming” in ieder punt de gelijke en gelijk gerichte snelheid  $V$  heeft (fig. 3), dan krijgt men de bij fig. 2 besproken toestand terug, echter van een ander standpunt bezien. De ontstane werveling voert nu niet alleen haar „eigen-beweging” uit, doch wordt bovendien door de parallelstrooming meegenomen.

Werkt de kracht in de dragende lijn niet, zooals tot nu toe aangenomen werd, gedurende den korten tijd  $\delta t$ , doch gedurende langeren tijd, dan kan men zich deze in korte intervallen  $\delta t$  gesplitst denken. Gedurende elk van deze ontstaat dan op de bovenomschreven wijze een rechthoekige werveling. Deze wervelingen zullen zich echter op zoodanige wijze aaneenscharen (fig. 4), dat de achterste dwarswervel van ieder van deze samenvalt met den voorsten dwarswervel van den volgenden en daar beide gelijke, doch tegengestelde circulatie hebben, zullen zij elkaar opheffen. De wervels, die de in de stroomingsrichting liggende zijden der opeenvolgende rechthoekjes vormen, sluiten zich nu aan iedere zijde van de dragende lijn aaneen tot één wervellijn, die langs een stroomlijn ligt. Er ontstaat dus een min of meer rechthoekige werveling, die zich, zoolang de kracht in de dragende lijn blijft werken, in de bewegingsrichting hoe langer hoe verder uitstrekt. De voorste dwarswervel blijft hierbij steeds samenvallen met de dragende lijn. De circulatie zal ook hier weer, zoowel voor de dwars- als voor de langswervels, gegeven zijn door

$$\Gamma = \frac{R}{\rho V b} \quad (3)$$

waarbij  $V$  de snelheid ter plaatse van de dragende lijn is en de kracht  $R$  loodrecht op de richting van deze snelheid werkt.

Beschouwt men nu den toestand die bestaat, wanneer de kracht in de dragende lijn gedurende oneindig langen tijd gewerkt heeft (fig. 5), dan blijkt de achterste dwarswervel in het oneindige verdwenen te zijn. Het op deze wijze ontstane wervelstelsel, dat „hoef-

ijzerwervel" genoemd wordt, bestaat dus uit twee of eigenlijk drie typisch verschillende deelen. In de eerste plaats dient hierbij de wervel genoemd te worden, die in het bovenstaande als „voorste dwarswervel" aangegeven werd (fig. 5b : d). Er wordt hier gesproken van „wervel", omdat de strooming hier geheel hetzelfde karakter vertoont van die om een werveldraad. Een karakteristiek verschil met een „gewone" vloeistofwervel ligt echter in het feit,

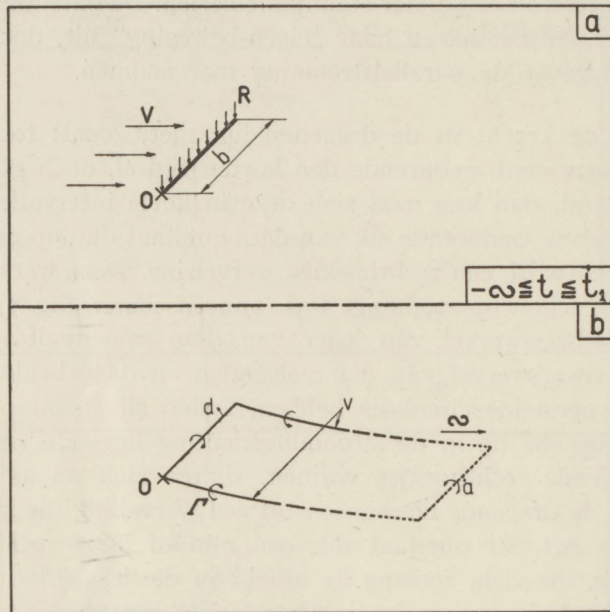


Fig. 5.

dat zij niet door de vloeistof medegenomen wordt, doch aan de dragende lijn gebonden is, vandaar ook de gebruikelijke naam „gebonden wervel". Om haar verwantschap aan te geven met de in de dragende lijn op de vloeistof werkende kracht, die op grond van het beginsel van gelijkheid van actie en reactie, gelijk doch tegengesteld gericht is aan de door de vloeistof op de dragende lijn uitgeoefende kracht, wordt ook vaak gesproken van „dragende wervel". Populair uitgedrukt kan men hier ook spreken van een wervel, waarvan de te verwachten beweging met de vloeistof mee belet wordt door een uitwendige oorzaak. Deze oorzaak is dan de in de dragende lijn werkende kracht, die loodrecht op de stroomingsrichting ter plaatse staat. Het tweede deel van den hoof-

ijzerwervel wordt gevormd door de beide „vrije wervels” (fig. 5*b*:*v*), die gewone vloeistofwervels zijn en zooals boven reeds aangegeven werd langs stroomlijnen liggen. De „wervelring” wordt gesloten door het derde deel (fig. 5*b*:*a*), de dwarswervel, die, wanneer de toestand stationair geworden is, dus de kracht reeds gedurende oneindig langen tijd gewerkt heeft, in het oneindige verdwenen is. Deze wervel werd, zooals uit het boven bij fig. 4 besprokene volgt, gevormd op het oogenblik, dat de kracht in de dragende lijn begon te werken, dus voor een gewoon draagvlak op het oogenblik, dat dit ten opzichte van de lucht in beweging kwam. Hij draagt daarom den naam „aanloop-wervel”. Tusschen de in de dragende lijn werkende kracht en de grootte van de circulatie om de besproken deelen van den hoefijzerwervel bestaat ook hier weer het in formule (3) uitgedrukte verband. Opgemerkt dient nog te worden, dat, zoodra de kracht in de dragende lijn ophoudt te werken, de dragende wervel zich van deze losmaakt en daarna

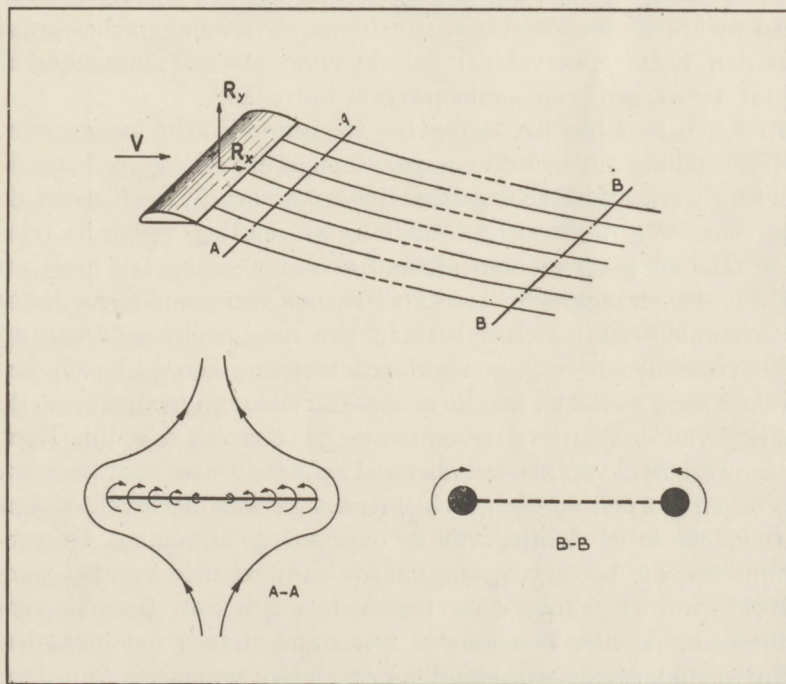


Fig. 6.

als een gewone wervel door de vloeistof medegenomen wordt.

Een meer gecompliceerd dragend stelsel, b.v. een vleugel of een samenstel van vleugels kan nu opgebouwd gedacht worden uit een groot aantal dragende lijnen, die ieder voor zich het boven beschreven karakter hebben. Ieder van deze vormt dan een hoefijzerwervel. Aan den achterrand van de vleugel(s) zullen dan, zooals in fig. 6 is aangegeven, vrije wervels ontspringen, die onmiddellijk achter dezen rand een aaneengesloten wervellaag vormen (doorsnede *AA*). De sterkte van deze wervels zal naar de vleugeluiteinden toe sterk toenemen, hetgeen samenhangt met de afneming van de draagkracht over dit gedeelte van den vleugel. Daar de wervels elkaar onderling beïnvloeden zal verderop in de strooming het wervelvlak niet in den oorspronkelijken toestand blijven bestaan, doch zich geleidelijk oprollen tot twee ongeveer achter de vleugeluiteinden gelegen, min of meer geconcentreerde wervelkernen, de z.g. „tipwervels” (doorsnede *BB*). Beschouwd werd hier wederom de stationaire toestand. Evenals in het geval van den hoefijzerwervel zal ook hier, wanneer de draagkracht begint te werken, een aanloopwervel optreden.

In fig. 6 is de op het draagvlak werkende kracht aangegeven, in tegenstelling dus met de voorgaande figuren, die steeds de op de vloeistof werkende kracht gaven. Genoemde kracht heeft naast de component  $R_y$ , die loodrecht staat op de richting, welke de relatieve strooming op grooten afstand voor het draagvlak heeft, en die dus de „draagkracht” of „lift” is, ook een component  $R_x$  in de stroomingsrichting. Het bestaan van deze component kan op twee verschillende wijzen verklaard worden. Zooals boven besproken werd werkt de kracht in een dragende lijn loodrecht op de richting van de relatieve strooming ter plaatse van deze lijn. Door de aanwezigheid van het wervelstelsel zal deze echter naar beneden afgebogen worden en als gevolg hiervan hebben de krachten een ontbondene in de richting van de ongestoorde strooming. De verschijnselen, die het gevolg zijn van de aanwezigheid van het wervelveld, worden aangegeven met den naam van inductie-verschijnselen, de hier beschouwde weerstand draagt dan ook den naam „geïnduceerde weerstand”. Een andere verklaring van deze geïnduceerde weerstand is de volgende. Denkt men zich het draagvlak in beweging door lucht, die aanvankelijk in rust was, dan zal

op grooten afstand ervóór de lucht inderdaad in rust zijn. Na het passeeren van den vleugel is de lucht, tengevolge van het wervelstelsel, dat ontstaat, in beweging. Het draagvlak heeft dus kinetische energie aan de lucht meegedeeld, noodzakelijkerwijze moet het dus bij zijn beweging weerstand ondervinden.

De geïnduceerde weerstand, die in oorzakelijk verband staat met de draagkracht, maakt niet den geheelen weerstand uit, die een draagvlak zal ondervinden. Op soortgelijke wijze als bij lichamen, die geen draagkracht leveren, zullen ook hier de oppervlakte-wrijving en eventueele wervelvorming, die nauw met deze samenhangt, een weerstand, de z.g. „profielweerstand”, veroorzaken, die dan te zamen met den geïnduceerden weerstand den totaalweerstand levert. In normale gevallen echter vormt de geïnduceerde weerstand hiervan een belangrijk deel en het moet als een van de hoofdverdiensten van de driedimensionale draagvlaktheorie beschouwd worden, dat zij de gelegenheid biedt dit deel bij benadering te berekenen. Tal van andere belangrijke toepassingen zouden genoemd kunnen worden, ter beperking van deze bespreking moet dit echter achterwege blijven.

Bij een in de windtunnel geplaatsten vleugel kan men verschillende van de boven besproken bijzonderheden van de strooming zeer goed waarnemen, indien men hierbij gebruik maakt van een windvaantje, een aan het uiteinde van een staaf bevestigde dunne draad. De aanwezigheid van wervels in de strooming achter het draagvlak kan in de omgeving aan de vleugeluiteinden reeds bij kleinen invalshoek, dus geringe draagkracht, duidelijk aangetoond worden, de tipwervels kunnen tot op grooten afstand stroomafwaarts gevolgd worden. Bij vergroting van den invalshoek kan toename van de draaiing geconstateerd worden. De wervels aan het verder naar binnen gelegen deel van den vleugel zijn alleen goed waarneembaar bij groteren invalshoek, dus grootere draagkracht en slechts op korteren afstand achter den achterrand. Zij komen niet tot uiting als draaiing, maar hun aanwezigheid wordt aangetoond door een plotselinge verandering van de stroomingsrichting bij het passeeren van het wervelvlak. Bij het aanzetten van de windtunnel, hetgeen wat relatieve beweging betreft, overeenkomt met het in beweging komen van den vleugel, kan een plotselinge, kort durende onrust in de strooming in de omgeving

van den achterrand waargenomen worden. Deze wordt veroorzaakt door den aanloopwervel. Een behoorlijk herkennen van dezen aanloopwervel is echter alleen mogelijk, wanneer men werkt met een middenstof, die ten opzichte van den waarnemer in rust is, terwijl het draagvlak in beweging komt, dus b.v. in een sleeptank.

Amsterdam, Maart 1931.

Rijks Studiedienst  
voor de Luchtvaart.

LITERATUUR-OPGAVE.

1. Burgers, J. M., On the motion of a fluid under the action of external forces. Cinquième Congrès International de Navigation Aérienne. Tome I (La Haye 1931) p. 497.
2. Geiger, H. und Scheel, K., Handbuch der Physik. Band VII. (Berlin 1927).
3. Lamb, H., Hydrodynamics. (Cambridge 1916).
4. Prandtl, L., Tragflügeltheorie I. Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Math. Phys. Kl. 1918 S. 451. Overgedrukt in Prandtl-Betz. Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik. (Göttingen 1927).

## EEN EENVOUDIGE PROEF TER DEMONSTRATIE VAN HET PELTIER-EFFECT

door U. PH. LELY

### Summary:

A simple experiment is given for demonstrating and investigating the Peltier phenomenon. The heat developed in the metals, soldered together, because of the resistance according to Joule may be eliminated as completely as one desires. A rod consisting f.i. of 7 pieces of copper (length 10 cm, diam. 7 mm) and 6 pieces of iron of equal dimensions, ending at both sides into a piece of copper is first connected to a source of alternating current (f.i. 20 amp.) and one minute later disconnected from it; then it is immediately connected to a galvanometer. If the symmetrie is good, no current is detected. Then the alternating current is substituted by direct current: The Peltier-effects at the places of contact of two different metals are the cause that a current in the galvanometer will be found.

De overzichtelijkheid van de uiteenzetting van het thermo-electrische verschijnsel bij aan elkaar gesoldeerde metalen wordt nadeelig beïnvloed door de Voltapotentiaalsprongen, waarvan men het bestaan vermoedt. Om hieraan te ontkomen, zonder deze potentiaalsprongen te loochenen doet men verstandig een keten te beschouwen met gelijke eindmetalen; het ligt dan voor de hand een keten te nemen van drie schakels, waarbij de middelste schakel van een ander metaal is dan de beide buitenste. Er is dan een symmetrische figuur. Met behulp van een galvanometer doet men de volgende proef: Midden onder de middelste schakel, die bijv. van ijzer is, zet men een kaars; de galvanometer blijft in rust. Dit moet ook wel, want er is volkomen symmetrie. Verschuift men de kaars uit het midden naar links, dan begint de linkerschakel, die bijvoorbeeld van koper is een negatieve potentiaal ten opzichte van de rechter schakel te vertoonen; verschuift men de kaars naar rechts dan keert alles om, hetgeen uit symmetrieoverwegingen onmiddellijk blijkt. Men onderscheidt nu in deze keten twee soorten contactplaatsen; is het eene contact een contact van de eerste

soort, dan is het aangrenzende een van de tweede soort. Het effect wordt nu verhoogd door een aantal schakels van koper en ijzer te nemen; de sluitschakels zijn weer van koper. Ook hier zijn de contacten in twee soorten te onderscheiden. De asymmetrische verwarming wordt zoo groot mogelijk, als alle contacten van de eene soort verwarmd worden en alle contacten van de andere soort niet.

De asymmetrische verwarming veroorzaakt een electriche asymmetrie, welke zich uit in een spanningsverschil en een gelijkstroom; volgens Peltier bestaat hiervan de omkeering: de electriche asymmetrie veroorzaakt een thermische asymmetrie; een gelijkstroom gestuurd door de keten verhit alle contactplaatsen van de eerste soort en koelt alle andere af. Hoe dit nu gemakkelijker aan te toonen?

Men verbindt aan de thermo-electrische staaf van bijv. 7 mm dikte bij de twee eindschakels van koper de galvanometer keten, waarin een onderbreken is opgenomen; de galvanometer aansluitingen zijn verschuifbaar, opdat een volkomen symmetrie kan verkregen worden.

Aan de uiteinden der eindschakels verbindt men de toevoerdraden van den sterkstroom, die het Peltier-effect moet veroorzaken, en neemt een commutator voor stroomwisseling in dezen toevoer op. Bovendien is het geschikt ook wisselstroom op de keten te kunnen brengen. De benodigde stroomsterkten zijn bijvoorbeeld 10—20 ampère.

Eerst stuurt men wisselstroom door de keten, terwijl de galvanometerketen geopend is. De wisselstroom geeft geen blijvende Peltier-verwarming; de Joulesche warmteontwikkeling is echter symmetrisch. Verbreekt men den sterkstroom en sluit men de galvanometerketen, dan is bij een behoorlijke symmetrie de thermo-electrische keten stroomloos.

Dan stuurt men gelijkstroom door de keten van links naar rechts. De thermische asymmetrie blijkt na het verbreken van den stroom en het inschakelen van de galvanometerketen; de stroom thans door de thermo-electrische keten is tegengesteld aan de oorspronkelijken: zij gaat van rechts naar links.

Commuteert men den gelijkstroom en handelt als zoeven, dan vertoont de galvanometer een omgekeerden uitslag, die even groot is.



De galvanometer uitslagen verdwijnen geleidelijk, daar zij beheerscht worden door het afkoelingsproces der thermo-electrische schakels.

De aanvankelijke galvanometeruitslagen zijn bij kortere sterkstroomtoevoeren evenredig met den duur van den sterkstroomtoestand. Langere stroomtoevoeren doen den initialen galvanometeruitslag asymptotisch naderen tot een maximum. De thermische tijdconstante van dit gebeuren bedraagt eenige minuten. Deze thermische tijdconstante is dezelfde als die, welke het afkoelingsproces, waarvan de galvanometeruitslag getuigt, beheerscht.

De tijdconstante of thermische traagheid is evenredig met het kwadraat der lengte der schakels; want zoowel de thermische weerstand als ook de warmtecapaciteit der schakels is evenredig met de lengte.

De thermische asymmetrie, welke na oneindig langen tijd bij een gegeven stroom bereikt wordt, is evenredig met de lengte der schakels. Want de thermische weerstand is evenredig met de lengte. Bovendien is zij evenredig met het aantal schakels.

Bij veranderenden stroom is de thermische asymmetrie evenredig met de stroomsterkte.

Voor het verkrijgen van een gunstige werking make men de schakels niet te kort (10 cm); want de proef berust op de thermische traagheid der schakels en deze gaat snel omlaag met het kleiner worden der schakellengte.

Lord Rayleigh heeft den hooger en weerstand van alliaages verklaard uit een Peltier-effect van de kleine kristallen van verschillende soorten, die in het metaal aan elkaar grenzen. Hebben deze kristallen afmetingen van 0,1 mm, dan is de thermische traagheid  $10^6$  maal zoo klein als bij een staaf, waarvan de schakels 10 cm lang zijn. Daarom zal vermoedelijk de specifieke weerstand van alliaages by frequenties van  $10^5$  Hertz meer gaan lijken op een gemiddelde van die der samenstellende elementen; ook houdt het ouder worden van dergelijke weerstanden waarschijnlijk onmiddellijk verband met den groei der kristallen.<sup>1)</sup>

De proef is geschikt voor demonstraties bij het onderwijs; zij

---

1) Prof. Dr. J. Clay deelde mij mede, dat volgens zijn onderzoekingen de theorie van Lord Rayleigh verworpen moest worden. Zie zijn dissertatie: De galv. weerstand etc. 1908.

is geschikt als practicum proef; maar bovendien is zij zeer geschikt voor wetenschappelijke onderzoekingen, daar op eenvoudige wijze alle invloed van de Joulesche warmteontwikkeling wordt geëlimineerd.

den Haag, Christelijk Gymnasium.

Maart 1931.

## ONTVANGEN BOEKEN<sup>1)</sup>

- Léon Brillouins, Les statistiques quantiques, 2 dln., 400 blz. 45 fig. Presses Universitaires, Paris, 1930. Prijs 125 francs.
- Encyclopaedisch Handboek van het Moderne Denken, red. Dr. A. C. Elsbach, Dr. G. T. de Graaf, Dr. H. J. Jordan en Dr. K. F. Proost. 1ste deel, A—L, 473 blz. — Van Loghum Slaterus', Arnhem, 1931. Prijs per 2 deelen geb. f 25.—
- C. van Rossem, De beteekenis van natuurwetenschappelijk onderzoek, 105 blz. — De Bussy. Amsterdam. 1931. Prijs f 3.—
- Sir William Rowan Hamilton, The mathematical papers, vol. 1, geometrical Optics, edited for The Royal Academy by A. W. Conway and J. L. Synge, 534 blz. — Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 50 sh. net.
- C. Zwikker, Handleiding voor het propaedeutisch Practicum, Electriciteit. Waltman. Delft. 1931.
- Nijhoffs catalogus, van de belangrijkste oorspronkelijke Nederlandsche Werken, vooral van den laatsten tijd, elfde uitgave, 208 blz. — Nijhoff. Den Haag. 1931. Prijs f 1.—
- Thorvald Kornerup, Die Akustische Atomtheorie, angewandt auf das Pythagoräische Tonsystem, 20 blz., 22 fig. — Jörgensen. Kopenhagen. 1931.
- P. Fleury, Couleurs et Colorimétrie, conférence faite au conservatoire national des arts et metiers, le 7 Mai 1930, 33 blz. — Hermann. Paris. 1930. Prijs frs. 5.
- Adam Hilger, The cubic crystal analyser, 7 blz. — Adam Hilger. London. 1931.
- Programma van het 23ste Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres, op 7, 8 en 9 April te Delft. 1931.
- Het onderwijs in de Natuurkunde, aan de H. B. S.' en A, afdelingen A der H. B. S.' en met 5-jarigen cursus en hogere handelscholen met 5-jarigen cursus, Rapport, uitgebracht aan het Bestuur van de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, 39 blz. — Wolters. Groningen. Den Haag. 1931.
- Karl K. Darrow, Elementare Einführung in die Physikalische Statistik, aus dem Englischen übersetzt und ergänzt von Dr. Eugen Rabino-witsch, Göttingen, 118 blz. — Hirzel. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 6.

1) De redactie behoudt zich het recht voor, aan de boeken een bespreking te wijden, of het bij een enkele aankondiging te laten,

## BOEKBESPREKING 1)

*Léon Brillouin, Les statistiques quantiques et leurs applications*, I en II, tezamen 404 blz., 47 fig. — Presses Universitaires de France. Paris. 1930. Prijs 2 deelen frs. 125, —.

De kern van de stof wordt behandeld in de hoofdstukken IV (statistische thermodynamica) en V (quantenstatistiek). De nadruk wordt gelegd op de statistiek van Bose-Einstein en van Fermi-Dirac. Deze beide hoofdstukken worden voorafgegaan door een inleiding van 3 hoofdstukken, waarvan I en II de volledige stralingstheorie bevatten, voorzoover die op klassieke wijze is te geven en hoofdstuk III de quanten, photonen en golfmechanica invoert. Het is moeilijk uit te maken, voor welk soort lezers dit boek is geschreven. De theorie der warmtestraling wordt betrekkelijk uitvoerig behandeld. Hiernaast echter wordt klaarblijkelijk bekend ondersteld, althans gebruik gemaakt van: de Maxwellsche electriciteitsleer, relativiteitstheorie, de schrijfwijzen der algemeene relativiteitstheorie, de analytische mechanica, de quantiseeringsregel van Sommerfeld, Hermitesche matrices etc. Uit de veelzijdigheid der in hoofdstuk III op 40 blz. behandelde onderwerpen krijg ik de indruk, dat dit hoofdstuk nog steeds inleiding is en bedoeld is als een kleine repetitie voor diegenen, die over de genoemde onderwerpen al eens iets eerder hebben gehoord.

Vanaf hoofdstuk VI komen de toepassingen. In VI wordt met de Bose-Einstein statistiek de warmtestraling behandeld, in VII met de Fermi-Dirac statistiek de metallische geleiding en alles wat hiermee samenhangt (electronenemissie, thermo-electrische verschijnselen etc.). In hoofdstuk VIII wordt uitvoerig besproken de kwestie van de vrije weglengte der electronen in het metaal volgens een behandelingswijze, die het eerst door Strutt is aangegeven. De nieuwste stukken op dit gebied van Bloch en Peierls zijn nog niet in de text verwerkt, worden echter in een noot aangehaald.

Hoofdstuk IX houdt zich bezig met de statistische rangschikking der electronen om de atoomkern (Fermi, Thomas) en de daarmee samenhangende afschermingsconstante, terwijl in X de ionisatie en aanslag der atomen statistisch wordt behandeld.

Het boek bevat zeer veel moderne problemen, waarvan er sommige zeker nog niet tot een eind-oplossing zijn gebracht, maar die op het oog blik, nu een tijd van betrekkelijke rust schijnt aangebroken te zijn door dit boek van Brillouin voor velen toegankelijker zullen zijn geworden, dank zij de prettige, duidelijke en toch snel tot het doel voerende schrijfwijze, waarvan de Franschen het geheim kennen.

C. Z.

*Jean Chazy, La théorie de la relativité et la mécanique céleste*, Tome II, 258 blz. — Gauthier-Villars. Paris. 1930. Prijs frs. 60.

In het zevende hoofdstuk, het eerste van dit deel wordt kort aan de voorafgaande resultaten herinnerd; de begrippenkromming der ruimte en

1) De redactie wijdt haar zorg aan de keuze van deskundige recensenten. Echter rust de verantwoordelijkheid voor het uitgesproken oordeel bij den beoordeelaar.

lokale tijd worden ingevoerd waarna een bespreking van de afwijking der lichtstralen in het gravitatieveld volgt.

Het begrip der pseudoparallele verplaatsing voert in het volgende hoofdstuk tot de tien differentiaalvergelijkingen van Einstein. Uitgaande van deze vergelijkingen wordt in het negende hoofdstuk het lijnelement van Schwarzschild en het lijnelement binnen een vloeistofbol afgeleid.

In het volgende hoofdstuk wordt aangetoond dat de beweging van een massapunt bij eerste benadering samenvalt met de beweging der klassieke mechanica en dat een der tien gravitatievergelijkingen zich met dezelfde benadering reduceert tot de vergelijking van Laplace of in het binnenste van den vloeistofbol van die van Poisson. Hier sluit het bewijs aan dat de gravitatiewerking zich met lichtsnelheid voortplant alsook de benadering van het lijnelement behorende bij bewegende massa's.

In het elfde hoofdstuk komt de theorie van de Sitter ter sprake en de afwijkingen die de beweging van de maan en de praecessiebeweging ondergaan tengevolge van het optreden van een niet euclidisch lijnelement.

Het laatste hoofdstuk bevat beschouwingen over de astronomische ruimte als geheel, zoowel de oplossing van Einstein als die van de Sitter komen ter sprake.

Evenals het eerste deel is ook dit deel met groote zorg bewerkt en munt uit door duidelijkheid. Dat het boek meer literatuuropgaven bevat dan men van Fransche schrijvers gewend is zal door den Nederlandschen lezer met vreugde begroet worden.

J. A. S.

*Konrad Gruhn, Anfangsgründe der Wechselstromtechnik*, 82 blz., 137 fig. — Steinkopff. Dresden. Leipzig. 1930. Prijs R.M. 5.80.

Een zeer elementair boekje, wel bruikbaar om den beginneling voorloopig enkele algemeene begrippen bij te brengen, mits hij na lezing ervan maar niet meent, nu de wisselstroomtheorie wel te kennen.

Het gebruik der mathematische hulpmiddelen is tot het uiterste minimum beperkt. Het gevolg hiervan is, dat sommige verschijnselen den lezer eenvoudig worden medegedeeld zonder bevredigende verklaring, hoewel deze toch te geven is met elementaire wiskunde (b.v. bij de behandeling van het draaiveld).

Bij de verklaring van de voorstelling der wisselstroomgrootheden door vectoren maakt de schrijver een ernstige fout door te spreken van een „nichtwegzuleugnende Ungenauigkeit" in de gebruikelijke vectordiagrammen. Bij een juiste interpretatie dezer diagrammen is van een „Ungenauigkeit" geen sprake. Had de schrijver dit begrepen, dan zou de behandeling van vele vectordiagrammen aan duidelijkheid gewonnen hebben.

Bovendien laat de schrijver de vectordiagrammen roteeren; de thans algemeene gebruikelijke methode met stilstaande diagrammen en roteerende tijdlijn stelt minder zware eischen aan het voorstellingsvermogen.

W.

*R. D. Bangay, The elementary principles of wireless telegraphy and telephony*, 268 blz., 298 fig. — Iliffe and sons. London. 1930. Prijs 10/6 net.

In de aankondiging van het boek wordt door den uitgever de nadruk gelegd op de geschiktheid voor gebruik bij onderwijs, terwijl in de inleiding nader wordt aangegeven, dat in het werk een poging gedaan is om het leesbaar en instrueerend te houden voor diegenen, die slechts geringe technische ontwikkeling hebben.

Het is daarom juist gezien, dat op de 268 bladzijden tekst niet minder dan 299 figuren voorkomen, vrijwel alle met zorg geteekend.

Het boek is waarschijnlijk velen uit vroegere jaren bekend. In deze nieuwe derde uitgave is er veel om- en bijgewerkt, omdat getracht werd een beeld te geven van de veelzijdige ontwikkeling, die de radiotechniek de laatste jaren doormaakte.

Er is duidelijk ook aan dit boek weer te constateeren, dat deze taak zeer bijzondere moeilijkheden medebrengt. Waar de eerste helft op eigen wijze een grondslag vormt voor de naderhand te verwerken stof, wordt deze zelf door de groote hoeveelheid op zoo beknopte wijze behandeld, dat het praktisch inzicht er door slechts zeer oppervlakkig blijft.

Behalve voor onderwijsdoeleinden zou het boek kunnen dienen als eenvoudig naslawerk op radiogebied voor den nietvakman. L. H. M. H.

*P. Debije, Elektronen-Interferenzen, Leipziger Vorträge* 1930, 85 blz., 18 fig. — Leipzig. 1930. Prijs R.M. 6.

De voordrachten, waarvan dit boekje een resumé geeft, behandelen verschijnselen, die op de golfnatuur van de electronen berusten. In het artikel van *Rupp* wordt de reflectie van electronen van matige snelheid door geleiders en isolatoren besproken. Om de positie van de optredende maxima te kunnen verklaren moet worden aangenomen, dat het gemiddelde potentiaal van een electroon binnen het reflecteerende kristal verschillend is van het potentiaal erbuiten en wel negatief voor goede geleiders, maar nul of zelfs positief voor isolatoren. *Wierl* geeft een verslag van de verstrooiing van electronen in gasvormige stoffen. Door de positie en intensiteit der optredende interferentiekringen te meten is het mogelijk, de ligging van de atomen in het molecuul te bepalen. Verschillende moleculen zijn al met behulp van deze methode onderzocht, die vergeleken met de analoge proeven met Röntgenstralen het voordeel van kleine belichtingstijden heeft, en de schrijver maakt op een reeks problemen opmerkzaam, vooral op het gebied van de organische scheikunde, die hierdoor zullen kunnen worden opgehelderd. In het artikel van *Mark* wordt de theorie van de electroneninterferenties stap voor stap vergeleken met die van de Röntgeninterferenties. Een helaas zeer kort bericht van *Mott* behandelt de theorie van de verstrooiing van electronen door een enkel atoom.

Het tweede gedeelte van het boek gaat over de eigenschappen van de geleidingselectronen in metalen. Door *Grüneisen* is het nieuwste materiaal omtrent het electriche en warmtegeleidingsvermogen en hun temperatuursafhankelijkheid kritisch verzameld. *Bloch* geeft een ver-

betering van zijn theorie van de electricische geleiding, waarbij de wisselwerking van de electronen in rekening wordt gebracht. Ten slotte ontwikkelt Peierls een theorie van de invloed van een magnetisch veld op het electricische geleidingsvermogen. Hierdoor krijgt het optreden van een weerstandsverandering in een longitudinaal veld en de afwijkingen van een quadratische formule in  $H$  bij lage temperaturen een kwalitatieve verklaring. De groote moeilijkheden, aan een quantitative behandeling der eigenschappen van de geleidingselectronen verbonden, komen echter in deze laatste drie artikels duidelijk naar voren.

R. D. L. K.

*F. Baldet, La Constitution des Comètes*, 23 blz. — Hermann. Paris 1930. Prijs frs. 5.

*G. Darmois, La Structure et les Mouvements de l'Universtellaire*, 16 blz. — Hermann. Paris 1930. Prijs frs. 3.

Ik bespreek deze werkjes tegelijk. Beide zijn astronomische voordrachten, gehouden in het Conservatoire National des Arts et Métiers, voor eenzelfde soort publiek. Beide geven, of bedoelen te geven, een kort overzicht van moderne opvattingen betreffend een onderdeel der sterrekunde. Onmiddellijk valt dan op hoe het onderwerp van de tweede voordracht wel zeer omvangrijk is, zoodat wij geen volledig aperçu, laat staan een duidelijke uiteenzetting mogen verwachten. Wat wij echter te lezen krijgen, blijft nog aanzienlijk beneden het minimum waar wij op rekenden. Zie hier een paar staaltjes, die ik zonder lang zoeken opschrijf. Een paragraaf draagt met vette letters het opschrift: Etoiles variables, Céphéïdes. Hij luidt: Parmi les étoiles de grandeur variables, nous dirons seulement un mot des Céphéïdes, ou du type de  $\delta$  Céphée. La courbe de lumière de ces étoiles est périodique, la période pouvant aller de quelques heures à plusieurs mois. Punt! Uit! Volgt de paragraaf: Le Spectre — precies vijf en een halve, neen, driekwart regel lang. Onverstaanbaar voor wie niet reeds op de hoogte is; overbodig voor wie het wel is. Zoo gaat het door. Het geheel is een voorbeeld van hoe het niet moet zijn.

Groot is de tegenstelling, die de andere voordracht over de samenstelling der kometen hiermede biedt. Wie zich in een verloren uurtje op de hoogte wil stellen van de resultaten der nieuwste onderzoekingen over de nog immer raadselachtige constitutie der kometen, kan niet beter doen dan deze heldere, overzichtelijke voordracht door te lezen, gehouden door iemand, die zelf zijn deel heeft bij gedragen aan de onderzoekingen, waarover hij spreekt. Vooral goed geslaagd is de uiteenzetting van de bijzonderheden van het spectrum, waarbij het spectrum van kern, coma en staart afzonderlijk beschouwd worden. Ook de hier verdedigde opvatting van de vaste kern tegenover de uit meer of minder losse meteorzwermen bestaande kern der oudere theorieën is lezenswaard.

H. Gr.

*J. W. Boerman en K. M. Knip, Physica, beknopt leerboek der natuurkunde*, deel 1, eerste en tweede cursus, voorn. ten dienste van kweek- en normaalscholen, elfde druk, herzien door M. Hellingman en K. M. Knip,

251 blz. 179 fig. — Wolters. Groningen. Den Haag 1930. Prijs f 2.90, geb. f 3.25.

Dit boek, geschreven voor de kweek- en normaalscholen, zal, gezien de elfde druk, die het hiermede heeft bereikt, voor het doel wel geschikt zijn. We vinden er vrijwel dezelfde onderwerpen in, die op soortgelijke wijze in vele andere leerboeken behandeld zijn. N. B.

*John S. Anderson*, **Photo-electric cells and their applications, a discussion at a joint meeting of the Physical and Optical Societies**, June 4 and 5, 1930, 235 blz., — The Physical and Optical Societies. Londen. 1930. Prijs 12/6 net.

Dit werk is een samenvatting van een groot aantal voordrachten op een bijeenkomst te Londen in Juni 1930 benevens de algemeene discussie. Na een korte historische inleiding over photo-electriciteit volgt eerst een bespreking van fabricagemethoden, waarbij echter de samenstelling van de nieuwere, hooggevoelige photocathoden zorgvuldig verzwegen wordt. Daarna volgt een bespreking van verschillende toepassingen in photometers en sprekende film en de daarbij optredende moeilijkheden, zoowel van een praktisch als van een theoretisch standpunt uit bekeken.

Verschillende photometers voor diverse doeleinden worden grondig behandeld, o.a. voor de meting van daglicht, een integreerende photometer, de microphotometer van K o c h, een tellende photometer met behulp van een neonbuisje, spectrometrische absorptie-metingen, een meting van het ozon-gehalte in de hogere lagen van de atmosfeer, lichtintensiteitsmeting bij biologische onderzoeken en bij phototherapie.

Daarna volgt een behandeling van de seleniumcel en soortgelijke types (halfgeleiders) o.a. de Thalofide cel. Tusschen de aanhangers van de selenium-cel en van de photoelectrische cel blijken tijdens de discussie diepgaande meningsverschillen te bestaan, die tijdens de bijeenkomst niet tot een oplossing gebracht worden.

Opvallend is het ontbreken van eenige theoretische bespreking van het photoelectrische effect, van de oorzaak voor het optreden van geheel verschillende kleurgevoeligheden in afhankelijkheid van de behandeling van de photoelectrische cathode en van meer dergelijke principieele vragen.

Het boek lijkt mij in de eerste plaats bestemd voor den constructeur van photoelectrische cellen en van apparaten, waarin zij toegepast worden. Het bevat voor hem vele waardevolle gegevens, constructie's en ideeën en geeft een uitstekend overzicht over de technische zijde van de problemen en over den stand van de hedendaagsche techniek op dit gebied. M. C. T.

*R. de L. Kronig*, **Band spectra and molecular structure**, 163 blz., 15 fig. — Cambridge University Press. Londen. 1930. Prijs 10/6 net.

Zooals S o m m e r f e l d's „Atombau und Spektrallinien" voor velen de leidraad geweest zal zijn voor een studie over den bouw der atomen, zoo zal K r o n i g's boek een welkome gids zijn voor hen, die de molecuulstruc-



tuur wensen te onderzoeken. Waar Sommerfeld meestal naar Züsätze in zijn boek verwijst, doet Kronig het naar de oorspronkelijke verhandelingen, wat voor den lezer, die meer wil weten, natuurlijk zijn bezwaren van notaties enz. met zich brengt. Daar de quantenmechanische bewijzen nu eenmaal niet zoo eenvoudig zijn en de schrijver meer een overzichtelijk geheel wilde geven (het zijn aangevulde lezingen, die hij in Cambridge gehouden heeft) moest veel op deze manier behandeld worden. Het resultaat is dan ook, dat het boek bijzonder duidelijk en overzichtelijk geschreven kon worden. Overigens zijn de quantenmechanische berekeningen van componenten van impulsmomenten enz. bij moleculen vaak precies eender als bij atomen en dus van hieruit al als bekend te onderstellen. Daar, waar geen analogie bestaat, wat dus tot het meest interessante van het boek behoort, zooals distorsie der spindoubletten door rotatie.  $A$ -verdubbeling, even en oneven, zoowel als symmetrische en asymmetrische toestanden enz., een gebied, waar de schrijver zelf zooveel heeft bijgedragen, wordt zooveel mogelijk het bewijs in korte duidelijke trekken weergegeven, voor zoover het tenminste niet op het gebied der groepentheorie valt. Doch zelfs ook dan nog wordt door een paar uitgewerkte eenvoudige voorbeelden het algemeene groepentheoretische resultaat plausibel gemaakt.

Het eerste hoofdstuk, waar de golfvergelijking voor een tweeatomig molecuul zoo goed en zoo kwaad als het tegenwoordig gaat, benaderd opgelost wordt, is rijkelijk van mathesis voorzien, die echter hier en daar (door den schrijver aangegeven) bij een eerste lezing kan overgeslagen worden. De fout, die bij deze benadering gemaakt wordt, wordt in het volgende hoofdstuk met behulp van een storingsrekening weer zooveel mogelijk hersteld, waardoor nieuwe termen ontstaan, die de verklaring geven van vele details in de bandenspectra, die men vóór de golfmechanica niet kon begrijpen. Het derde hoofdstuk, gewijd aan selectie- en intensiteitsregels is vooral interessant vanwege het onderzoek naar de eventuele spin van de kernen zelve, die nl. van een symmetrische electronenverdeeling vaak toch nog een asymmetrische elektronenfunctie kan maken en dus zoo op de toelaatbaarheid van een overgang invloed heeft. De schematische kerntheorie viel natuurlijk buiten de grenzen, aan het onderwerp gesteld. In het 4e hoofdstuk worden de eigenschappen van gassen behandeld, die rechtstreeks uit den moleculairen bouw volgen en uit het feit, dat veel moleculen aanwezig zijn. Zoo vindt men b.v. uit de strooiingsformule van Kramers en Heisenberg voor één deeltje de Ramanverstrooiing en de coherente verstrooiing (= dispersie) van het gas in zijn geheel. Hierbij wordt het liefst gebruik gemaakt van de algemeene aannamen van Van Vleck over de moleculen. Ook diens theorie der elektrische en magnetische susceptibiliteit en de daarop aansluitende elektrische en magnetische verzadiging volgens referent wordt behandeld. Jammer, dat niet uitvoerig de aandacht besteed is aan Van Vleck's principe der spectroscopische stabiliteit. Tevens had dit de gelegenheid kunnen geven, te toonen, hoe men met de niet-verwisselbare magnetische momentenmatrices op analoge wijze kan middelen over de moleculen als met de elektrische, die wel verwisselbaar zijn. Het ingrijpen van den correctieterm met  $\hbar/2\pi i$  in Heisenberg's verwisselingsregel

doet dan in het eerste geval een verschil van *Langevin*-functies ontstaan, waar in het tweede geval slechts één *Langevin*-functie optrad, wat van veel belang is voor de entropie van een gas in een magneetveld bij het absolute nulpunt. Ook het geval van gekruiste (electriche en magnetische) velden laat schrijver onbehandeld, vermoedelijk omdat toch geen duidelijke waarnemingen hierover bestaan.

Voorts wordt in dit hoofdstuk nog de soortelijke warmte van gassen besproken en wel vooral om bij moleculen met twee gelijke kernen hieruit en uit de statistische gewichten der even en oneven toestanden (*Dennis*), iets over de kernspinnen in het molecuul zelve af te leiden. Het boek besluit met een hoofdstuk over de krachten, die tot molecuulbinding aanleiding geven, doch betrekkelijk kort, omdat de storingstheorie bij een eerste benadering toch geen afdoend nauwkeurige resultaten kan geven.

Het moet ten zeerste toegejuicht worden, dat *Kronig* niet bij den lezer alle vroegere notaties enz. bekend veronderstelt, maar zelf alles in één notatie houdt en met groote helderheid de verschillende gevallen uiteenzet. Zeker zal dit boek in breede kringen belangstelling voor de bandenspectra wekken en ook den ingewijden van dienst zijn door literatuurverwijzingen en „einheitliche” samenvatting van de juist „up to date” kwesties.

K. F. N.

*G. P. Barnard, The Selenium Cell, its properties and applications*, 331 blz., 258 fig. — Contable and Co. Londen. 1930. Prijs 35 sh. net.

Een keurig uitgegeven boek met vele illustraties (258) van *Barnard* van het Nat. Phys. Lab. in Teddington (Engeland). Het eerste deel geeft een overzicht van de zeer uitgebreide literatuur over de *Selenium*-cel, terwijl in het tweede deel een aantal toepassingen der *Selenium*-cel besproken worden. Doordat in het eerste deel de literatuur, voor zoover ik kon nagaan, zeer volledig wordt behandeld, is het boek onoverzichtelijk geworden en ongeschikt voor het snel verkrijgen van een overzicht op dit gebied. Het is echter duidelijk, dat de volledigheid een groot voordeel is voor de lezer, die over een bepaald onderdeel over de dikwijls tegenstrijdige gegevens ingelicht wil worden. Deze tegenstrijdigheid berust voor een groot deel op de geringe reproduceerbaarheid der *Selenium*-cellen. In een voorwoord wijst *Walsh*, de schrijver van het bekende boek over photometrie hierop met een aanhaling uit Shakespeare: „O swear not by the moon, the inconstant moon” (*Selenium* is afgeleid uit het grieksche woord voor de maan).

Het tweede deel, de toepassing der *Selenium*-cel in de photometrie, bij de sprekende film, beeldradio en televisie, verheugt zich op het oogenblik zeer in de belangstelling, niet het minst echter omdat in vrijwel alle besproken toepassingen der *Selenium*-cel, deze zonder bezwaar kan vervangen worden door de meer betrouwbare photocel; het is jammer dat hier niet wat meer op gewezen wordt.

Na dit overzicht is het misschien wenschelijk één bepaald hoofdstuk iets uitvoeriger te behandelen, waarvoor ik Hoofdstuk V kies; de theoriën over de werking van *Se*-cellen.

Eerst worden de theoriën behandeld volgens welke de werking van Se-cellen te wijten zou zijn aan de photochemische omzetting in een andere allotrope modificatie, of aan selenides, dan wel aan een geadsorbeerde vochtlaag. Daarna volgt de theorie dat het licht de polarisatiespanning zou beïnvloeden en de ionen-theorie. Eindelijk worden een aantal electronen-theoriën behandeld met als einde de opvattingen van J o f f é, G u d e n en P o h l.

Zooals ook weer uit dit hoofdstuk blijkt is meer gestreefd naar een volledig literatuuroverzicht, dan wel naar een weergave der tegenwoordige opvattingen.

M. J. D.

## MEDEDEELING.

De Groningsche Universiteit heeft op 1 Mei een tiental prijsvragen uitgeschreven ter beantwoording vóór 1 Mei 1932. De onderstaande prijsvraag heeft betrekking op de natuurkunde.

„In de laatste jaren heeft men voor een aantal elementen kunnen aantonen, dat hun atoomkern een impulsmoment bezit, op grond van de „hyperfijnstructuur” der atoomspectra, de intensiteitswisseling in de bandenspectra, of het Raman-effect.

De Faculteit vraagt door nieuwe metingen het impulsmoment te bepalen voor een of meer atoomsoorten, waarvoor dit nog niet bekend is, en zoo mogelijk ook de statistiek, waaraan de atoomkernen voldoen (zie het samenvattende overzicht: *Physikalische Zeitschrift*, Mei 1931).

## STRIKVRAGEN

**Vraag LI.** Een rijwiel is zuiver verticaal opgesteld met één der trappers in den ondersten stand. Hoe zal dit rijwiel zich nu gaan bewegen, als op dien ondersten trapper een kracht in achterwaartsche richting wordt uitgeoefend?

**Het antwoord op vraag L:** „Een rechte magneetstaaf (1 m lang, zeer dun, homogeen in de lengterichting gemagnetiseerd, magnetisch ideaal „hard”) ligt met zijn noordpool naar rechts. Hij wordt in stukjes van 1 mm lengte verdeeld en deze „elementairmagneetjes” worden met tusschenruimten van 2 mm alle in de oorspronkelijke richting in elkaars verlengde neergelegd. Naar welken kant zal een proefnoordpool gedreven worden, die loodrecht tegenover het midden van deze „verzameling” zich op b.v. 10 cm afstand ervan bevindt?” werd als volgt door den Heer L. C r i j n s te Maastricht ingezonden.

Op de bedoelde plaats is de veldsterkte  $H$  naar *links* gericht. Om dit in te zien, stellen we den afstand v. d. proefpool tot 't midden der verzameling  $a$  mm,  $1498 = b$ ,  $1499 = c$ ,  $1500 = d$ , voorts de poolsterkte v. elk magneetje gelijk aan 1 en beschouwen de richting naar rechts voor 'n vector als de positieve; dan heeft men, aangezien de verticale component van  $H$  vervalt,

$$H = 2 \sum_1^{500} \frac{3n-2}{\{a^2 + (3n-2)^2\}^{\frac{3}{2}}} - 2 \sum_1^{500} \frac{3n-1}{\{a^2 + (3n-1)^2\}^{\frac{3}{2}}}.$$

Hieruit blijkt, wat ook op zich zelf duidelijk is, dat voor  $a = 0$  of voldoende klein de veldsterkte naar rechts staat, en voor voldoende groote  $a/d$  naar links.

Voor b.v.  $a = 100$  passen we op de sommaties toe de formule v. Euler

$$\sum_1^m f(n) = \int_1^m f(x) dx + \frac{1}{2} \left\{ f(1) + f(m) \right\} - \frac{\theta}{2} \left\{ f'(1) - f'(m) \right\}.$$

Daarbij hebben we b.v. voor de 1e som

$$\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \left\{ a^2 + (3x-2)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}}; f'(x) = 3(a^2 - 2(3x-2)^2) \left\{ a^2 + (3x-2)^2 \right\}^{-\frac{5}{2}}.$$

Dus komt er:

$$H = \frac{2}{3} \left[ (a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} \right]_{2,b}^{1,c} + \left[ y (a^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}} \right]_{2,c}^{1,b} - 3\theta \left[ (a^2 - 2y^2) (a^2 + y^2)^{-\frac{5}{2}} \right]_{2,b}^{1,c},$$

waar b.v.  $\left[ f(y) \right]_{2,b}^{1,c}$  beteekent  $f(1) + f(c) - f(2) - f(b)$ .

Hier worden de volgende benaderingen toegepast, b.v.

$$(a^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a} \left( 1 - \frac{1}{a^2} + \dots \right); b(a^2 + b^2)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{b^2} \left( 1 - \frac{3a^2}{b^2} + \dots \right);$$

$$\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2} = \frac{1}{d^2} + \frac{4}{d^3} + O\left(\frac{1}{d^4}\right) - \frac{1}{d^2} - \frac{2}{d^3} - O\left(\frac{1}{d^4}\right) = \frac{2}{d^3} + O\left(\frac{1}{d^4}\right).$$

Zoodoende vindt men voor de 3 termen van  $H$  resp.

$$+ \frac{1}{a^3} - \frac{3}{d^2} + \frac{a^2}{d^4} - \frac{2}{d^3} - O\left(\frac{1}{a^5}\right); -\frac{1}{a^3} + \frac{2}{d^3} + O\left(\frac{1}{a^5}\right); -\theta \cdot O\left(\frac{1}{a^5}\right).$$

Tenslotte komt er dus

$$H = -\frac{3}{1500^2} + O\left(10^{-9}\right).$$

# DE ENERGIE-ONTWIKKELING IN HET INWEN- DIGE DER STERREN.

door H. GROOT

## Summary.

The theory of Milne on the origin of stellar energy is contrasted with those of Eddington-Russell and Jeans. It is argued that the latter theories are both insufficient and unconvincing.

The chief merits of the solution of Milne are:

a) The energy-production automatically results from thermodynamical considerations of the process: matter  $\rightleftharpoons$  radiation which may be postulated to be consistent with the temperatures of the order of  $10^{12}$  degrees in the interior of a star, as demanded by the theory of Milne.

b) The energy-production does not endanger the stability of the star since there is no critical temperature which acts like a springrelease as in the theory of Eddington-Russell.

c) The energy-production is not likely to be inhibited by increasing ionisation, so as to render necessary the hypothesis of energy-production chiefly in the outer layers of a star, which in the theory of Jeans is compulsory.

d) No hypothesis of super-radio-active elements with atomic weights substantially higher than those of the known terrestrial elements is called for.

The only difficulty, apart from questions concerning the validity of Milne's star-model, seems to be the uncertainty whether the process: matter  $\rightleftharpoons$  radiation is really occurring in nature according to the laws of thermodynamics.

Het mag bekend ondersteld worden, dat op het oogenblik drie theorieën over den opbouw der sterren, die in cardinale punten van elkaar afwijken, wederkeerig slaags zijn: die der gasvormige sterren van Eddington, der vloeibare van Jeans en, sinds kort, die van Milne, welke te karakteriseeren zou zijn als die der *vaste* sterren.

De voornaamste problemen, die zich voordoen, zijn: de stabiliteit der voorgestelde modellen; de berekening van de absolute waarde van sommige fundamenteele grootheden, waaronder de opaciteit een eerste plaats inneemt; de beteekenis van de waargenomen correlatie tusschen massa en lichtkracht; het Russell-diagram en ten slotte het energie probleem.

Waar door de aanhangers der beide oudere theorieën blijkens bijv. verschillende artikelen en verslagen in het Engelsche tijdschrift *Nature* nogal fel gepolemiseerd wordt tegen Milne's revolutionaire theorie<sup>1)</sup> lijkt het de moeite waard hier te wijzen op de groote beteekenis, die het stermodel van Milne kan hebben voor een bevredigende oplossing van dit laatste vraagstuk.

De theorie van Eddington-Russell is gedwongen aan te nemen dat de energie-ontwikkeling een discontinue functie van de middelpuntstemperatuur is, in dezen zin, dat bij temperaturen van  $40 \times 10^6$  graden — welke deze theorie aan de sterren der hoofdreeks moet toeschrijven — plotseling de sluizen worden opengezet, terwijl bij lagere temperaturen de energie-ontwikkeling ophoudt, hetgeen Eddington de vraag ontlokt: „Does energy issue freely from matter at  $40\ 000\ 000^\circ$  as steam issues from water at  $100^\circ$ ?” De moeielijkheid zit, afgezien van het feit dat er geen enkele aanleiding bestaat om een temperatuur van  $40\ 000\ 000^\circ$  als kritisch te beschouwen, in de over-stabiliteit, die het gevolg moet zijn van een dergelijke energieproductie: een geringe temperatuurstijging, bijv. veroorzaakt door contractie, kan een geweldige energie-ontwikkeling aan de gang zetten, met als nasleep: sterke expansie, temperatuurdaling en ophouden van de energie-ontwikkeling, waarna het zelfde spel zich herhalen kan. Er worden zoo pulsaties van de ster opgewekt en voortdurend versterkt, die het evenwicht in gevaar brengen en bovendien niet waargenomen worden bij de sterren (de pulsaties der Cepheïden dragen een geheel ander karakter). Ook het door Eddington voorgestelde redmiddel van het hinken der energieontwikkeling ten opzichte van het bereiken der kritieke temperatuur kan bij nader beschouwing geen baat brengen. Alles te samen genomen biedt Eddington's, theorie — en Eddington zelf geeft dit toe — geen oplossing van het energieprobleem. Slechts één belangrijke uitspraak nemen wij zonder voorbehoud over van Eddington: „No source of energy is of any avail unless it liberates energy in the deep interior of a star”.

J e a n s vat het energieprobleem geheel anders aan. Daar hij door zijn stermodel niet gebonden is aan een kritieke middelpuntstemperatuur kan hij de besproken moeielijkheid der over-

1) Een kort overzicht dezer theorie verschijnt binnenkort in *Hemel en Dampkring*.

stabiliteit ontlopen door aan te nemen, dat de energieontwikkeling in eerste instantie onafhankelijk van temperatuur of dichtheid is, zooals ook meer in overeenstemming lijkt met het subatomaire karakter van het proces. In eerste instantie, schreef ik, want afgezien van het feit dat zéér hoge temperaturen van de orde van  $10^{12}$  graad ongetwijfeld invloed zouden uitoefenen op het proces, neemt hij aan, dat ook bij de betrekkelijk onschuldige temperaturen van  $10^7$  à  $10^8$  graad, waarmede hij in zijn stermodel werkt, een afhankelijkheid tusschen energieproductie, temperatuur en dichtheid bestaat, welke in eerste, ruwe benadering wordt voorgesteld door

$$G (\cdot) \rho^a T^\beta.$$

Dit hangt samen met de wijze, waarop hij zich de energieontwikkeling voorstelt, n.l. uit de omzetting

materie  $\rightarrow$  straling

door vereeniging en wederzijdsche opheffing van een electron en een proton.

Een onderzoek over de stabiliteit bij zeer vereenvoudigde condities leert, dat een ster dan alleen in stabiel evenwicht kan zijn, wanneer de grootheid  $3\alpha + \beta - n$ , waarin  $n$  samenhangt met de uitdrukking

$$k = C_Q/T^{3+n}$$

voor de opaciteitsconstante, geen al te groote waarde aanneemt <sup>1)</sup>.

Door na te gaan welke waarden minimaal aan  $\alpha$  en  $\beta$  toegekend moeten worden bij verschillende onderstellingen over de manier, waarop de energieontwikkeling zou kunnen tot stand komen door botsing van protonen met vrije electronen of atomen, door directe invloed van de straling, door een met radio-activiteit verwant proces e.d., wordt aannemelijk gemaakt, dat bij temperaturen van  $10^7$  à  $10^8$  graad al deze mogelijkheden moeten uitgeschakeld worden, zoodat alleen „mono-atomaire” voorvallen voor het vrijkomen der subatomaire energie aansprakelijk mogen gesteld worden. Enkel de in het atoom aanwezige, gebonden electronen komen dus in aanmerking om met een proton samen te smelten. Geheel ontmantelde, volledig geïoniseerde atomen kunnen geen bijdrage voor de energieproductie leveren. Welke electronen het zijn, die in de kern storten, ligt volslagen in het duister. J e a n s neemt echter aan, dat de mogelijkheid der catastrophie en dus de energie-

1) Zie: Vloeibare sterren; Physica VIII, 205, (1928).

productie afneemt met het toenemen der ionisatie. Aangezien dit laatste gebeurt bij het aangroeien van  $T$  en het afnemen van  $\rho$ , is het gevolg van deze, overigens volstrekt niet zoo plausible hypothese, dat inderdaad de energieontwikkeling op de aangegeven manier van  $T$  en  $\rho$  zal afhangen.

Tegen deze beschouwingwijze zijn verscheidene bezwaren aan te voeren. Afgezien van de eenigszins gewrongen fysische hypothesen, lijkt mij het voornaamste, dat de energieontwikkeling uit het centrum meer naar de oppervlakte verlegd wordt, immers het is essentieel, dat de atomen in de binnenste deelen van een ster nagenoeg alle geheel ontmanteld zijn. De vraag is dan hoe de hooge centrumtemperatuur, die de theorie eischt, er gehandhaafd kan blijven. Verder is het geheele beeld fysisch moeielijk te aanvaarden. Waarom heeft in de ster het proces van de omzetting van materie in straling wèl plaats, zoo vraagt men zich af, terwijl er hier op aarde noch in onze laboratoria, noch in den dampkring een spoor van merkbaar is en dat terwijl de temperatuur in het binnenste der sterren door begunstiging der ionisatie een remmende werking moet uitoefenen? Het eenige antwoord kan luiden: omdat er in de sterren andere, zwaardere, metastabiele elementen voorkomen, die op aarde onbekend zijn. *J e a n s* aarzelt niet om dit antwoord inderdaad te geven — wij echter wel het te aanvaarden, al moet toegegeven worden, dat *J e a n s* door andere argumenten zijn hypothese toch min of meer aannemelijk tracht te maken. Waar echter zijn voornaamste steun ontleend wordt aan beschouwingen, die weer afhangen van de numerieke waarde van de opaciteitsconstant  $k$ , waarover wij nog weinig zekers weten, gevoelen wij ons gerechtigd voorloopig aan het bestaan der gepostuleerde elementen te blijven twifelen.

Gaan wij hetgeen tot zoo ver gezegd is na, dan vinden wij dat de moeielijkheden van het energieprobleem op het volgende neerkomen: de energiebronnen moeten voornamelijk in het centrum van de ster gezocht worden; de energievloed moet onafhankelijk zijn van kleine temperatuurschommelingen; er mag geen kritische waarde van de temperatuur optreden, waarbij de energieproductie plotseling begint; het is onwaarschijnlijk dat ionisatie de energieontwikkeling zou tegenwerken; het is ongewenscht zijn toevlucht



te moeten zoeken bij hypothetische metastabiele elementen van buitengewoon hoog atoomgewicht.

Welnu, aan al deze eischen kan het stermodel van Milne voldoen, omdat dit tot centrumtemperaturen van meer dan  $10^{12}$  graden voert. Bij dergelijke temperaturen verandert de toestand n.l. belangrijk. Op grond van de theorie van Dirac over protonen, of ook op grond van algemeene thermodynamische beschouwingen, mits deze uitgebreid mogen worden op de stralingsverschijnselen, is het mogelijk het energieproces te zien als gevolg van de evenwichtsvergelijking:

$$\text{materie} \begin{matrix} \rightarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \text{straling,}$$

welke de plaats inneemt van de eenzijdige overgang

$$\text{materie} \rightarrow \text{straling,}$$

welke wij bij lagere temperaturen ontmoeten, omdat het evenwicht daar belangrijk naar een kant verschoven is. Of wij werkelijk ons op deze evenwichtsbetrekking mogen beroepen hangt er van af of wij meenen, dat ook voor de overgang van materie in straling de wet van Einstein en de tweede hoofdwet nog opgaan. „Either of these propositions may be denied without striking too heavily at our sense of the fitness of things”, zegt E d d i n g t o n hiervan en zonder hiermede geheel en al accoord te gaan, geven wij gereedelijk toe, dat hier een moeielijkheid schuilt.

Wanneer wij hier echter aan voorbijgaan, dan kunnen wij ons geheel vereenigen met het beeld, dat door Milne in grove trekken ongeveer als volgt ontworpen is: in de centrale deelen van een ster heerscht nagenoeg thermodynamisch evenwicht tusschen materie en straling of anders gezegd: bij de heerschende temperatuur worden nagenoeg evenveel protonen en electronen teruggevormd uit straling als er vernietigd worden door onderling samen treffen. Echter niet volkomen evenveel, want er bestaat geen volledige afsluiting naar buiten toe, zoodat een deel der energie, die ontstaat bij de omzetting materie  $\rightarrow$  straling, weglekt naar de buitenste deelen om vandaar uitgestraald te worden. Dit heeft een neiging tot dalen van de temperatuur ten gevolge. Deze bewerkt op haar beurt een verschuiving van het evenwicht in de richting materie  $\rightarrow$  straling. De overgang materie  $\rightarrow$  straling is echter exotherm en dit maakt dat tenslotte het evenwicht bewaard blijft, terwijl het verlies aan uitgestraalde energie gedekt wordt door het verbruiken

van de materie van de ster. Op den langen duur zal de gestadige vermindering van de massa van de ster natuurlijk terugwerken op de middelpuntstemperatuur en zoo zien wij dat Milne's theorie bepaalde gevolgen met zich mede moet brengen voor de evolutie van de ster en dus voor de interpretatie van het Russell-diagram, maar het is hier niet de plaats daar nader op in te gaan; wij volstaan met de opmerking, dat hieruit geen bijzondere moeielijkheden voor de theorie te duchten zijn.

Wij komen derhalve tot de volgende conclusies: in de theorie van Eddington blijft het probleem van de herkomst der energie onopgelost, terwijl een afhankelijkheid tusschen energieproductie en middelpuntstemperatuur geëischt wordt, die tot groote moeielijkheden zoowel met betrekking tot de stabiliteit als tot de physische mogelijkheid ervan aanleiding geeft. De theorie van Jeans beteekent een krachtige poging om beide klippen te ontzeilen, die echter slechts gelukt door zich in een maalstroom van physisch slecht gefundeerde hypothesen ad hoc te wagen. De theorie van Milne eindelijk contrasteert gunstig hiermede, doordat de hooge temperatuur in het centrum van de sterren, waartoe zij voert, de mogelijkheid opent om thermodynamisch verband te leggen tusschen het energieproces en de temperatuur, waardoor vele moeielijkheden overwonnen worden. Afgezien van de vraag in hoeverre het stermodel van Milne in andere opzichten houdbaar is, kan er alleen tegen aangevoerd worden dat het evenwicht materie  $\rightleftharpoons$  straling voorloopig een zuiver hypothetisch karakter draagt. Waar het echter geen hypothese ad hoc is, maar veeleer een, die geheel in de lijn der moderne opvattingen ligt en ons aan de hand gedaan wordt door generalisatie der gewone thermodynamische beschouwingen, komt het ons voor, dat wij dit bezwaar niet al te zwaar mogen laten wegen. Integendeel: de wijze, waarop de moeielijkheden, die het energieprobleem ons biedt, hier worden opgelost, doet ons bijna aan als een argument voor de juistheid der beschouwingswijze van Milne. En het is wel niet te veel gezegd, wanneer wij de overtuiging uitspreken, dat hoe verder het lot ook moge zijn van het model van Milne, *deze* winst vaststaat, dat wij van nu af aan alle stermodellen den eisch zullen moeten stellen te leiden tot middelpuntstemperaturen van minstens  $10^{12}$  graad.

Bussum, April 1931.

# HET RICHTINGSHOOREN IN DE RUIMTE

door J. L. VAN SOEST en P. D. GROOT

## Zusammenfassung.

Die vorliegende Abhandlung beschäftigt sich mit Versuchen über dem wirklich räumlichen Richtungshören; das feststellen der (zweidimensionalen) Schallrichtung scheint ermöglicht zu werden, weil das Gehör aus dem Schallfelde zwei physikalischen Gröszen erschlieszt, die zusammenhangen mit einem Zeitunterschied und einem Intensitätsverhältnis, von denen das letzte von der Schattenwirkung des Kopfes und der Richtwirkung der Ohrtrompeten hervorgerufen wird.

Bei Schallfeldsänderungen u. d. bleibt das Richtungsgefühl fast immer eindeutig bestehen, aber die Schallrichtung wird sehr leicht falsch bestimmt.

Diese Experimente fordern eine Erweiterung oder Abänderung der bis jetzt veröffentlichten stereoakustischen Theorien.

## 1. Inleiding.

Het is een bekend feit, dat de richting van waaruit een geluid ons bereikt, door het gehoororgaan kan worden bepaald en niet alleen geldt dit voor de horizontale, maar min of meer ook voor alle andere richtingen. De stereoacoustische theorieën<sup>1)</sup> geven van dit laatste geen verklaring; dientengevolge leek het ons gewenscht het werkelijk ruimtelijke richtingshooren aan een nader onderzoek te onderwerpen.

Voor het aangeven van een richting in de ruimte zijn twee coördinaten noodig; wij kiezen daarvoor de hoeken  $\alpha$  en  $\beta$ , die de richting maakt resp. met het *mediane* vlak van het hoofd en met het *horizontale* vlak door de beide ooren (fig. 1). De waaier van richtingen met constante  $\alpha$  ligt op een kegel, welks horizontale as de beide ooren verbindt en welks tophoek  $\pi - 2\alpha$  groot is. De waaier van richtingen met constante  $\beta$  ligt evenzoo op een kegel, maar

---

1) Vgl. het overzicht door E. Meyer gegeven in Hndb. der Physik VIII, 538, van Geiger u. Scheel; J. L. v. Soest, Physica IX. 278, 1929.

met verticale as en met een tophoek  $\pi - 2\beta$ . Het mediane vlak komt overeen met  $a = 0$ , het genoemde horizontale vlak met  $\beta = 0$ .

Van een denkbeeldig boloppervlak, met straal  $R$  om ons heen, komt ieder punt overeen met één bepaalde richting. Het verticale vlak door de beide ooren verdeelt het in een voorste en een ach-

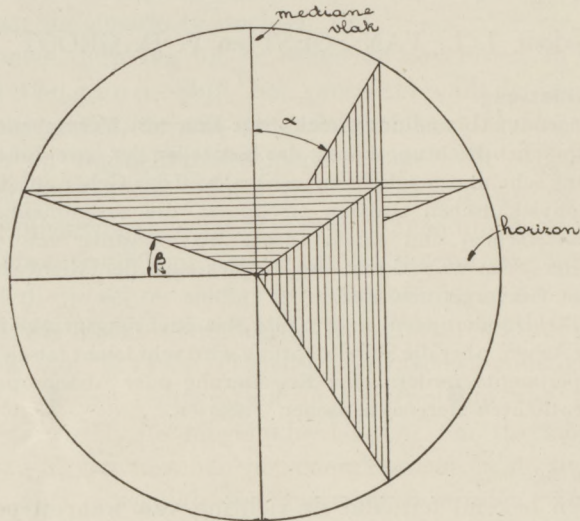


Fig. 1.

terste helft, waarvan alleen de eerste hier ter sprake komt; de punten ervan projecteeren wij op het verticale vlak, zoodat elk punt binnen den cirkel  $R$  overeenkomt met een bepaalde richting in voorwaartschen zin. De verticale lijnen in deze projectie zijn gekenmerkt door  $a = \text{constant}$ , de horizontale door  $\beta = \text{constant}$ .

Willen de hersenen in staat zijn tot een richtingsbepaling te geraken, zoo moeten zij twee onafhankelijke coördinaten, zeg  $a$  en  $\beta$ , uit de door het gehoororgaan ontvangen physische gegevens kunnen afleiden. Men kan zeggen dat dit neerkomt op het oplossen van twee vergelijkingen met twee onbekenden. De twee benodigde physische gegevens moeten afgeleid worden uit het verschil in toestand van het geluidsveld bij linker- en rechteroor. In natuurlijke omstandigheden zal dat verschil tamelijk klein zijn en dat maakt

het de hersenapparatuur gemakkelijk een tweetal waarden uit te zoeken, die dat verschil karakteriseeren en bepalen. Wij kiezen het voor de hand liggende tweetal: tijdsverschil en intensiteitsverhouding, nauwkeuriger:

1. aankomsttijdsverschil der geluidsverstoringen bij linker- en rechteroor,  $\Delta t$
2. de psychische grootheid  $\psi = \lg(I_1 : I_2)$ , de logarithme van de verhouding der intensiteiten links en rechts.

Het invoeren van de logarithme is niet alleen in overeenstemming met de wet van Weber-Fechner, maar het vergemakkelijkt ook, en wel niet toevallig, de discussie der verschijnselen.

## 2. Vergelijkingen.

In de richting  $\alpha, \beta$  bevindt zich een geluidsbron op afstand  $l$ , welke afstand groot is ten opzichte van den oorafstand  $a$ . Zijn  $l_1$  en  $l_2$  de weglengten van de geluidsbron tot de beide ooren, waarbij  $\Delta l = l_1 - l_2$  en  $2l = l_1 + l_2$ ; en is  $v$  de geluidssnelheid, zoo is:

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{v} = \frac{a}{v} \sin \alpha. \quad (a)$$

Uit proeven<sup>1)</sup> is bekend, dat  $\Delta t$  waar te nemen is tot  $10^{-5}$  of zelfs  $10^{-6}$  sec. In de ruimte stelt  $\Delta t = \text{constant}$  een hyperboloïde voor, die bij de gemaakte veronderstelling  $a \ll l$  overgaat in haar asymptotenkegel  $\alpha = \text{constant}$ .

Als linker- en rechteroor twee puntvormige ontvangers in de vrije ruimten zouden zijn, was:

$$\frac{I_1}{I_2} = 1 - \frac{2 \Delta l}{l} = 1 - \frac{2a}{l} \sin \alpha.$$

Daar dit niet het geval is, stellen wij:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(1 - \frac{2a}{l} \sin \alpha\right) \frac{f(\alpha, \beta)}{f(-\alpha, \beta)},$$

waarbij  $f$  een ons onbekende functie van de richting is, die aanduidt dat het hoofd met oorschelpen en naar de trommelvliezen

1) J. L. v. Soest en P. D. Groot. Physica IX, 111, 1929.

voerende gehoorgangen een verstoring van het geluidsveld veroorzaakt. Uit  $\psi = \lg (I_1 : I_2)$  volgt nu:

$$\psi = -2\frac{a}{l} \sin a + \lg \frac{f(a, \beta)}{f(-a, \beta)} \quad (b)$$

In het gezochte tweetal vergelijkingen (a) en (b) treden echter niet twee, maar drie onbekenden op:  $a$ ,  $\beta$  en  $l$ , zoodat de hersenen er geen richting uit kunnen bepalen. Nu is onze veronderstelling dat

$$2\frac{a}{l} \sin a$$

zoo'n klein bedrag is dat het ten opzichte van de logarithmische term verwaarloosd mag worden; dan blijven er wèl twee vergelijkingen met twee onbekenden over:

$$\frac{v}{a} \cdot \Delta t = \sin a \quad (1)$$

$$\psi = \lg f(a, \beta) - \lg f(-a, \beta) \quad (2)$$

Aangenomen nu dat de hersenen de functie  $f$  kennen, zal het dus mogelijk zijn tot een psychische richtingsbepaling te geraken. Hoe dat geschiedt is een zuiver physiologisch vraagstuk, dat een wonder lijkt. Maar dát een oplossing wordt verkregen, is zeker. De proeven, die wij hierna beschrijven, mogen dit toelichten en zij mogen tevens aantonen hoe de hersenen zich door beïnvloeding van het geluidsveld om den tuin laten leiden.

### 3. Inrichting der proeven.

De proeven werden, met het oog op volstrekte acoustische rust, uitsluitend des nachts in een stille omgeving genomen. De proefkamer was, ter vermindering van nagalm, rondom bekleed met jute, dat voorzien was van een laag poetskatoen.

De waarnemer zat *met het hoofd geheel stil* in het middelpunt van een denkbeeldigen bol van omstreeks 3 m straal; 25 punten, liggend op dit boloppervlak, waren geconstrueerd en wel zóó, dat het middelste punt recht voorwaarts lag; de overige punten waren op  $\alpha$ , resp.  $\beta$   $0^\circ$ ,  $\pm 10^\circ$ ,  $\pm 20^\circ$  daaromheen gerangschikt, vgl.

fig. 2. Een geluidgever, die periodisch korte geluidsimpulsen voortbracht, kon beurtelings in deze punten worden opgehangen.

De proef was nu als volgt: terwijl de geluidgever in actie was, bepaalde de waarnemer met gesloten oogen de richting, van waaruit hij het geluid meende te hooren komen, door er met den rechterwijsvinger heen te wijzen en daarna met geopende oogen de waargenomen richting en de ware met elkaar te vergelijken; de afwijkingen in  $\alpha$  en  $\beta$  werden in graden nauwkeurig geschat en voor het betrokken punt genoteerd. Door statistisch vele waarnemingen te

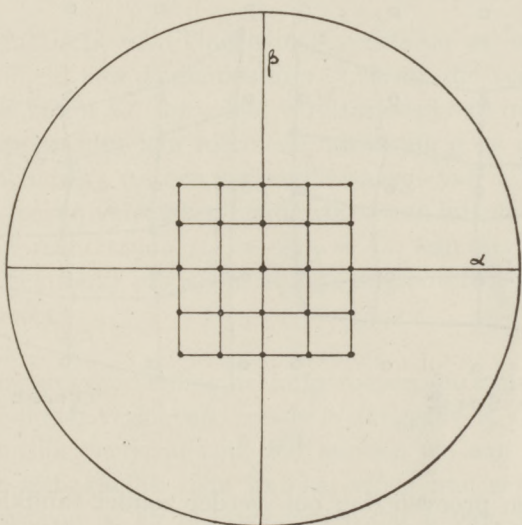


Fig. 2.

verrichten konden de systematische afwijkingen worden bepaald bij de verschillende proeven, die hierna ter sprake komen. Het zij ons vergund vooraf twee opmerkingen te maken.

Men zou kunnen meenen dat het met den vinger (lijn rechteroog — top rechterwijsvinger) aanduiden van de richting, die men acoustisch waarneemt, op zich zelf zeer onnauwkeurig is. Dit is onjuist; wij hebben daaromtrent een onderzoek ingesteld door b.v. te richten, niet acoustisch, maar na optische herinnering; de fouten, die men dan maakt, zijn binnen één graad nauwkeurig, zoo

spoedig men zich even aan een dergelijke wijze van waarnemen heeft gewend.

Men kan aanvoeren dat het zonder bijzondere hulpmiddelen niet zeker is dat het hoofd stil genoeg gehouden wordt; wijlen Prof. Dr. H. Zwaardemaker Czn. maakte ons hierop attent. Te dien einde hebben wij dan ook van tandklemmen gebruik gemaakt, maar het eenige verschil met de proeven zonder tandklem was dat er in de waarnemingen plaatselijke wijzigingen optraden, die terug zijn te voeren tot verstoringen van het geluidsveld door aanwezigheid van de tandklem, reden waarom de hierna

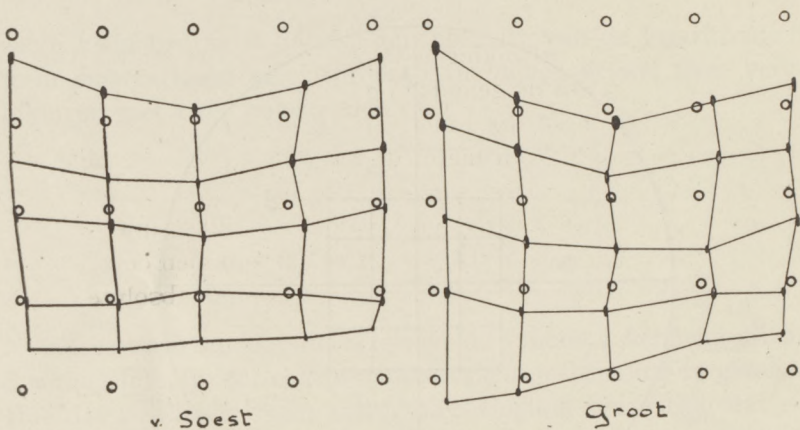


Fig. 3.

te beschrijven proeven dan ook verder zonder tandklem zijn uitgevoerd.

#### 4. De eerste proef.

Op de wijze, zooals hiervoor beschreven, werden door ons elk 30 waarnemingen op elk van de 25 punten verricht. Voor het dertigtal werden de gemiddelde afwijkingen in  $\alpha$  en  $\beta$  bepaald, benevens de middelbare fouten van die gemiddelden. De uitkomsten zijn neergelegd in fig. 3; als cirkeltjes zijn de ware richtingen der 25 punten aangegeven, als gevulde ellipsjes de gemiddeld waargenomen richtingen, waarbij de halve assen tevens de grootten der middelbare fouten aangeven.

Men ziet dat er systematische afwijkingen optreden, dat deze verwaarloosbaar gering zijn voor wat de  $\alpha$  betreft, maar in het



algemeen groot voor wat de  $\beta$  betreft. Ook de middelbare fouten zijn voor de  $\beta$  grooter dan voor de  $\alpha$ , hetgeen zeggen wil dat het bepalen van  $\alpha$  uit de  $\Delta t$ -vergelijking de hersenen blijkbaar minder moeite vergt, dan dat van  $\beta$  uit de  $\psi$ -vergelijking.

De systematische afwijkingen zijn het duidelijkste te overzien in de waarnemingen van v. S o e s t: bij  $\beta = -10^\circ$  zijn ze vrijwel nul; bij  $\beta = 0^\circ$  en hooger is  $\beta$  te laag waargenomen en des te sterker naarmate  $\beta$  grooter is; omgekeerd is  $\beta = -20^\circ$  te hoog waargenomen. Bij de waarnemingen van G r o o t treft men iets dergelijks aan, gestoord door een onsymmetrie, een gevolg van een onsymmetrisch gehoororgaan.

De systematische afwijkingen in  $\beta$  verklaren wij uit de betrekkelijke nabijheid van de geluidsbron (2,90 m), die veroorzaakt dat in verg. *b* de factor  $2a/l \sin \alpha$  niet verwaarloosd had mogen worden. De hersenapparatuur kan hiermede natuurlijk geen rekening houden en concludeert tot een verkeerde waarde van  $\beta$ . Daar  $\Delta l$  en  $\psi$  steeds van teeken verschillen (geluidsbron aan linkerzijde  $\Delta l = -$ ,  $\psi = +$ ; aan rechterzijde  $\Delta l = +$ ,  $\psi = -$ ) kan men concluderen dat de fout gekozen  $\beta$  zóó is, dat zij bij een grootere absolute waarde van  $\psi$  behoort.

Als wij nu de voorstelling te hulp roepen en aannemen dat in fig. 4 de  $\psi$ -lijnen verlopen, zooals is aangegeven, terwijl de  $\Delta t$ -lijnen natuurlijk verticaal zijn, zoo kunnen wij aan de hand van deze figuur gemakkelijk zien, wat het effect van een te nabij gelegen geluidsbron is. Er is aangenomen dat  $\psi$  van een bijzondere richting links tot een bijzondere richting rechts van  $+\Psi$  tot  $-\Psi$  verandert. Een te korte afstand van de geluidsbron veroorzaakt bij deze voorstelling een verkeerde schatting, die (langs de  $\Delta t$ -lijn) gericht is naar een  $\psi$ -lijn met grootere absolute waarde, dus in de richting naar de stippellijn, die  $+\Psi$  en  $-\Psi$  verbindt, juist zooals in onze proef is waargenomen. In stede van de richtingen *a*, *b*, *c*, *d* zou men dan acoustisch b.v. de richtingen 1, 2, 3, 4 bepalen.

In de uitkomsten van deze eerste proef moet ons één ding nog speciaal opvallen, n.l. dat er in het mediane vlak  $\alpha = 0$  nog een richtingsbepaling mogelijk is; uit verg. 2 toch zou volgen:

$$\psi = \lg f(+0, \beta) - \lg f(-0, \beta) \equiv 0,$$

zoodat  $\beta$  onopgelost zou blijven. Er zijn twee mogelijkheden om aan deze moeilijkheid te ontkomen.

De eerste is dat het mediane vlak slechts bij benadering een symmetrievlak is, dus dat de functie links en de functie rechts niet elkaanders spiegelbeeld zijn.

De tweede is dat  $f(+0, \beta) \neq f(-0, \beta)$ , hetgeen misschien physiologisch te rechtvaardigen zou kunnen zijn, daar het de psychische discontinuïteit rechts-links beteekent. Wij danken deze opmerking aan Prof. Jhr. Dr. G. J. Elias, dien wij ook zeer verplicht zijn voor zijn belangstelling in de proeven.

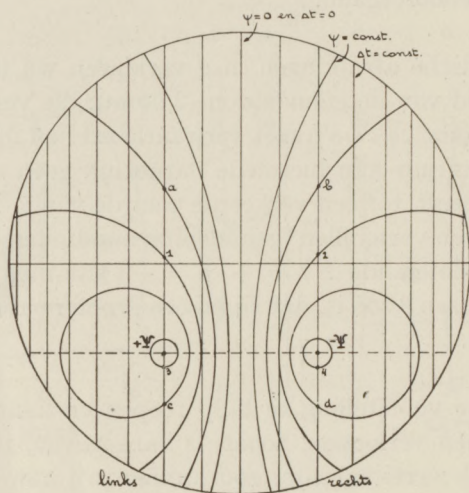


Fig. 4.

Er doet zich bij deze functie  $f$  verder nog de vraag voor of de vorm van het hoofd en de plaatsing der gehoorgangen de beslissende rol bij de vervorming van het geluidsveld spelen, of dat een reflectie tegen den bodem in het spel kan zijn. Te dien einde hebben wij, op dezelfde plaats, het hoofd van den waarnemer  $50^\circ$  voorover gericht en voor elk punt nog eens 10 waarnemingen bepaald. Is reflectie tegen den bodem van beslissenden invloed, zoo had in groote trekken hetzelfde resultaat te voorschijn moeten komen als bij de voorgaande proef. Er trad echter een verdere versterking van het effect op van te lage schatting van  $\beta$ , zoodat bij  $\beta = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$  voor Groot een afwijking van gemiddeld  $13^\circ$ , voor v. Soest van gemiddeld  $18^\circ$  werd waargenomen. Onze

conclusie is dat de functie  $f$  bepaald wordt door den vorm van het hoofd, en dat bij onze proef reflectie tegen den bodem geen of slechts een secundaire rol gespeeld heeft.

### 5. *Doofheidsproef.*

Het is nu van belang na te gaan hoe de invloed is van een of andere opzettelijke verandering in den toestand; wat zal er b.v. geschieden als men de intensiteit ter plaatse van het linkeroor kunstmatig verzwakt? De hersenen zullen dan wèl de goede  $\Delta t$ -lijn vinden, maar een verkeerde  $\psi$ -lijn, met een waarde van  $\psi$ , die (algebraïsch) kleiner is dan in het normale geval; de richtingsbepaling is dan goed in  $\alpha$ , maar fout in  $\beta$ . Heeft men de intensiteit te veel verzwakt, dan kan er om tweeërlei redenen iets onnatuurlijks ontstaan; in de eerste plaats kan het zijn dat de waargenomen  $\Delta t$ -lijn en  $\psi$ -lijn elkander niet meer snijden, maar in de tweede plaats zal het kunnen gebeuren dat  $\psi$  in absolute waarde grooter wordt dan het natuurlijke maximum  $\Psi$ .

De proef, die wij gedaan hebben, was zóó extreem, dat wij het linkeroor volkomen doof hadden gemaakt, zoodat  $\Delta t$  in het geheel niet meer werd waargenomen en dat  $\psi$  tot  $-\infty$  naderde, doordat de intensiteit links de nulwaarde bereikte.

Bij de proef kregen wij voortdurend een duidelijk richtingsgevoel, wáár de geluidsbron zich ook bevond, en steeds weer viel onze bepaling ongeveer samen met de richting, waarin  $\psi$  zoo groot mogelijk negatief wordt waargenomen ( $-\Psi$ ).

Fig. 5 geeft boven de gemiddelde verplaatsingen aan in den vorm van pijlen en onder nog eens de bijbehorende middelbare fouten per zestal waarnemingen, als halve assen van ellipsen uitgezet.

### 6. *Vervorming geluidsveld.*

Men kan min of meer radicaal het geluidsveld vervormen en daarmee de functie  $f$  en het verloop der  $\psi$ -lijnen wijzigen; de hersenen raken dan het spoor bijster.

Wij hebben proeven genomen, waarbij platte koperen kleppen met een gat vlak tegen de ooren werden aangebracht. De  $a$  werd wederom nauwkeurig bepaald, maar de bepaling van  $\beta$  was zeer onregelmatig. Nu eens nam men  $\beta$  ongeveer goed waar, dan weer trad er in  $\beta$  een volkomen inversie op, zoodat men beneden den horizon waarnam, wat er ver boven lag. Soms kreeg men meer een

gewaarwording uit twee richtingen of concludeerde men er blijkbaar één gemiddelde richting uit. De functie  $f$  schijnt daarbij zoodanig gewijzigd te zijn, dat in uitgesproken voorwaartsche richting tusschen een  $\Delta t$ -lijn en een in verloop gewijzigde  $\psi$ -lijn twee snijpunten optreden.

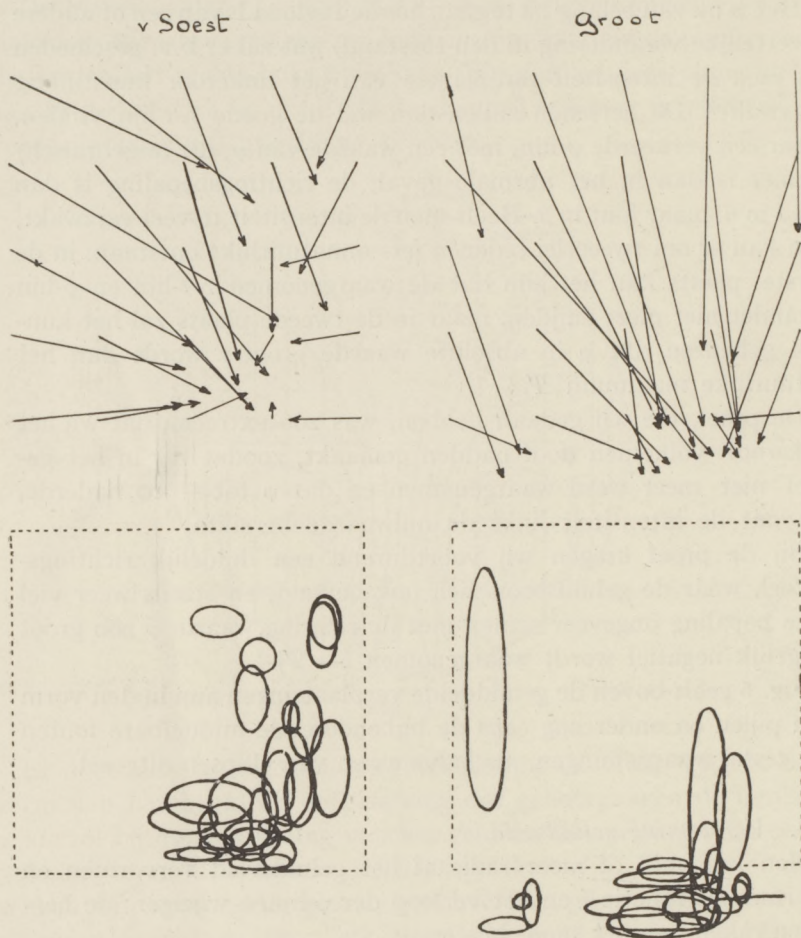


Fig. 5.

De hersenen, in de war gebracht, besluiten de eene keer tot het eene òf tot het andere òf tot beide, al of niet tot een gemiddelde versmolten.

De resultaten van deze proef zijn moeilijk grafisch af te beelden; het zij ons vergund te volstaan met het volgende.

In fig. 6 zijn de vaste punten afgezet en voor ieder vast punt zijn de hoogste en laagste waargenomen richtingen opgeteekend en door een lijn verbonden. De overige verticaal waargenomen richtingen vallen dus, bij verwaarloozing van de kleine horizontale afwijkingen, op deze lijn. Deze hoogste en laagste richtingen, behorende bij de vijf punten der eerste verticale kolom, zijn dus door de eerste vijf verticale lijnen weergegeven; de eerste lijn van deze

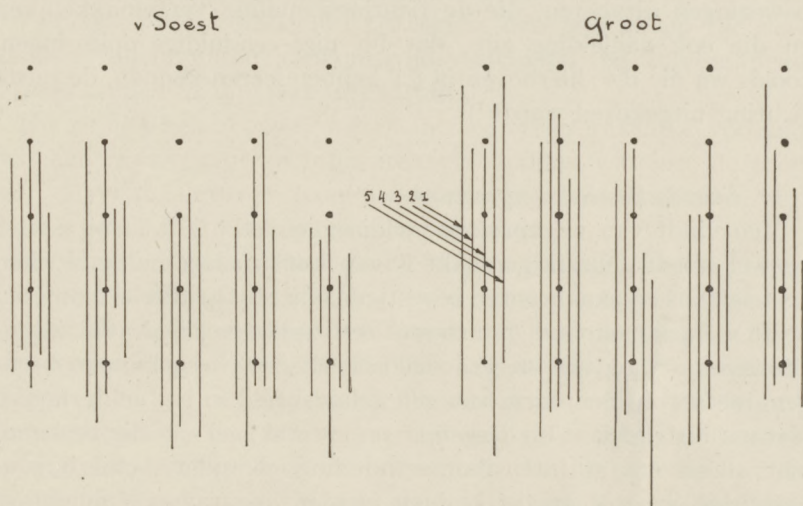


Fig. 6.

groep behoort bij het bovenste punt, de tweede bij het daaronder liggende punt, enz.

### 7. *Overzicht.*

Dit zijn de voornaamste proeven, die wij omtrent dit onderwerp hebben verricht; wij hadden ze heel gaarne verder uitgebreid, maar de waarnemingen vergen veel tijd, en deze was voor ons beperkt.

Echter meenen wij wel dat zij voldoende zijn om de beschouwingen te steunen en te rechtvaardigen, die in deze mededeeling voorkomen. Naar onze meening is een acoustische richtingsbepaling in de ruimte mogelijk, doordat het gehoororgaan zoowel een intensiteitsverhouding als een tijdsverschil op de een of andere wijze naar het hersenapparaat weet over te brengen, waaruit dit tot

een ruimtelijke richting (met 2 coördinaten) weet te besluiten. De proeven toonen aan dat een te nabij gelegen geluidsbron, maar ook kunstmatige verstoringen van het geluidsveld de richtingsbepaling in de war kunnen sturen, in het bijzonder voor wat de bepaling van de coördinaat  $\beta$  betreft.

Bij de proeven hebben wij het hoofd stil gehouden; onze beschouwingen hebben ook op een stil gehouden hoofd betrekking. In normale omstandigheden zal het hoofd daarentegen gaarne bewegingen uitvoeren, die de richtingsbepaling vergemakkelijken en die ook aanleiding zijn, dat bij niet eenduidige oplossingen, zooals wij die b.v. hierboven in § 6 hebben leeren kennen, de juiste richting uitgekozen wordt <sup>1)</sup>.

#### 8. *Stereoacoustische litteratuur.*

Men vindt van vele *proeven* melding gemaakt <sup>2)</sup>, waarbij echter vrijwel steeds gebruik gemaakt is van kunstmatige hulpmiddelen, als telefoons en aan de ooren bevestigde buizen. Op allerlei manieren heeft men aangetoond dat zoowel een tijdsverschil als een intensiteitsverhouding een stereoacoustisch effect teweeg kunnen brengen, meestal in den vorm van een geluidsbeeld in het achterhoofd. Het natuurlijke gaat bij dergelijke proeven al heel spoedig verloren, niet alleen omdat intensiteitsverhouding of tijdsverschil bovennatuurlijk groot gemaakt kunnen worden, maar vooral omdat er een onnatuurlijk verband te voorschijn kan komen tusschen de beide grootheden, onnatuurlijk omdat er geen ruimtelijke richting is, die dát verband kan geven.

Proeven zonder dergelijke hulpmiddelen vindt men sporadisch vermeld, maar beschrijvingen blijven daarbij achterwege.

*Berekeningen* zijn uitgevoerd over de schaduwwerking van het hoofd. Daarbij wordt een geluidsbron van zuiveren toon verondersteld, een bolvormig en star hoofd met puntvormige ooren aan het

1) v. Soest l.c. 271.

2) E. M. v. Hornbostel u. M. Wertheimer, Berliner Ber. **20** (1920) 388; W. Kunze, Phys. Z. XXII (1921) 649; H. Hecht, Naturwiss. **10** (1922) 107. J. L. v. Soest en P. D. Groot l.c.; J. L. v. Soest l.c.; G. v. Békésy, Phys. Z. XXXI (1930) 824 en 857, Ann. d. Ph. VII (1930) 329.

oppervlak <sup>1)</sup>. Deze berekeningen benaderen de werkelijkheid zeer onvolkomen.

Verschillende *theorieën* zijn er omtrent de stereo-acoustische verschijnselen verkondigd. De oudste is die, welke de intensiteitsverhouding als oorzaak van de richtingsgewaarwording aanneemt. Rayleigh <sup>2)</sup> is de eerste, die ook het fazeverschil bij sinusvormige geluidstrillingen als mogelijke oorzaak noemt; v. Hornbostel en Wertheimer <sup>3)</sup> leggen den nadruk op tijdsverschillen: bij impulsen aankomsttijdsverschillen, bij zuivere tonen fazeverschillen in tijdmaat uitgedrukt.

Hartley en Fry <sup>4)</sup> wijzen op het onverbreekelijke verband tusschen fazeverschil en intensiteitsverhouding, wanneer de toon van de geluidsbron en haar plaats zijn gegeven; zij steunen hun theorie op de hierboven genoemde berekeningen.

Zij wijzen er ook op dat voor een *plaatsbepaling* in de ruimte drie coördinaten noodig zijn, b.v. twee richtingscoördinaten en een afstand. Bij een geluidsbron van zuiveren toon ontvangt het gehoororgaan slechts twee voor de bepaling nuttige gegevens: intensiteitsverhouding en fazeverschil. Om aan deze moeilijkheid te ontkomen, slaan zij den o.i. verkeerden weg in en laten de hersenapparatuur de afstand en de horizontale richting oplossen en de tweede richting verwaarloozen, zoodat zij niet tot een werkelijk ruimtelijk richtingshooren komen.

Zij wijzen er verder op dat de schaduwwerking voor elke frequentie anders is en dat dus  $I_1 : I_2$  daarbij verandert. Zij veronderstellen dat een meertonig geluid, óók een impuls, door het gehoororgaan in Fouriercomponenten wordt ontleed, waarbij uit elke component een richtingsbepaling volgt, waarna de hersenen uit al die bepalingen tot de waargenomen richting besluiten. Zij spreken dan ook steeds van fazeverschillen en verwerpen het „aankomsttijdsverschil”, zooals v. Hornbostel en Wertheimer dat hebben aangegeven en zooals wij dat ook gebruiken.

Dit verschil lijkt ons echter voor de fysische discussie een

---

1) Rayleigh, Phil. Mag. XIII (1907) 214; Stewart, Phys. Rev. 33 (1911) 467; Hartley and Fry, Phys. Rev. 18 (1921) 431. 2) l.c. 3) l.c.

4) Phys. Rev. 13 (1919) 319 en 373 (ten 2en male), 18 (1921) 431; Bell Syst. Techn. J. I (1922) 33; Phys. Z. XXIII (1922) 273.

kwestie van woorden. Voor het physiologische onderzoek is het natuurlijk van belang.

Te onderzoeken wat zich in het gehoororgaan en in de hersenen zelf afspeelt ligt buiten het bereik van den physicus; dezen past het slechts bewondering te hebben voor de inrichting van het levende organisme, die hem tot bescheidenheid brengt als hij zijn eigen instrumenten daarmee waagt te vergelijken.



## OVER HET ONTSTAAN VAN SPECTRA <sup>1)</sup>

door L. S. ORNSTEIN

Naast het probleem der frequenties van atoom- en molekuul-spectra is de verdeeling der intensiteiten over de verschillende mogelijke frequenties interessant. Men zou gaarne, indien men een spectrum waarneemt, begrijpen hoe voor verschillende lijnen de intensiteit afhangt van de omstandigheden, waaronder het spectrum wordt uitgezonden. Hierbij zijn een aantal voor atoom en molekuul fundamenteele gegevens noodig, die, gegeven de omstandigheden, in staat stellen het spectrum te berekenen. Omgekeerd kan men dan uit de spectrale intensiteitsverdeeling ook weer iets afleiden over de omstandigheden, waarin zich de stof bevindt, die het licht uitstraalt.

De moderne astrophysica heeft reeds op ruime schaal van het betrekkelijk nog kleine materiaal gebruik gemaakt, dat ons in deze richting bekend is, en voor het begrip van ontladingen in gassen — lichtbogen e.d. — is het van de allergrootste beteekenis. Verder leert studie in deze richting ons eigenschappen der atomen kennen, die voor de theorie van het atoom van fundamenteele beteekenis bleken en nog wel verder blijken zullen.

Gelijk bekend is, worden de spectra uitgezonden door atomen (resp. molekulen) die in (discrete) hogere energie-toestanden gebracht zijn en die onder uitzending van straling van bepaalde frequentie in hun stabiele bewegingswijze terugkeeren. Kennen wij het aantal atomen, dat zich in een stationaire ontlading in een hogere toestand bevindt en kennen wij de uitstralingswaarschijnlijkheid naar de verschillende lagere toestanden zoo is daardoor de intensiteit der lijnen gegeven. Door verschillende oorzaken kunnen de atomen in de aangeslagen toestanden gebracht worden en wel o.a. van onderaf door: straling, botsing van electronen, botsing met andere (het gemakkelijkst met aangeslagen) atomen; verder van

1) Voordracht op het Natuur- en Geneeskundig Congres te Delft op 9 April 1931.

bovenaf door overgang onder uitstraling vanaf een hooger niveau, door botsing met electronen, door botsing met andere deeltjes. Bij de meeste lichtbronnen is er een samenwerking van al deze oorzaken, hetgeen de analyse der verschijnselen zeer moeielijk maakt. Het is daarom van belang, dat zooveel mogelijk de eenvoudige gevallen onderzocht worden, waarbij de inwerking van een enkele der genoemde oorzaken optreedt.

In stationairen toestand is de lichtemissie van het niveau behalve door het product van aantal deeltjes op het niveau en uitstralingswaarschijnlijkheid, ook bepaald door het hiermede aequivalente aantal deeltjes dat per tijdseenheid op het niveau gebracht wordt. Beschouwen wij nu eens het zeer eenvoudige geval, dat door een electronen bundel van homogene snelheid een gas — bijv. waterstof — tot lichtgeven wordt gebracht. Bij proeven tezamen met den Heer H. Lindeman gedaan is het gelukt dit voor atomaire waterstof te verwezenlijken. (Vergel. Proc. Amst. Vol. XXXII, p. 1097, 1930). In dit geval kan men de intensiteit van de Balmerlijnen ( $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  werden voorlopig onderzocht) meten. Vestigen wij nu onze aandacht op  $H_\alpha$ . Het licht in deze lijn uitgezonden ontstaat wanneer atomen van den 3den naar den 2den toestand vallen. Indien wij nu weten hoeveel atomen per tijdseenheid op den 3den toestand gebracht worden, weten wij, doordat theoretisch door Schrodinger de verhouding van de 3—2 en de 3—1 lijn bepaald is, welke fractie als  $H_\alpha$  wordt uitgezonden en omgekeerd uit  $H_\alpha$  kan de 3—1 lijn berekend en dus het totale aantal atomen bepaald worden, dat per tijdseenheid op den 3den toestand gebracht wordt. Dit geschiedt nu op de volgende wijzen: 1) door electronenaanslag vanaf de 1- en 2-niveau's, 2) doordat door electronen aanslag 4-, 5- en hoogere niveau's worden aangeslagen, terwijl doorstraling een deel der atomen via het 3-niveau hun door aanslag verkregen energie verliezen. Vanaf het 4-niveau geschiedt dit in de eerste lijn der Paschen-reeks  $P_\alpha$ . Deze is niet direct gemeten, wel de 4—2 lijn ( $H_\beta$ ), daaruit kan met behulp van de theorie van Schrodinger echter  $P_\alpha$  bepaald worden. Man kan dus het aantal atomen berekenen dat via 4 op 3 komt, terwijl men het totale aantal atomen kent, dat 3 verlaat. Uit de experimenten kan men, indien men den invloed der andere niveau's (5 en hoger), die veel kleiner is, verwaarloost, berekenen dat ongeveer 10 % van de straling die van 3 uit gaat afkomstig is van atomen die via 4 op 3

gekomen zijn, de rest is er gekomen door directe electronenaanslag vanuit 1, daar de concentratie der 2-niveau's te klein is om een merkbaaren invloed te kunnen oefenen. De schatting geschiedde door groote snelheid der electronen.

Tegen de gegeven schatting kan op grond van onderzoekingen van Ornstein en Burger eenige bedenking in het midden gebracht worden. Zij is namelijk geschied op grond der theorie van Schroedinger. Nu geven de proeven gedaan over de verhouding van  $H\beta$  en  $P\alpha$  een van de theorie afwijkend resultaat. Dit hangt samen met het feit dat de niveau's van waterstof een fijnstructuur vertoonen en wel zoo, dat het  $H$ -spectrum als een alkali-spectrum opgevat kan worden, waarbij het 1-niveau een  $s$ -, het 2-niveau uit één  $s$ - en twee  $p$ -niveau's, het 3-niveau uit één  $s$ -, twee  $p$ - en twee  $d$ -niveau's is opgebouwd enz. Bij de berekening van Schroedinger zijn deze niveau's samengevat. Indien men echter met electronenaanslag te doen heeft, is de kans, dat een electron van gegeven snelheid een  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -, niveau van de fijnstructuur vormt, niet gelijk voor alle niveau's doch er bestaat een voorkeur, die een analogie met de verbodsregels bij straling heeft. In welke mate, die voorkeur zich ook bij botsing met electronen van bepaalde snelheid voordoet, is nog niet nader onderzocht, — dit zal weldra geschieden — doch zoowel door de genoemde metingen van Burger en Ornstein, als door de metingen van de intensiteitsverhouding der waterstof-fijn-structuur door Ornstein en Snoek in Wood's ontladingsbuizen is deze voorkeur gebleken. Vermoedelijk is echter de gegeven schatting niet zeer ver van de waarheid verwijderd.

Door Elenbaas in het Utrechtsche Laboratorium is voor Helium en door Hanle en zijn leerlingen zijn voor  $He$ ,  $Ne$ ,  $Hg$ ,  $Cd$  en  $Zn$  proeven gedaan over de aanslag van gassen door electronen van bepaalde snelheid, waarbij de intensiteit van lijnen die van bepaalde niveau's uitgaan als functie van de electronensnelheid is gemeten. Daarbij is dus een grootheid bepaald, die met het totale aantal atomen, dat onder de gegeven omstandigheden op het niveau komt, samenhangt. De aanslagkrommen geven niet zonder meer hoeveel atomen door electronenbotsing op de betreffende niveau's gebracht worden, daar niet bepaald is hoeveel atomen via andere niveau's door straling erop gebracht worden. Bij benadering zijn zij echter wel een maat hiervoor.

Onderzoekingen van L a r c h e r hebben doen zien, dat in damp van *Hg*, *Zn*, *Cd*, en *Zn* de bekende multiplet-regels gelden, indien men lijnen beschouwt, die van hetzelfde niveau uitgaan; te verwonderen valt dit niet daar het zeer onwaarschijnlijk te achten zou zijn, dat de wijze, waarop de atomen op de niveau's gebracht worden van invloed op de uitstralingskansen zou zijn.

Interessanter is de kwestie van den aanslag der niveau's van een multiplet. Uitvoerige nog niet gepubliceerde onderzoekingen hieromtrent zijn in mijn Laboratorium door den Heer B a a r s verricht. Hij vindt voor electronen, die een snelheid bezitten tusschen 8—50 Volt een verhouding van 2 : 1 voor de *D*-lijnen van natrium (*s p*<sub>1</sub> en *s p*<sub>2</sub>). Het aantal atomen, dat door electronenbotsing op de beide niveau's gebracht wordt, verhoudt zich dus als 2 : 1, d.w.z. als de statistische gewichten der niveau's en ook als de absorbtie waarschijnlijkheden van het *s*-niveau voor de beide *D*-lijnen. Wij hebben hier dus een geval, waarbij de werking van electronen geheel equivalent aan die van straling is.

O p p e n h e i m e r heeft voor groote electronensnelheden deze analogie quantenmechanisch doen zien.

En verschillende experimenten wijzen verder in deze richting. De eerste maal, dat het verschijnsel quantitatief werd gevonden, was in onderzoekingen met B u r g e r e n K a p u z c i n s c i over den aanslag van Helium bij zeer lagen druk; daar bleek de groene singulet *s p*-lijn overwegend, wat onmiddellijk doet zien, dat bij groote electronensnelheid uit het grondniveau, het singulet *s*-niveau van *He*, bij voorkeur singulet *p*-niveau's gevormd worden. Tengevolge van den lagen druk toch is de vrije weglengte groot en treden groote electronensnelheden op, doch bovendien storen de botsingen der atomen onderling — waardoor de niveau's in elkaar kunnen overgaan weinig. L a r c h e r, die bij H a n l e werkte, vond iets dergelijks voor de singulet- en intercombinatie-resonantielijnen van *Cd*.

Voor het eenige atoom, waarvoor nauwkeurige berekeningen van de aanslagkans door electronen tot nu toe quantenmechanisch mogelijk waren, nl. voor waterstof, zijn metingen over de aanslagfunctie tezamen met H. L i n d e m a n gedaan. Het bleek mogelijk uit een ontladingsbuis volgens W o o d de door een elektrische ontlading in atomen gesplitste waterstof als zoodanig weg te pompen en deze — door geschikte kunstgrepen, die de recombinitie tot molekulen tegengaan — met electronen van bepaalde snelheid te

beschieten. De verhouding der verschillende waterstoflijnen van de B a l m e r-serie stelde in staat de quantenmechanische theorie voor groote electronensnelheden te toetsen, waarbij een bevredigende overeenstemming werd gevonden.

Wanneer nu een electronenzwerm door een gas loopt kan uit de snelheidsverdeeling in beginsel de aanslag der atomen worden afgeleid uit gegevens der aanslagkrommen. Doch de intensiteiten in de spectra worden thans in hooge mate door andere factoren mede bepaald. Een zeer duidelijk geval levert de verhouding der overeenkomstige singulet- en triplet-lijnen, waarvoor volgens B u r g e r en O r n s t e i n, indien intercombinaties ontbreken de verhouding 1 : 3 te verwachten is, indien een bezetting naar de statistische gewichten der niveau's optreedt. Bij hoogen druk is een dergelijke verhouding ook inderdaad gevonden, bij lagen druk vertoont zich de reeds vermelde specifieke aanslag. Naarmate de druk nu hooger wordt, nadert echter de verhouding meer tot die volgens de statistische gewichten en dit des te beter al naar gelang de overgang singulet-triplet onder energieverlies, resp. onder een energieopname van de orde der warmtebeweging der atomen plaatsvindt. Hier ziet men dus den invloed der botsingen — gedurende den tijd, dat het atoom in een hoogerem toestand is, op de emissie. Sterk wordt deze invloed als de gemiddelde tijd tusschen twee botsingen van de orde van de levensduur van de aangeslagen toestand wordt of nog kleiner is.

Bij hoogerem druk heerscht wel is waar een ongeordende toestand, doch als een eenheid van tegendeelen wordt hier het te verwachten resultaat toch weer eenvoudig. De resultaten, die men hier vindt, hebben groote verwantschap met het spectrum, dat reeds het langst zoowel theoretisch als experimenteel beheerscht wordt, n.l. dat van de zwarte straling. In een aantal gevallen toch kan men de verdeeling der atomen over de verschillende energieniveau's beschrijven met behulp van de verdeelingsfunctie van B o l t z m a n n, daar blijkt m.a.w. dat de dichtheid der verdeeling over de niveau's evenredig is met de bekende  $e$ -macht, waarbij in de exponent de energie van het niveau met het negatieve teeken staat, gedeeld door de constante van B o l t z m a n n maal de absolute temperatuur. Het eerst bleek dit bij de bandenspectra van het positieve stikstofmolekuulion (proeven van L. S. O r n s t e i n en

W. v. Wijk), waarbij de distributie in een holle kathode afhankelijk bleek van de temperatuur van deze kathode, hetzelfde vertoonde zich bij proeven van Lindh bij aanslag van dit spectrum met electronen van bepaalde snelheid en voor de rotatiebanden van  $BO$  bij proeven van Elliott, waarbij de aanslag door actieve stikstof plaats vindt.

Toen werd tezamen met H. Brinkman onderzocht in hoeverre aan de Iyaanbanden in een koolboog en aan de  $AlO$ -banden in een  $Al-C$ -boog een temperatuur is toe te schrijven, wat de rotatieniveau's betreft. Dit gelukte en een zeer hoge temperatuur werd voor de in de kern uitgezonden  $CN$ -banden ( $6000^\circ$ — $7000^\circ$ ) gevonden, terwijl de  $AlO$ -banden, die in den zoom worden uitgezonden een veel lagere temperatuur blijken te bezitten. Ook bleek, dat de oscillatie-niveau's voor  $CN$  tot eenzelfde temperatuur voeren, terwijl ook de breedte van een  $N$ -lijn tot een ruwe schatting van gelijke temperatuur uit de Doppler-breedte der lijn leidt. Hierdoor wordt het waarschijnlijk, dat de gasen in den lichtboog een van punt tot punt veranderlijke, in de kern maximale, doch zeer hoge temperatuur bezitten — veel hooger dan de temperatuur der electroden. Dit is geheel in overeenstemming met de door Compton en Sleepian ontwikkelde theorie van den boog, die voor de ionisatie der gasen in den boog, — noodig om het electriciteits-transport te begrijpen — dergelijke hoge temperaturen moet aannemen; waardoor in den boog een dissociatie evenwicht kan bestaan gelijk dit ook bij de verklaring der astrophysische spectroscopie zulk een rol speelt naar de door Saha gegeven theorie.

Dat  $CN$  in de kern,  $AlO$  in den rand voorkomt, d.w.z.  $CN$  bij hooge temp. gevormd,  $AlO$  daarbij juist gedissocieerd wordt, is hiermede in overeenstemming.

De beteekenis van de Boltzmann-verdeeling teekent zich ook voor de atoomspectra reeds af. Zoo publiceerde Ornstein met Sambruski een onderzoek over het goudspectrum waar in verband met de groote splitsing der  $p$ -niveau's een invloed van de temperatuur op de multiplet intensiteit in het  $dp$ -multiplet te verwachten is en ook inderdaad gevonden werd, terwijl een deel der anomaliteiten in  $Ni$ ,  $Co$ ,  $Fe$ ,  $Fe^+$ ,  $Co^+$ ,  $Ni^+$ , naar de Heer v. Driël opmerkte, voor een deel door den invloed der Boltzmann-verdeeling in verband met de groote splitsing der niveau's te verklaren zou zijn.

Zeer onlangs werd nu ook voor een boog in atomaire waterstof de verdeelingswet getoetst. Dit is in zooverre een bijzonder gunstig geval, dat men met de theorie de overgangswaarschijnlijkheden berekenen kan. In een laschboog, waarin wolfraamelectroden door waterstof ontspoeld worden, wordt deze door de hoge temperatuur der elektroden gedissocieerd, waarbij de ontlading dan verder door atomaire waterstof loopt. Het spectrum bevat onder gunstige omstandigheden de eerste 8 leden der Balmer-serie, geen veellijnenspectrum en weinig Wolfraam-lijnen. De lijnen zijn, naarmate het uitgangsniveau van hooger rangnummer is, sterker door Stark-effect verbreed. Is hier het nadeel, dat de intensiteitsmeting het bepalen van het oppervlak der lijn eischt, het voordeel is, dat de zelfabsorptie is opgeheven. De proeven gaven tot resultaat, dat de Boltzmann-verdeeling geldt met een van de omstandigheden afhankelijke waarde tusschen  $4000^{\circ}$  en  $6000^{\circ}$ .

De onderzoekingen aan de spectra van den lichtboog toonen hoe naast het eenvoudige geval, de statistische menigvuldigheid tot eenvoudige welmatigheid leiden kan, zij zullen zeker er toe kunnen medewerken eenerzijds het mechanisme van den boog, het chemisme in den boog beter te begrijpen, anderzijds ons instaatstellen de eigenschappen der atomen te onderzoeken onder extreme omstandigheden van temperatuur <sup>1)</sup>.

1) Nadat de voordracht gehouden was, bleek dat in de bogen van zoeklichten temperaturen tot ongeveer  $12000^{\circ}$  voorkomen. en werd een, in Naturwissenschaften gepubliceerde, nadere bevestiging der theorie van Saha in den boog gevonden.

## BOEKBESPREKING<sup>1)</sup>

*P. A. M. Dirac, The Principles of Quantum Mechanics*, 257 blz., geen fig. — Clarendon Press, Oxford, 1930. Prijs 17 sh. 6 d.

**Die Prinzipien der Quantenmechanik**, vert. d. *Werner Bloch*, 274 blz., geen fig. — S. Hirzel, Leipzig. Prijs ing. R.M. 18.—, geb. R.M. 20.—.

Ware het niet, dat men te uitvoerig zou moeten worden, men zou bij de bespreking van een boek als dit diep op verschillende belangrijke punten wenschen in te gaan, omdat het de grondslagen raakt van nieuwe denkwijzen in de natuurkunde. De jeugdige auteur heeft aanstonds nadat uit *Kramers'* dispersietheorie *Heisenberg's* ideeën geboren waren omtrent de niet-verwisselbaarheid der factoren in sommige producten van natuurkundige grootheden ( $pq \neq qp$ ), daaruit een eigen algebra opgebouwd met behulp van welke hij nagenoeg alle resultaten wist te bereiken, die tezelfdertijd op het vasteland met *Born-Heisenberg's* matrixrekening en met *Schroedinger's* golwingsmechanica werden verkregen. Deze volkomen zelfstandige productiviteit is reeds merkbaar in de opvallende schaarschte aan bronverwijzingen, waardoor dit boek uitmunt. Veel sterker doet zij zich gelden in den korten, gedrongen en gekristalliseerden stijl, waarin het boek geschreven is. Men kan niet over een regel heenlezen. De tekst geeft bijna een opeenvolging van haast stelling na stelling, die men te overwegen heeft, en aan te vullen met de vrucht van eigen overdenking. Vandaar dat men in een klein, maar zeer rijk bestek scherp en helder en kritisch geschift de fundamenteen voorgedragen krijgt, zoodat er geen theoreticus zal zijn, die niet uit dit boek te leeren zal vinden, zij het ook dat de inspanning aan het loon vooraf moet gaan.

In verschillende hoofdstukken — en daarom voorziet dit boek in een dringende behoefte — vindt men den inhoud van *Dirac's* vroegere verhandelingen terug, soms haast onveranderd (waardoor de lapsus is blijven staan, dat de aangetroffen elektrische polarisatie van het spin-electron geen physische beteekenis zou hebben), meestal in fraaiere vorm gebracht of in bredere stijl uitgewerkt, zooals de z.g. transformatietheorie, aan welker voorbereiding en voordracht de eerste negentig bladzijden van dit boek zijn gewijd.

Bij deze voordracht doet de auteur zich kennen in zijn volle kracht als fijn algebraïcus. Hij leert ons al onze herinneringen aan concrete dingen te laten varen en slechts de algebraïsche regels in het oog te houden die voor het rekenen met abstracte algebraïsche symbolen zijn vastgesteld. Wie het vergeten mocht zijn, kan opnieuw beleven, — gelijk bij het aanleeren der gewone algebra, — welk een inspanning het kost om de werkelijkheid achter te laten en slechts relaties en relaties van relaties, en niets meer, te hanteeren. Wie bij dit werken met  $\psi$  en met  $\phi$  niet reeds associaties heeft met golf-functies van *Schroedinger*, zal niet ver medekomen.

Schrijvers algebraïsch oog is echter in sommige richtingen blind. Van wat

1) De Redactie wijdt zorg aan de keuze van deskundige recensenten. De verantwoordelijkheid voor het uitgesproken oordeel rust echter op den beoordeelaar.



de relativiteitstheorie aan aspect bieden kan leert hij slechts dat een partieele differentiaalvergelijking, indien van de eerste orde naar den tijd, ook naar  $x$ ,  $y$ ,  $z$  van de eerste orde moet zijn. Een gruwel is echter de wijze, waarop hij aanstonds de impulscomponenten en de constante  $mc$  overeenkomstig behandelt, evenwel de energie apart houdt. Deze behandelingswijze is onnoodig gewrongen. Voor den overgang naar de differentiaalvergelijking van de tweede orde noodzaakt zij tot een hoogst willekeurige omkeering van een  $+$  in een  $-$  teeken. Bij de opstelling van het boek behoorde dit gedeelte te zijn herzien.

De schrijver heeft de gevaren zijner symbolische algebra voor den lezer gevoeld en gepoogd in een zoogenaamd natuurkundig hoofdstuk een toelichting te doen voorafgaan. Dit bevat een uiteenzetting van axiomaas betreffende te verwachten uitkomsten van te verrichten metingen, die echter niet meer dan één voorbeeld geeft.

De moeilijkheid om nieuwe denkbeelden in passende woorden te kleeden treedt aan den dag bij den uitleg van de beteekenis die de schrijver geeft aan de superpositie van twee „states”,  $\psi_1$  en  $\psi_2$ . State  $\psi_1$  beteekent, dat men bij het doen van een bepaalde proef een bepaalde uitkomst  $a_1$  krijgt. State  $\psi_2$  beteekent, dat men bij eenzelfde proef de uitkomst  $a_2$  krijgt. State  $\psi_1 + \psi_2$  zou beteekenen, dat men bij die proef evenveel kans heeft om de uitkomst  $a_1$  te krijgen als de uitkomst  $a_2$ . Dirac zegt hierbij van het object, dat het gedeeltelijk in toestand  $\psi_1$ , gedeeltelijk in toestand  $\psi_2$  verkeert. Het begrip toestand sluit echter uit, dat iets tegelijk en gedeeltelijk in meer dan één toestand verkeert. Stellig is het een kernpunt, dat men de beteekenis van de superpositie  $\psi_1 + \psi_2$  goed vat. Maar juist omdat de opvatting nieuw is, moet men ze niet met versleten woorden van strijdige beteekenis trachten uit te drukken. Niet het verkeeren in bewegingswijzen (oude voorstelling) is wezenlijk, maar het kans bieden op verschillende uitkomsten. De kansbiedingen zijn superponeerbaar, niet de bewegingswijzen of de toestanden.

Ongetwijfeld heeft de schrijver — wien verwijten over gebrek aan aanschouwelijkheid stellig vaak verveeld moeten hebben — gelijk als hij in de voorrede zegt:

„The new theories are built up from physical concepts . . . which „cannot even be explained adequately in words at all. Like the fundamental concepts (e.g. proximity, identity) which every one must „learn on his arrival into the world, the newer concepts of physics „can be mastered only by long familiarity with their properties and „uses”.

Daaruit spreekt het besef dat ook het meest vanzelfsprekende moet geleerd worden, en dat de formules en de taal op zich zelf ledig en inhoudloos zijn, onmachtig om den concreten inhoud der ervaring weer te geven anders dan als aanduiding. De symbolen waarmede de quantumalgebra van Dirac ons leert rekenen staan verder af van de ervaring dan de beelden waarin de klassieke theorie haar relaties kon uitdrukken. De slotsommen waartoe zij leiden zijn er echter niet minder om: bepaalde verifieerbare verwach-

tingen omtrent uitkomsten van bepaalde experimenten. Hoogeren eisch kan en mag men niet aan een natuurkundige theorie stellen. —

De Duitsche vertaling blijkt in uitstekende handen te zijn geweest, die, gebruik makende van vette letters, in tal van plaatsen zeer juist den nadruk op bepaalde zinnen gelegd hebben.

A. D. F.

*Hermann Weyl*, **Gruppentheorie und Quantenmechanik**, tweede, umgearbeitete Auflage, 366 blz. — Hirzel. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 24, geb. R.M. 26.

De eerste druk van dit boek verscheen in 1928, de tweede nog geen twee en een half jaar later. Voor de problemen, die hier behandeld worden bestaat ongetwijfeld levendige belangstelling. Stellig valt uit dit boek veel te leeren, maar niet zonder moeite, het is een moeilijk boek. De schrijver heeft het waarschijnlijk niet zoo bedoeld, in het voorwoord deelt hij mede, dat de omstandigheid, dat hij in het jaar 1928/29 een professoraat in Princeton vervulde, hem de gelegenheid bood de groepentheorie en de betrekkingen tusschen groepen en quanten opnieuw zorgvuldig en vooral ook met het oog op paedagogische quaesties door te werken en dat dan ook de bewerking der tweede uitgave voortdurend in het teeken „der Elementarisierung” stond. Deze moeilijkheid vindt voor een deel haar verklaring in de omstandigheid, dat aan den eenen kant de problemen der moderne physica over atoomstructuur en golfmechanica grondig besproken worden, aan den anderen kant beschouwingen over de structuur van abstracte groepen de aandacht van den lezer vragen. Nu zijn wel naar de overtuiging van den schrijver, en het is juist de strekking van het boek, dit in het licht te stellen, deze beide gebieden nauw met elkaar verbonden, maar vermoedelijk zal bij niet vele lezers de noodige geestestraining aanwezig zijn, om in beide den schrijver zonder inspanning te kunnen volgen. Wat het wiskundig deel betreft, komt daar een omstandigheid bij, waarop de volgende treffende opmerking van den schrijver in het voorwoord voor den eersten druk licht werpt „Diese ganze Art von Mathematik, Gruppentheorie und „abstrakte Algebra” ist von einem deutlich spürbaren anderen Geist durchweht als die „klassische Mathematik” welche in der komplexen Funktionentheorie ihre höchste Blüte entfaltet hat”.

Het boek begint met een korte historische inleiding. Dan volgt het eerste hoofdstuk, Unitäre Geometrie, de inhoud hiervan komt ongeveer overeen met wat men uitvoeriger en minder gecondenseerd in de twee eerste hoofdstukken van het bekendē boek van *Courant* en *Hilbert* vindt, het geheel wat meer doortrokken van den bovenbedoelden „anderen geest”. Het tweede hoofdstuk heet „Quantentheorie”, het begint met de grondgedachte der quantentheorie, behandelt het Bohratoom, de theorie van de Brogliegolf, de golfvergelijking van *Schrödinger* en gaat vervolgens dieper op de theorie van het lichtuitstralend en absorbeerend atoom in. In § 7 van dit hoofdstuk geeft de schrijver een zeer lezenswaardige formulering van hetgeen hij zich als 't wezenlijke probleem der quantentheorie denkt. Het derde hoofdstuk „Gruppen und ihre Darstellungen” is weer van mathe-

matischen aard, het behandelt in hoofdzaak de structuur van abstracte groepen, het vierde „Anwendungen der Gruppentheorie auf die Quantenmechanik” behandelt de toepassing daarvan op de quantenphysica. Achtereenvolgens komen ter sprake de groep der draaiingen, de Lorentz-groep en de groep der permutaties. Bij de laatste wordt aan de hand van het principe van Pauli het periodieke systeem der elementen behandeld. Het laatste hoofdstuk „Die symmetrische Permutationsgruppe und die Algebra der symmetrischen Transformationen”, waarvan de schrijver meedeelt, dat nu wiskunde en natuurkunde met elkaar versmolten zijn, is toch wel overwegend van mathematischen aard. De schrijver doet zien, hoe de groepentheorie op de behoeften der quantenphysica kan worden toegespitst.

In een drietal als aanhangsel toegevoegde korte stukjes worden bewijzen gegeven van in den tekst gebruikte stellingen. Dan volgt een zeer uitvoerig Literatuuroverzicht (8 blz.) gerangschikt naar de hoofdstukken, een overzicht van de gebruikte operatietekens en letters met vaste beteekenis en eindelijk een met zorg samengesteld register.

Opgemerkt zij, dat bovenstaand kort overzicht nog slechts een onvolledig beeld geeft van den veelomvattenden inhoud. H. B.

*Sir Ernest Rutherford, James Chadwick and C. D. Ellis, Radiations from radioactive substances*, 588 blz., 137 fig. — Cambridge University Press. London. 1930. Prijs 25 sh. net.

De nieuwe uitgave van Rutherford's bekende handboek over radioactiviteit, in 1912 verschenen onder den titel *Radioactive Substances and their Radiations*, beteekent een belangrijke verrijking van de litteratuur over dit onderzoeksgebied. Wel verscheen nog pas in 1927 de tweede uitgave van het handboek van Meijer en Schweidler en in 1928, het nog uitvoeriger werk van Kohlrausch (Band XV van het Handbuch der Experimental physik) maar naast deze beide standaardwerken neemt „de nieuwe Rutherford” toch zijn eigen plaats in. Trouwens, bij de transformatie die de schrijvers het boek hebben doen ondergaan, is met het bestaan van de genoemde werken ook rekening gehouden. Onze kennis omtrent de radioactieve stoffen en de transformatie-schema's heeft, tot op detailkwesties na, zijn afronding verkregen, en is in de beide Deutsche handboeken op uitnemende wijze samengevat. Beide, en vooral dat van Meijer en Schweidler bevatten zeer volledige literatuur-opgaven met betrekking tot de historische ontwikkeling van die kennis. Daarom kon in de nieuwe uitgave van Rutherford's handboek de aandacht geheel worden geconcentreerd op de radioactieve stralingsverschijnselen en hun beteekenis voor de kennis omtrent den bouw der materie. De omvang kon daardoor binnen redelijke grenzen beperkt blijven en de inhoud werd van dien aard dat vooral de physicus hier juist vindt wat hem interesseert en slechts zeer weinig wat hem onverschillig laat. Daarom zal vooral voor den physicus, die zich omtrent de radioactieve verschijnselen wil oriënteren, zonder er nog zijn speciaal onderzoeksgebied van te maken, Rutherford's boek het meest geschikte handboek zijn. En

dat niet alleen om den inhoud op zichzelf, maar ook om den voortreffelijken vorm, waarin deze gegoten is.

De duidelijke, klare stijl, de bijzonder geslaagde schifting van hoofdpunten en detailkwesties maakt het lezen van dit handboek tot een genot. Dit geldt evenzeer voor de hoofdstukken, die nog door Rutherford zelf zijn verzorgd, en die in hoofdzaak met de vroegere uitgave overeenstemmen, als voor de hoofdstukken, die door zijn medewerkers Chadwick (verstrooïing van  $\alpha$  en  $\beta$ -deeltjes, kunstmatige verbrokkeling der kernen) en Ellis ( $\beta$  en  $\gamma$ -stralen) zijn omgewerkt. Door de vele, uitstekend geslaagde reproducties van Wilson-opnamen, wordt de waarde van het boek niet onbelangrijk verhoogd. Dat het boek volkomen up to date is en dat de nieuwe inzichten en perspectieven die de quantenmechanica heeft gebracht, een aan hun belangrijkheid evenredige plaats innemen behoeft nauwelijks te worden vermeld.

G. J. S.

*R. de Montessus de Ballore, Probabilités et Statistiques*, 211 blz. — Hermann et Cie. Paris. 1930. Prijs frs. 60.

De waarschijnlijkheidsrekening, in het bijzonder de leer van het combineeren van waargenomen grootheden, met hare toepassingen is bij de natuurkundigen merkwaardiger wijze veel minder in zwang dan bijvoorbeeld bij de astronomen en geodeten. Daarentegen komen in de moderne natuurkunde statistische beschouwingen steeds meer op den voorgrond en speelt in de theoretische beschouwingen het begrip waarschijnlijkheid een steeds grootere rol.

Dit boek is echter op de practijk gericht. Op eenvoudige wijze, zonder van den lezer meer voorkennis te vooronderstellen dan dat hij weet, wat differentieeren en integreeren is, worden de begrippen der waarschijnlijkheidsrekening van de eerste beginselen af ontwikkeld en toegepast op de statistiek. In het bijzonder besteedt de schrijver zorg aan het hanteeren der formules, hij zet precies uiteen, hoe men b.v. een tabel der functie  $\theta(x)$  moet gebruiken, hoe het interpoleeren in zijn werk gaat en dergelijke. Het geheele werk door wordt ook aandacht gewijd aan de benadering der in de formules telkens voorkomende faculteiten van groote getallen, waardoor de formules eerst in een practisch bruikbaren vorm gebracht worden. Aan het eind is een tafel voor de functie  $y = \frac{m!}{(mp-x)!(mq+x)!} p^{mp-x} q^{mq+x}$  voor  $m = 1000$ ,  $p = 0,1$ ,  $q = 0,9$  toegevoegd.

De theorie wordt door een groot aantal voorbeelden verduidelijkt. H. B.

## STRIKVRAGEN

*Vraag LII.* In een verticale cylinder bevinden zich op twee plaatsen twee massalooze, wrijvinglooze, athermane plaatjes, die precies in den cylinder passen. Verwarmen we de lucht tusschen die plaatjes, dan zullen ze ieder hun nieuwen evenwichtstand opzoeken, waarbij de druk aan weerszijden dezelfde is. Hoe laat zich dat rijmen met de bekende verklaring van den „schoorsteentrek”, die eischt dat de verwarmde luchtkolom op zal stijgen?

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912 uitdrukkelijk verboden.

Afgedrukt 3 Juni 1931.

# OVERZICHT OVER DE LICHEMISSIE VAN DE GLIMONTLADING IN EDELGASSEN

door M. J. DRUYVESTYEN

## Zusammenfassung.

Die Lichtemission der Glimmentladung in der Nähe der Kathode möchte ich auf folgender Weise erklären: Die Elektronen verlassen mit geringer Geschwindigkeit die Kathode und werden erst nach durchlaufen der Anregungsspannung Gasatome anregen, wodurch der Astonsche Dunkelraum entsteht. Nachher werden einige Elektronen Atome anregen, die meisten aber ionisieren in dem Crookesschen Dunkelraum. Das negative Glimmlicht ist hauptsächlich darum viel lichtstärker als der Crookesschen Dunkelraum, weil die Elektronen im Glimmlicht lange hin und zurück diffundieren bis sie Gasatome anregen. In dem Faradayschen Dunkelraum ist die Elektronengeschwindigkeit zu klein um Gasatome anzuregen. Der erste Kathodenschicht ist ein Leuchten, angeregt durch positive Ionen; wenn der erste Kathodenschicht auftritt, ist der Astonsche Dunkelraum unsichtbar.

Die Lichtemission der normalen positiven Säule ist ein Anregungsleuchten durch langsame Elektronen, wobei Anregung aus dem metastabilen Niveaus manchmal eine grosse Rolle spielt. Es wird eine mögliche Erklärung für das Auftreten der laufenden Schichten gegeben.

Aangezien in de boeken<sup>1)</sup>, die gedurende de laatste jaren over gasontladingen verschenen zijn de lichtemissie, die optreedt bij de electriciteitsgeleiding door gassen slechts kort behandeld wordt, leek het mij wenschelijk de verschillende spectrografische en photometrische waarnemingen aan gasontladingen te verzamelen en wel speciaal de glimontlading in edelgassen te bespreken, omdat men hier de optische waarnemingen met behulp van de atomistische processen grootendeels verklaren kan. Bij deze verklaring

- 1) R. Bär, Hand. d. Phys. Geiger-Scheel XIV, blz. 171.  
R. Seeliger, Einführung in die Physik der Gasentladungen 1927.  
R. Seeliger en G. Mierdel, Handb. d. Exp. Phys. Wien-Harms XIII 3.  
K. G. Emeléus, Conduction of electricity through gases 1929.  
Zie ook K. T. Compton en I. Langmuir, Rev. of Modern Physics, 2, 123, 1930 en 3, 191, 1931.

moet men soms gebruik maken van een aantal elektrische eigenschappen der ontlading. In § 1 wil ik de belangrijkste atomistische processen nog even noemen. Tevens wordt daar een kort overzicht gegeven over de elektrische eigenschappen der gasontladingen, die later besproken worden.

§ 1. *Inleiding.*

Bij een botsing tusschen een electron en een gasatoom kan òf het electron elastisch gereflecteerd worden, waarbij het (bij een kleine snelheid) gemiddeld een fractie  $2m/M$  van zijn energie verliest ( $m$  = massa electron,  $M$  = massa gasatoom), òf een onelastische botsing optreden, die gepaard gaat met aanslag of ionisatie van het atoom.

De aanslagkans (d. i. de kans op aanslag bij botsing van een electron tegen een atoom) is bepaald voor enkele gassen als functie van de electronensnelheid <sup>1)</sup>. Daar de aanslagkans meestal optisch bepaald wordt uit de intensiteit van een spectraallijn, wordt niet slechts de aanslag van het betreffende niveau gemeten maar daarenboven de aanslag der hoogere niveaus, indien hierop volgt een overgang naar het betreffende niveau.

Ook de ionisatiekans is voor een aantal gassen in een groot snelheidsgebied bepaald <sup>2)</sup>. Fig. 1 geeft een voorbeeld van de aanslag- en ionisatiekans bij *Hg*.

De verschillende metingen van aanslag- en ionisatiekans ver-  
toonen vrij groote verschillen.

Een aangeslagen atoom kan ook ontstaan door recombinatie van een positief ion met een electron; wanneer dit atoom licht emitteert spreekt men van een recombinatiespectrum <sup>3)</sup> in tegen-

1) *He* W. Hanle, Z. S. f. Phys. 56, 94, 1929.

W. Elenbaas, Dissertatie Utrecht 1930 en Z. S. f. Phys. 59, 289, 1930;

W. C. Michels, Phys. Rev. 36, 1362, 1930.

*Ne* W. Hanle, Z. S. f. Phys. 65, 512, 1930.

*Hg* W. D. Crozier, Phys. Rev. 31, 800, 1928.

W. Schaffernicht, Z. S. f. Phys. 62, 106, 1930; W. Hanle en W. Schaffernicht, Ann. d. Phys. 6, 905, 1930.

K. Siebertz, Z. S. f. Phys. 68, 505, 1931.

Zie ook: L. S. Ornstein en H. Lindeman, Kon. Ak. v. Wet. 33, 1097, 1930.

K. Larché, Z. S. f. Phys. 67, 440, 1931.

2) K. T. Compton en C. C. van Voorhis, Phys. Rev. 26, 436, 1925 en 27, 724, 1926; F. M. Penning, Physica 6, 290, 1926; W. Bleakney, Phys. Rev. 34, 157, 1929; 35, 139 en 1180; 36, 1303, 1930; P. T. Smith, Phys. Rev. 36, 1293, 1930.

3) R. Seeliger, Phys. Z. S. 30, 329, 1929.

F. L. Mohler, Phys. Rev. Suppl. (nu Rev. of modern Physics) 1, 216, 1929.

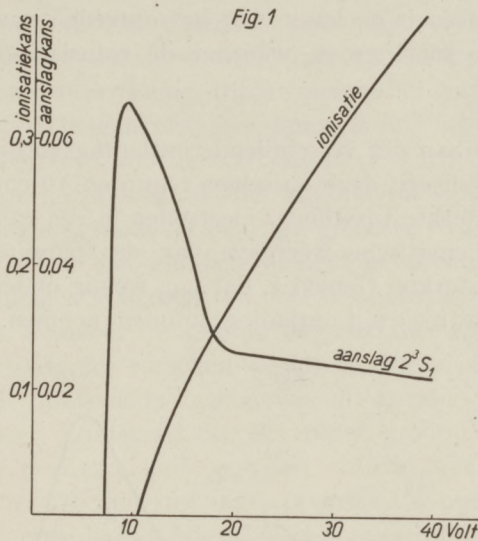
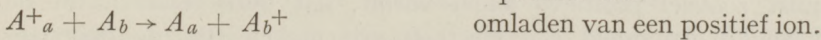
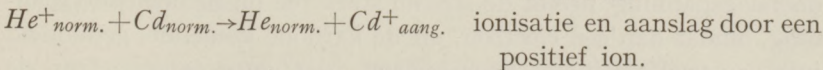
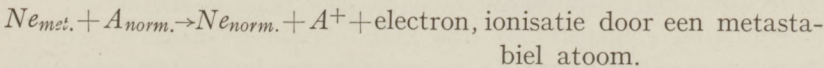
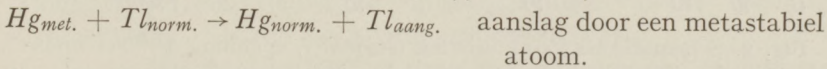


Fig. 1. De aanslagkans van het  $2^3S_1$  niveau is gevonden door de aanslagkansen der lijnen 4047, 4358 en 5461 te sommeren.

stelling met een aanslagspectrum. De kans op recombinitie hangt af van de snelheid van het electron t. o. v. het ion en neemt toe bij kleinere electronensnelheid.

Bij ontladingen in gasmengsels spelen botsingen van de tweede soort dikwijls een groote rol, hierbij kan de aanslag- of ionisatie-energie op verschillende manieren worden omgezet; ik wil mij beperken tot het geven van enkele typische voorbeelden, waarbij 2 atomen (of een atoom en een ion) botsen<sup>1)</sup>.



1) G. Cario, Z. S. f. Phys. 10, 185, 1922; F. M. Penning, Physica 10, 47, 1930; O. S. Duffendack en J. G. Black, Phys. Rev. 34, 35, 1929; O. S. Duffendack en H. L. Smith, Phys. Rev. 34, 68, 1929; Y. Takahashi, Ann. d. Phys. 3, 27 en 49, 1929; H. Kallman en B. Rosen, Z. S. f. Phys. 58, 52, 1929; 61, 61, 1930; F. M. Penning en C. F. Veenemans, Z. S. f. Phys. 62, 746, 1930.

In het algemeen is de kans voor het optreden van een botsing van de tweede soort groot, wanneer de translatieënergie weinig verandert.

Om het ontstaan der verschillende ontladingsvormen eenvoudig aan te geven (bij een druk tusschen 1 mm en 10 cm) veranderen wij de stroomsterkte tusschen 2 electroden in een gas. Fig. 2 geeft een geheel schematische weergave van de spanning als functie van de stroomsterkte. Gebied I, dat nog weinig onderzocht is, zou men een *T o w n s e n d*-ontlading kunnen noemen. Bij  $V_D$ , de

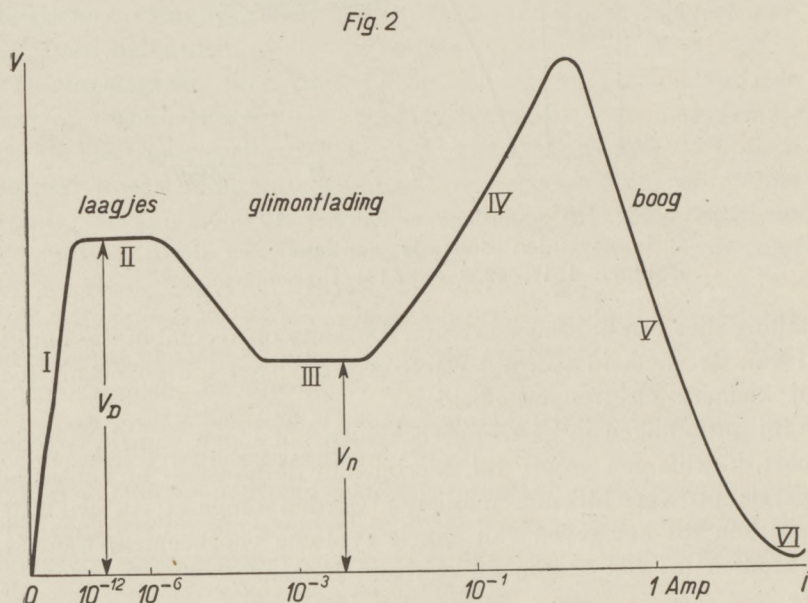


Fig. 2. Schematische karakteristiek (stroom  $i$ , spanning  $V$ ). Ter oriëntatie zijn eenige stroomwaarden aangegeven.

doorslagspanning, neemt de stroom sterk toe bij toenemende spanning, omdat dan één electron, uit de kathode komende, gemiddeld juist zooveel positieve ionen vormt, dat deze tezamen uit de kathode gemiddeld één electron vrij maken. Bij de doorslagspanning treedt soms een laagjes-ontlading op (zie § 2). Bij een stroom van enkele  $\mu A$  worden positieve ruimteladingen merkbaar, omdat de positieve ionen zich veel langzamer bewegen dan de electronen, waardoor het veld voor de kathode geconcentreerd



wordt. Wanneer de electroden 2 evenwijdige vlakke platen zijn, wordt door deze veldconcentratie meestal de kans op ionisatie grooter en daalt de spanning, totdat men in het gebied der normale glimontlading (III) komt. Bij een glimontlading is het veld grotendeels geconcentreerd voor de kathode in de kathodeval, bij kleine stroom is deze kathodeval slechts afhankelijk van de kathode en het gas: normale kathodeval ( $V_n$ ), bij grotere stroomen, zoo gauw de kathode geheel met glimlicht bedekt is, neemt de kathodeval toe met toenemende stroom en wordt anomale kathodeval genoemd (IV). Wanneer de afstand der electroden niet te groot is, dan zal de spanning tusschen de electroden, de brandspanning, vrijwel gelijk zijn aan de kathodeval, dit geval is in fig. 2 ondersteld. Wanneer de afstand der electroden grooter wordt gemaakt dan zal een positieve zuil optreden, waarin weer een electrisch veld heerscht. De zuil ontstaat, doordat de positieve ionen en electronen vanuit de kathodeval slechts over een bepaalde afstand wegdifundeeren en bij grotere electrodenafstand een electrisch veld noodzakelijk is opdat de stroom kan doorgaan. Maakt men de stroomsterkte grooter, dan blijft de zuil in principe hetzelfde, bij de kathode treden echter essentiele veranderingen op.

Door de positieve ionen, die de kathode treffen, wordt deze verwarmd en de temperatuur der kathode kan zoo hoog worden, dat deze thermisch electronen gaat emitteeren. Nu zal echter bij toenemende stroom de brandspanning dalen omdat de electronen-emissie zeer snel toeneemt bij toenemende temperatuur. Deze ont-lading noemt men een boog (V). Wanneer de temperatuur der kathode hoog genoeg is, kan de brandspanning dalen onder de ionisatie en zelfs onder de aanslagspanning van het gas, men spreekt dan van een laagspanningsboog<sup>1)</sup> (VI).

Het is wel duidelijk dat al deze ontladingsvormen en hun continue overgangen meestal niet aan één bepaalde ontladingsbuis kunnen optreden.

### § 2. *Lichtemissie in de nabijheid van de kathode.*

Indien tusschen 2 evenwijdige platen in Neon of Helium een stroom gaat van b.v.  $0,1 \mu A$ , dan is de brandspanning vrijwel gelijk aan de doorslagspanning, omdat de ruimtelading nog te ver-

1) Gewoonlijk wordt de kathode van een laagspanningsboog niet door de ont-lading zelf verwarmd, maar door een afzonderlijke stroom.

waarloozen is en ziet men een aantal lichtende laagjes evenwijdig aan de elektroden, de door Holst en Oosterhuis gevonden *negatieve laagjes*<sup>1)</sup>; in Neon zijn de laagjes geel in Helium violet of wit. Vlak voor de kathode is het donker, terwijl de laagjes scherper zijn bij de kathode dan bij de anode. De laagjes ontstaan doordat de positieve ionen de electronen met geringe snelheid uit de kathode vrijmaken en deze eerst na het doorlopen van een bepaald potentiaalverschil (ongeveer gelijk aan de aanslagspanning) de gasatomen zullen aanslaan. Op een afstand waar het potentiaalverschil met de kathode ongeveer het dubbele is van de aanslagspanning zal het tweede laagje beginnen. Het aantal laagjes, dat zichtbaar is, zal afhangen van de verhouding tusschen het aantal electronen, dat direct bij de aanslagspanning een atoom aanslaat en het aantal electronen dat grotere snelheid verkrijgt en eventueel een atoom ioniseert. Nu hangt deze verhouding af van het gemiddelde potentiaalverschil per vrije weglengte der electronen<sup>2)</sup> en dit potentiaalverschil is evenredig met  $E/p$  ( $E$  veldsterkte,  $p$  druk). Om dus vele laagjes waar te nemen moet men  $E/p$  klein maken

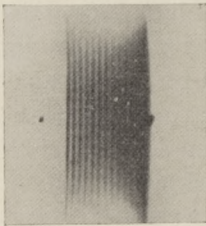


Fig. 3. Photo (negatief) der laagjes-ontlading in Neon (vrijwel op natuurlijke grootte). De kathode is links.

hetgeen vooral kan geschieden door als kathode een metaal te nemen met een kleine uittreearbeid  $\varphi$ , dus b.v. een alkali, daar dan de doorslagspanning laag is. De lichtsterkte der laagjes is bij een bepaalde stroomsterkte het grootste bij kleine  $E/p$ . Bij grotere stroomsterkte gaat de laagjes-ontlading over in de glimontlading, deze overgang is bij lage druk (onder 1 cm) soms continu, bij hogere druk treedt in dit gebied echter meestal een discontinuïteit of oscillaties op.

Bij de glimontlading met normale kathodeval ziet men in edelgassen (vooral zijn *Ne* en *He* onderzocht) vlak voor de kathode de *donkere ruimte van Aston* dan een lichtend laagje en erop volgend de *donkere ruimte van Crookes of Hittorf* ook wel genoemd de kathode

1) G. Holst en E. Oosterhuis, *Phil. Mag.* 46, 1117, 1923; *Physica* 1, 78, 1921; W. Grotrian, *Z. S. f. Phys.* 5, 148, 1921; M. J. Druyvesteyn *Z. S. f. Phys.* verschijnt weldra.

2) F. M. Penning en M. C. Teves, *Physica* 9, 97, 1929.

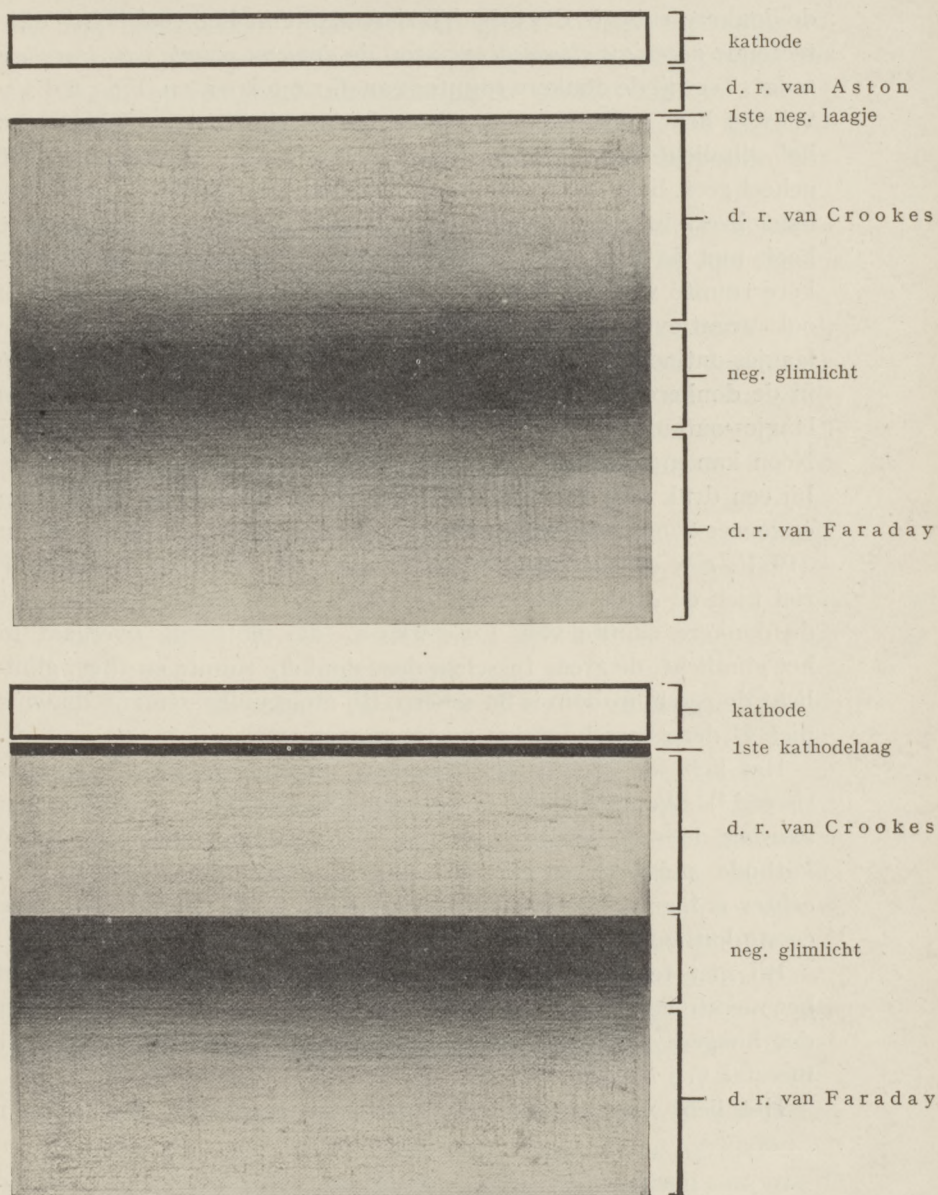


Fig. 4. Teekening van een *Ne*-ontlading (druk 1 mm) bij de kathode boven bij een kathodeval van 200 *V* onder 500 *V*.<sup>1)</sup>

1) De d. r. van Aston is in Fig. 4 te breed aangegeven.

de-donkere ruimte, die geleidelijk overgaat in het veel licht emitterende *negatieve glimlicht*, waarop de *donkere ruimte van Faraday* volgt. Terwijl de donkere ruimtes van Crookes en Faraday vrijveel licht emitteren en alleen donker zijn in vergelijking met het glimlicht<sup>1)</sup>, schijnt de donkere ruimte van Aston in het geheel geen licht uit te zenden. Tusschen de kathode en het glimlicht heerscht de kathodeval, welk gebied eenige overeenkomst heeft met de laagjes ontlading Aston<sup>2)</sup> kon bij He in de donkere ruimte van Crookes nog een aantal laagjes zien, die ik ook negatieve laagjes zou willen noemen. Het verschil met de laagjes-ontlading van Holst en Oosterhuis is dat  $E/p$  in de donkere ruimte van Crookes veel grooter is dan bij de laagjes-ontlading, terwijl ook het veld hier niet homogeen is. Bij Neon kan men de hier beschreven verschijnselen goed waarnemen bij een druk van 1 tot 2 mm indien de kathodeval kleiner is dan ongeveer 250 V. Bij hogere (anomale) kathodeval, in Neon boven 310 V, ziet de ontlading er heel anders uit. Vlak op de kathode ziet men de *eerste kathodelaag* (of eerste kathodehuidje), dan volgt de donkere ruimte van Crookes, die plotseling overgaat in het glimlicht, de grens tusschen deze donkere ruimte en het glimlicht de z.g. glimzoom is nu scherp. Bij molecuulgassen zijn dikwijls niet al deze verschijnselen waargenomen.

Het licht dat de *eerste kathodelaag* uitzendt is dikwijls gepolariseerd<sup>3)</sup>. Waarschijnlijk is de eerste kathodelaag te wijten aan aanslag door de gerichte stroom van positieve ionen die op de kathode aanvliegt en dus te vergelijken met kanaalstraal-licht, echter is hier nog weinig over bekend, en in de literatuur is deze eerste kathodelaag soms verward met het eerste negatieve laagje.

Bij niet te hooge kathodeval emitteert het *negatieve glimlicht* het meeste licht en is daarom het uitvoerigst onderzocht. De lijnen der hogere niveaus en ook de vonklijnen zijn in het glimlicht meestal vrij sterk<sup>4)</sup>.

Het licht van het glimlicht is ongepolariseerd<sup>3)</sup>. Seeliger

1) Soms is zelfs de lichtintensiteit van de donkere ruimte van Crookes van dezelfde orde van grootte als de intensiteit van het negatieve glimlicht.

2) F. W. Aston, Proc. Roy. Soc. A 80, 45, 1908.

W. Kossel, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. 18, 326, 1921.

3) R. Seeliger en T. Handt, Ann. d. Phys. 3, 575, 1929.

4) R. Seeliger en D. Thaeer, Ann. d. Phys. 65, 423, 1921. Zie ook 2) blz. 138.

en zijn medewerkers<sup>1)</sup> hebben een groot aantal spectraalphotometrische metingen gedaan aan het glimlicht. Zij kunnen hun metingen, op een enkele uitzondering na, samenvatten in 2 regels:

- 1°. het intensiteitsmaximum van een spectraallijn in het negatieve glimlicht is verder verwijderd van de kathode indien de aanslagspanning kleiner is;
- 2°. de verhouding van de intensiteit van een lijn in het glimlicht tot die in de donkere ruimte van *Crookes* is grooter indien de aanslagspanning kleiner is.

De totale visuele intensiteit van het glimlicht in *Ne*<sup>2)</sup> (de visuele intensiteit wordt in *Ne* vrijwel geheel bepaald door de lijnen  $1s - 2p$ ) is evenredig met de stroomsterkte, onafhankelijk van de kathodeval tusschen 55 en 285 *V* en hangt niet erg van de druk af. In andere gassen zijn dergelijke onderzoeken nog niet verricht.

Voor de verklaring van het negatieve glimlicht zijn voornamelijk 2 hypothesen geopperd: de aanslagtheorie en de recombinitie-theorie<sup>3)</sup>.

Volgens de *aanslagtheorie* stelt men zich het ontstaan van het glimlicht ongeveer als volgt voor:

In de donkere ruimte van *Crookes* is de veldsterkte zoo groot dat de meeste electronen atomen zullen ioniseeren en slechts enkele aanslaan. In het glimlicht echter is de veldsterkte veel kleiner en de gevormde vrij langzame electronen zullen hier lang heen en weer diffundeeren en gasatomen aanslaan. In de donkere ruimte van *Faraday* is de electronensnelheid te klein om atomen aan te slaan. De regels van *Seeliger* zijn nu min of meer begrijpelijk, daar de electronensnelheid in het glimlicht afneemt met de kathode-afstand (de electronensnelheid zal maximaal zijn bij de glimzoom). Voor een quantitative verklaring zou men het geheele verloop der aanslagkans in rekening moeten brengen (zie fig. 1).

De intensiteit van het glimlicht zal volgens de aanslagtheorie evenredig zijn met de stroomsterkte. Om ook te verklaren dat bij *Ne* de intensiteit in een groot gebied onafhankelijk is van de

1) R. Seeliger, Phys. Z. S. 22, 610, 1921; Ann. d. Phys. 67, 352, 1922.

R. Seeliger en W. Lindow, Phys. Z. S. 26, 393, 1925.

2) M. J. Druyvesteyn en N. Warmoltz, Z. S. f. Phys. 68, 378, 1931.

3) R. Seeliger, Phys. Z. S. 30, 329, 1929 en Z. S. f. Phys. 39, 601, 1926 en 41, 535, 1927; A. Güntherschulze, Z. S. f. Phys. 40, 545, 1926.

kathodeval, moet men aannemen dat in dit geval voornamelijk langzame electronen de gasatomen in de  $2p$ -niveaus aanslaan (b.v. 25 V-electronen).

Volgens de *recombinatietheorie* zou het glimlicht ontstaan door recombinatie van positieve ionen en electronen. Het verschil in intensiteit tusschen het glimlicht en de omliggende donkere ruimtes is dan toe te schrijven aan de hooge ionen- en electronenconcentratie ( $10^{11}$  per  $\text{cm}^3$ ) en de geringe snelheid der electronen in het glimlicht. De lichtintensiteit moet ongeveer evenredig zijn met het kwadraat van de stroomdichtheid, hetgeen ook gevonden is door Dewey<sup>1)</sup> echter aan een soort boog-glimlicht. Bij normaal glimlicht is de intensiteit ongeveer evenredig aan de stroomsterkte zelf, hetgeen zeer pleit voor de aanslagtheorie. Ook enkele spectrographische gegevens pleiten voor de aanslagtheorie<sup>2)</sup>. Indien n.l. de spanning op een glimlamp plotseling nul Volt wordt, licht de lamp omstreeks  $10^{-3}$  sec. na. De emissie van het nalichten is waarschijnlijk een recombinatiespectrum. Daar in het glimlicht de lijnen der hoogere niveaus relatief zwakker zijn dan in het nalichten emitteert het glimlicht geen recombinatiespectrum. Voor sommige bogen hebben nalicht-experimenten een overeenkomstig resultaat opgeleverd<sup>3)</sup>.

Waarschijnlijk emitteert dus normaal glimlicht voornamelijk een aanslagspectrum. Echter wordt wel door een speciaal soort glimlicht een recombinatiespectrum geëmitteerd dat in een z.g. *holkathode* kan optreden en dat aan He door Paschen<sup>4)</sup> onderzocht is. Hier treden waarschijnlijk zeer groote electronenconcentraties op, terwijl de gemiddelde electronensnelheid zeer klein zal zijn. De intensiteitsverhouding der lijnen is bij een holkathode geheel anders dan bij normaal glimlicht.

In de *donkere ruimte van Faraday* is de snelheid der electronen te gering om gasatomen aan te slaan. Het licht dat deze donkere ruimte emitteert is meestal aan secundaire verschijnselen toe te schrijven, men noemt dit licht wel de aureool om het glimlicht. Deze aureool is vooral bij Ne onderzocht. Bij zuiver Ne ziet men

1) J. Dewey, Phys. Rev. 32, 918, 1928, zie ook H. W. Webb en D. Sinclair Phys. Rev. 37, 182, 1931.

2) M. J. Druyvesteyn, Z. S. f. Phys. 57, 292, 1929; 62, 764, 1930.

3) L. J. Hayner, Z. S. f. Phys. 35, 365, 1925; C. Kenty, Phys. Rev. 32, 624, 1928.

4) F. Paschen, Berl. Ber. 16, 135, 1926.

om het gele glimlicht een roode aureool, hetgeen een resonantie-verschijnsel<sup>1)</sup> is. De metastabiele *Ne*-atomen absorbeeren een deel van het doervallende licht van het glimlicht en emitteeren daarna weer licht. Deze metastabiele atomen kunnen door diffusie uit het glimlicht in de aureool komen of door absorptie van de kortgolvlige resonantiestralen die door het glimlicht geëmitteerd worden<sup>2)</sup>, waarna het ontstane aangeslagen atoom door een botsing overgaat in een metastabiel atoom.

Doordat in de donkere ruimte van Faraday veel metastabiele atomen zijn zullen in een mengsel van 2 gassen botsingen van de tweede soort een groote rol spelen, b.v. is bij *Ne* + 0,1% *A* inplaats van de roode *Ne*-aureool een blauwe *A*-aureool om het *Ne*-glimlicht zichtbaar, deze is misschien te wijten aan recombinate van *A*<sup>+</sup> ionen, welke ontstaan door een botsing van de tweede soort<sup>3)</sup>.

### § 3. De positieve zuil.

Zowel bij een glimontlading als bij een boog kan een positieve zuil optreden indien de afstand der elektroden groot genoeg is. Wanneer de buisdiameter constant is, is de zuil over zijn geheele lengte hetzelfde. De zuil kan stilstaande striae vertoonen of zij kan homogeen zijn, bij grootere stroomdichtheid is de zuil soms schijnbaar homogeen doch bestaat uit striae die naar de kathode loopen met een snelheid van enkele honderden meters per seconde.

In een zuil zullen op iedere c.m. van zijn lengte evenveel positieve ionen ontstaan als er verdwijnen, zij verdwijnen grootendeels door recombinate aan de buiswand<sup>4)</sup>. Het aantal ionen dat gevormd wordt, zal afhangen van  $E/p$  ( $E$  veldsterkte,  $p$  druk). Wanneer de buisdiameter zeer groot is, zullen haast geen positieve ionen aan de wand recombinereen en zal  $E/p$  dus zeer laag worden (b.v. 0,5 Volt per cm per mm gasdruk), zoo laag, dat door het veld juist gemiddeld de elastische botsingsverliezen worden opgeheven<sup>5)</sup>.

1) W. de Groot, *Physica* 6, 53, 1926; *Naturw* 14, 104, 1926.

2) I. Langmuir en C. G. Found, *Phys. Rev.* 36, 604, 1930.

3) R. Seeliger en G. Mierdel, *Z. S. f. Phys.* 19, 230, 1923. Zie ook 2) blz. 138.

4) W. Schottky, *Phys. Z. S.* 25, 342, 635, 1924; W. Schottky en J. v. Issendorff, *Z. S. f. Phys.* 31, 163, '25; L. Tonks en I. Langmuir, *Phys. Rev.* 34, 876, 1929; T. J. Killian, *Phys. Rev.* 35, 1238, 1930.

5) A. Günterschulze, *Z. S. f. Phys.* 22, 70, 1924; M. J. Druyvesteyn, *Physica* 10, 61, 1930.

De electronensnelheid zal in dit geval zoo klein zijn, dat vrijwel geen aanslag meer optreedt, onder deze omstandigheden heeft Penning bij *Ne* en *A* een continu spectrum gevonden <sup>1)</sup>.

Maakt men de buisdiameter kleiner, dan zullen per cm meer positieve ionen verdwijnen en ter compensatie zal dus  $E/p$  grooter worden en men verkrijgt een normale zuil ( $E/p$  ongeveer tusschen 0,5 en 5 Volt per cm per mm gasdruk). Bij de normale zuil is  $E/p$  nog zoo klein, dat het aantal aanslagen veel grooter is dan het aantal directe ionisaties, dikwijls worden dan ook de meeste ionen gevormd door een tweevoudig proces, eerst aanslag en daarna ionisatie van het aangeslagen (metastabiele) atoom <sup>2)</sup>. De lichtemissie van de normale zuil is een aanslagspectrum door langzame electronen <sup>3)</sup>, wier snelheid slechts even boven de aanslagspanning ligt. Soms zullen ook tweevoudige aanslagen een rol spelen.

De visueele intensiteit van de *Ne*-zuil is door Dorgelo <sup>4)</sup> onderzocht. Door de intensiteitsverhouding der lijnen  $1s - 2p$  te meten kon hij een maximum aantal kaars per Watt voor de zuil berekenen, veronderstellende dat alle energie omgezet wordt in een aanslag uit het grondniveau ( $1p$ ) in het  $2p$ -niveau, waarna alle atomen uit een  $2p$ -toestand overgaan in een  $1s$ -toestand onder stralingsemisatie. Hij berekende maximaal 1,23 kaars per watt. De waarneming gaf echter 1,67 en men heeft zelfs omstandigheden gevonden waarbij omstreeks 3 kaars per watt optreedt, dus aanzienlijk meer dan de berekende waarde. Het verschil schreef Dorgelo toe aan aanslag uit de metastabiele  $1s$ -niveaus ( $s_5$  en  $s_3$ ). Wanneer wij zouden veronderstellen dat alle aanslagen uit het  $s_5$  niveau geschieden, dan zou men een maximum nuttig effect van 11,5 kaars per watt vinden. Zien wij dit laatste getal als normaal aan, dan zou men vooral door de volgende factoren energie-verliezen kunnen krijgen.

- 1°. niet alle aanslag geschiedt uit een metastabiel-niveau maar ook komt nog eenige aanslag uit het grondniveau voor;
- 2°. voordat de electronen gasatomen aanslaan, verliezen zij een deel van hun energie, door elastische botsingen tegen gasatomen;

1) H. B. Dorgelo en T. P. K. Washington, Kon. Ak. v. Wet. 35, 1009, 1926, F. M. Penning, Phil. Mag. 11, 961, 1931.

2) F. M. Penning, Z. S. f. Phys., 41, 769, 1927.

3) R. Seeliger, Z. S. f. Phys., 41, 535, 1927; L. S. Ornstein, H. C. Burger en W. Kapuscinsky, Z. S. f. Phys. 51, 34, 1928.

4) H. B. Dorgelo, Physica 5, 90, 1925.



3°. er worden gasatomen geïoniseerd of in niveaus hoger dan de  $2p$ -niveaus aangeslagen.

De intensiteit van een zuil vertoont (bij een bepaalde buisdiameter en stroom) als functie van de druk een kromme met een maximum in de buurt van 1 mm. De verliezen van factor  $1^\circ$  zijn waarschijnlijk groot bij lage druk, die van  $2^\circ$  bij hoge druk. Pirani heeft vooral op de 2de factor gewezen<sup>1)</sup>.

Aan *Ne*, *He* en *Hg* zuilen<sup>2)</sup> zijn een aantal spectraalphotometrische metingen gedaan. Ik wil hier alleen de resultaten bij *Ne* bespreken. Niet alleen zijn in het *Ne*-glimlicht de vonklijnen en de lijnen der hoogere niveaus relatief sterker t. o. v. de lijnen  $1s - 2p$  dan in de *Ne*-zuil, maar hetzelfde geldt zelfs voor de intensiteitsverhouding der lijnen  $1s - 2p$  onderling. In het glimlicht is de lijn 5852 ( $1s_2 - 2p_1$ )  $15 \times$  sterker dan in de zuil vergeleken bij de lijn 6402 ( $1s_5 - 2p_9$ ). Nu komt 5852 van het energierijkste  $2p$ -niveau, echter scheidt de aanslagspanning der verschillende  $2p$ -niveaus maximaal slechts 0,6 V. Het is mogelijk dat men dit groote intensiteitsverschil zou kunnen toeschrijven aan een zeer snel dalen van het aantal electronen bij een snelheid van omstreeks 18,5 V (de aanslagspanning der  $2p$ -niveaus). Misschien is ook de aanslag uit de metastabiele niveaus in de zuil hiervoor aansprakelijk, doch slechts indien de aanslagkansen der  $2p$ -niveaus bij aanslag uit de metastabiele  $1s$ -niveaus verschillend zijn van die bij aanslag uit het grondniveau. (Immers bij de zuil speelt deze aanslag een groote, bij het glimlicht echter een ondergeschikte rol).

In het begin van de zuil worden de electronen, die een zeer kleine snelheid hebben in de donkere ruimte van Faraday, versneld. Het is dan ook duidelijk, daar het veld hier vrij zwak is dat de lijnen

1) M. Pirani, Z. S. f. techn. Phys. 11, 482, 1930.

2) *Ne*. H. B. Dorgelo en W. de Groot, Z. S. f. Phys. 36, 897, 1928; zie ook: C. Heinrich, Ann. d. Phys. 80, 349, 1926; G. Zwiebler, Ann. d. Phys. 86, 241, 1928.

*He*. J. Stark, Ann. d. Phys. 86, 530, 541, 1928; L. S. Ornstein, H. C. Burger en W. Kapuscintky, Z. S. f. Phys. 51, 34, 1928; C. Hodges en W. C. Michels, Phys. Rev. 32, 913, 1928; M. G. Peterien en W. Elenbaas, Z. S. f. Phys. 54, 92, 1929.

*Hg*. R. Küch en T. Retschinsky, Ann. d. Phys. 20, 563, 1906; J. G. Frayne en C. G. Montgomery, Phys. Rev. 33, 549, 1929; L. S. Ornstein en J. F. Custers, Versl. K. Ak. A'dam 33, 47 en 809, 1930; P. B. Taylor, J. o. t. Franklin Inst. 207, 95, 1929; J. Valasek, Phys. Rev. 29, 817, 1927; W. Lübcke, Wiss. Verh. d. Siemens Konz. 9 Heft 2, 246, 1930; E. O. Hulburt, Phys. Rev. 32, 593, 1928.

met hogere aanslagspanning het eerst optreden op grotere afstand der kathode dan die met lagere aanslagspanning<sup>1)</sup>. Dit verschil is soms zoo duidelijk dat hierop een methode ter bepaling van de aanslagspanning gebaseerd is<sup>2)</sup>.

Uit de metingen aan zuilen met *stilstaande striae*<sup>3)</sup> blijkt dat hier vrij ingewikkelde processen optreden, die zeer afhangen van aanwezige onzuiverheden. Seeliger en Okubo<sup>4)</sup> vonden dat het maximum der lichtintensiteit van een spectraallijn in een striatie dichter bij de kathode ligt wanneer aanslagspanning kleiner is<sup>5)</sup> en dat de intensiteit der lijnen met hooge aanslagspanning als functie van de kathodeafstand minder varieert dan die met kleine aanslagspanning.

Aan de zuil met loopende striae heeft Whiddington<sup>6)</sup> gevonden, dat de snelheid der striae omgekeerd evenredig is met de gasdruk, terwijl de striae geen Doppler-effect vertoonen. Het ontstaan der loopende striae kan men zich misschien als volgt voorstellen<sup>7)</sup>:

Bij een homogene zuil is het veld constant (kromme I, fig. 5), bij een zuil met stilstaande striae worden de positieve ionen voornamelijk gevormd in of dicht bij de striae er zullen ruimteladingen optreden waardoor men een potentiaalverloop krijgt als in kromme II aangegeven is. Dergelijke krommen zijn dan ook gemeten, waarbij het potentiaalverschil tusschen de striae ongeveer gelijk is aan de ionisatie- of aan de aanslagspanning van het gas, dit laatste, indien trapsgewijze ionisatie optreedt (of ionisatie van

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 52, 221, 255, 1917; O. Hardtke, Ann. d. Phys. 56, 363, 383, 1918; R. Seeliger, Ann. d. Phys. 67, 352, 1922.

2) W. Finkelburg, E. Lau en O. Reichenheim, Z. S. f. Phys. 61, 782, 1930.

3) Voor de striaties in H<sub>2</sub> zie: E. Lau en O. Reichenheim, Ann. d. Phys. 3, 840, 1929; 5, 296, 1930; L. Ebeler en E. Hiedeman, Ann. d. Phys. 5, 625, 1930. Zie ook noot 1) blz. 129

4) R. Seeliger en J. Okubo, Phys. Z. S. 25, 337, 1924.

5) Het begin van de zuil en de striae zijn dus, wat dit verschijnsel betreft, overeenkomstig, bij het glimlicht is echter het intensiteitsverloop juist omgekeerd.

6) R. Whiddington, Nature 116, 50, 1925 en 126, 470, 1930; Proc. Camb. Phil. Soc. 22, 574, 1925; Proc. Leeds Phil. and Lit Soc. (Sc. Section) 1, 467, 1929; C. Samson, Z. S. f. techn. Phys. 6, 281, 1925.

7) K. T. Compton, L. A. Turner en W. H. Mc. Curdy, Phys. Rev. 24, 597, 1924; W. H. Mc. Curdy, Phil. Mag. 48, 898, 1924; A. Bramley, Phys. Rev. 26, 794, 1925; F. M. Penning, Z. S. f. Phys. 41, 769, 1927; M. J. Druyvesteyn, Z. S. f. Phys. 64, 789 1930.

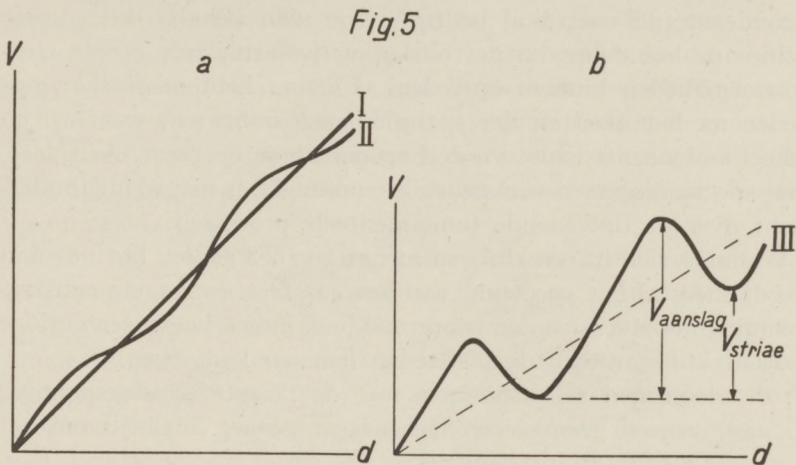


Fig. 5. Potentiaalverloop in een zuil. Kromme I bij een homogene zuil, II indien stilstaande striae, en III indien loopende striae optreden.

onzuiverheden door een botsing van de 2de soort). Maakt men nu de stroomsterkte groter dan zullen de ruimteladingen ook groter worden en is het mogelijk dat potentiaal-maxima en minima optreden (III). Nu zullen de in het maximum ontstane langzame electronen moeilijk hieruit kunnen ontsnappen en meegesleept worden door de positieve ionen. De ruimtelading verplaatst zich naar de kathode waarbij de snelheid grootendeels bepaald wordt door de bewegelijkheid der positieve ionen en dus omgekeerd evenredig met de gasdruk zijn zal. Daar alleen in het maximum de electronensnelheid groot genoeg is om gasatomen aan te slaan zullen de lichtende striae zich naar de kathode bewegen. De emitterende atomen staan echter stil zoodat geen *Doppler*-effect zal optreden. Terwijl het potentiaalverschil tusschen een potentiaalminimum en het erop volgende maximum ongeveer gelijk aan de aanslagspanning zal zijn kan het potentiaalverschil tusschen twee overeenkomstige punten in twee elkaar volgende striae veel kleiner zijn (zooals in *A* experimenteel gevonden is).

Bij een zeer kleine buisdiameter (b.v. kleiner dan een vrije weglengte), wordt de electronensnelheid groter, men verkrijgt dan dus andere omstandigheden als de zoo juist besprokene. Nog ingewikkelder wordt het mechanisme indien men een dergelijke zuil b.v. een *Geissler*-buisje met een interruptor of met een

gecondenseerde ontlading bedrijft, daar dan behalve een emissie gedurende het doorgaan der ontlading (waarbij zeer groote electronensnelheden kunnen optreden) ook nog lichtemissie kan optreden na het afzetten der spanning, een nalichten, waarbij een geheel andere intensiteitsverdeling der lijnen optreedt. Aan deze, door spectroscopisten veel gebruikte methode, is nog weinig onderzocht over de optredende fundamenteele processen.

Wanneer zich in een zuil een mengsel van 2 gassen bevindt dan treedt meestal het spectrum van het gas met de laagste aanslagspanning het sterkst op de voorgrond, ook indien het in een geringe concentratie aanwezig is. De reden hiervan kan zijn:

- 1°. de electronen slaan het gas met de laagste aanslagspanning aan, vrijwel geen electronen krijgen genoeg snelheid om het andere gas aan te slaan;
- 2°. indien het hoofdgas de hoogste aanslagspanning heeft kan dit voornamelijk worden aangeslagen, de atomen van het gas met de lagere aanslagspanning worden aangeslagen door een botsing van de tweede soort met een aangeslagen atoom (of ion) van het hoofdgas.

Pirani<sup>1)</sup> heeft een voorbeeld gegeven van het eerste geval aan *Kr* met een weinig *Na*, aan dergelijke zuilen, die vrijwel alleen de *Na-D* lijn emitteren, kon hij een nuttig effect van 26 Kaars per Watt verkrijgen, hetgeen al zeer dicht bij het maximale nuttig effect van 50 Kaars per Watt is, dat ontstaat indien alle energie omgezet wordt in licht van golflengte 0,558  $\mu$ . Van het tweede geval is een voorbeeld gegeven door Frerichs<sup>2)</sup>.

Tenslotte wil ik nog even noemen de *laagspanningsboog* en het *anodelicht*.

Bij het *laagspanningsboog*<sup>3)</sup> is de brandspanning kleiner dan de ionisatie- of aanslagspanning van het gas, in welk geval in de ruimte tusschen de electrodes een potentiaalmaximum kan optreden. Volgens de opvattingen van de vorige blz. bestaat er dus groote overeenkomst tusschen een laagspanningsboog en een zuil met

1) M. Pirani, Z. S. f. techn. Phys. 11, 482, 1930.

2) R. Frerichs, Ann. d. Phys. 85, 362, 1928; F. Paschen, Atti Congr. dei Fisici II, blz. 337; I. Langmuir, C. G. Found en A. F. Dittmer (Science 60, 392, 1924) bestudeeren een *A*-zuil waarin zich *W*-deeltjes bevinden.

3) G. Holst en E. Oosterhuis, Physica 4, 42, 1924; K. T. Compton en C. Eckart, Phys. Rev. 25, 139, 1925; M. J. Druyvesteyn, Z. S. f. Phys. 64, 781, 1930.

lopende striae. Ook het spectrum der laagspanningsboog is zeer analoog aan dat van de zuil en ook meestal te wijten aan aanslag door langzame electronen. In enkele bijzondere gevallen kan de lichtemissie van de laagspanningsboog echter grootendeels aan een geheel andere oorzaak te wijten zijn n.l. aan recombinatie<sup>1)</sup>, die kan optreden door de hooge electronenconcentratie in de laagspanningsboog.

Over het *anodelicht* en de ermee samenhangende anodeval is nog weinig bekend. Een anodeval treedt op indien niet genoeg positieve ionen uit het glimlicht of de zuil naar de ruimte voor de anode diffundeeren om de ruimtelading der electronen te compenseeren. Soms treedt voor het anodelicht een donkere ruimte op. In Neon kan de anodeval of gelijk zijn aan de ionisatiespanning van *Ne* (21, 5 V) waarbij een geel laagje voor de anode te zien is, of de anodeval kan kleiner zijn, de ionen worden via aangeslagen atomen gevormd, en er treedt een rood bolletje bij de anode op<sup>2)</sup>.

Eindhoven, 16 Februari 1931.

Natuurkundig Laboratorium der  
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken  
Eindhoven-Holland.

---

1) Zie Noot 3: blz. 130.

2) F. M. Penning, *Physica* 5, 217, 1925; A. Güntherschulze, *Z. S. f. Phys.* 30, 175, 1924.

# ELECTRONENEMISSIE EN GELEIDINGSVERMOGEN BIJ AARDALKALI-OXYDEN

door W. ALBRICHT.

## Zusammenfassung.

Die Zusammenhang zwischen der elektrische Leitungsfähigkeit und der Elektronenemission bei konstanter Temperatur ( $90^{\circ}$  C) wird im Hochvakuum während das formieren der Oxyden bestimmt; annäherend wird eine lineare Zusammenhang experimentell gefunden; versucht wird eine Erklärung hierfür zu geben.

Het doel van het onderzoek is na te gaan of de electronen emissie van oxyden uitsluitend een oppervlakte effect is; dus of gelijktijdig met het toenemen van de electronenemissie tijdens het formeeringsproces ook een verandering van de oxyd*massa* te constateeren is; daartoe is het electricch geleidingsvermogen als functie van de electronenemissie tijdens het formeeren bepaald.

## Literatuur.

H. J. S p a n n e r<sup>1)</sup> heeft experimenteel gevonden dat de emissie na het formeeren bij verschillende soorten oxyden des te grooter is naarmate het electricch geleidingsvermogen grooter is.

R e i m a n n e n M u r g o c i<sup>2)</sup> hebben in het laboratorium der General Electric Company bij variabele temperatuur het geleidingsvermogen als functie van de electronenemissie bepaald.

Zij vonden, dat het geleidingsvermogen van geformeerd aardalkalioxyd van de temperatuur afhangt volgens de formule:

$$g = ae^{-\beta/T}$$

waarin  $g$  het geleidingsvermogen,  $T$  de absolute temperatuur voorstelt, terwijl  $a$  en  $\beta$  constanten zijn. Voorts werd gevonden, dat gedurende het formeeren geleidingsvermogen en electronenemissie beide toenemen. Het hieronder nader beschreven onderzoek, dat verricht werd voor de publicatie van R e i m a n n e n M u r g o c i,

1) Ann. d. Phys. '24, 75, p. 609.

2) Philosoph. Mag. '30, 9, p. 440.

had ten doel na te gaan welk verband er bestaat tusschen geleidingsvermogen en electronenemissie gedurende het „formeeren”

*Beschrijving van het experiment:*

Het onder vrij hoogen druk tot eene tablet geperste oxyd *O* (zie fig. 1) werd tusschen de platinaelectroden *E* geklemd door middel van het spiraalveertje *S*. De twee elektroden *E* waren bevestigd aan de twee sleetjes *S*<sub>1</sub> en *S*<sub>2</sub>, die over de pyrex buisjes *S*<sub>4</sub> en *S*<sub>5</sub> konden schuiven. Bij de constructie was er rekening mede gehouden, dat alleen de twee elektroden *E* hoogfrequent tot roodgloei-hitte verhit werden, wanneer door de klos *S*<sub>3</sub> een wisselstroom vloeide.

Wanneer de dikte van de tablet niet te groot was, bleek de temperatuur van het oxyd zeer gelijkmatig te zijn; deze kon c.a. 1000° C bedragen.

Om de moeilijkheden bij het hoogfrequent verhitten niet te groot te maken, werd er naar gestreefd de koppeling tusschen de klos *S*<sub>3</sub> en de elektroden *E* zoo vast mogelijk te maken. Het inwendige

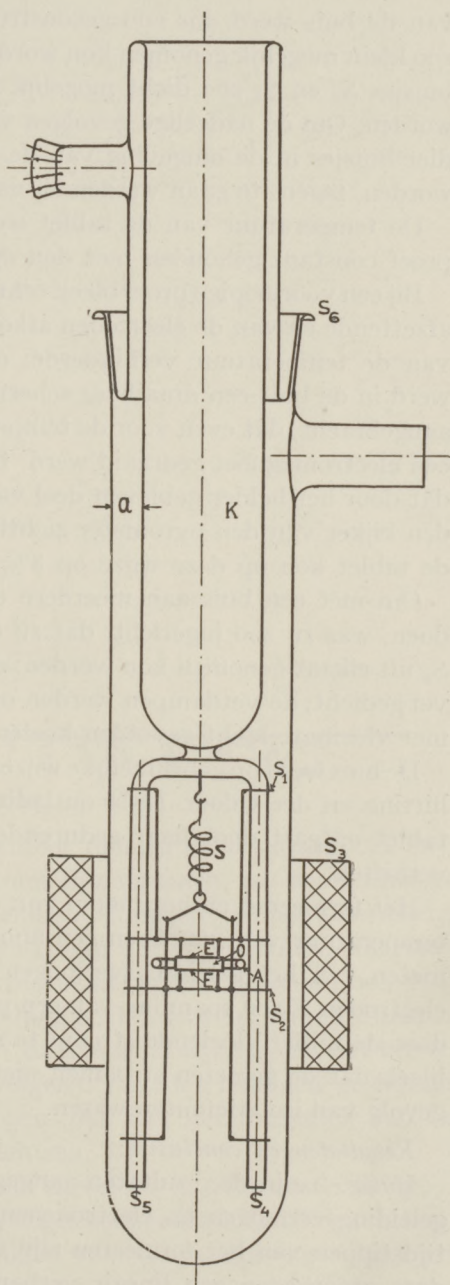


Fig. 1.

van de buis werd dus zoo geconstrueerd, dat de binnendiameter zoo klein mogelijk genomen kon worden; daartoe moesten echter de buisjes  $S_4$  en  $S_5$  zoo dicht mogelijk bij de elektroden  $E$  geplaatst worden. Om de nadeelige gevolgen van de vrij hooge temperatuur dier buisjes in de omgeving van de tablet n.l. zacht en geleidend worden, tegen te gaan werden zij van pyrex gemaakt.

De temperatuur van de tablet werd gemeten en gedurende de proef constant gehouden met den optischen pyrometer.

Bij een voorloopige proef bleek echter dat een zich op de buiswand afzettende en van de elektroden afkomstige metaallaag het meten van de temperatuur verhinderde; om dit bezwaar op te heffen werd in de buis een draaibaar schermpje (in fig. 1 niet geteekend) aangebracht, dat even voor de temperatuurmeting met behulp van een electromagneet gedraaid werd. De anode  $A$  was zoo gemaakt, dat door het helder gebleven deel van de buiswand de tablet door den kijker van den pyrometer zichtbaar was, de temperatuur van de tablet kon op deze wijze op 3% nauwkeurig bepaald worden.

Om met een buis aan meerdere tabletten metingen te kunnen doen, was zij zoo ingericht, dat zij door middel van het slijpstuk  $S_6$  uit elkaar genomen kon worden; dit slijpstuk werd met speciaal vet gedicht, de vetdampen werden onschadelijk gemaakt door den met vloeibare lucht gevulden koeler  $K$ .

De buis werd op gebruikelijke wijze leeggepompt en deels door verhitting en deels door Tesla ontladingen ontgast, daarna werd de tablet ontgast door haar gedurende geruimen tijd op  $1000^{\circ}\text{C}$  te verhitten.

Het formeeren en het meten van de emissie vond plaats bij een temperatuur van  $900^{\circ}\text{C}$  en een anodespanning van 200 Volt; het meten van het geleidingsvermogen geschiedde door tusschen de elektroden  $E$  een spanning van een paar Volt aan te leggen en den door de tablet vloeiende stroom te meten. Uit een „blinde” proef bleek dat de gemeten stroomen niet voor een belangrijk deel het gevolg van isolatiefouten waren.

*Resultaten en conclusies:*

In fig. 2 zijn de resultaten aangegeven. Uit deze figuur, waarin geleidingsvermogen en electronenemissie telkens op verschillende tijdstippen van het formeeren zijn uitgezet, blijkt dat er tusschen deze grootheden een lineair verband schijnt te bestaan.

Nu kan het resultaat verklaard worden door twee theorieën.



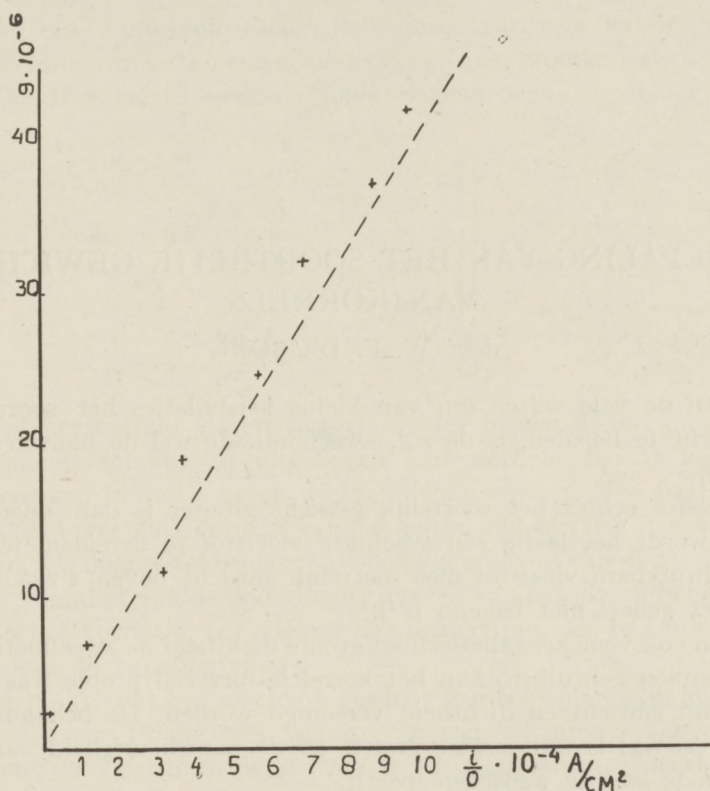


Fig. 2.

Men kan onderstellen, dat door den stroomdoorgang het oxyd uiteenvalt in zuurstof en barium en aannemen, dat zoowel het geleidingsvermogen alsook het emissievermogen van het geformeerde oxyd voornamelijk te danken is aan het vrije barium. Naarmate het gehalte aan vrij barium toeneemt, nemen deze dan ook gelijkelijk toe. De tweede onderstelling is, dat door het stroomtransport in zoo'n oxydkristal hier en daar eene afwijking van het kristalrooster veroorzaakt wordt; volgens S m e k a l nemen geleidingsvermogen en emissie-vermogen toe met het toenemen van het aantal van die „defecte” plaatsen.

De resultaten zijn met beide theorieën in overeenstemming.

Gaarne maak ik van deze gelegenheid gebruik aan Prof. E l i a s mijn oprechten dank te betuigen voor de raadgevingen bij en de opwekking tot dit experiment.

Delft

Electrotechnisch Laboratorium.

## BEPALING VAN HET SOORTELIJK GEWICHT VAN KORRELS

door W. F. DE JONG

Van de vele wijzen om van kleine kristalletjes het soortelijk gewicht te bepalen, is de z.g. zweefmethode wel de nauwkeurigste<sup>1)</sup>.

Zoodra echter het soortelijk gewicht grooter is dan ongeveer 3.5, wordt het lastig een geschikte vloeistof te bereiden, terwijl een bruikbare vloeistof met soortelijk gewicht boven 4.275 zelfs in het geheel niet bekend is<sup>2)</sup>.

Om ook voor kristalletjes met groote dichtheid de zweefmethode te kunnen gebruiken, kan het korreltje met een propje was van bekend gewicht en dichtheid vereenigd worden. De behandeling van de was is echter niet prettig en de nauwkeurigheid van de methode laat te wenschen over<sup>1)</sup>.

Retgers<sup>3)</sup> gebruikt in plaats van was een hoefijzervormig gebogen glazen staafje, waarin het korreltje geklemd wordt. Het klemmen en het vermijden van afbrokkeling brengt natuurlijk vaak bezwaren mee. — Streng<sup>4)</sup> doet het kristalletje in een klein glazen buisje dat door verzwaring met een platinadraadje zich rechtstandig in de vloeistof beweegt. Het is echter lastig om steeds in en buiten het buisje de vloeistof gelijk te doen zijn. —

Sommerfeldt<sup>5)</sup> gebruikt een aluminiumdraadje in plaats van glas, maar heeft dan joodmethyleen noodig, wat vooral bij organische stoffen moeilijkheden meebrengt.

---

1) Ostwald-Luther, Physiko-chemische Messungen, 343, 1931.

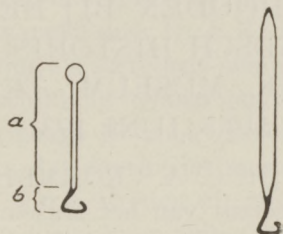
2) Oplossing volgens Clerici. Rosenbusch-Wülfing, Mikroskopische Physiographie I 1, 692, 1924.

3) Zs. f. phys. Chemie 4, 191, 1889.

4) Ber. d. Oberhess. Ges. f. Nat. u. Heilkunde 25, 110, 1887.

5) Centr. f. Min. u. Geol., 482, 1910.

Door een dunwandig glazen lichaampje van een der in fig. 1 afgebeelde vormen te nemen, ondervangt men grootendeels de bezwaren. Het geheel gesloten holle bovengedeelte *a* draagt een



massief horizontaal glazen ringetje *b*, dat in een kleine gasvlam gemakkelijk iets in- of uitgebogen kan worden, zoodat het te onderzoeken korreltje er op geplaatst kan worden. Men past het gemiddeld soortelijk gewicht van het geheel aan aan dat der vloeistoffen, die men wil gebruiken. De nauwkeurigheid van de methode hangt vooral af van de onderlinge grootten van het glazen lichaampje en het korreltje; hoe kleiner dat lichaampje, des te nauwkeuriger kan de bepaling zijn.

Het blijkt, dat het soortelijk gewicht van een splintertje kwarts van ongeveer 10 mg met behulp van een lichaampje van circa 70 mm<sup>3</sup> en vloeistofmengsels van spiritus en water, gemakkelijk tot in 1 of 2 eenheden van het tweede decimaalcijfer nauwkeurig kan worden bepaald.

Laboratorium voor delfstofkunde der  
Technische Hoogeschool.

*Delft.*

TOESPRAAK GEHOUDEN BIJ DE OPENING VAN  
HET NEDERLANDSCH HISTORISCH NATUURWE-  
TENSCHAPPELIJK MUSEUM TE LEIDEN DEN  
5DEN JUNI 1931

door Dr. C. A. CROMMELIN,  
directeur van het Museum.

Wanneer een schipper, na een moeilijke reis en na vele gevaren te hebben doorstaan, eindelijk zijn schip behouden in de haven heeft gebracht, dan heerscht er bij hem en zijn scheepsvolk een stemming van tevredenheid en dankbaarheid over de behouden thuiskomst, dan ziet hij met eenige voldoening terug op den arbeid, dien hij verricht heeft om de gevaren het hoofd te bieden en om de moeilijkheden te overwinnen.

Zoo'n stemming heerscht heden onder ons, de stichters en het Bestuur der Stichting „Het Nederlandsch Historisch Natuurwetenschappelijk Museum”, de wetenschappelijke medewerkers en de talloos velen, die hetzij door het geven van geldelijke bijdragen, hetzij door het schenken of in bruikleen geven van voorwerpen, hetzij op andere wijze, hebben getoond belang in het Museum te stellen.

Het zoeven gebruikte beeld van den schipper moge niet nieuw zijn, het drukt toch goed de gevoelens uit, die ons bezielen; waarmede ik intusschen volstrekt niet wil zeggen, dat onze reis uitsluitend moeilijkheden heeft gekend. Aan hartelijke medewerking heeft het ons allerminst ontbroken, maar de moeilijkheden zijn ook ons niet gespaard gebleven en na den langen en omvangrijken arbeid, dien wij hebben moeten verrichten om dit museum tot stand te brengen, verheugen wij er ons in, dat wij ons werk voorloopig tot een goed einde hebben gebracht.

Ik mag mij, naar ik vertrouw, ervan ontslagen rekenen U de geschiedenis van de wording van dit museum stap voor stap te beschrijven. Laat ik mij er toe bepalen U in herinnering te brengen, dat de stichting den 30sten Augustus 1928 is tot stand gekomen, dat de Heeren De Gijsselaar en Wensinck, destijds President-Curator en Rector der Leidsche Universiteit, als stichters

zijn opgetreden, dat het eerste Bestuur gevormd werd door de Heeren Mr. A. v a n d e S a n d e B a k h u y z e n, Prof Dr. W. J. d e H a a s, Prof. Dr. W. d e S i t t e r, wijlen Dr. C. L e l y (na zijn dood vervangen door Prof. Dr. J. J. A. M u l l e r) en Dr. F. G. W a l l e r (vervangen door Ir. J. F. d e V o g e l), en dat de spreker aan dit Bestuur als secretaris-penningmeester werd toegevoegd; dat wij de beschikking hebben gekregen over de bovenverdieping van het voormalige Boerhaavelaboratorium aan den Stationsweg te Leiden en dat daarin het museum thans is ingericht. De inrichtingskosten zijn bestreden uit giften van belangstellenden, de jaarlijksche bedrijfskosten zullen voor verreweg het grootste deel geput worden uit een rijkssubsidie. Een wetenschappelijke commissie van voorbereiding en advies, bestaande uit de Heeren H u n g e r, J o r i s s e n, V a n d e r K l a a u w, D e L i n t, S c h i e r b e e k, V a n S e t e r s, C o h e n en den spreker heeft bij de wetenschappelijke inrichting van het Museum belangrijke diensten van zeer uiteenlopenden aard bewezen.

Het doel der Stichting is — kort en krachtig geformuleerd in Art. 2 der Statuten — het verzamelen van instrumenten, werktuigen, praeparaten, documenten en andere voorwerpen, welke van belang zijn voor de geschiedenis der natuurwetenschappen, deze voorwerpen te beheeren, wetenschappelijk te beschrijven en te bewaren in een te Leiden te vestigen en te onderhouden voor allen toegankelijk Museum.

De drijfveeren, die ons bewogen hebben eerst deze Stichting en daarna het Museum tot stand te brengen zijn van verschillenden aard geweest. Vele voorwerpen, van waarde voor de studie van de geschiedenis der natuurwetenschappen, sommige eigenhandig vervaardigd of gebruikt door beroemde natuuronderzoekers, waren min of meer zorgvuldig en soms niet veilig opgeborgen in laboratoria, hier en elders, en ook bij particulieren, weinig bekend bij de vakgenooten, geheel onbekend bij het publiek. Vele van dergelijke voorwerpen zijn in den loop der tijden verloren gegaan, maar er was nog zooveel schoons en interessants over gebleven, dat er inderdaad alle aanleiding was te trachten het nog beschikbare in een museum te vereenigen. Wij meenden hiermede op de belangstelling zoowel van de vakgenooten als van het ontwikkelde deel des volks te kunnen rekenen.

Bovendien kan men de stichting van dit museum beschouwen

als een daad van piëteit, verschuldigd aan de nagedachtenis van zoovele Nederlanders uit vroeger en later eeuwen, die door hunne werkzaamheid Nederland groot hebben gemaakt op een gebied, waarop ook een klein land groot kan zijn.

Wil men het nog iets anders en zoo algemeen mogelijk formuleeren, dan zou men kunnen zeggen, dat het doel, dat wij ons bij de inrichting van dit museum voor oogen hebben gesteld is: belangstelling te wekken voor de geschiedenis der natuurwetenschappen. Aan dit vak wordt aan onze universiteiten weinig aandacht geschonken, het wordt er weinig onderwezen en weinig beoefend. Wel weet ik, dat vele professoren en docenten zich moeite geven, historische bijzonderheden over de behandelde onderwerpen en over beroemde natuuronderzoekers uit het verleden op hunne colleges ten beste geven en dit streven is ongetwijfeld niet genoeg te prijzen. Doch met deze opmerking wordt aan de juistheid van wat ik zooeven zeide niet getornd: een systematisch historisch inzicht in den ontwikkelingsgang der wetenschap geeft dit niet en toch vormt de geschiedenis der natuurwetenschappen een uitermate belangwekkend onderdeel der beschavingsgeschiedenis, een onderdeel, waarvan de studie ons inziens door den modernen beoefenaar dier wetenschappen zonder schade aan zijn wetenschappelijke vorming niet geheel verwaarloosd kan worden.

Ik ben mij ervan bewust, dat niet ieder deze opvatting deelt. „Kan men dan” hoor ik mij tegenwerpen, „om een voorbeeld te noemen, de moderne natuurkunde niet op echt wetenschappelijke wijze en met vrucht beoefenen, zonder kennis van den historischen ontwikkelingsgang dier wetenschap? Kan een hedendaagsch natuurkundige dan niet verdienstelijk en oorspronkelijk werk leveren op het gebied van, zeggen wij, de quantenmechanica zonder ook maar het flauwste besef te hebben van de wijze, waarop de klassieke mechanica zich in den loop der tijden ontwikkeld heeft?” Het antwoord op deze vragen, zoo gesteld, kan dunkt mij niet anders dan bevestigend luiden. Dit alles kan niet alleen heel goed, maar wij zien het dagelijks onder onze oogen gebeuren. De ontwikkeling der moderne wetenschap is er inderdaad niet in de eerste en voornaamste plaats van afhankelijk, of hare beoefenaren al dan niet over historisch inzicht beschikken, en dit is zelfs, tot op zekere hoogte, een gelukkige omstandigheid.

Doch stellen wij nu eens deze vraag: moet het historisch-wijsgeerig

inzicht niet als een heilzaam tegenwicht tegen al te ver gedreven verbijzondering beschouwd worden? Specialisatie, zelfs ver gedreven specialisatie is in de moderne natuurwetenschappen onvermijdelijk, tegenwoordig veel meer dan vroeger; men moge dit betreuen, maar daardoor verandert men niets aan het feit zelf, men heeft dit feit eenvoudig te aanvaarden. Zal nu de blik van den modernen natuuronderzoeker op de door hem beoefende wetenschap niet verruimd, zijn inzicht niet verhelderd worden, wanneer hij zich systematisch rekenschap geeft van het geleidelijk ontstaan der grondslagen dier wetenschap en van de wijze, waarop op die grondslagen is voortgebouwd? Ons inziens moet ook het antwoord op deze vragen zeer stellig bevestigend luiden.

En zoo dit waar is, kan men zeggen, dat ook de modern voelende en modern werkende natuuronderzoeker de beoefening van de geschiedenis der natuurwetenschappen niet mag beschouwen als eene edele liefhebberij of een misschien nuttig, maar toch eigenlijk vrij nutteloos tijdverdrijf, waarvan de moderne wetenschap niets te verwachten heeft, doch veeleer als een deel, het historisch-wijsgeerige deel, van zijne wetenschap, waarvan de studie niet straffeloos verwaarloosd wordt.

Om het doel, verruiming van blik en verdieping van inzicht, te bereiken dient men zich echter niet te bepalen, tot, bijvoorbeeld, het lezen van eenige biographieën van beroemde natuuronderzoekers of het kennis nemen van een aantal feiten en bijzonderheden uit de geschiedenis der natuurwetenschappen. Dit is nog geen geschiedenis, al verschijnen er van tijd tot tijd boekjes en boeken, die ondanks hunne soms aanmatigende titels, niet meer, soms nog wel minder bevatten.

De geschiedenis der natuurwetenschappen moet veeleer beoefend worden als een onderdeel der cultuurgeschiedenis; men dient zich daarbij rekenschap te geven van de letterkundige, wijsgeerige en vooral ook van de religieuse stroomingen in den loop der eeuwen, men dient na te gaan, hoe deze stroomingen haar invloed op den geest der natuuronderzoekers en op het milieu waarin zij leefden hebben uitgeoefend, kortom, men moet trachten een bepaald persoon te zien in den tijd waarin hij heeft geleefd, een theorie in den tijd waarin zij is ontstaan; eerst dan kan men hopen tot een juiste kritiek te geraken, een kritiek gebaseerd op dieper historisch inzicht. Zóó studeerende, zal men bij voorbeeld leeren beseffen, dat de groote

ontdekkingen en uitvindingen, waarvan men dikwijls in oppervlakkige werken beschouwingen kan lezen, die zouden doen denken, dat zij op een bepaald oogenblik uit de lucht zijn komen vallen, steeds hunne voorgeschiedenis hebben gehad; dat de groote natuuronderzoekers steeds hebben voortgebouwd op het werk van, soms veel minder beteekenende, voorgangers, die evenwel als wegbe-reiders een soms weinig bekenden doch niet te onderschatten invloed op den ontwikkelingsgang der wetenschap hebben uitgeoefend. Aldus opgevat, is de geschiedenis der natuurwetenschappen een uitermate interessant onderdeel, aan den eenen kant van de cultuurgeschiedenis, aan den anderen kant van de natuurwetenschappen zelve en wij hopen, dat de stichting van dit museum de belangstelling in deze wetenschap aan zal wakkeren.

Zóó wendt het museum zich tot den modernen natuuronderzoeker, maar het wendt zich evenzeer tot het algemeen ontwikkelde deel des volks en tot de leergrage jeugd en vraagt ook dáár om belangstelling. Het is zóó ingericht, dat ook de ontwikkelde leek er zijne belangstelling kan bevredigen en wel voornamelijk hierdoor, dat hij er vele instrumenten en praeparaten zal vinden, afkomstig van en soms eigenhandig vervaardigd door beroemde Nederlandse natuuronderzoekers, wier namen hem wél bekend zijn, meer bekend dan hun werk; hij zal daar vinden de lenzen, den verrekijker en het planetarium van *Christiaan Huygens*, de natuurkundige instrumenten van 's *Gravesande*, vervaardigd door *Jan van Musschenbroek*, de luchtpompen van niet minder dan drie *Musschenbroeks*, *Samuel, Johan en Jan*, de instrumenten van *Petrus van Musschenbroek*, de microscoopjes van *Leeuwenhoek*, het quadrantje van *Boerhaave*, de thermometers van *Fahrenheit*, de werktuigen van *Deiman* en *Paets van Troostwijk*, de globes van *Blaeu*, de sterrekundige en geodetische instrumenten van *Lulofs* en *Kaiser*, den mètre provisoire van *Van Swinden*, de zoölogische praeparaten van *Brugmans*, *Jan van der Hoeven* en *Van Lidth de Jeude*, het 16de eeuwsche herbarium van *Rauwolf* en het 20ste eeuwsche herbarium van *Hugo de Vries*, de werktuigen van *Kamerlingh Onnes*, *Zeeman*, *Einstein* en *De Haas*, *Keesom*, de handschriften van *Lorentz* en wat niet al meer.



Al deze voorwerpen, reliquieën mogen wij ze wel noemen, zijn in het museum tentoongesteld en toegankelijk voor de eerbiedige en bewonderende blikken van natuuronderzoeker en leek. Op geen van beiden zullen zij nalaten indruk te maken en zóó zullen de geesten van onze groote landgenooten blijven spreken tot ons, het bewonderende nageslacht. Moge de stichting van dit museum, opgevat als een daad van pieteit verschuldigd aan de nagedachtenis van de groote Nederlanders, die zoo krachtig de ontwikkeling der natuurwetenschappen hebben bevorderd, het hare bijdragen tot de eering van die nagedachtenis.

Aan het einde van mijn toespraak gekomen blijft mij nog de aantrekkelijke taak, dank te zeggen aan de zéér velen, wier belangstelling de inrichting van dit Museum heeft mogelijk gemaakt. Al degenen, die hetzij geldelijke bijdragen, hetzij instrumenten geschonken of wel in bruikleen gegeven hebben met name te noemen, is wegens het groote aantal hier niet mogelijk en zou wellicht ook niet in den geest der schenkers zijn. Maar niet mag ontbreken een woord van diep gevoelde erkentelijkheid aan de regeering voor het beschikbaarstellen der lokaliteiten en voor het verleenen van een rijkssubsidie, aan Curatoren, aan den Secretaris van Curatoren en aan vele leden van den Senaat der Leidsche, Amsterdamsche en Groningsche Universiteiten en van de Technische Hoogeschool te Delft voor de wijze, waarop zij hetzij door ijverige bemoeiingen, hetzij door het afstaan van vele instrumenten en praeparaten van historische waarde het tot stand komen van dit museum krachtdadig hebben bevorderd, aan de leden der wetenschappelijke commissie en wel in 't bijzonder aan den Heer V a n d e r K l a a u w, die geholpen door zijne medewerksters en medewerkers de inrichting en catalogiseering van de geheele biologische afdeeling heeft tot stand gebracht, aan de Heeren V a n S e t e r s en S c h i e r b e e k, door wier bemoeiingen het museum in het bezit van zéér belangrijke aanwinsten gekomen is en aan den Heer D e L i n t, die met de inventarisatie behulpzaam is geweest, tenslotte aan de Heeren D e R u i t e r en V a n d e r W a a l, resp. districtsbouwkundige en bouwkundig ambtenaar bij de Rijksgebouwendienst te Leiden, die bij de inrichting van het gebouw zeer gewichtige diensten hebben bewezen. Ik heb gezegd.

## ONTVANGEN BOEKEN <sup>1)</sup>

- W. Hume-Rothery, The metallic state, electrical properties and theories, 371 blz., 66 fig. — At the Clarendon Press. Oxford. 1931. Prijs 25 sh. net.
- J. L. Snoek, Beginselen der moderne zaalacoustiek, 92 blz., 13 fig. — Centen's Uitgevers Maatschappij. Amsterdam. Prijs f 2.20.
- Memorandum on the Hilger interferometers, 13 blz. — Adam Hilger. London. 1931.
- Eugen Wigner, Gruppentheorie und Ihre Anwendung auf die Quantenmechanik der Atomspektren, 332 blz., 10 fig. — Vieweg und Sohn. Braunschweig. 1931. Prijs R. M. 27.20, geb. R. M. 29.60.
- Gustave Ribaud, Traité de Pyrométrie optique, No. IV de l'Encyclopédie photométrique, 485 blz., 163 fig. — Revue d'Optique théorique et instrumentale. Paris. 1931.
- W. J. Mollen H. C. Burger, Leerboek der Natuurkunde voor middelbaar, voorbereidend hooger en propaedeutisch onderwijs, eerste deel, Mechanica, Eigenschappen der Materie, Geluid, Warmte, tweede druk, 223 blz., 94 fig. — Noordhoff. Groningen. 1931. Prijs f 3.90, geb. f 4.50.
- Darwin O. Lyon, Das periodische System in neuer Anordnung, zweite Auflage, 40 blz., vele fig. — Franz Deuticke. Leipzig und Wien. 1931. Prijs R. M. 8, geb. R. M. 10.

## BOEKBESPREKING

De Redactie wijdt zorg aan de keuze van deskundige recensenten. De verantwoordelijkheid voor het uitgesproken oordeel rust echter op den beoordeelaar.

**The Mathematical Papers of Sir William Rowan Hamilton I: Geometrical Optics.** Uitgegeven namens de Royal Irish Academy door A. W. Conway en J. L. Synge. XXVIII + 534 pag. Cambridge University Press, 1931.

De uitgave der verzamelde werken van Sir William Rowan Hamilton, die met dit deel aanvangt, zal vermoedelijk in totaal vier deelen omvatten. Behalve de reeds door den ondertitel aangegeven werken van Hamilton op het gebied der geometrische optica bevat dit deel de gedachtenisrede na zijn overlijden gehouden door den toenmaligen president van de Iersche Academie C. Graves en een uitvoerige bespreking van alle opgenomen artikelen. De werken van Hamilton zelf zijn:  
1° De Theory of Systems of Rays met eenige Supplementen.

1) De redactie behoudt zich het recht voor, aan de boeken een bespreking te wijden, of het bij een enkele aankondiging te laten.

2° Een serie kleinere verhandelingen met toepassingen op bijzondere gevallen en aanvullingen van zijn theorie.

3° Eenige nog niet gepubliceerde verhandelingen en een paar brieven.

Hierbij is o.a. de eerste publicatie van de verhandeling „On Caustics” waarmee hij als 18 jarige voor het eerst de aandacht van de Iersche Academie op zich vestigde.

De grootsch opgezette en keurig uitgevoerde uitgave is opgenomen in de serie Cunningham Prize Memoirs als No. XIII op grond van het feit, dat H a m i l t o n tot tweemaal toe de Cunningham Gold Medal verwierf.

J. A. S.

*H. M. Dowsett*, **Handbook of technical instruction for wireless telegraphists**, 487 blz., 459 fig. — Iliffe and sons. London.

Zooals de titel aangeeft, is dit boek in hoofdzaak bestemd voor Radio-telegrafisten.

Daar aan verschillende zeer uiteenlopende practische zaken, zooals b.v. het behandelen, in goede staat houden en eventueel na achteruitgang door verkeerd gebruik weer in orde brengen van accumulatorbatterijen, de constructie van een goede scheepsantenne, tot het berekenen van de afstand en richting tot een bepaald punt op de bolvormige aarde toe, de noodige aandacht moest worden geschonken, konden de theoretische grondslagen niet dan in telegramstijl worden behandeld.

Toch worden verschillende belangrijke onderwerpen, zooals b.v. de voortplantingseigenschappen van de verschillende gebruikelijke frequenties, in het kort op bevattelijke wijze uiteengezet, zoodat de telegrafist voor een te eenzijdige kijk bewaard wordt.

Alleen uit de uitvoerige behandeling van de vonkzenders, die men in andere moderne werken niet meer zou aantreffen, kan men ook reeds concludereen, voor welke categorie het boek in hoofdzaak bedoeld is.

Natuurlijk worden ook lampzenders en verder diverse hulpapparaten als richtingzoekers en automatische noodsignalenontvangers zeer uitvoerig behandeld. Uit den aard der zaak wordt meest M a r c o n i-materiaal besproken, daar echter de Engelsche telegrafist hiermee in 99 van de 100 gevallen te maken heeft, kan men dit de schrijver niet verwijten.

Alles bij elkaar, vooral voor de categorie waarvoor het in de eerste plaats geschreven is, een goed boek.

K. P.

*J. W. Boerman*, *M. Hellingman* en *K. M. Knip*, **Nieuw leerboek der Physica, voornam. ten dienste van kweekscholen en cursussen voor de hoofdkate**, deel 4, magnetisme en electriciteit, bewerkt door M. Hellingman en K. M. Knip, 322 blz., 174 fig. — Wolters Groningen 1930. Prijs f 3.90, geb. f 4.25.

Het is jammer, dat dit boek ontsierd wordt door verschillende onjuistheden.

We lezen: „Aldus wordt het geheimzinnige begrip chemische binding teruggebracht tot een eenvoudige electriche aantrekking van ongelijkna-

mige geladen ionen". Dit is een wel wat erg eenvoudige opvatting. Onjuist is de bewering: „Totnogtoe zijn we niet bij machte de positieve kern stuk te krijgen". Evenmin is het goed te schrijven: „Gelijktijdig vliegen uit het atoom 2 vrije negatieve electronen vanuit het omhullende electronenstelsel: deze vormen de  $\beta$  stralen". Dat in een geleider de electronen geheel vrij zijn in hun beweging en zich kunnen bewegen vrij tusschen door en ook door de atomen heen, is niet in overeenstemming met de tegenwoordige opvatting omtrent de electronen in de metalen. Als de schrijver opmerkt „Practisch hebben we bijna nooit met de absolute potentiaal te maken, maar steeds met de relatieve, dus met het potentiaalverschil" ziet hij over het hoofd, dat die absolute potentiaal eveneens een potentiaalverschil beteekent. Dat de proef van *V o l t a* en de wet van de spanningsreeks van de metalen, die reeds in vele leerboeken de uitgangspunten vormen voor de theorie van de stroomende electriciteit, ook hier weer als zoodanig dienen, lijkt me bedenkelijk. De experimenten, waarop deze beschouwingen steunen zijn niet reproduceerbaar, terwijl zelfs verschillende onderzoekers het bestaan van de contactpotentiaal tusschen twee zuivere metalen in twijfel trekken.

Het schrijven van een goed elementair natuurkunde leerboek is moeilijk. De poging die de schrijver gedaan heeft, om dit doel hier te bereiken, lijkt me niet geheel geslaagd.

N. B.

## STRIKVRAGEN

**Vraag LIII.** De bestuurder van een vliegmaschine ziet beneden zich op de wolken afgeteekend een regenboog die een complete cirkel vormt. Welk interessant optisch verschijnsel zal zich hierbij tevens nog voordoen?

**Het antwoord op vraag LI:** *Een rijwiel is zuiver verticaal opgesteld met één der trappers in den ondersten stand. Hoe zal dit rijwiel zich nu gaan bewegen, als op dien ondersten trapper een kracht in achterwaartsche richting wordt uitgeoefend?* luidt als volgt: Daar er uitsluitend een kracht naar achteren op werkt, gaat het rijwiel zich in achterwaartsche richting bewegen. Als men echter op het rijwiel gezeten den trapper in den ondersten stand naar achter beweegt, dan rijdt men in verband met de constructie van het rijwiel juist vooruit. De oplossing van deze schijnbare tegenstrijdigheid ziet men onmiddellijk bij een nadere beschouwing van de beweging van het rijwiel tengevolge van de uitwendige kracht in achterwaartsche richting op den trapper uitgeoefend. De trapper verplaatst zich hierbij nl. minder in achterwaartsche richting dan het rijwiel in zijn geheel, zoodat dientengevolge de trapper ten opzichte van het rijwiel juist naar voren zich beweegt.

# ON THE NATURE OF THE REPULSIVE FORCES WHICH KEEP THE ELECTRONS FROM ESCAPING OUT OF A METAL

by C. ZWIKKER

## Summary:

An investigation into the ratio of the contribution of space charge and image force to the total thermionic work function. Mathematical difficulties do not allow to give a rigorous solution, but it is possible to fix an upper limit for the contribution of the space charge, which upper limit appears to be 3% of the total work function, the rest being ascribed to image and structure forces.

In a recent investigation Bartlett and Waterman<sup>1)</sup> suggest, that the escaping of the electrons from a metal surface is opposed by an electric force due to the space charge of the electrons which have escaped before the present electron and that this effect may be more prominent than the attractive force due to Thomson's image force. On the other hand Schottky<sup>2)</sup> suggested that it is the latter force which is for far the greater part responsible for the thermionic work function.

Experiments<sup>3)</sup> show, that down to distances of about  $10^{-7}$  cm from the metal surface, the electrons are pulled back only by the image force. If therefore space charge comes into play, it must be in the nearest neighbourhood of the metal surface.

Now Bartlett and Waterman have calculated high values of the space charge force by assuming that no image force is present. It is, however, obvious that by neglecting the image force much too high values for the space charge will occur and moreover that nothing can be predicted from this case for the case that the image force is taken into consideration.

1) Bartlett & Waterman, Phys. Rev. 37, 1931, 279.  
Bartlett, Phys. Rev. 37, 1931, 959.

2) Schottky, Phys. Zeitschrift, 15, 1914, 872.

3) Becker & Mueller, Phys. Rev. 31, 1928, 431.

The gain of potential energy of an electron after escaping is partly due to the field produced by the space charge. This gain of potential energy can be put equal to:

$$-eV,$$

where  $e$  is the charge of the electron,  $V$  is the potential difference between the present place of the electron and the metal.

Moreover there is a gain of potential energy, due to the image force, which can be equalled to:

$$\frac{e^2}{4x_0} - \frac{e^2}{4x}.$$

where  $x_0$  is the effective value of the distance from where the image force is supposed to work.

An electron leaving the metal with a  $x$ -component of the velocity  $\xi_0$  will in the point  $x$  have a  $x$ -component of velocity, determined by:

$$\frac{m}{2} (\xi_0^2 - \xi^2) = -eV + \frac{e^2}{4x_0} - \frac{e^2}{4x} = W_x.$$

It is to be pointed out, that  $V$  is connected with the space charge by Poisson's equation:

$$-4\pi\rho = \frac{d^2V}{dx^2},$$

where  $\rho$  is the space charge density, that however the other part of the potential energy  $W_x$  is independent of the space charge.

Now according to the Fermi-Dirac-statistics, the number of electrons with  $x$ -component of velocity between  $\xi_0$  and  $\xi_0 + d\xi_0$  is<sup>1)</sup>:

$$f(\xi_0) d\xi_0 = \frac{2\pi kT Gm^2}{h^3} \xi_0 \ln \left( 1 + e^{-\frac{\frac{1}{2}m\xi_0^2 - W}{kT}} \right) d\xi_0,$$

where  $k$ ,  $T$ ,  $m$  and  $h$  have the usual meaning.

$G$  is the statistical weight of the electrons ( $= 2$ ) and  $W_i$  is the maximum energy of a molecule of the degenerated electron gas at zero temperature.

1) Nordheim, Zs. f. Physik 46, 1928, 833. Nordheim's function  $L$  can be written as  $\ln(1 + e^{-\nu})$ .

The space charge density at a distance  $x$  from the metal surface is in the equilibrium state:

$$\rho = 2e \int_{\sqrt{2W_x/m}}^{\infty} \frac{f(\xi_0)}{\xi} d\xi_0.$$

The factor 2 is introduced because the electrons pass by the point  $x$  first in the positive, later in the negative  $x$ -direction, both times with the same velocity  $\xi$ .

Introducing the above mentioned value of  $f(\xi_0)$  and passing over to the new variable  $A_0 = \frac{1}{2}m\xi_0^2$ , the space charge equals:

$$\rho = 2e \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{2\pi mG}{h^3} kT \int_{W_x}^{\infty} \frac{\ln \left( 1 + e^{\frac{W_i - A_0}{kT}} \right)}{\sqrt{A_0 - W_x}} dA_0.$$

The last integral is not known in a finite form. We can however readily write down the values of this integral for high and for small values of  $W_x$ :

In general we may write  $\rho$  as follows:

$$\rho = e \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{8\pi mG}{h^3} (kT)^{3/2} \cdot R \left( \frac{W_x - W_i}{kT} \right)$$

where

$$R(a) = \int_0^{\infty} \ln(1 + e^{-a-x}) d\sqrt{x}.$$

The function  $R$  is represented in fig. 1.

$$\text{High pos. values of } a: R(a) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-a}$$

$$\text{High neg. values of } a: R(a) = \frac{2}{3} |a|^{3/2}.$$

At this moment it may be pointed out, that the space charge in the point  $x = 0$ ,  $W_x = 0$  is given by:

$$\rho = e \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{8\pi mG}{h^3} (kT)^{3/2} \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{W_i}{kT} \right)^{3/2},$$

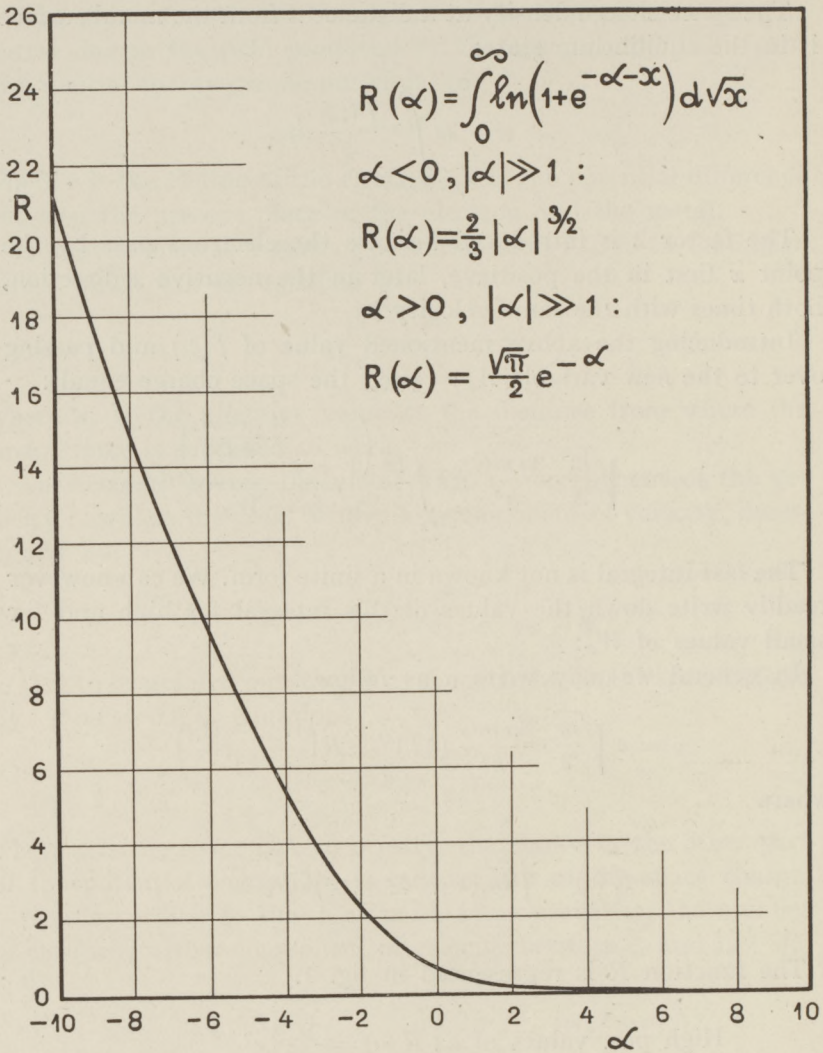


Fig. 1.

which is in accordance with Fermi's statistics, according to which the number of electrons pro cm<sup>3</sup> in the metal should be:

$$n = \frac{4\pi G}{3} \left( \frac{2m W_i}{h^2} \right)^{3/2}$$

After putting:



$$4\pi Q = -\frac{d^2 V}{dx^2},$$

we have to solve the differential equation:

$$-\frac{1}{4\pi} \frac{d^2 V}{dx^2} = e \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{8\pi mG}{h^3} (kT)^{3/2} R \left( \frac{W_x - W_i}{kT} \right)$$

where

$$W_x = -eV + \frac{e^2}{4x_0} - \frac{e^2}{4x}.$$

When we leave the term  $e^2/4x$  in  $W_x$  out of consideration, we get the simplified problem, treated by Bartlett and Waterman. It occurs to the writer, that an essential feature of the problem is thus neglected. There are two regions where the image force can be left out of consideration, namely in the immediate neighbourhood ( $x < x_0$ ) of the metal surface and at large distances from the metal.

For the immediate neighbourhood of the surface,  $R(a)$  can be put equal to

$$\frac{2}{3} |a|^{3/2}$$

and the differential equation runs:

$$-\frac{1}{4\pi} \frac{d^2 V}{dx^2} = e \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{8\pi mG}{h^3} \cdot \frac{2}{3} (W_i + eV)^{3/2},$$

the solution of which, with boundary conditions:

$$V = 0 \text{ for } x = 0 \text{ and } -eV = W_i \text{ for } \frac{dV}{dx} = 0 \text{ is:}$$

$$\frac{W_i + eV}{kT} = B(x + a)^{-4},$$

where

$$B = \frac{225}{16} \frac{k^2 T^2}{\pi e^4 G^2} \left( \frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^3$$

$$a = \sqrt[4]{B \frac{kT}{W_i}}.$$

Inserting  $T = 300$  and  $W_i = 10$  Volt-electron, the numerical values of  $B$  and  $a$  are:

$$B = 16,92 \cdot 10^{-23} \text{ E.S.U.}, \quad a = 0,813 \cdot 10^{-6} \text{ cm.}$$

The physical meaning of  $a$  is the distance behind the metal surface, where  $eV$  would be infinite, if the field would continue on the negative side of the  $x$ -axis. It is to be pointed out, that the boundary conditions, assumed to get this solution, are not the actual ones. The differential equation is not valid beyond the point  $x = x_0$ , where as the point where  $W_i = -eV$  may be beyond the point  $x = x_0$ . In order to insert the right boundary condition at the point  $x_0$  we should know the total space charge, present beyond this point. In consequence of the action of the image force, this space charge is less than the space charge which results from the boundary conditions assumed above, so that the solution given gives us a potential gradient in the neighbourhood of the surface, higher than the actual one.

For large distances from the surface, the neglect of the image force leads to the following differential equation:

$$-\frac{1}{4\pi} \frac{d^2 V}{dx^2} = e \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{8\pi mG}{h^3} (kT)^{3/2} \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{W_i + eV - \frac{e^2}{4x_0}}{kT}},$$

which is solved by:<sup>1)</sup>

$$\frac{W_i + eV - \frac{e^2}{4x_0}}{kT} = 2 \ln(x - b) - \ln A$$

where:

$$A = \frac{kT}{4\pi e^2} \left( \frac{h^2}{2\pi m kT} \right)^{3/2}$$

$b$  an integration constant.

In the equilibrium state  $V$  gradually grows to an infinite value for  $x = \infty$ . The constant  $b$  may be estimated by putting

$$\frac{e^2}{4x_0} - eV = W_m \quad \text{for } x = 0, \text{ where } W_m = W_i + \varphi,$$

and  $\varphi$  the experimental thermionic work function. Pure theoretically the constant  $b$  can not easily be determined. In the case of equilibrium the total space charge may be so large, that the image force can indeed be neglected. However, as soon as we pull a

1) Compare: v. Laue. Jahrb. der Radioakt. und Electronik 15, 1918, p. 215.

small current to an anode, this space charge is very much diminished and the potential barrier is finite and, as experiments show, nearly independent of the anode potential.

We have now yet to solve the most difficult part of the problem, viz. for the region, where the image force is of importance. To be sure, that the image force is preponderate we shall consider the case, that a saturation current is drawn out of the metal, so that the space charge at distances  $> 10^{-7}$  cm is small. The experimental data have learned us, that in this case in the neighbourhood of  $x = 10^{-7}$  cm the image force is preponderate.

Strictly speaking the problem is no longer determined now by the equation:

$$-\frac{1}{4\pi} \frac{d^2 V}{dx^2} = e \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{8\pi mG}{h^3} (kT)^{3/2} R\left(\frac{W_x - W_i}{kT}\right)$$

because this equation only holds for the case of pure equilibrium. Let the highest value of  $W_x$  be  $W_m$ , then we should consider the equation.

$$-\frac{1}{4\pi} \frac{d^2 V}{dx^2} = e \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{4\pi mG}{h^3} (kT)^{3/2} \left[ 2R\left(\frac{W_x - W_i}{kT}\right) - R\left(\frac{W_m - W_i}{kT}\right) \right]$$

because all electrons which pass the top of the barrier add only once to the space charge in the point  $x$ .

Now as  $(W_m - W_i)/kT$  is a quantity, much larger than 1,  $R[(W_m - W_i)/kT]$  is in consequence of its exponential character for all  $W_x < W_m$ , much smaller than  $R[(W_x - W_i)/kT]$ , so that we may restrict ourselves to the former and simpler equation.

We try to get an approximate solution of this equation by assuming for the present, that the image force is the only force acting on the electrons. The space charge which follows from the first approximation and which will be too high, may then be inserted and a second approximation of the space charge may be calculated and so on.

If we look first at the region, where  $W_x < W_i$ , and where we have to expect the densest space charge, the function  $R(a)$  is to be replaced by  $\frac{2}{3} |a|^{3/2}$  and we find for the space charge:

$$\rho = e \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{8\pi mG}{h^3} \frac{2}{3} \left( W_i - \frac{e^2}{4x_0} + \frac{e^2}{4x} \right)^{3/2}$$

where

$$\frac{e^2}{4x_0} - \frac{e^2}{4x}$$

is, what remains of  $W_x$  if we neglect the term  $-eV$ .

The intensity of the electric field  $F$  in the point  $x$ , due to the space charge is:

$$F = 4\pi \int_x^{x_m} \rho dx.$$

As  $\rho$  decreases rapidly when  $x$  increases, it is not of much importance, where we take the upper limit of this integral and it facilitates the calculation to choose this so, that

$$\frac{e}{4x} = \frac{e}{4x_0} - \frac{W_i}{e}.$$

for the upper limit.

Now:

$$\int \left( W_i - \frac{e^2}{4x_0} + \frac{e^2}{4x} \right)^{3/2} dx = \frac{e^{5/2}}{4} \int \left( \frac{W_i}{e} - \frac{e}{4x_0} + \frac{e}{4x} \right)^{3/2} d \frac{4x}{e}.$$

The last integral is known in a finite form, viz:

$$\begin{aligned} - \left\{ 2 + \frac{4x}{e} \left( \frac{e}{4x_0} - \frac{W_i}{e} \right) \right\} \sqrt{\frac{e}{4x} + \frac{W_i}{e} - \frac{e}{4x_0}} + \\ + 3 \sqrt{\frac{e}{4x_0} - \frac{W_i}{e}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{e}{4x \left( \frac{e}{4x_0} - \frac{W_i}{e} \right)} - 1}. \end{aligned}$$

This integral vanishes for the upper limit and we have for the electric field intensity in the point  $x$ :

$$F = \frac{2}{3}\pi e^{7/2} \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \frac{8\pi mG}{h^3} \sqrt{\varphi} \left[ - \left( 2 + \frac{4x\varphi}{e} \right) \sqrt{\frac{e}{4x\varphi} - 1} + 3 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{e}{4x\varphi} - 1} \right],$$

where

$$e\varphi = \frac{e^2}{4x_0} - W_i.$$

This  $F$  is to be compared with the apparent  $F$ , due to the image force viz:  $e/4x^2$ .

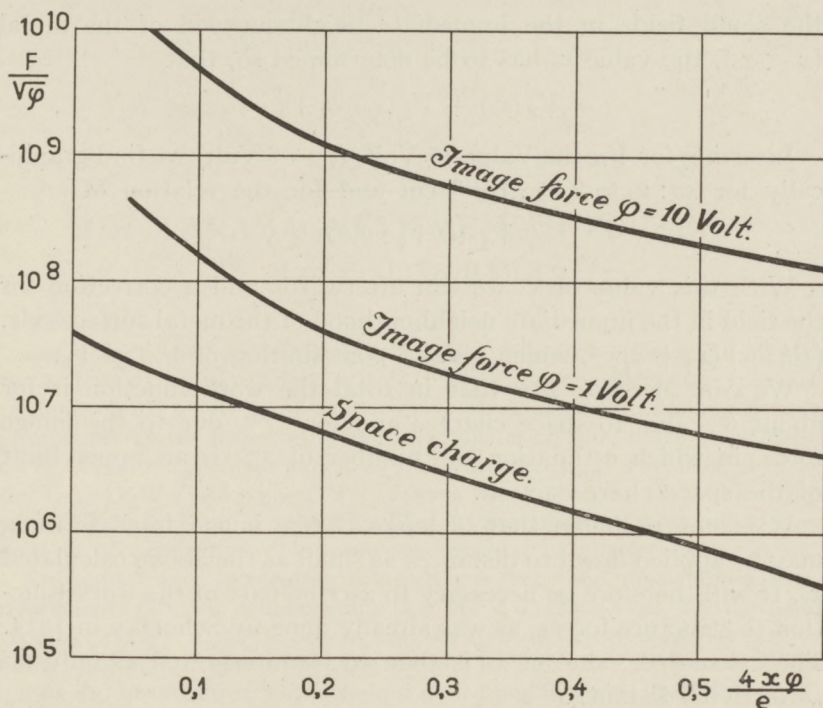


Fig. 2.

By inserting numerical values, it appears, that  $F$  is small compared with  $e/4x^2$  for all values of  $x$  (See fig. 2) and for values of  $\phi$  ranging from 1 Volt to 10 Volt. And as we have remarked before, this calculated  $F$  is higher than the actual  $F$ , this means that for all values of  $x$ , the action of the space charge on the escaping electrons is smaller than that of the image force.

We shall therefore refrain from working out the second approximation.

The potential barrier  $V_1$ , due to the space charges beyond  $x_0$ , the point from where the image force is assumed to work, is obtained by integrating the above presented  $F$  from  $x_0$  to an upper limit, which for convenience can again be taken where  $e/4x = \phi$ .

This integration may be performed graphically by assuming the value 10 Volt for  $W_i/e$ . It appears that  $V_1$  increases with increasing  $x_0$ .

On the other hand the potential barrier, due to the image force  $V_2 = e/4x_0$  decreases with increasing  $x_0$ . Neglecting for a while

the small fields in the immediate neighbourhood of the metal ( $x < x_0$ ), the value  $x_0$  has to be determined so, that

$$V_1(x_0) + V_2(x_0) = V_m.$$

Inserting for  $V_m$  the Value 15 Volt, ( $\varphi = 5$  Volt) we find graphically for  $x_0: x_0 = 2,35 \cdot 10^{-9}$  cm and for the relation of

$$V_1 \text{ to } V_2: 0,02.$$

With this value of  $x_0$  we can afterwards add a correction for the field in the immediate neighbourhood of the metal surface, viz.  $(BkT/e)(x_0 + a)^{-4}$ , which gives a contribution of 1% of  $V_2$ .

We can therefore say that in total the work function is for about 3% due to space charges and for 97% due to the image force, in which estimation the number of 3% is an upper limit of the space charge action.

It is not probable that Thomson's image force formula may be applied down to distances as small as the above calculated  $x_0$ . It will therefore be necessary to ascribe part of the work function to structure forces, as was already done by Schottky in 1914. The calculated value of  $x_0$  is then to be interpreted as only an „effective” distance.

Delft.

Laboratorium voor Technische Physica  
der Technische Hoogeschool.

# HET PARAMAGNETISME VAN ZOUTEN 1)

door C. J. GORTER

## Résumé:

Les phénomènes du paramagnétisme des sels sont brièvement décrits. Sur la base de la théorie de Van Vleck et des considérations spectroscopiques de Hund, l'auteur discute le paramagnétisme des sels dans la groupe des Terres Rares, et arrive à la conclusion que, grâce au Principe de la Stabilité Spectroscopique, on doit théoriquement s'attendre à la loi de Curie-Weiss:  $\chi = C/T - \theta$  avec le nombre de magnétons, qui est indiqué par Hund pour l'ion libre, et avec une  $\theta$ , qui est une mesure pour la décomposition du niveau fondamental par l'effet Stark.

En rapport avec ce résultat on décrit une recherche, déjà publiée antérieurement, faite en collaboration par M. de Haas et l'auteur, qui prouve qu'il n'y a pas de décomplage du spin de l'orbite dans les sels du Cérium, comme l'avaient supposé M. M. Kramers et Jean Becquerel, et une autre recherche qui donne une illustration du théorème, que M. Kramers a récemment énoncé sur la possibilité d'un terme nondégénéré dans un système contenant un nombre pair d'électrons.

Dans la discussion du groupe du fer on arrive à la conclusion qu'on peut comprendre les phénomènes dans leurs grandes lignes, en acceptant les hypothèses de M. M. Bose, Stoner et Van Vleck; pour la seconde moitié du groupe on trouve même qu'il faut s'attendre à une variabilité du nombre de magnétons, comme on l'a effectivement observé. Le rôle que jouent parfois les interactions homöopolaires reste encore à éclaircir.

L'auteur mentionne le résultat instructif, obtenu par M. de Haas et lui même, que la susceptibilité du  $CuSO_4$  anhydre dépend du champ dans la région de l'hydrogène liquide, quoique  $\theta$  soit négatif.

## § 1. Inleiding.

De bedoeling van dit artikel is een korte schets te geven van den huidige stand der theorie van het paramagnetisme in zouten, en daarbij nog nader in te gaan op eenige onderzoekingen, het laatste jaar door Prof. De Haas en den schrijver in het Leidsche Laboratorium gedaan.

Als men het waarnemingsmateriaal betreffende de paramagne-

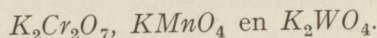
---

1) Naar een voordracht in de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, 25 April 1931.

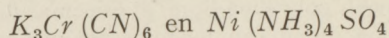
tische zouten, — dus die zouten welke onder invloed van een uitwendig magneetveld dragers worden van een magnetisch moment, dat gelijk gericht is met het veld, — overziet, dan kan men van chemisch standpunt 3 groepen onderscheiden.

De eerste, meest bekende, groep omvat zouten als b.v. de ferro- en ferri-zouten, de cupri-zouten en die der zeldzame aarden; de susceptibiliteit dezer zouten neemt bij lage temperatuur sterk toe, in eerste benadering evenredig met  $1/T$ .

De tweede groep vertoont een veel kleinere en van de temperatuur onafhankelijke susceptibiliteit, typische voorbeelden zijn



Een derde groep wordt gevormd door de echte complexzouten. Hiervan geven sommige als  $K_4Fe(CN)_6$  een van de temperatuur onafhankelijk paramagnetisme. Andere als



gedragen zich magnetisch als groep 1.

Het paramagnetisch gedrag van de eerste groep blijkt op rekening te moeten worden geschreven van het metaal-ion. De susceptibiliteiten volgen alle bij niet te lage temperaturen de Wet van Curie-Weiss

$$\chi = \frac{C}{T - \vartheta} \dots \dots \dots (1)$$

waarin  $\chi$  de susceptibiliteit,  $T$  de absolute temperatuur en  $C$  en  $\vartheta$  twee constanten aangeven. Als de Wet geldt is  $|\vartheta|$  steeds aanzienlijk kleiner dan  $T$ . Berekent men nu de  $C$  per metaal-ion, dan vindt men, dat deze slechts van dit ion afhangt en niet van an-ion en verdunning (bij oplossingen) of kristalwatergehalte (bij kristallen);  $\vartheta$  is hiervan echter wèl afhankelijk.

De paramagnetische metaal-ionen behooren nagenoeg alle tot de Fe-groep ( $V^{\dots}, Ti^{\dots}, V^{\dots}, Ti^{\dots}, V^{\dots}, Cr^{\dots}, Cr^{\dots}, Mn^{\dots}, Mn^{\dots}, Fe^{\dots}, Fe^{\dots}, Co^{\dots}, Ni^{\dots}$  en  $Cu^{\dots}$ ) en de groep der zeldzame aarden, ( $Ce^{\dots}, Pr^{\dots}, Pr^{\dots}, Nd^{\dots}, Sa^{\dots}, Eu^{\dots}, Gd^{\dots}, Tb^{\dots}, Dy^{\dots}, Ho^{\dots}, Er^{\dots}, Tu^{\dots}$  en  $Yb^{\dots}$ ). Verder  $Ru^{\dots}$ ; de andere paramagnetische ionen in de Pd en Pt groepen geven een paramagnetisme, dat zwak met  $T$  varieert.

Opvallend is dat de in de tweede en derde groepen voorkomende



zouten, vaak dezelfde atomen bevatten, doch dan dikwijls in het an-ion. Dan is het magnetisch gedrag nagenoeg onafhankelijk van het kat-ion. Gelijk gezegd gedragen de complexzouten zich magnetisch soms analoog aan de eerste; soms aan de tweede groep.

§ 2. *Principiële verklaring; de zeldzame aarden.*

Ladenburg<sup>1)</sup> heeft er de aandacht op gevestigd, dat de paramagnetische metaal-ionen juist diegene waren, die onafgebouwde electronenschillen bevatten. Zoo zijn bij de ionen der *Fe*-groep de  $1_1$ -,  $2_1$ -,  $2_2$ -,  $3_1$ -, en  $3_2$ -schillen geheel bezet. In de  $3_3$ -schil bevinden zich echter bij de ionen der *Fe*-groep 1—9 electronen. Deze schil is dus „niet afgebouwd”. Iets soortgelijks geldt voor de zeldzame aarden. Hier zijn ook de  $3_3$ -,  $4_1$ -,  $4_2$ -,  $4_3$ -,  $5_1$ - en  $5_2$ -schillen geheel bezet; de  $4_4$ -schil echter wordt afgebouwd, in deze onvoltooide schil kunnen zich van 1 tot 13 electronen bevinden. Deze onafgebouwde schillen geven aan het vrije ion een magnetisch moment; afgebouwde schillen dragen er, zooals men weet, niet toe bij.

We weten uit de studie van het Zeeman-effect, dat het grondniveau zich dan in een reeks Zeeman-niveaux splitst; bij elk van deze niveaux behoort dan een andere component van het magnetisch moment in de veldrichting. Nu is bij een temperatuur  $T$  een Boltzmann-verdeeling over deze Zeeman-niveaux te verwachten<sup>2)</sup> en daar de laagste dezer niveaux een magnetisch moment in de veldrichting opleveren krijgt men paramagnetisme. Is  $KT$  groot t. o. v. de energiever schillen der Zeeman-splitsingen dan krijgt men

$$\alpha = \frac{C'}{T} \dots \dots \dots (2)$$

is  $KT$  van dezelfde orde als deze splitsingen dan begint zg. paramagnetische verzadiging op te treden<sup>3)</sup>. Daar deze Zeeman-splitsingen bij normale veldsterkten hoogstens eenige  $\text{cm}^{-1}$  bedragen is de verzadigingscurve (waardoor de vorm van den aard van den grondterm zal afhangen) slechts in het temperatuur gebied van vloeibaar helium waar te nemen<sup>4)</sup>.

Kent men den laagsten term van het beschouwde vrije ion, dan kan men de Zeeman-effecten aangeven en dus het paramagnetisch gedrag uitrekenen.

Hund<sup>5)</sup> heeft nu, door bepaalde regels, — uit verschillende spectra door hem gevonden, — op de zeldzame aarden toe te passen, getracht dezen laagsten term van het vrije ion aan te geven.

Deze regels zijn: 1° Voor de tot de magnetische schil behorende electronen geldt het koppelingsschema van Russell-Saunders d. w. z. men moet alle electronen-spinvectoren  $s_i$  tot een gemeenschappelijken  $s$ -vector samenstellen; ook de baan-vectoren  $l_i$  tot een totalen  $l$ -vector en dan beide tot den totalen-impulsvector  $j$  vereenigen; 2° Men neme de grootste waarde van  $s$ , die met het Pauli-Principe overeen is te brengen; 3° Vervolgens zoeken men de maximale waarde van  $l$  hierbij, die door het Pauli-Principe wordt toegelaten; 4° De verschillende oriëntaties die  $s$  en  $l$  nu nog t. o. v. elkaar kunnen innemen vormen het laagste multiplet; de laagste term van dit multiplet heeft nu  $j = l - s$  als de betrokken schil minder dan half afgebouwd is en  $j = l + s$  als zij meer dan half gevuld is. Aldus vindt men b.v. voor  $Ce^{...}$  met 1 electron in de  $4_f$ -schil een  ${}^2F_{5/2}$  term en voor  $Dy^{...}$  met 9 electronen in deze schil een  ${}^6H_{15/2}$  term \*).

Kent men aldus den laagsten term, dan kent men ook het Zeeman-effect en daaruit het paramagnetisch gedrag. Een maat voor  $C'$  in de formule  $\chi = C'/T$  is het „magnetonen getal”  $p$ . In fig. 1 is een curve getrokken, die het verloop van het magnetonengetal (uitgedrukt in z.g. Weis-eenheden) aangeeft als functie van het aantal electronen in de ionen der zeldzame aarden.

De experimenteele „magnetonen getallen”, die door de punten in de figuur worden aangegeven, zijn verkregen door de  $C$  uit de Wet van Curie-Weiss,  $\chi = C/(T - \vartheta)$  met de  $C'$  te identificeren. Het blijkt dat door Hund aangegeven magnetonengetallen, uitstekend met de aldus uit het experimenteele materiaal verkregene overeenstemmen.

Hieraan moeten echter nog twee opmerkingen worden toegevoegd.

In de eerste plaats konden de experimenteele magnetonengetallen van  $Sa^{...}$  (59 electronen) en  $Eu^{...}$  (60 electronen) niet in de graphiek worden aangegeven, daar voor deze ionen de Wet van Curie-Weiss niet geldt. Het paramagnetisme is hier slechts zwak van de temperatuur afhankelijk.

\*)  ${}^2F_{5/2}$  beteekent  $s = \frac{1}{2}$ ,  $l = 3$ ,  $j = \frac{5}{2}$ ,

${}^6H_{15/2}$  beteekent  $s = \frac{5}{2}$ ,  $l = 5$ ,  $j = \frac{15}{2}$ .

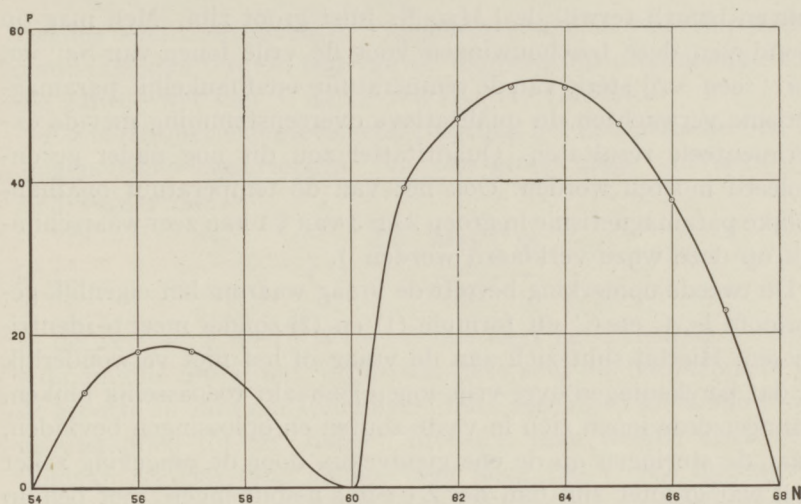


Fig. 1. Magnetonengetallen van ionen der zeldzame aarden.

Van Vleck<sup>6)</sup> heeft dit verklaard door te bewijzen, dat men voor deze ionen een sterke, van de temperatuur onafhankelijke paramagnetische susceptibiliteit moet verwachten. De vectormatrix, die volgens de quantenmechanica het magnetisch moment aangeeft is niet, tegelijk met de energie, een diagonaalmatrix, zoodat men behalve met de elementen  $M_{hh}$  die het magnetisch moment van den toestand  $h$  aangeven, ook nog met de niet-diagonaal-elementen  $M_{hh'}$  (magnetisch wisselwerkingsmoment tusschen de toestanden  $h$  en  $h'$ , zou men kunnen zeggen) moet rekening houden. Dit maakt dat men voor de paramagnetische susceptibiliteit der ionen in den toestand  $h$  krijgt:

$$\chi_h = \frac{N_h |M_{hh}|^2}{3KT} + N_h \sum_{h'} \frac{2 |M_{hh'}|^2}{3 [E(h') - E(h)]} \dots (3)$$

waarin  $N_h$  het aantal ionen in den toestand  $h$  is en  $E(k)$  en  $E(h')$  de energieën der toestanden  $k$  en  $h'$ . We krijgen dus behalve het paramagnetisme dat omgekeerd evenredig is met  $T$ , voor het laagste niveau nog een paramagnetisme, onafhankelijk van  $T$ . Men zou hier kunnen spreken van een magnetische polarisatie van het ion door het magneetveld, door een verwringing der  $l$  en  $s$  vectoren t. o. v. elkaar. In de gevallen van  $Sa^{...}$  en  $Eu^{...}$  is  $E(h') - E(h)$  voor de laagste niveaus zeer klein (zwakke koppeling tusschen

spin en baan!) terwijl de  $|M_{hh'}|^2$ 's juist groot zijn. Men mag op grond van deze beschouwingen voor de vrije ionen van  $Sa^{+++}$  en  $Eu^{+++}$  een vrij sterk van de temperatuur onafhankelijk paramagnetisme verwachten, in kwalitatieve overeenstemming met de experimenteële resultaten. Quantitatief zou dit nog nader gecontroleerd moeten worden. Ook het van de temperatuur onafhankelijke paramagnetisme in groep 2 en 3 van § 1 kan zeer waarschijnlijk op deze wijze verklaard worden <sup>7)</sup>.

De tweede opmerking betreft de vraag waarom het eigenlijk geoorloofd is,  $C$  en  $C'$  uit formule (1) en (2) zonder meer te identificeren. Hierbij sluit zich aan de vraag of het niet verwonderlijk is, dat berekeningen over vrije ionen gemaakt toepasselijk blijken, wanneer deze ionen zich in vaste zouten en oplossingen bevinden, waar de storingen op de energieniveaux door de omgeving zeker heel wat grootter zijn dan de Zeeman-splitsingen, met behulp waarvan Hund's resultaat bereikt is. Van verschillende zijden is aangegeven <sup>8)</sup> dat door de inhomogene elektrische velden b.v. in kristallen Stark-effecten zullen optreden met splitsingen van tenminste eenige tientallen  $cm^{-1}$ . Men moet dan dus eigenlijk voor elk van de aldus verkregen niveaux formule (3) toepassen (bij niet kubische symmetrie veranderen de getal factoren iets) en dan met inachtneming der Boltzmann-factoren over alle niveaux sommeeren.

Neemt men nu aan dat er 1° een reeks van „lage”  $r$  niveaux ( $hh'$ ) is met onderlinge energiever schillen  $\ll KT$  en 2° verder slechts een reeks hooge niveaux die van de eerste reeks verschillen met energieën  $\gg KT$ , dan vindt men in tweede benadering voor de susceptibiliteit:

$$\chi = \frac{N}{r \sum_h g_h} \frac{\sum_{h h'} |M_{hh'}|^2 g_h}{3K(T - \vartheta)} + \alpha \dots \dots \dots (4)$$

waarin 
$$K\vartheta = \frac{\sum_h E(h) g_h}{\sum_h g_h} - \frac{\sum_{h h'} |M_{hh'}|^2 g_h E(h)}{\sum_{h h'} |M_{hh'}|^2 g_h} \dots \dots \dots (5)$$

en 
$$\alpha = \frac{2N}{3 \sum_h g_h} \left( \sum_{h h''} \frac{|M_{hh''}|^2 g_h}{E(h'') - E(h)} \right) \dots \dots \dots (6)$$

waarin  $g_h$  het „gewicht a priori” van den toestand  $h$  is. We verkrij-

gen dus behalve weer een, in 't algemeen kleine, van de temperatuur onafhankelijke term  $a$ , een van de temperatuur afhankelijke term die aan de wet van Curie-Weiss (1) voldoet.

$K\vartheta$  is dan het energieverschil tusschen het „statistische” en het „magnetische zwaartepunt” van de groep „lage” niveaux. We zien verder dat

$$C = \frac{\sum_h \sum_{h'} |M_{hh'}|^2 g_h}{r \sum g_h}$$

in de wet van Curie-Weiss. Nu leert het Principe der Spectroscopische Stabiliteit<sup>9)</sup>, ons dat deze som onafhankelijk is van de grootte en aard der splitsingen, mits deze maar klein zijn t. o. v. de afstanden tot de „hooge” niveaux, (aan welken eisch zeker voldaan is, daar deze laatste weer hoog t. o. v.  $KT$  liggen).

Als eindresultaat vinden we dus dat we op theoretische gronden de wet van Curie-Weiss moeten verwachten met de door Hund aangegeven  $C'$  als  $C$ , wanneer de Stark-effect-splitsingen klein zijn t. o. v.  $KT$  en de multipletsplitsingen groot t. o. v.  $KT$ . De grootte van  $\vartheta$  zegt ons dan iets omtrent de grootte der Stark-effect splitsingen.

### § 3. Speciale onderzoeken in de groep der zeldzame aarden.

Jean Becquerel en De Haas<sup>10)</sup> hebben het bestaan van een paramagnetische rotatie van het polarisatievlak in kristallen aangetoond. Door de bestudeering der verzadigingskromme dezer rotatie in het gebied van vloeibaar helium kan men nu ook het magnetisch gedrag van de, voor de rotatie verantwoordelijke, ionen, onderzoeken.  $Ce^{III}$  ionen in tysoniet kristallen vertoonden een verzadigingscurve, die overeenkomt met 1,0 Bohr-magnetonen.

Jean Becquerel en Kramers<sup>11)</sup> maakten toen de onderstelling dat door de inhomogene elektrische velden, spin en baan van het magnetisch electron ontkoppeld zijn, zoodat alleen het spinmoment zich vrij kan oriënteren en het eene Bohr-magneton kan geven.

Teneinde dit nader na te gaan hebben Prof. De Haas en de schrijver<sup>12)</sup> toen  $CeF_3$ , dat dezelfde structuur heeft als het natuurlijke tysoniet magnetisch onderzocht tot in het waterstofgebied. Bij lage temperaturen bleken de resultaten met die van

B e c q u e r e l en D e H a a s overeen te stemmen, maar boven de temperatuur van vloeibare stikstof kreeg men de wet van C u r i e - W e i s s met een (vrij aanzienlijke)  $\vartheta$  van  $-62^\circ$  en een magnetonen getal dat geheel met het door H u n d voorspelde, klopte.

Daar de doubletsplitsing van het vrije  $Ce^{+++}$ -ion zeker van de orde van  $10^3 \text{ cm}^{-1}$  is, mag men concludeeren dat van ontkoppeling tusschen spin en baan geen sprake is. Het getal van 1,0 B o h r magnetonen moet dus het „toevallig” gevolg zijn van de structuur der elektrische velden rond de  $Ce^{+++}$ -ionen in het tysoniet.

Een ander onderzoek betreft den invloed van het even- of oneven zijn van het aantal electronen in het magnetische ion.

K r a m e r s<sup>13)</sup> heeft voor kort quantenmechanisch aangetoond, dat, in een systeem van electronen en kernen, een niet ontaarde term onder den invloed van elektrische velden slechts mogelijk is, wanneer het aantal electronen in het systeem *even* is.

Zulk een niet ontaarde term zal zich in een magneetveld niet meer kunnen splitsen en dus slechts een van de temperatuur onafhankelijke (in 't algemeen vrij groote) bijdrage tot de susceptibiliteit geven.

Nu hebben de elementen, die 3-waardige ionen, met even aantal electronen opleveren, een oneven atoomnummer en zooals bekend is, komen in de natuur de oneven atoomnummers in 't algemeen veel minder voor dan de even; het bleek dan ook dat tot nog toe alle metingen aan zeldzame aarden bij lage temperaturen met ionen met oneven aantal electronen gedaan waren. Het onderzoek van  $Pr_2(SO_4)_3 \cdot 8H_2O$  ( $Pr^{+++}$  heeft 2 „magnetische” electronen) toonde aan, dat daar juist de grondterm van het niet-ontaarde type was: in het waterstofgebied werd de susceptibiliteit onafhankelijk van de temperatuur<sup>14)</sup>. Dit kan als een directe illustratie van bovengenoemd theorema van K r a m e r s gelden.

#### § 4. De Fe-groep.

In tegenstelling met de groep der zeldzame aarden kloppen in de Fe-groep de magnetonen getallen volstrekt niet met de voorspellingen volgens H u n d. Fig. 2 geeft dit duidelijk aan. Men ziet ook dat in het 2e gedeelte der groep het magnetonengetal niet constant is; het kan binnen een zeker gebied varieeren, afhankelijk

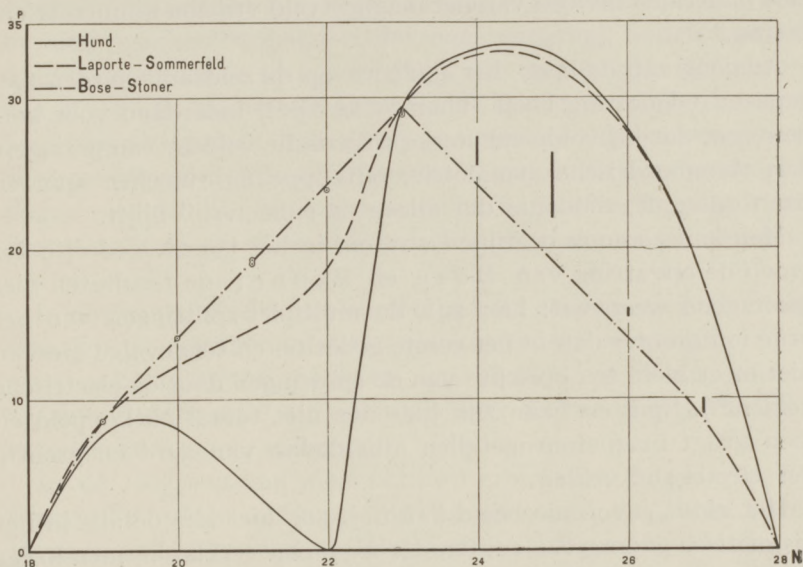


Fig. 2. Magnetonengetallen van ionen der *Fe*-groep.

van het an-ion, soms zelfs van de voorgeschiedenis van het paraat<sup>15)</sup>.

Laporte en Sommerfeld<sup>16)</sup> hebben er de aandacht op gevestigd dat, althans in het eerste gedeelte van de groep, de multipletsplitsingen in de vrije ionen slechts van de orde van  $100 \text{ cm}^{-1}$  zijn, zoodat bij kamertemperatuur, behalve het grondniveau, ook de andere niveaus van het multiplet min of meer bezet zouden zijn. Houdt men hiermee rekening dan krijgt men voor de meest-voorkomende ionen de gestreepte kromme in fig. 2, die wel iets dichter bij de experimenteele valt, dan die van Hund. Teneinde deze theorie te toetsen hebben Prof. De Haas en de schrijver geschikte chromi-verbindingen<sup>17)</sup> (volgens Hund moest het magnetonengetal 3,8 zijn; experimenteel vindt men 19,0) tot in het waterstofgebied onderzocht en gevonden dat het magnetonengetal bij de lagere temperaturen geenszins afneemt, doch geheel constant blijft, zoodat de opvatting van Laporte en Sommerfeld niet de juiste kan zijn.

Beter met het waarnemingsmateriaal klopt de opvatting van Bose en Stoner<sup>18)</sup>, dat alleen de resulterende spin-vector

zich onder den invloed van het magneetveld vrij zou kunnen oriënteren.

Analoog aan de door *Kramers* op de zeldzame aarden toegepaste redeneering heeft *Van Vleck*<sup>19)</sup> inderdaad voor kort bewezen, dat bij voldoende sterke elektrische velden, van geringere dan rhomboedrische symmetrie, ontkoppeling tusschen spin en baan optreedt, zóódanig dat alleen de spin „vrij” blijft.

Men kan zoo ook begrijpen waarom in het tweede gedeelte der groep de opvatting van *Bose* en *Stoner* de resultaten niet meer goed weergeeft: hier zijn de multiplet-splitsingen van het vrije ion grooter dan in het eerste gedeelte, en tengevolge hiervan niet meer klein ten opzichte van de splitsingen door de elektrische velden<sup>20)</sup>. Spin en baan zijn hier dus niet totaal ontkoppeld en men krijgt magnetonengetallen afhankelijk van aard en grootte der elektrische velden.

Het aldus gevormde beeld kan o. i. nog niet alle details in het magnetisch gedrag van zouten der *Fe*-groep verklaren; men krijgt den indruk dat ook homoöpolaire wisselwerkingen met de buur-atomen (complexvorming) van belang zijn.

Tenslotte nog een enkele opmerking over de afhankelijkheid van het veld, die de susceptibiliteit bij enkele anhydrische zouten, in de *Fe*-groep bij zeer lage temperaturen vertoont. Dit door *Woltjer*<sup>20)</sup> gevonden verschijnsel trad op bij zouten, die bij hooge temperatuur de wet van *Curie-Weiss*, met een groote positieve  $\vartheta$  volgden, beneden de temperatuur  $T = \vartheta$ . Het werd vaak in analogie gebracht met ferromagnetische verschijnselen, waar men immers boven het ferromagnetische *Curie*-punt ook een paramagnetisme vindt dat de wet van *Curie-Weiss* volgt.

Prof. *De Haas* en de schrijver hebben nu echter gevonden, dat ook bij een zout met groote negatieve  $\vartheta$  (*CuSO*<sub>4</sub>) in het waterstofgebied een van het veld afhankelijk paramagnetisme vertoont<sup>21)</sup> waardoor de analogie tusschen paramagnetisme der zouten en dat der metalen boven het *Curie*-punt nog verder wordt verstoord.

##### § 5. Slotopmerkingen.

Karakteristiek voor het boven ontwikkelde gedachtensysteem is in de eerste plaats dat de temperatuur slechts in den *Boltzmann*-factor optreedt en variaties der wisselwerking met de om-



geving verwaarloosd zijn; in de tweede plaats dat ook de wisselwerking tusschen de magnetische ionen onderling buiten beschouwing is gelaten. Dit in tegenstelling met andere opvattingen b.v. van F o ë x<sup>22</sup>). Het boven ontwikkelde systeem lijkt ons als eerste benadering eleganter, hoewel bij quantitative doorrekening wellicht zal blijken dat de eerste verwaarloozing, althans voor oplossingen niet geheel gerechtigd is, en anderzijds in de anhydrische zouten toch de wisselwerking tusschen de magnetische ionen nog een rol speelt.

In de groep der zeldzame aarden bestaat goede overeenstemming tusschen de uitgebreide waarnemingsgegevens eenerzijds, en het gesloten complex der theorieën van H u n d en V a n V l e c k aangevuld door onze opmerkingen over de beteekenis van magnetonengetal en  $\vartheta$ , anderzijds.

In de *Fe*-groep kan men zich, op grond van de gedachte dat electriche velden ontkoppeling tusschen spin en baan teweeg brengen, ook een goed beeld van de verschijnselen vormen. De rol der homoöpolaire wisselwerkingen is daarbij echter nog niet opgehelderd.

In het geheel gebied bestaat echter nog slechts quantitative overeenstemming wat betreft de magnetonengetallen. Het zou zeker van belang zijn door quantitative rekening na te gaan, op grond van bekende kristalstructuren of de huidige denkbeelden over details in het verloop der susceptibiliteit als functie van de temperatuur den toets kunnen doorstaan.

Wat betreft de gebieden, die niet uitvoerig zijn behandeld: de *Pd*- en de *Pt*-groep zijn nog weinig onderzocht. Het paramagnetisme schijnt grootendeels door van de temperatuur onafhankelijke termen bepaald. Met behulp van S i d g w i c k's „effectief electronengetal” heeft men wel getracht orde te brengen in het uitgebreide en nog weinig onderzochte gebied der complexzouten; hier zal het rekening houden met homoöpolaire wisselwerkingen wel zeer essentieel zijn.

Tot slot wil ik gaarne mijn dank uitspreken aan Prof. D e H a a s, voor het doorzien van het manuscript.

Leiden, 1 Juni 1931.

Natuurkundig Laboratorium  
der Rijksuniversiteit.

## GECITEERDE LITTERATUUR.

- 1) R. Ladenburg, *Naturwissenschaften*, 8, 5, 1920.
- 2) Eigenlijk is de verdeelingsfunctie hier niet de energie, maar de functie van R o u t h (zie J. v. Leeuwen, *Dissertatie*, Leiden); deze is hier echter, evenals de „spectroscopische energie” identiek met de kinetische precessie-energie.
- 3) Zie H. R. Woltjer, *Leiden Comm.* 167*b*.  
H. R. Woltjer en H. Kamerlingh Onnes, *Leiden Comm.* 167*c*.  
J. Becquerel en W. J. de Haas, *Leiden Comm.* 193*a*.
- 4) De groote velden die Kapitza, gedurende eenige honderdste seconden opwekt maken het principieel mogelijk, de verzadiging ook in het waterstofgebied te onderzoeken. Een groot bezwaar is echter dat de magnetisatie dan niet isotherm, doch ten naaste bij adiabatisch verloopt.
- 5) F. Hund, *Z. f. Phys.* 33, 855, 1925.
- 6) J. H. van Vleck, *Phys. Rev.* 31, 587, 1928.
- 7) S. Freed en C. Kasper, *Journ. Am. Chem. Soc.* 52, 4671, 1930.
- 8) R. Brunetti, *Rendic. Ac. dei Lincei* 6, VII, 3 en 238, 1928.  
Jean Becquerel, *Leiden Comm. Suppl.* 68*a*.  
H. A. Kramers, *Leiden Comm. Suppl.* 68*b*.  
H. Bethe, *Ann. der Phys.* 3, 133, 1929.
- 9) M. Born, W. Heisenberg en P. Jordan, *Z. f. Phys.* 35, 557, 1926.  
J. H. van Vleck, *Phys. Rev.* 29, 727, 1927.
- 10) J. Becquerel en W. J. de Haas, *Leiden Comm.* 193*a*.
- 11) *Leiden Comm. Suppl.* 68.
- 12) *Leiden Comm.* 210*c*.
- 13) H. A. Kramers, *Proc. Roy. Ac. Amsterdam*, 33, 959, 1930.
- 14) *Leiden Comm.* 215.
- 15) Zie voor het waarnemingsmateriaal waaruit de graphiek is samengesteld W. J. de Haas en C. J. Gorter, *Leiden Comm.* 210*d*.
- 16) O. Laporte en A. Sommerfeld, *Zs. f. Phys.* 40, 333, 1926.  
O. Laporte, *Zs. f. Phys.* 47, 761, 1928.
- 17) *Leiden Comm.* 208*c*.
- 18) D. M. Bose, *Zs. f. Phys.* 43, 864, 1927.  
E. C. Stoner, *Phil. Mag.* 8, 250, 1929.
- 19) J. H. van Vleck, *Phys. Rev.* 37, 467, 1931.
- 20) H. R. Woltjer, *Leiden Comm.* 173*b, c*.  
H. R. Woltjer en E. C. Wiersma, *Leiden Comm.* 201*a*.
- 21) *Leiden Comm.* 215*a*.
- 22) G. Foex, *Ann. de Phys.* 16, 174, 1921.

# NEGATIEVE FOTOEFFECTEN BIJ GASONTLADINGEN <sup>1)</sup>

door F. M. PENNING

## Zusammenfassung.

§ 1. Es ist auf verschiedene Weisen möglich, die Leitfähigkeit einer Gasstrecke (Neon) durch Bestrahlung zu verringern („negative Photoeffekte“). Diese Erscheinung hat entweder in der Kathode (§ 2) oder in dem Gase (§ 3—§ 6) seinen Ursprung.

§ 2. In einer gasgefüllten Photozelle wird die Entladung bei steigender Stromstärke im Dunkeln früher intermittierend als bei Beleuchtung (Fig. 1, 2, 3). Man kann nun den Strom so einregulieren, dass durch Bestrahlung eine intermittierende Entladung in eine kontinuierliche übergeht. Die mittlere Stromstärke nimmt dabei beträchtlich ab.

§ 3. Bestrahlung des Neongases mit Neonlicht kann die Leitfähigkeit verringern wenn metastabile Zustände dadurch vernichtet werden und zwar in den folgenden Fällen: *A*, wenn dem Neon ein wenig Argon beigemischt ist, sodass die metastabilen Neonatome Argonatome können ionisieren; *B*, wenn die Ione der Entladung durch Elektronenstoss aus dem metastabilen Zustand hinaus gebildet werden (stufenweise Ionisation).

§ 4. Ein Beispiel des Falles *A* ist die schon früher mitgeteilte Erhöhung der Zündspannung von Neon-Argon-Gemische durch Bestrahlung. Eine Demonstration dieses Effektes wird beschrieben, wobei eine intermittierende Entladung (Fig. 5) durch das Licht einer Neonsäule ausgelöscht wird (Fig. 6).

§ 5. Als zweites Beispiel des Falles *A* wird der Einfluss der Bestrahlung auf das negative Glimmlicht in einen Gemisch von *Ne* mit z.B. 0,001% *Ar* genannt. Nach De Groot wird die Stromdichte des normalen Kathodenfalles geringer wenn man dem *Ne* ein wenig (0,1—2%) *Ar* beimischt. Nach vorläufigen Messungen zeigt dieser Effekt sich auch schon bei viel geringeren Beimischungen (Tabelle I; die Stromdichte ist proportional mit  $i_b$ ), er wird zugeschrieben an die Ionisation durch metastabile Atome. Durch Bestrahlung mit Neonlicht wird der Einfluss der Beimischung verringert, die Stromdichte wird also wieder steigen. Unter Anwendung einer in zwei Teilen geteilten Kathode kann dieser Effekt benutzt werden um Änderungen von Lichtstärke in Änderungen von Stromstärke zu verwandeln.

1) Met uitzondering van paragraaf 2 valt de inhoud van dit artikel vrijwel samen met die van een voordracht, gehouden op het 23ste Nat.- en Geneeskundig Congres te Delft, April 1931.

§ 6. Als Beispiel des Falles *B* wird die Änderung der Brennspannung einer Neonsäule (Stromstärke 1 mA) beschrieben, wenn man dieser mit einer anderen Neonsäule von grosser Lichtstärke (500 mA) nähert (Fig. 7 und 8). Bei hinreichender Annäherung erlischt die erstgenannte Röhre.

§ 1. *Inleiding*. Wanneer er tusschen 2 electroden in een gas een elektrische stroom overgaat, kan die stroom onder bepaalde omstandigheden door bestraling met licht worden beïnvloed. Soms is dit te danken aan de inwerking van het licht op de kathode, soms ook aan de inwerking op het gas zelf. Verder kan de stroom door bestraling vergroot of verkleind worden. Men kan dus de volgende 4 gevallen onderscheiden:

	Bestraling van	Stroom
Ia	kathode	grooter
Ib	kathode	kleiner
IIa	gas	grooter
IIb	gas	kleiner

Geval Ia doet zich b.v. voor bij het normale gebruik van een met gas gevulde fotocel. De zoogenaamde fotoïonisatie is een voorbeeld van geval IIa. Daarbij worden in het gas aanwezige atomen door het ingestraalde licht geïoniseerd<sup>1)</sup>; bij kleinere golflengten heeft men een dergelijk verschijnsel in de ionisatie van een gas door Röntgen- of gammastralen.

In tegenstelling met de genoemde „positieve” fotoeffecten zou men de gevallen Ib en IIb „negatieve” fotoeffecten kunnen noemen. Van deze negatieve fotoeffecten zullen in het onderstaande enkele voorbeelden worden besproken.

§ 2. *Verkleining van de stroom door bestraling der kathode*. Dit effect werd geconstateerd bij een onderzoek van de karakteristiek van een met gas gevulde fotocel. De daarbij gebruikte schakeling is in fig. 1 schematisch aangegeven, de stroom werd op een  $\mu$ A meter, de spanning tusschen de electroden op een electrostatischen Voltmeter afgelezen. Wanneer men nu in het donker de potentiometer-spanning  $V_t$  hoog genoeg opvoerde, ging er een zelfstandige gasontlading van enkele  $\mu$ A door de buis, maar deze stroom liep aanzienlijk terug wanneer het licht in de kamer werd aangedraaid.

1) Zie b.v. F. L. Mohler, Phys. Rev. Suppl. 1, 216, 1929. (Jaargang 1 van het tegenwoordige Reviews of Modern Physics).

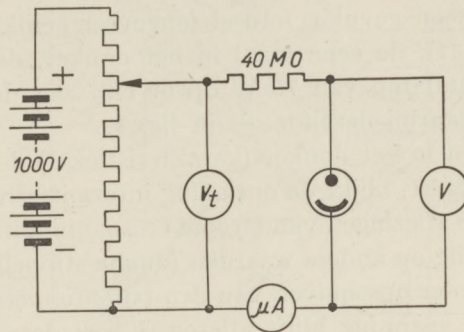


Fig. 1.

Men heeft hier dus een voorbeeld van het bovengenoemde geval Ib.

Bij nader onderzoek bleek, dat er bij het aandraaien van het licht een overgang plaats had van een intermitterende ontlading <sup>1)</sup> in een continuë <sup>2)</sup>. In fig. 2 zijn de karakteristieken weergegeven

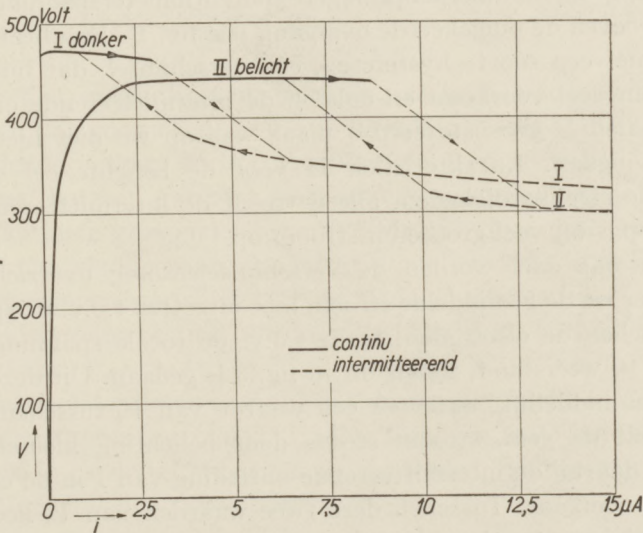


Fig. 2.

1) Vgl. § 4 van dit artikel.

2) Achteraf bleek, dat de overgang van de intermitterende in de continuë ontlading onder den invloed van licht reeds langer bekend was, zie B. L. Rosing, ZS. f. techn. Phys. 11, 77, 1930; N. Campbell and D. Ritchie, Photoelectric cells, 1929, blz. 79 e.v. In geen van deze beide artikelen wordt echter de daarbij optredende stroomvermindering genoemd, waarom het ons hier juist te doen is; in het door Campbell en Ritchie besproken geval trad deze ook inderdaad niet op, daar de schakeling een andere was: de stroom werd daarbij met een verzadigde diode automatisch constant gehouden.

van een met neon gevulde fotocel (ongeveer gelijk aan het type Philips 3531), de eene maal in het donker, de andere maal met een Argentalamp van 75 W op 60 cm voor de opening. De schakeling is daarbij dezelfde als in fig. 1.

Wanneer men in het donker (karakteristiek I) de stroom langzamerhand opvoert, blijkt de ontlading intermitterend te worden bij ca.  $3 \mu A$ , de aflezingen van stroom en spanningsmeter springen daarbij plotseling op andere waarden (dunne stippellijn). Wanneer men bij het verder opschuiven van den potentiometer de waarden van stroom en spanning blijft aflezen, liggen deze in de grafiek op de dikke stippellijn, die echter uit den aard der zaak niet bij de karakteristiek behoort, omdat stroom en spanning daarbij tusschen twee waarden heen en weer schommelen. Wordt de stroomsterkte van de intermitterende ontlading door terugschuiven van de potentiometer verkleind, dan heeft de overgang in de continuë-ontlading bij aanmerkelijk lagere potentiometerspanning plaats dan zoeven de omgekeerde overgang (zie fig. 1). Men heeft hier te doen met een soort „hysterese”, een verschijnsel, dat bij gasontladingen veel voorkomt en ook bij de intermitterende ontlading meermalen is geconstateerd<sup>1)</sup> maar waarop we hier niet verder zullen ingaan. Karakteristiek II voor de belichte cel vertoont dezelfde eigenaardigheden, alleen treedt de intermitterende ontlading pas bij veel grooteren stroom op.

Voor ons doel worden de verschijnselen nog overzichtelijker wanneer we de gemiddelde stroom niet uitzetten t.o.v. de spanning  $V$  tusschen de elektroden, maar t.o.v. de totale spanning  $V_t$  op fotocel + weerstand, zooals dit in fig. 3 is gedaan. Uit deze figuur blijkt onmiddellijk, dat voor een waarde van  $V_t$  tusschen 583 en 701 Volt de gem. stroom steeds door belichting kleiner wordt omdat daarbij de intermitterende ontlading van I in de continuë van II overgaat. Tusschen deze twee waarden van  $V_t$  heeft men dus met het negatieve fotoeffect te doen. Voor andere waarden van  $V_t$  kan het blijkbaar positief zijn, rechts in fig. 3 is het teken van het fotoeffect voor de verschillende spanningsgebieden aangegeven; dat het soms + of — kan zijn al naar gelang van den uitgangstoestand is een gevolg van de bovengenoemde hysterese.

Dat beneden  $5 \mu A$  bij belichting geen intermitterende ontlading

1) Bijv. H. Geffcken, Phys. ZS. 26, 241, 1925.

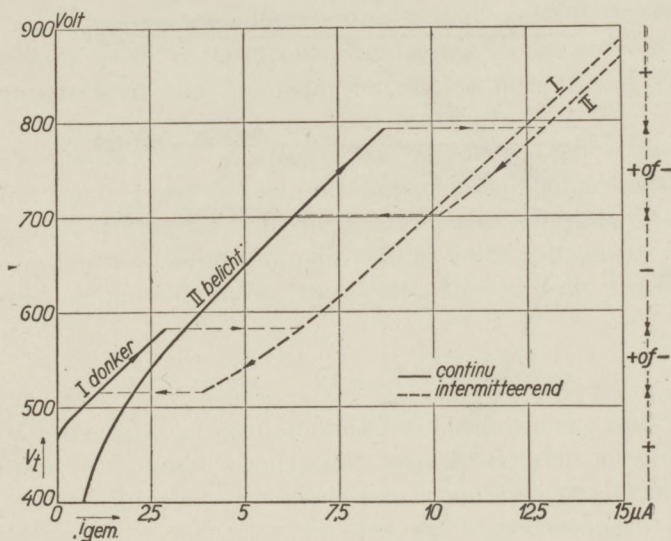


Fig. 3.

kan optreden, volgt direct uit bekende stabiliteitsbeschouwingen <sup>1)</sup>, die leeren dat voor  $dV/di > 0$  een ontleding steeds stabiel is. Het verschillende verloop der karakteristieken I en II in fig. 2 hangt samen met het feit, dat bij I (zelfstandige gasontlading) de stroom aan de kathode grootendeels wordt gedragen door pos. ionen, die tot pos. ruimteladingen en concentratie van het veld aan de kathode aanleiding geven, terwijl bij II de stroom voor een veel grooter deel uit electronen bestaat, die door het licht uit de kathode worden vrijgemaakt.

We merken tenslotte nog op, dat de frequentie en ook het optreden der intermitterende ontleding in hooge mate bepaald worden door de capaciteit tusschen de electroden, c.q. de aan de buis parallel geschakelde capaciteit <sup>2)</sup>.

§ 3. *Verkleining van de stroom door bestraling van het gas.* Dit effect werd het eerst gezocht en geconstateerd bij neon, waarom we ons bij de bespreking ervan tot dit gas willen beperken. Enkele van de voornaamste hierbij in aanmerking komende energieniveau's zijn in fig. 4 aangegeven, de tien  $2p$ -toestanden zijn hierin

1) Vgl. Handb. d. Phy. 14, 178, 1927.

2) Vgl. § 4.

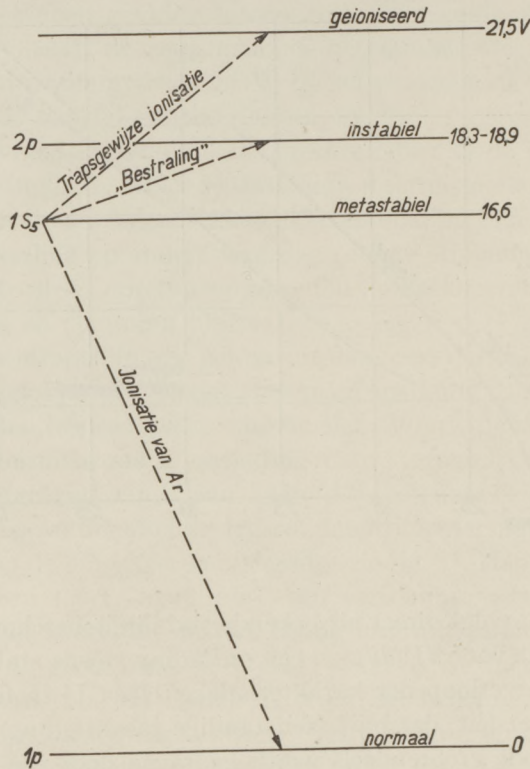


Fig. 4.

door één lijn voorgesteld, van de vier  $1s$ -niveau's is alleen het metastabiele  $1s_5$  geteekend. De aangeslagen toestanden hebben zeer verschillende levensduren, die van  $2p$  bedraagt  $10^{-7}$  à  $10^{-8}$  sec., voor de metastabiele  $1s_5$ -toestand vonden Meissner en Dorgelo<sup>1)</sup> waarden van  $10^{-2}$  à  $10^{-3}$  sec. Wanneer electronen zich onder invloed van een elektrisch veld door zuiver neon bewegen, zullen zij de neonatomen gedeeltelijk ioniseeren, gedeeltelijk aanslaan. Een deel der aangeslagen neonatomen zullen in den metastabielen  $s_5$ -toestand terecht komen: in zuiver neon gaan deze metastabiele atomen door botsingen tegen andere atomen en tegen de wanden van het vat te gronde en dragen weinig of niet tot de electriciteitsgeleiding bij.

1) K. W. Meissner, Phys. ZS. **26**, 687, 1925.  
H. B. Dorgelo, Physica **5**, 429, 1925.

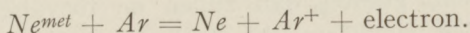


In bijzondere gevallen kunnen zij echter wel tot de vorming van nieuwe ionen en electronen aanleiding geven en wel:

A. wanneer men aan het neon een kleine hoeveelheid van bepaalde andere gassen b.v. argon toevoegt,

B. in het geval van „trapsgewijze” ionisatie.

In het eerste geval (A) kan n.l. het metastabiele neonatoom bij botsing met een argonatoom dit laatste ioniseeren, daar de energie van een metastabiel neonatoom (16,6 Volt) grooter is dan de ionisatie-energie van Argon (15,6 Volt). Men kan dit proces voorstellen als:



Daar een metastabiel neonatoom bij voldoende hooge druk ca.  $10^5$  botsingen met andere neonatomen maakt alvorens te gronde te gaan, is het duidelijk, dat reeds een argonbijmengsel van  $1 : 10^5$  een belangrijke vergrooting van het geleidingsvermogen kan teweegbrengen.

Het geval B (trapsgewijze ionisatie) doet zich voor bij een neonzuil, waarin de stroomdichtheid voldoende groot is; daarbij kan een atoom, na door een eerste electronenstoot in de metastabiele toestand te zijn gebracht, door een tweede electronenstoot worden geïoniseerd. Daar voor deze wijze van ioniseeren veel minder energie noodig is dan voor ionisatie van de grondtoestand uit, zal de zuilspanning door dit effect dalen en dus het geleidingsvermogen toenemen.

In beide gevallen zal het geleidingsvermogen weer afnemen wanneer men het aantal metastabiele atomen kunstmatig vermindert en dit kan men o.a. <sup>1)</sup> doen door bestraling met het licht van een neonzuil. Dit licht behoort n.l. grotendeels tot overgangen van een der  $2p$ -toestanden naar een der  $1s$ -toestanden <sup>2)</sup>. Dit licht kan dus ook omgekeerd in een ontladingsbuis atomen uit de metastabiele  $1s_5$ -toestand in een der  $2p$ -toestanden overbrengen (zie fig. 4) en op die wijze een deel der metastabiele atomen in zeer korten tijd vernietigen. Hierdoor neemt dus het geleidingsvermogen, dat in de besproken gevallen A en B door de metastabiele atomen vergroot werd weer af, zoodat op deze manier het negatieve fotoeffect IIb kan worden verwezenlijkt. Dit effect is blijkbaar,

1) Voor andere manieren zie F. M. Penning, *Physica* **10**, 47, 1920.

2) H. B. Dorgelo, *Physica* **5**, 90, 1925.

in tegenstelling met het in de vorige § besprokene, gebonden aan licht van zeer bepaalde golflengten.

We zullen thans enkele voorbeelden van dit effect aangeven en wel in § 4 en § 5 twee voorbeelden van geval *A* ( $Ne + Ar$ ) in § 6 een voorbeeld van geval *B* (trapsgewijze ionisatie).

§ 4. *Beïnvloeding van de doorslagspanning door bestraling.* Wanneer zich tusschen twee electroden een gas bevindt, zal dit zich practisch als een volkomen isolator gedragen, zoolang het aangelegde potentiaalverschil klein is, b.v. enkele Volts. Maakt men dit potentiaalverschil grooter dan zullen de toevalselectronen, die altijd tengevolge van kosmische straling en dgl. in het gas aanwezig zijn, kunnen gaan ioniseeren. De gevormde pos. ionen bewegen zich naar de kathode en kunnen daaruit, naar de voorstelling van *Holst en Oosterhuis*<sup>1)</sup>, weer nieuwe electronen vrijmaken. Dit zal weliswaar een vergrooting van de stroom tengevolge hebben, maar toch blijft deze aanvankelijk nog onmeetbaar klein. Dit verandert wanneer de spanning zoo hoog wordt, dat de door één electron gevormde pos. ionen samen gemiddeld iets meer dan één electron uit de kathode vrijmaken. Immers het is duidelijk, dat de stroom dan met den tijd exponentieel aangroeit — er treedt doorslag op, die onder omstandigheden het karakter van „kortsluiting” aanneemt wanneer men de stroom niet door een weerstand begrenst. Bij zuiver neon en vlakke ijzerplaten is het aantal ionen, dat door een electron moet gevormd worden om doorslag te veroorzaken, waarschijnlijk ca. 20<sup>2)</sup>. Bij een plaat-afstand van 1 cm is de doorslagspanning in zuiver neon minimaal voor een gasdruk van ca. 3 mm; bij hooger gasdruk zullen de electronen meer botsingen maken en steeds meer atomen *aanslaan* in plaats van ze te *ioniseeren*, zoodat de doorslagspanning stijgt. De aanslagen geven aanleiding tot het ontstaan van metastabiele atomen; is er nu een beetje argon in het neon aanwezig, dan zullen op de in § 3 beschreven manier argonionen ontstaan, die de doorslagspanning verlagen<sup>3)</sup>. Worden er metastabiele atomen door bestraling met het licht van een neonzuil vernietigd, dan zal de doorslagspanning dus weer stijgen.

1) G. Holst en E. Oosterhuis, *Physica* 1, 78, 1921.

2) F. M. Penning, *Physica* 8, 13, 1928.

3) F. M. Penning; *Physica* 7, 321, 1927; *ZS. f. Phys.* 46, 335, 1928.

Terwijl we voor nadere bijzonderheden van dit verschijnsel naar andere artikelen verwijzen <sup>1)</sup>, willen we hier nog een demonstratie ervan beschrijven <sup>2)</sup>. Fig. 5 geeft het schakelschema. *B* is de ont-

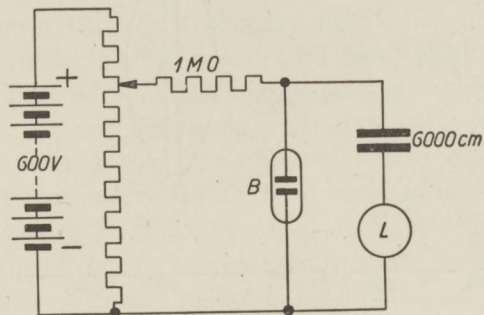


Fig. 5.

ladingsbuis; de elektroden zijn vlakke ijzerplaatjes van  $2\frac{1}{2}$  cm diameter op 3 cm afstand; de gasvulling bedraagt 20 mm *Ne* met 0,0014% *Ar*. Parallel aan de buis is een condensator van 6000 cm geschakeld, in serie met een luidspreker *L*. Deze condensator wordt door de spanning van een potentiometer geladen via een weerstand van ca. 1 MO. Is de potentiometerspanning  $V_i$  hoger dan de doorslagspanning  $V_D$  van de buis (hier 425 Volt) dan zal de condensator zich door de buis *B* heen ontladen zodra het potentiaalverschil tusschen de bekleedsels de waarde  $V_D$  heeft bereikt. Tengevolge van deze ontlading zakt de condensatorspanning tot een lage waarde, de ontlading gaat uit, de condensator wordt weer opnieuw geladen en zoo herhaalt het verschijnsel zich met een zekere frequentie, die door de luidspreker hoorbaar gemaakt wordt; deze frequentie hangt af van de waarden van doorslagspanning, capaciteit en voorschakelweerstand <sup>3)</sup>.

Teneinde nu het bedoelde effect te demonstreeren wordt de ontladingsbuis bestraald met het licht van een neonzuil *S* (zie fig. 6, die op schaal is geteekend behalve wat betreft den afstand tusschen *R* en *P*). Het spiraalvormige middenstuk der buis is van kwarts, ten einde de stroomsterkte tot enkele Ampère's te kunnen

1) F. M. Penning, *Physica* **10**, 47, 1930; *ZS. f. Phys.* **57**, 723, 1929.

2) Een dergelijke proef is reeds eerder in dit tijdschrift vermeld, *Physica* **8**, 137, 1928.

3) F. M. Penning, *Physica* **6**, 120, 1926.

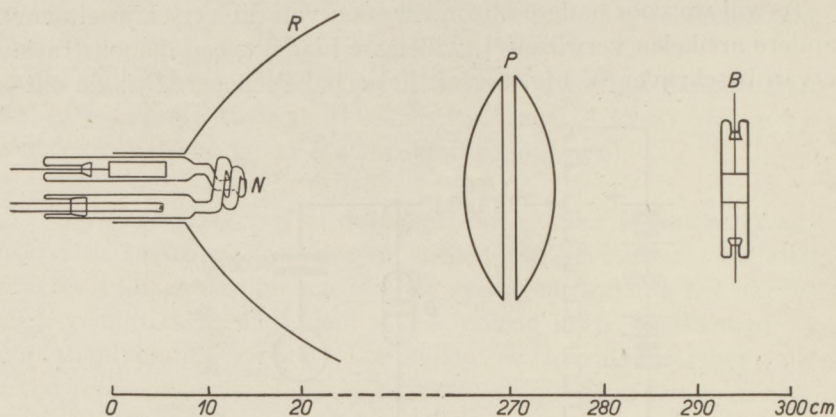


Fig. 6.

opvoeren; de kathode is een oxyd-gloeispiraal (2 V, 8 A). Deze zuilbuis is in een metalen reflector *R* op een afstand van enkele meters van de ontladingsbuis *B* opgesteld, het licht wordt op de doorslagruimte geconcentreerd met behulp van twee platbolle lenzen *P*. Bij een zuilstroom van 2,5 A blijkt nu de doorslagspanning van de buis te stijgen van 425 op 530 Volt. Stelt men dus de potentiometerspanning in op een waarde tusschen 425 en 530 Volt b.v. 460 Volt dan zal zonder bestraling een intermitterende ontleding optreden, waarvan de frequentie in de luidspreker hoorbaar is; bij het aansteken der zuilbuis zal echter deze ontleding ophouden en de luidspreker tot zwijgen worden gebracht. Wanneer men met een scherm het licht van de zuilbuis langzamerhand onderschept zal de luidspreker op zeker oogenblik weer een toon gaan geven, die steeds hooger wordt, totdat al het licht afgeschermd is.

Tenslotte moge hierbij nog worden opgemerkt, dat men dit uitgaan der intermitterende ontleding ook reeds met belangrijk kleinere lichtintensiteiten demonstreeren kan; in de besproken opstelling stijgt b.v.  $V_D$  reeds tot 480 V bij een zuilstroom van 0,3 A. Een verandering van de frequentie der ontleding kan uit den aard der zaak nog veel gemakkelijker worden bewerkstelligd; deze was reeds duidelijk waarneembaar wanneer een gewone neonglimlamp (stroomsterkte 25 mA) in de onmiddellijke nabijheid van de doorslagbuis werd gebracht.

§ 5. *Beïnvloeding van het negatieve glimlicht door bestraling.* In een zeker gebied van de karakteristiek eener gasontlading met koude kathode, n.l. het gebied van de normale kathodeval, is het met glimlicht bedekte deel van het kathodeoppervlak evenredig met de stroomsterkte; de stroomdichtheid is hier dus onafhankelijk van de stroomsterkte. Nu is indertijd door De Groot gevonden <sup>1)</sup>, dat deze stroomdichtheid verkleind wordt wanneer men aan het neon een klein percentage *Ar* (0,1—2%) toevoegt. Tevens werd daarbij door De Groot geconstateerd, dat dit verschijnsel gepaard ging met een verlaging der doorslagspanning.

Het was van belang, na te gaan of deze verkleining der stroomdichtheid ook bij lagere percentages optrad, temeer daar de verlaging der doorslagspanning reeds bij bijmengsels van enkele miljoenen merkbaar werd. Nauwkeurige metingen van deze soort vereischen veel zorg <sup>2)</sup>; het was ons evenwel slechts om een globaal overzicht te doen en daartoe leek ons de volgende methode bruikbaar. We bepaalden in Neon, waaraan achtereenvolgens verschillende hoeveelheden argon werden toegevoegd, hoe groot de stroom moest worden genomen om de geheele kathodeoppervlakte met glimlicht te bedekken. Wanneer we deze stroom  $i_b$  en het oppervlak der kathode  $O$  noemen, is blijkbaar de stroomdichtheid  $i_b : O$ . De metingen werden gedaan met een buis, ongeveer gelijk aan de in § 4 beschreven doorslagbuis  $B$  met een gasvulling van 19 mm *Ne*. Voor elke gasvulling werd tevens de doorslagspanning  $V_D$  bepaald. De resultaten zijn in tabel I samengevat. Hoewel deze

TABEL I

Argonbijmengsel in %	$i_b$ (mA)	$V_D$ (Volts)
0	3,4	623
0,0001	3,3	592
0,0012	2,6	410
0,011	0,7 <sup>s</sup>	238
0,12	0,6	210

metingen op nauwkeurigheid geen aanspraak maken, volgt er toch wel zeer duidelijk uit, dat de verkleining van de stroomdichtheid

1) W. de Groot, *Natuurwiss.* **15**, 818, 1927.

2) W. de Groot, l.c.; R. Seeliger en M. Reger, *Ann. d. Phys.* **83**, 535, 1927.

reeds bij zeer kleine percentages begint en dat dus ook hier de door De Groot gevonden samenhang met de verlaging der doorslagspanning bestaat.

Ongetwijfeld is deze verkleining der stroomdichtheid te danken aan de ioniseerende werking der metastabiele atomen. Ook hier kan dus weer bij *Ne-Ar*-mengsels een invloed van bestraling worden verwacht en wel in dien zin, dat de invloed van het bijmengsel erdoor verkleind wordt en dus de oppervlakte van het glimlicht inkrimpt. Dit effect was inderdaad zeer duidelijk waar te nemen; een geschikt bijmengsel was b.v. 0,001%.

Op de volgende wijze kan dit verschijnsel gebruikt worden om lichtvariatiën in stroomvariatiën om te zetten. De kathode wordt in tweeën gedeeld <sup>1)</sup> en men zorgt, b.v. door het aanleggen van een kleine hulpspanning, dat het glimlicht voor de eene helft voorkeur heeft. Men regelt nu de stroom zoodanig, dat ook de andere helft gedeeltelijk met glimlicht bedekt is; onder den invloed van bestraling met het licht van een neonzuil zal het glimlicht zich nu van deze kathode-helft terugtrekken, waarbij de stroom erheen vermindert.

Behalve, dat het glimlicht inkrimpt, kan het ook door de bestraling worden „weggeduwd” naar den kant van de kathode, die het verst van de lichtbron verwijderd is en waar de kleinste stralingsdichtheid heerscht. Deze verplaatsing treedt ook bij zuiver Neon op; zij zal hierbij moeten worden toegeschreven aan een beïnvloeding van de trapsgewijze ionisatie en is dus al zoodanig een voorbeeld van het in § 3 genoemde geval *B*.

§ 6. *Beïnvloeding van de zuil door bestraling.* Uit verschillende metingen blijkt, dat bij een neonzuil de trapsgewijze ionisatie een belangrijke rol speelt <sup>2)</sup>, onder den invloed van bestraling met neonlicht neemt het aantal metastabiele atomen af, de kans op trapsgewijze ionisatie vermindert dus en het geleidingsvermogen eveneens (§ 3, geval *B*). Een groot effect zal men alleen dan verwachten wanneer de stralingsintensiteit binnen de zuil klein is t.o.v. de stralingsintensiteit, die de bestralende lichtbron er teweeg

1) Deze methode werd aangegeven door den Heer C. J. J. Addink, die mij ook bij de verdere hier beschreven experimenten is behulpzaam geweest.

2) H. B. Dorgelo, *Physica* 5, 90, 1925; F. M. Penning, *ZS. f. Phys.* 41, 769, 1927.

brengt. Daarom wordt de zuilstroom klein genomen, b.v.  $1 \text{ mA}$ .

De schakeling, die voor de demonstratie van dit effect kan worden gebruikt, is in fig. 7 weergegeven. De te bestralen zuilbuis  $B$

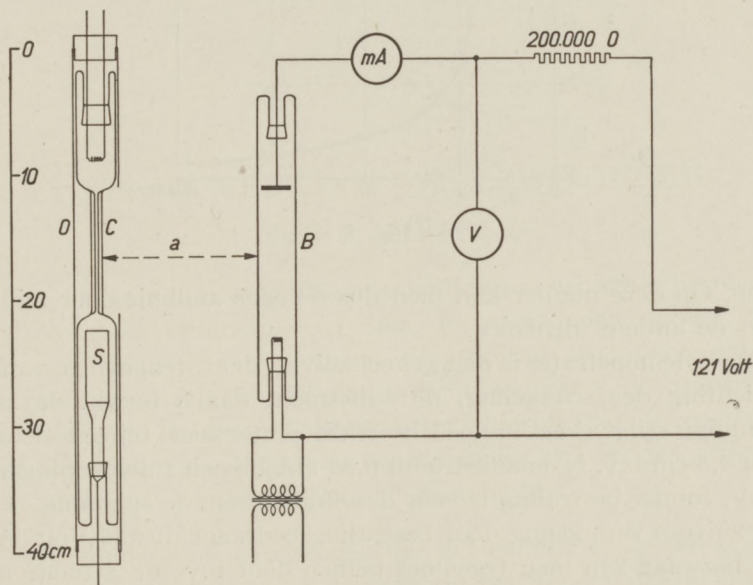


Fig. 7.

heeft een diameter van 3 cm, de gasdruk is 3,6 mm, als kathode dient een oxyd-gloeidraad (2 V, 6 A) op 12 cm afstand van de anode aangebracht. De Voltmeter  $V$ , waarop de spanningsverandering wordt afgelezen, heeft een grooten weerstand (100.000  $\Omega$ ). Als stralingsbron dient eveneens een neon-zuilbuis  $S$  met oxydkathode; de zuil treedt op in de kwartschapillair  $C$  waarvan de inwendige diameter  $2\frac{1}{2}$  mm bedraagt, de stroomsterkte is 0,5 A. Een metalen omhulsel  $O$ , waarin naar de zijde van  $B$  een opening is uitgespaard, dient om het hinderlijke zijlicht af te schermen. Zonder bestraling bedraagt de stroom door  $B$  1 mA, de spanning 52 Volt. Wanneer men nu de bestralende buis  $S$  dichterbij de buis  $B$  brengt ziet men de spanning  $V_B$  op de Voltmeter stijgen en wel op de manier als in fig. 8 is aangegeven. Als abscis is daarin uitgezet de afstand  $a$  van het midden van  $C$  tot het buitenoppervlak van  $B$ . Wordt de afstand kleiner dan 4 cm dan gaat de zuilbuis  $B$  uit, de Voltmeter stijgt dan tot de waarde van de batterijspan-

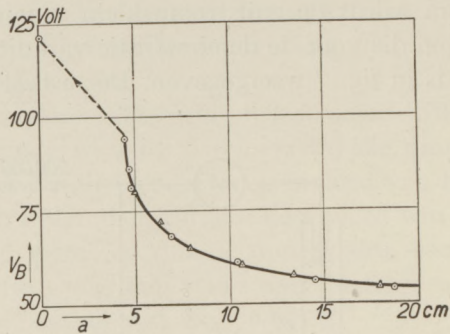


Fig. 8.

ning. Op deze manier kan men dus de eene zuilbuis door middel van de andere uitblazen.

Deze demonstratie is niet geheel zuiver, daar, tengevolge van de inrichting der schakeling, de zuilstroom daalt, terwijl de zuilspanning stijgt. Veel invloed heeft dit echter niet: bij een afstand van 4,5 cm b.v. is de zuilstroom 0,38 mA bij een zuilspanning van 94 V, zonder bestraling is voor dezelfde stroom de spanning 59 V. De zuivere verhooging door bestraling bedraagt dus 35 Volt. Aan dit bezwaar kan men tegemoet komen door b.v. de stroom met een verzadigde diode constant te houden en voor het meten der spanning een electrostatische Voltmeter te gebruiken.

Eindhoven, 5 Mei 1931.

Natuurkundig Laboratorium der  
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken  
Eindhoven—Holland.



## EEN OPMERKING OVER ZWEVINGEN

door J. M. FABER

§ 1. Wanneer twee golfbronnen trillen met een zeker frequentieverschil, dan ontstaan — indien de uitgezonden golven interfereeren kunnen — zwevingen. Het aantal zwevingen dat per secunde een vast punt passeert, is gelijk aan het frequentieverschil van de twee bronnen. Aangenomen is hierbij, dat de voortplantingssnelheid van de golven onafhankelijk is van de golflengte, en dat de golfbronnen elkaar niet beïnvloeden.

Wij kunnen ons nu afvragen hoe het *golfveld* er op een gegeven tijdstip uitziet, waarbij wij er rekening mee houden dat de bronnen op een zekeren afstand van elkaar liggen. Daarbij gaan wij dan na, de vorm van de kromme, waarop de maximale uitwijkingen liggen. Uit den aard der zaak zal de heele figuur axiaal symmetrisch zijn ten opzichte van de verbindingslijn van de twee bronnen, zoodat wij volstaan kunnen met de beschouwing van een vlak door die verbindingslijn.

§ 2. Zij (fig. 1) de oorsprong van een rechthoekig coördinatenstelsel  $XOY$ , de plaats van de eene golfbron, die een golfstelsel uitzendt met golflengte  $\lambda_2$ , terwijl de tweede bron ( $\lambda_1$ ) zich bevindt in  $A$ . Twee golven snijden elkaar in een punt  $B$  en geven daar een maximale amplitude. Nu is het geheele vlak van teekening bezaaid met dergelijke punten, en het is de vraag, of het eenige zin heeft, die punten op krommen te gaan rangschikken. Wanneer wij echter figuur 1 beschouwen, die geteekend is voor een vrij groot verschil in frequentie van de twee bronnen, dan dringt zich vanzelf een rangschikking van de doorsnijdingspunten aan den beschouwer op, en wel *zoo*, dat een bepaald doorsnijdingspunt gekop-

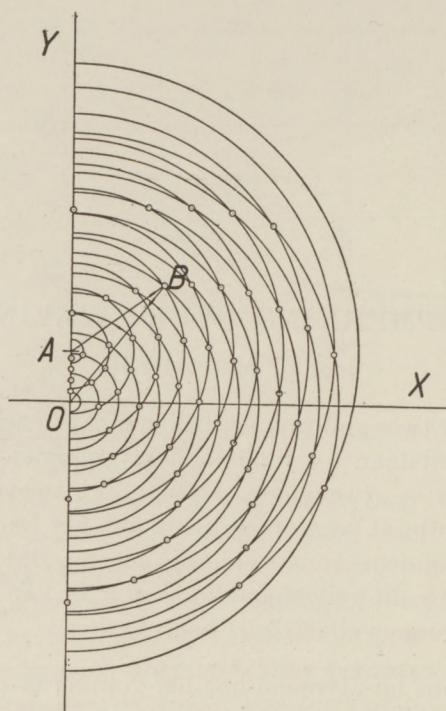


Fig. 1.

peld wordt aan het snijpunt van de twee volgende —, en aan dat van de twee vorige golven.

§ 3. Deze beschouwing geeft ons tevens de weg aan, waarlangs wij de vergelijking van de kromme door  $B$  zullen afleiden. Gaan wij n.l. van  $B$  naar het snijpunt van de twee volgende golfmaxima, dan verandert  $AB$  met  $\lambda_1$ ,  $OB$  met  $\lambda_2$ , zoodat dus, als  $r_1$  de afstand van een punt tot  $A$ ,  $r_2$  die tot  $O$  is,

$$\frac{r_1}{\lambda_1} - \frac{r_2}{\lambda_2} = \text{Constant} . . . . . (1)$$

Deze vergelijking zegt dus, dat het phaseverschil van de golven langs de kromme constant is, en gelijk aan het verschil in phase van de bronnen + een geheel getal. Een bepaalde kromme wordt dus door dat laatste getal aangegeven.

Schrijven wij deze vergelijking in den vorm

$$r_1 - k \cdot r_2 = P . . . . . (2)$$

dan kunnen wij onze kromme een hoogeregraads „hyperbool” noemen, die voor  $P = 0$  in een cirkel overgaat.

Is de afstand  $OA = a$ , dan gaat de kromme voor punten waar de  $a$  te verwaarloozen is ten opzichte van de afstand tot de oorsprong, over in een cirkel, terwijl wij voor  $k = 1$  hyperbolen vinden.

Wij nemen aan dat  $k > 1$  is, dus  $\lambda_1 > \lambda_2$ . In fig. 1 en 2 is  $k = 1,25$  genomen.

§ 4. Uit vergelijking (2) zijn alle eigenschappen van de krommen af te leiden. Daartoe beschouwen wij in de eerste plaats de richting van de raaklijn aan de kromme:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{x}{r_1} - k \frac{x}{r_2}}{\frac{y-a}{r_1} - \frac{ky}{r_2}} = -\frac{x(r_2 - kr_1)}{(y-a)r_2 - ky r_1} \dots \dots (3)$$

De  $dy/dx$  wordt nul op de Y-as ( $x = 0$ ) en op de cirkel van Apollonius

$$k \cdot r_1 - r_2 = 0.$$

Daar hebben de krommen dus een raaklijn evenwijdig aan de X-as. De raaklijn wordt evenwijdig aan de Y-as op de kromme

$$y(kr_1 - r_2) + ar_2 = 0.$$

Beneden de lijn  $y = a \cdot k/(k + 1)$ , gaande door het onderste snijpunt van de cirkel  $k \cdot r_1 = r_2$  met de Y-as, vinden wij dus krommen die de Y-as tweemaal loodrecht snijden en verder geen bijzonderheden vertoonen. Het zijn ovalen om  $O$ .

De krommen die de cirkel  $k \cdot r_1 = r_2$  snijden hebben binnen deze cirkel nog een buigpunt.

Beschouwen wij nu nog de kromme door  $O$  en die door  $A$ .

De eerste heeft als vergelijking  $r_1 - k \cdot r_2 = a$ , en levert dus, tengevolge van de voorwaarde  $|r_1 - r_2| \leq a$ , alleen het punt  $O$  zelf op.

Voor de kromme door  $A$  is  $P = -k \cdot a$ . Snijpunten met de Y-as zijn  $y = a$  en  $y = -a \cdot (k + 1)/(k - 1)$ .

De raaklijn in  $A$  aan de kromme wordt in eerste instantie onbepaald, (dubbelpunt), maar schrijven wij in formule (3)

$$\frac{x}{r_1} = \cos \alpha, \quad \frac{x}{r_2} = \cos \beta, \quad \frac{(y-a)}{r_1} = \sin \alpha \quad \text{en} \quad \frac{y}{r_2} = \sin \beta,$$

dan gaat  $\alpha$  voor het punt  $A$  over in de hoek tusschen de raaklijn en de  $X$ -as, terwijl  $\beta = \pi/2$  wordt. Zoodoende vinden wij in  $A$ :

$$\sin \alpha = \frac{1}{k}$$

en dus

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{k^2 - 1}}.$$

Een coördinatenstelsel, waarin wij de cirkel  $k \cdot r_1 = r_2$  teekenen en de kromme  $dy/dx = \infty$ , maakt het nu eenvoudig, om enkele van de krommen  $r_1 - k \cdot r_2 = P$  te teekenen (fig. 2).

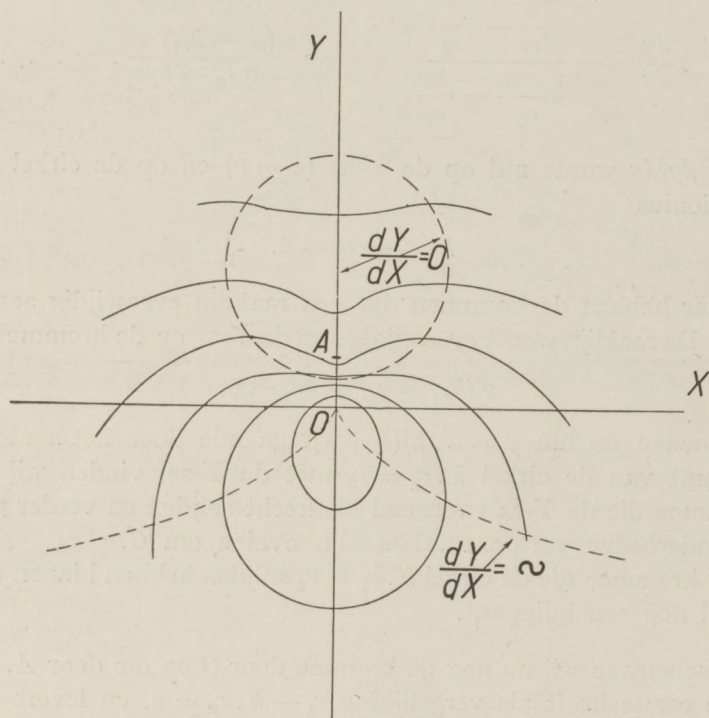


Fig. 2.

§ 5. Nu wij een overzicht van het golfveld op een bepaald oogenblik hebben gekregen, moeten wij nog nagaan, hoe onze krommen zich voortplanten.

Daartoe vervangen wij in vergelijking (2)  $r_1$  door  $A + ct$ ,  $r_2$  door

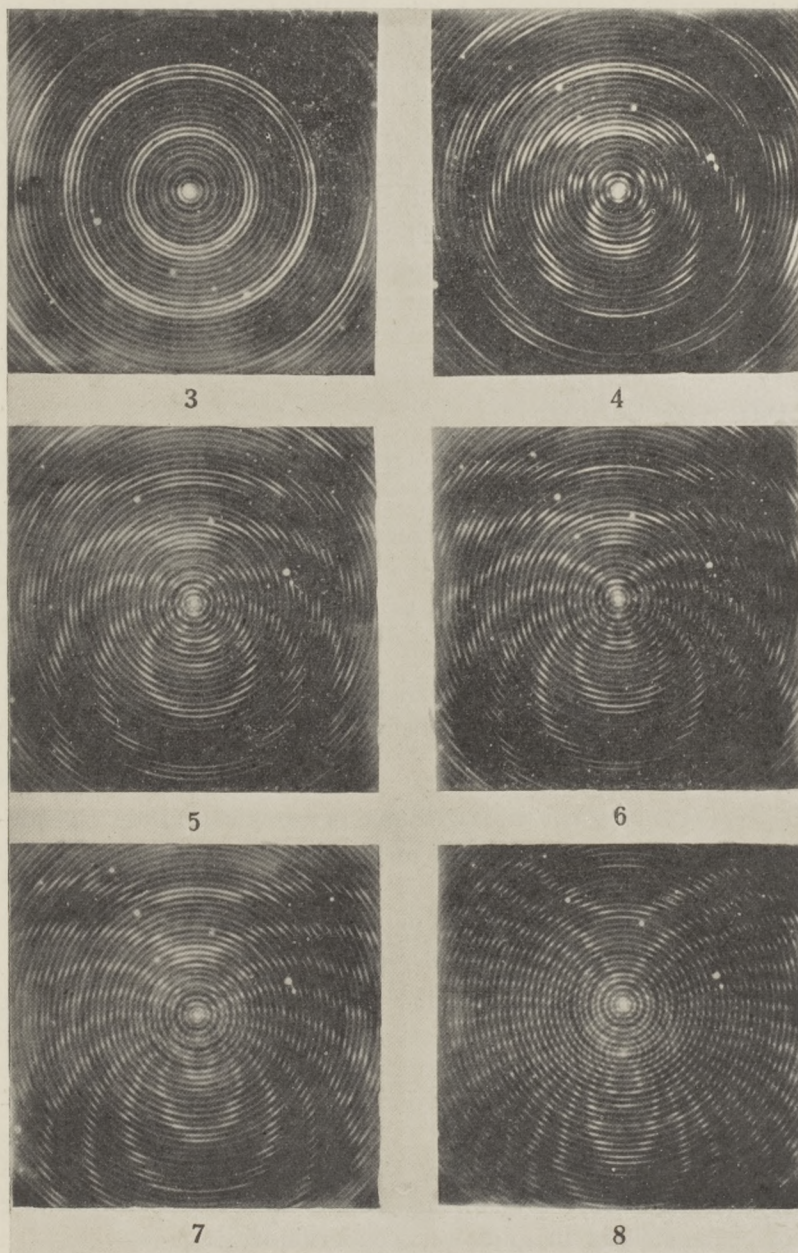


Fig. 3—8.

$B + ct$ , waarin  $c$  de voortplantingssnelheid van de golven is. De vergelijking (2) gaat dan over in.

$$r_1 - k \cdot r_2 = P(t) = P(0) + c \cdot t(1 - k) \dots (5)$$

Waarin  $P(0)$  de waarde van  $P(t)$  is voor  $t = 0$ .

Voor  $t = \text{constant}$  vinden wij de krommen van het stilstaande stelsel door  $P(0)$  telkens met  $\lambda_1$  te varieeren. *Dezelfde* krommen vinden wij natuurlijk door  $P(0)$  constant te houden en  $ct(1 - k)$  met  $\lambda_1$  te veranderen. Elke kromme is dus in de volgende van het oorspronkelijke stelsel overgegaan na een tijd  $t$  die volgt uit de vergelijking

$$ct(1 - k) = -\lambda_1.$$

Dus, daar  $k = \lambda_1/\lambda_2$ :

$$t = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{c(\lambda_1 - \lambda_2)} \dots (6)$$

Het aantal krommen dat per seconde een bepaald punt passeert is dus gelijk aan:

$$\frac{1}{t} = c \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right),$$

dus gelijk aan het frequentieverschil van de golfbronnen.

Elk *punt* van een kromme beweegt zich natuurlijk langs een hyperbool  $r_1 - r_2 = \text{constant}$ .

§ 6. Tot slot geven wij nog enkele figuren, waaruit de verandering van de interferentiefiguur met toenemende  $a$  blijkt. De  $k$  is hier = 1,13.

De  $a$  heeft achtereenvolgens de waarden:

$$0, \lambda_1, 2\lambda_1, 3\lambda_1, 4\lambda_1 \text{ en } 8\lambda_1.$$

De figuren zijn verkregen door een stel aequidistante cirkels met twee verschillende vergrotingen te reproduceeren, en deze reproducties te samen af te drukken, hierbij de afstand van de middelpunten van de stelsels voor de verschillende figuren variierend.

Van Prof. Dr. P. Z e e m a n, Directeur van het Laboratorium „Physica” der Universiteit Amsterdam, mocht ik ook nu weer veel belangstelling in mijn werk ondervinden.

Amsterdam, Juni 1931.

Laboratorium „Physica”  
der Universiteit.

# OVER DE MOGELIJKHEID NEON DOOR RECTIFICATIE IN ZIJN ISOTOPE COMPONENTEN TE SCHEIDEN <sup>1)</sup>

door H. VAN DIJK

Zal men bij isotopen door rectificatie samenstellingsverschillen tot stand kunnen brengen, dan moeten ze een merkbaar verschil in dampspanning hebben. De vraag of men bij isotopen verschil in dampspanning mag verwachten werd reeds voor 1914 door prof. O. Stern onderzocht. Voor de vaste fase konden dampspanningsverschillen berekend worden <sup>2)</sup>. Het resultaat dezer berekeningen is verschillend al naar men aanneemt of een stof in vasten toestand bij het absolute nulpunt nulpuntsenergie bezit dan niet. Neemt men geen nulpuntsenergie aan dan zou het dampspanningsverschil in eerste benadering omgekeerd evenredig met de absolute temperatuur zijn. Neemt men nulpuntsenergie aan dan is het in 1e benadering omgekeerd evenredig met het kwadraat der absolute temperatuur. In het algemeen zijn de dampspanningsverschillen zeer klein.

Voor de dampspanningsverhouding van twee isotopen leidde prof. Stern de volgende formules af:  
met nulpuntsenergie:

$$\log \frac{p_1}{p_2} = \frac{3}{40} \frac{\Theta_1^2}{T^2} \left( 1 - \frac{m_1}{m_2} \right) \dots$$

zonder nulpuntsenergie:

$$\log \frac{p_1}{p_2} = -\frac{3}{8} \frac{\Theta_1}{T} \left( 1 - \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \right) + \frac{3}{40} \frac{\Theta_1^2}{T^2} \left( 1 - \frac{m_1}{m_2} \right) \dots$$

1) Dit artikel geeft in hoofdzaak de inhoud weer van een voordracht gehouden voor het 23e natuur- en geneeskundig congres te Delft 9 April 1931. Nadere bijzonderheden over dit onderwerp werden gepubliceerd in de Proceedings van de Koninklijke akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Proc. Vol. XXXIV, No. 1, 1931.

2) Berekeningen over deze quaestie werden gepubliceerd door F. A. Lindemann, Phil. Mag. 38, 173, 1919. Vergelijk ook K. F. Hertzfeld, Müller Pouillet's Lehrbuch der Physik, 11e aufl. III, 2, 389, 1925.

waarin  $\theta$  de karakteristieke temperatuur van Debye voorstelt;  $p$ ,  $m$  en  $T$  geven dampspanning, atoomgewicht en absolute temperatuur aan. De index 1 heeft betrekking op de lichte isotoop, 2 op de zware. Prof. Stern achtte het waarschijnlijk dat met nulpuntsenergie gerekend moet worden<sup>1</sup>.

Met nulpuntsenergie is de dampspanning van de lichte isotoop groter dan die van de zware. Zonder nulpuntsenergie is het juist andersom.

Nemen we in de formules van Stern als temp.  $T_s$ , de temperatuur van het smeltpunt, daar we toch een stof eerst als vloeistof kunnen rectificeren, terwijl we veronderstellen<sup>2</sup>) dat bij die temperatuur ook voor de vloeistof de verhouding der dampspanningen nog door die formules wordt weergegeven, dan kunnen we opmerken dat het in de eerste plaats van  $\theta/T_s$  afhangt of de dampspanningsverschillen voor een bepaalde stof eenigszins belangrijk zullen zijn. Verder speelt het verschil in atoomgewicht der isotopen een belangrijke rol. Voor de meeste stoffen is  $\theta/T_s$  belangrijk kleiner dan 1. Van de stoffen die isotopen bezitten is voor zoover bekend enkel bij Neon en argon  $\theta/T_s$  groter dan 1.

Berekening der dampspanningsverschillen bij 't smeltpunt voor Neon, argon en Chloor (als mengsel van  $Cl_{35}Cl_{35}$  en  $Cl_{35}Cl_{37}$  beschouwd) gaf onderstaand resultaat:

	$\theta$	$T_s$	$\frac{\theta}{T_s}$	$\frac{p_1 - p_2}{p_2} \times 100$	
				Met nulp. energie	Zonder nulp. energie
Ne	63	24,6	2,56	4,3%	— 10 %
Ar	85	84	1,01	0,75%	— 5 %
Cl <sub>2</sub>	129	170	0,76	0,12%	— 1,1%

Scheiding door destillatie van een isotopen mengsel berust op het verschil in samenstelling der coëxisterende fasen.

Dit kan voor 2 isotopen uit het verschil in dampspanning berekend worden met behulp van de betrekking:

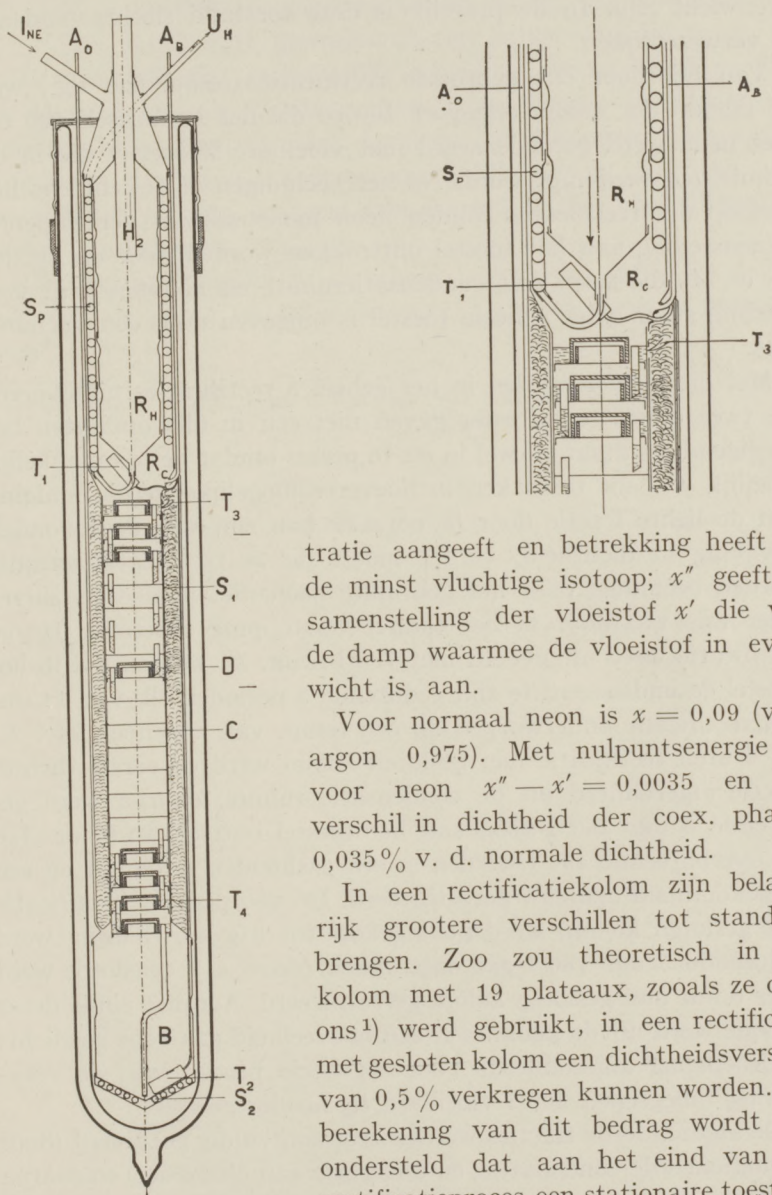
$$x'' - x' = \frac{p_1 - p_2}{p_2} x' (1 - x')^3 \quad \text{waarin } x \text{ de molaire concen-}$$

1) Deze verwachting wordt ook gesteund door het onderzoek van H. G. Grimm, die bij  $CCl_4$  door rectificatie geen ontmenging kon bewerkstelligen, Zeitschr. f. Phys. Chem. B. 2, 199, 1929.

2) Zie noot 2, pag. 1.

3) Vergel. v. d. Waals-Kohnstam, Thermostatic II, p. 57.





tratie aangeeft en betrekking heeft op de minst vluchtige isotoop;  $x''$  geeft de samenstelling der vloeistof  $x'$  die van de damp waarmee de vloeistof in evenwicht is, aan.

Voor normaal neon is  $x = 0,09$  (voor argon 0,975). Met nulpuntsenergie is voor neon  $x'' - x' = 0,0035$  en het verschil in dichtheid der coex. fasen 0,035% v. d. normale dichtheid.

In een rectificatiekolom zijn belangrijk grotere verschillen tot stand te brengen. Zoo zou theoretisch in een kolom met 19 plateaux, zoals ze door ons<sup>1)</sup> werd gebruikt, in een rectificatie met gesloten kolom een dichtheidsverschil van 0,5% verkregen kunnen worden. Bij berekening van dit bedrag wordt verondersteld dat aan het eind van het rectificatieproces een stationaire toestand

is ingetreden en op elk der plateaux damp en vloeistof met elkaar

1) Het hier beschreven onderzoek werd in het natuurk. laboratorium te Leiden onder leiding van prof. Keesom uitgevoerd.

evenwicht zijn. In de practijk is deze toestand slechts tendeele te verwezenlijken.

Van het door ons gebruikte rectificatie toestel (zie fig.) was de inhoud der kolom ongeveer 100 cc die der kookflesch 600 cc. Het neon werd gecondenseerd met vloeibare waterstof die in de ruimte  $R_H$  verdampt werd. Na het beëindigen of ook tijdens het verloop der rectificatie konden neon monsters van verschillende samenstelling aan het toestel onttrokken worden door de buisjes  $A_b$  en  $A_o$  die resp. met condensatieruimte en kookflesch in verbinding staan. Het geheele toestel is omgeven door een vacuumglas.

Met dit toestel werden in het geheel 3 rectificaties uitgevoerd. De twee eerste rectificaties gaven niet een in alle opzichten bevredigend resultaat en wel in de 1e plaats omdat het aanvankelijk moeilijk was uit te maken in hoeverre mogelijke verontreiniging van de lichte fractie door  $H_2$  oorzaak kon zijn van de gevonden afwijking in dichtheid, verder moest de 2e rectificatie ontijdig worden beëindigd daar het gebruikte neon niet voldoende zuiver meer was waardoor in het toestel verstopping ontstond. De 3e rectificatie werd uitgevoerd met 700 l neon. Ze werden, na in het toestel gecondenseerd te zijn gedurende 2 perioden elk van 14 uur aan rectificatie onderworpen bij een temp. van nagenoeg  $24^{\circ}7$  K. Na 6 uren rectificatie met gesloten kolom werd de eerste (lichte) fractie afgezonderd uit de condensatie ruimte; daarna werd gedurende 8 uur 250 l neon aan het toestel onttrokken (door  $A_b$ ). De overblijvende 450 l werden in een gashouder verdampt en een volgende maal opnieuw gerectificeerd. De voorperiode (rectificatie met gesloten kolom) werd nu ingekort tot  $3\frac{1}{2}$  uur, daarna werd gedurende 5 uur 180 l gas onttrokken (door  $A_b$ ), tenslotte werd weer 5 uur met gesloten kolom gerectificeerd. Aan het einde dezer periode werd uit de kookflesch een hoeveelheid gas voor gasdichtheidsbepaling afgezonderd. Voor 't geheele proces was, de voorcoeling inbegrepen 200 l vloeibare  $H_2$  nodig geweest.

De afgezonderde fracties werden zeer zorgvuldig gezuiverd (door gefractioneerde condensatie, en adsorbtie aan chabasiet) en daarna gewogen. De uit het gewicht berekende dichtheid was voor de boven afgetapte fractie:

$$S_o = 0.00089830 \text{ (gewogen in een ballon van 760 cc)}$$

beneden afgetapte fractie:

$S_o = 0.00090211$  (gewogen in een ballon van 760 cc)

$S_o' = 0.00090218$  (gewogen in een ballon van 283 cc)

Hieruit blijkt dat gedeeltelijke scheiding bereikt werd en dat de dampphase van vloeibaar neon meer  $\text{neon}_{20}$  bevat dan de vloeistofphase. Daaruit volgt dat  $\text{neon}_{20}$  een hogere dampspanning heeft dan  $\text{neon}_{22}$ . Zeer waarschijnlijk zal nu ook voor de vaste phase  $p_{20} > p_{22}$  en moet men voor de vaste phase nulpuntsenergie aannemen <sup>1)</sup>.

Het bereikte verschil in dichtheid bedraagt 0,43%. De dichtheid van de lichte fractie wijkt 0,19% af van die van normaal neon.

1) Zie Proc. v. d. Kon. Acad. v. Wetensch. Vol. XXXIV, No. 1, 49, 1931.

## BOEKBESPREKING

*Thorvald Komerup, Die Vorläufer der gleichschwebenden Temperaturen mit 19 oder 31 Tönen in der Octave*, Deutsch von P. Friedrich Paulsen, 8 blz., 10 fig. — *Die Hochleitung der Octave, d. h. die Teilung der Octave nach dem Goldenen Schnitt, als Ablösung des ptolemaïschen Quint-Terzen-Systems*, Deutsch von P. Friedrich Paulsen. 12 blz., 9 fig. — Jørgensen & Co. Kopenhagen. 1930.

Beide bovenvermelde artikels houden zich bezig met onderzoekingen over de invoering van een toonstelsel, dat door organische structuur mogelijkheid moet bieden ons vrij te maken van de gangbare stemming volgens gelijkzwevende temperatuur en de daarmee samenhangende „Ptolemeïsche versnelling”, waaronder de schrijver de neiging verstaat om in melodieën, die zich naar boven bewegen, de toon steeds iets op te drijven en omgekeerd in dalende beweging de toon iets lager te nemen dan met de grondtoon overeenkomt. Als principe wordt een nieuwe verdeling van het octaaf — berustend op de guldensnede — in 19 tonen uitgewerkt. Verschillende tabellen, berekeningen en grafieken moeten de voordeelen van dit stelsel boven de gangbare systemen aantoonen. Zeggen dat de schrijver er overal in geslaagd is zijn bedoeling duidelijk te maken, kan ik niet. Voor een deel ligt dit wellicht aan mijn onbekendheid met voorgaande artikels van den zelfden auteur, te weten: „Akustische Gesetze für die Akkord- und Skalabildung” en „Das Tonsystem des Italiëners Zarlino vom Jahre 1558”; maar voor een nog grooter deel aan de zeer fragmentarische behandelingswijze der gestelde problemen, waar veel bij aanduidingen blijft. Onze aandacht verdienen deze beschouwingen echter wel — al ware het om deze nieuwste toepassing van de Sectio Aurea. Dat het voorgestelde toonstelsel spoedig ingang zal vinden, lijkt echter hoogst onwaarschijnlijk.

H. GR.

## STRIKVRAGEN

**Het antwoord op vraag LII**, luidende: „*In een verticale cylinder bevinden zich op twee plaatsen twee massalooze, wrijvinglooze, athermane plaatjes, die precies in den cylinder passen. Verwarmen we de lucht tusschen die plaatjes, dan zullen ze ieder hun nieuwen evenwichtstand opzoeken, waarbij de druk aan weerszijden dezelfde is. Hoe laat zich dat rijmen met de bekende verklaring van den „schoorsteentrek”, die eischt dat de verwarmde luchtkolom op zal stijgen?*” ligt in de overweging, dat „evenwichtstand” voor de plaatjes met betrekking tot den druk geen evenwichtstoestand voor het gaslichaam beteekent onder de gecombineerde invloed van zwaartekracht en verhoogde temperatuur. Door den dampkring worden ter hoogte van de plaatjes twee drukken voorgeschreven. De voorwaarde van evenwichtstoestand voor het gaslichaam echter geeft den druk op elke hoogte, als hij op één hoogte gegeven is, en wel verschillend voor verschillende temperaturen van het gaslichaam. Er is dus geen evenwicht voor de verwarmde luchtkolom mogelijk, tenzij er nog bijkomstige krachten op de plaatjes werken.

**Vraag LIV. Op den springtoren in het ven te Oosterwijk kijkt een zwemmer naar de lichtstrepn die de zonneschijn in het heldere water teekent. Waarom ziet hij deze strepen convergeren naar de schaduw van zijn hoofd?**

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912 uitdrukkelijk verboden.

Afgedrukt 28 Juli 1931.

# DE EFFECTIEVE PERMEABILITEIT BIJ GROOTE AMPLITUDEN

door W. ELENBAAS

## Zusammenfassung.

Die effektive Permeabilität wird bei grossen Amplituden auf der Nullkurve ballistisch gemessen. Die Permeabilität zeigt, als Funktion der Feldstärke, bei bestimmten Feldstärken, die bei zunehmender Amplitude wachsen, einen starken Abfall. Es wird gezeigt dass, wenn  $\Delta H > 2H_e$ , die Endpunkte der sekundären Hystereseschleifen angenähert auf die statische Hysteresekurve fallen. Hieraus erklärt sich der ganze Verlauf der Kurven. Die Koerzitivkraft des Materials ist aus den Kurven herzuleiten und stimmt gut mit dem gemäss der gewöhnlichen Methode ermittelten Wert.

De effectieve permeabiliteit van een stof wordt als volgt gedefinieerd:

Bevindt de stof zich in een bepaalde magnetische toestand en verminderen wij de absolute waarde der veldsterkte met een bepaald bedrag, dan zal ook de absolute waarde der inductie afnemen. Stijgt daarna de veldsterkte weer tot de oorspronkelijke waarde, dan zal ook de inductie weer de oorspronkelijke waarde aannemen, waarbij echter bij tusschenliggende veldsterkten nu kleinere inducties behooren. Het punt, dat in het  $B-H$  diagram de magnetische toestand voorstelt, heeft dus bij dit proces een lusje beschreven. Het quotiënt nu van deze inductieverandering en veldsterkteverandering wordt de effectieve permeabiliteit genoemd:

$$\mu_w = \frac{|\Delta B|}{|\Delta H|}$$

De waarde van  $\mu_w$  is nu nog afhankelijk van verschillende factoren als: de plaats in het  $B-H$  diagram waar het lusje beschreven wordt, de grootte der amplitude en de frequentie (we zien af van invloeden van temperatuur en inwendige spanningen, waardoor het magnetische gedrag der stof veranderen kan). Doet men de metingen

statisch, dan blijven dus alleen de eerste twee factoren over.  $\mu_w$  is dan dus nog een functie van twee parameters.

Men kan dus bijv. de effectieve permeabiliteit meten op de maagdelijke kromme. Hierbij moet men dan in een aantal punten van de maagdelijke kromme de  $\mu_w$  meten bij een aantal amplituden. Evenzoo kan men te werk gaan op de dalende en de stijgende tak der hysteresekromme.

Uitvoerig werd de effectieve permeabiliteit door R. Gans<sup>1)</sup> onderzocht.

Gans deed zijn metingen bij zeer kleine amplituden, omdat daarbij het hystereselusje, dat in het  $B$ - $H$ -diagram beschreven wordt, bij aanwezigheid van het kleine wisselveld, tot een recht lijntje nadert. De reversibiliteit van dit proces wordt dus benaderd door de amplitude tot nul te laten afnemen<sup>2)</sup>.

Gans noemde daarom de door hem gemeten permeabiliteit de reversibele permeabiliteit. Deze neemt, gemeten op de maagdelijke kromme, met toenemende gelijkmagnetisatie, geleidelijk af.

Wij maten de effectieve permeabiliteit bij groote amplituden als volgt: Om een ring van het te onderzoeken materiaal (uitw. diameter 50 mm, inw. diameter 30 mm, dikte 2 mm) werden twee wikkelingen gelegd een primaire met 100 windingen en een secundaire met 300 windingen. De primaire diende om de inductie in de ring te meten (hiervoor werd de primaire gebruikt om zoo weinig mogelijk luchtlijnen mee te meten). Deze wikkeling werd via een normaalsolenoid met de ballistische galvanometer verbonden. De secundaire wikkeling was via twee schuifweerstand  $R_1$  en  $R_2$ , waarvan er één ( $R_1$ ) kortgesloten kon worden, met een gelijkstroombron verbonden.

Moet  $\mu_w$  gemeten worden bij gegeven  $H$  en  $\Delta H$ , dan moet dus de veldsterkte in de ring gevarieerd worden van  $H + \frac{1}{2} \Delta H$  naar  $H - \frac{1}{2} \Delta H$  en de bijbehorende inductieverandering  $\Delta B$  gemeten worden. Dan is  $\Delta B / \Delta H$  gedefinieerd als de effectieve permeabiliteit. Terwijl nu bovengenoemde kortsluiter gesloten is, wordt de stroomsterkte door de secundaire winding zóó geregeld (met  $R_2$ ), dat de veldsterkte (volgend uit  $H \cdot 4\pi = 0,4\pi \cdot 300 i$ ) gelijk wordt aan  $H + \frac{1}{2} \Delta H$ . De kortsluiting wordt nu verbroken en  $R_1$  zoo geregeld, dat de veldsterkte nu gelijk wordt aan

1) R. Gans: Ann. der Phys. 27, 1, 1908; 29, 301, 1909; 33, 1065, 1910.

2) Vgl. ook G. J. Sizoo, Ann. der Phys. 3, 270, 1929.

$$H - \frac{1}{2} \Delta H.$$

Bij sluiten en verbreken der kortsluiting springt de veldsterkte dus tusschen  $H + \frac{1}{2} \Delta H$  en  $H - \frac{1}{2} \Delta H$  heen en weer.

Na regeling van  $R_1$  en  $R_2$  wordt de ring ontmagnetiseerd (met een apparaat volgens Gumlich en Rogowski) en de primaire wikkeling met de galvanometer verbonden, na eerst nog eenige keeren de kortsluiter gesloten en verbroken te hebben, waardoor een cyclische toestand ontstaat. Nu wordt de fluxverandering door dit sluiten en verbreken gemeten en hieruit volgt dan met de bekende doorsnede van de ring, de inductieverandering.

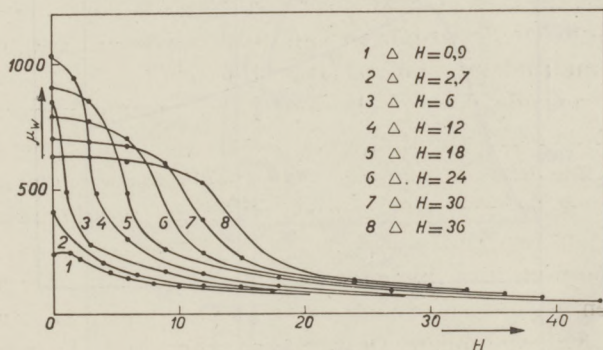


Fig. 1.

Deze methode kon niet worden toegepast als  $\frac{1}{2} \Delta H > H$  daar in dit geval de veldsterkte van richting moet omkeeren. We maakten hier gebruik van een commutator met een regelbare weerstand tusschen twee schuinoverliggende punten, zoodat de stroomsterkte van willekeurige  $+i_1$  naar  $-i_2$  gecommuteerd kon worden.

In fig. 1 is  $\mu_w$  als functie van de veldsterkte voor verschillende amplituden van 0,9 tot 36 Gauss uitgezet voor Stalloy. Er werden 10 materialen onderzocht. Het algemeene verloop was bij alle materialen hetzelfde. Materialen met een kleinere coërcitiefkracht en groote remanentie vertoonden in het middengedeelte een steiler verloop.

Voor  $H = 0$  neemt met toenemende  $\Delta H$  de effectieve permeabiliteit eerst toe en daarna af. In fig. 2 is deze begin  $\mu_w$  als functie van  $\Delta H$  uitgezet.  $\mu_w$  heeft hier bij  $\Delta H = 9$  Gauss een maximum. Dit maximum is te begrijpen uit de statische hysteresese-

figuur. Deze is voor Stalloy in fig. 3 geteekend. Bij  $H = 0$  liggen de uiteinden der hystereselus bij commuteren op de maagdelijke kromme. De  $\mu_w$  bij  $H = 0$  en  $\Delta H$  is dus bepaald door de helling van de verbindingslijn van de oorsprong en het punt

$$H = \frac{1}{2} \Delta H$$

op de maagdelijke kromme. De raaklijn uit de oorsprong raakt de maagdelijke kromme bij  $H$  ongeveer 4 Gauss.  $\mu_w$  zal dus maxi-

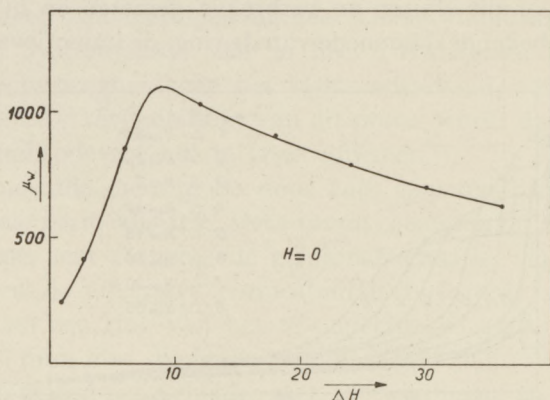


Fig. 2.

maal zijn bij commuteren van  $+4$  Gauss naar  $-4$  Gauss dus bij  $\Delta H = 8$ . Daar het raakpunt moeilijk is te bepalen, klopt dit dus goed met het maximum bij 9 Gauss.

Ook het verloop der  $\mu_w$  krommen als functie van  $H$  (fig. 1) is uit de statische hysteresefiguur te begrijpen. Beschouw b.v. de kromme van  $\Delta H = 24$ . We gaan nu voor eenige veldsterkten de uiteinden der hystereselus bepalen bij  $\Delta H = 24$  met behulp van de gemeten  $\mu_w$ . B.v. voor  $H = 4$ . De veldsterkte varieert dus nu van 16 naar  $-8$ . Als bij  $H = 4$  de veldsterkte toeneemt tot  $H = 16$ , dan loopt het punt dat de toestand in het  $B$ - $H$ -diagram voorstelt langs de maagdelijke kromme tot  $B = 10500$  (punt  $B_1$  in fig. 3). Nu gaat  $H$  afnemen tot  $H = -8$ . Daar we gemeten hebben  $\mu = 755$ , was dus  $\Delta B = 755 \times 24 = 18120$ . Het onderste hoekpunt van de hystereselus moet dus liggen bij

$$B = 10500 - 18120 = -7620 \text{ en } H = -8.$$



Dit is het punt  $B_2$ . Construeeren we, uitgaande van  $H$  resp. 0, 4, 6, 8, 12 en 24 Gauss de onderste hoekpunten der hystereselussen, dan vinden we de punten  $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2$  en  $F_2$ . Zooals men ziet, liggen deze ten naaste bij op de neergaande tak der statische hysteresekromme (de bovenhoekpunten zijn voorzien met index 1).

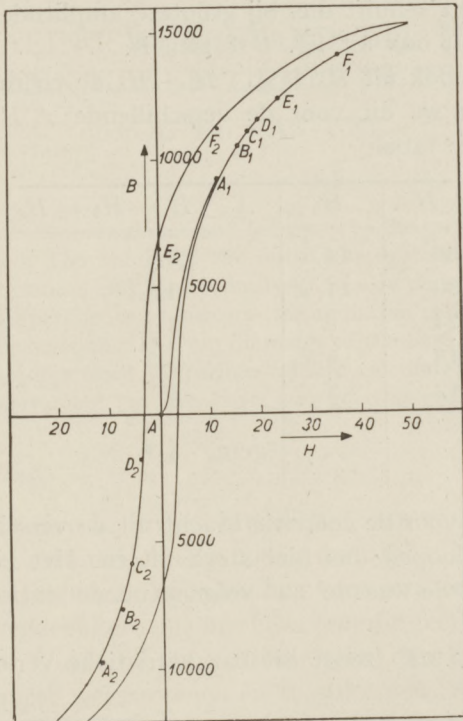


Fig. 3.

De punten  $A_2$  tot  $F_2$  kunnen natuurlijk niet buiten de statische hysteresekromme vallen, maar het is wel merkwaardig dat bij voortdurend heen en weer gaan, waarbij dus een onsymmetrische hystereselus wordt beschreven, de uiteinden zoo mooi op de hysteresekromme komen te liggen.

Hieruit volgt dan direct het eigenaardige afvallen der  $\mu_w$  krommen. B.v. voor  $\Delta H = 24$ . De hysteresekromme heeft tusschen  $C_2$  en  $E_2$  een zeer steil verloop, zoodat  $\mu_w$  sterk zal afvallen tusschen  $H = 6$  en  $H = 12$  en dit klopt met fig. 1.

Daar het buigpunt der hysteresekromme ongeveer ligt bij

$H = -H_c$  moet dus het buigpunt  $H_b$  der  $\mu_w$  krommen voldoen aan:

$$H_b - \frac{1}{2} \Delta H = -H_c$$

of

$$H_b = \frac{1}{2} \Delta H - H_c.$$

Het buigpunt schuift dus bij grotere amplitude naar grotere veldsterkte wat ook uit fig. 1 te zien is.

We kunnen ook uit  $H_c = \frac{1}{2} \Delta H - H_b$  de coërcitiefkracht berekenen. Doen we dit voor de verschillende  $\Delta H$ 's dan vinden we de volgende tabel:

$\Delta H$	$H_b$	$\frac{1}{2} \Delta H - H_b = H_c$
36	14,5	3,5
30	11,5	3,5
24	9	3
18	5,5	3,5
12	3	3
		gem. 3,3

De waarden voor de coërcitiefkracht uit de verschillende krommen afgeleid, loopen dus niet sterk uiteen. Het gemiddelde 3,3 klopt goed met de waarde 3,25 volgend uit de statische hysteresekromme.

Voor  $\Delta H < 2H_c$  treedt dit karakteristieke verloop natuurlijk niet meer op.

Voor  $\Delta H > 2H_c$  (ongeveer vanaf  $\Delta H = 3H_c$ ) kan men de  $\mu_w$  met vrij groote nauwkeurigheid uit de statische hysteresefiguur afleiden.

Gaarne betuig ik op deze plaats den Heer W. F. v a n P e y p e mijn dank voor zijn hulp bij de metingen.

Eindhoven, November 1930.

Natuurkundig Laboratorium der  
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.  
(Eindhoven-Holland).

# OVER STRALINGSWEERSTAND BIJ TRILLINGEN VAN EEN KEGELVORMIG MEMBRAAN

door A. TH. VAN URK

## Summary.

The idea of radiation resistance and accession to the inertia of a vibrating body is explained. The values of the radiation resistance for a pulsating sphere of 5,9 cm radius and for a vibrating circular plate of 8,4 cm radius are calculated. Experiments to measure the radiation resistance of a paper cone with 90° topangle and 15,5 cm diameter of the base circle between 50 and 200 Herz are described. Experimental and calculated values are compared and the agreement between both is as good as could be expected.

## § 1. *Inleiding.*

Trilt een voorwerp in een gas of vloeistof, dan ondervindt het een reactie van het medium, die op twee wijzen tot uiting komt. Is de trillingsfrequentie laag, dan moet het voorwerp een gedeelte van het medium wegdrücken, dus meebewegen; dit geeft een schijnbare massatoename. Wordt de frequentie hooger, dan kan het medium niet zoo snel meer wegstroomen en toestroomen, verdichtingen en verdunningen treden op en deze planten zich met geluidssnelheid voort. Hierbij gaat dus door straling energie verloren en dit demonstreert zich als een weerstand evenredig met de snelheid. Deze weerstand noemen we de stralingsweerstand.

Om de reactie van de lucht op een trillend voorwerp te kunnen berekenen, moeten we de overdruk kennen tijdens de beweging, als functie van de snelheid. Deze is het eenvoudigst te vinden uit de snelheidspotentiaal, daar  $p = \rho \dot{\varphi}$  <sup>1)</sup> als  $p$  de overdruk is,  $\rho$  de dichtheid,  $\varphi$  de snelheidspotentiaal. Om nu de reactie op de pulserende bol te vinden, kunnen we het eenvoudigste uitgaan van

1) Alle differentiaties, aangegeven door een punt boven de te differentieeren functie zijn differentiaties naar den tijd.

de algemeene vergelijking voor voortplanting van geluidsgolven in de drie dimensionale ruimte

$$\ddot{\varphi} - c^2 \nabla^2 \varphi = 0,$$

waarbij  $c$  de voortplantingssnelheid is. Schrijven we deze vergelijking in poolcoördinaten, waarbij een spherische symmetrie om de oorsprong wordt aangenomen, dan wordt de verg.:

$$\varphi - c^2 \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = 0.$$

Passen we de Kirchhoffsche vereenvoudiging toe, d.w.z. voeren we in een nieuwe functie  $r\varphi$  dan wordt de vergelijking:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (r\varphi) = c^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\varphi).$$

Een oplossing hiervan is  $r\varphi = Ae^{i(\omega t - kr)}$  (divergeerende golf), waarin  $\omega$  is de hoekfrequentie, en  $k = 2\pi/\lambda$ , terwijl  $\lambda$  de golflengte is.

Willen we nu nagaan de reactie op een *pulseerende bol* van eindige straal, dan moeten we als oplossing nemen:

$$\varphi = \frac{A}{r} e^{i[\omega t - k(r - r_0)]},$$

opdat de snelheid aan het oppervlak van de bol, dus voor  $r = r_0$  het reële gedeelte zal kunnen zijn van

$$\dot{\xi}(r_0) = \dot{\xi}_0 e^{i\omega t}.$$

Voor  $r = \infty$  is  $\varphi = 0$  zooals het behoort.

Nu is volgens de definitie van de snelheidspotential

$$\dot{\xi}(r_0) = - \left( \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)_{r=r_0} = A \frac{1 + ikr_0}{r_0^2} e^{i\omega t}.$$

Dit moet gelijk zijn aan:  $\dot{\xi}_0 e^{i\omega t}$ ; hieruit volgt voor

$$A = \frac{r_0^2}{1 + ikr_0} \dot{\xi}_0 = \frac{r_0^2 (1 - ikr_0)}{1 + k^2 r_0^2} \dot{\xi}_0.$$

De snelheidspotential is dus:

$$\varphi = \frac{r_0^2 (1 - ikr_0)}{r (1 + k^2 r_0^2)} \dot{\xi}_0 e^{i[\omega t - k(r - r_0)]}.$$

De overdruk aan het boloppervlak volgt hieruit direct, nl.:

$$p(r_0) = (Q\dot{\varphi})_{r=r_0} = \frac{Q\omega r_0 (i + kr_0)}{(1 + k^2 r_0^2)} \dot{\xi}_0 e^{i\omega t}.$$

Deze overdruk kunnen we splitsen in twee stukken, nl. een stuk

$$Qc \frac{k^2 r_0^2}{1 + k^2 r_0^2} \dot{\xi}_0 e^{i\omega t},$$

en een tweede stuk

$$i kc \frac{Qr_0}{1 + k^2 r_0^2} \dot{\xi}_0 e^{i\omega t}.$$

We hebben hierin  $\omega$  door  $kc$  vervangen.

De reactie van de lucht op de pulseerende bol is nu

$$4\pi r_0^2 Qc \frac{k^2 r_0^2}{1 + k^2 r_0^2} \dot{\xi}(r_0) + 4\pi r_0^2 Qr_0 \frac{ikc}{1 + k^2 r_0^2} \dot{\xi}(r_0).$$

De eerste term is evenredig met de snelheid, dus stelt voor een wrijvingskracht, die de beweging vertraagt en de coefficient van  $\dot{\xi}(r_0)$  noemen we de stralingsweerstand. Omdat nu  $\ddot{\xi}(r_0) = ikc \dot{\xi}(r_0)$  kunnen we voor de tweede term schrijven:

$$4\pi r_0^2 Qr_0 \frac{1}{1 + k^2 r_0^2} \ddot{\xi}(r_0).$$

Deze term is dus evenredig met de versnelling en daarom te beschouwen als een toename van de trillende massa. Schrijven we de stralingsweerstand

$$C_1 \frac{1}{1 + \frac{1}{k^2 r_0^2}},$$

dan zien we, omdat  $k$  evenredig is met  $n$ , dat bij frequentie 0, de stralingsweerstand nul is en zeer hooge frequenties nadert tot de waarde  $C_1$ . De meetrillende massa

$$C_2 \frac{1}{1 + k^2 r_0^2}$$

verloopt juist tegengesteld, begint n.l. met de waarde  $C_2$  en eindigt met nul.

De reactie van de lucht op een vast cirkelvormig schijfje, trillend in een evengroote cirkelvormige opening, gesneden uit een vaste oneindig groote plaat vinden we bij R a y l e i g h (Theory of sound § 302) <sup>1)</sup>. De berekening voor het cirkelvormige schijfje is ingewikkelder dan de vorige en het heeft geen nut, deze hier weer te geven. De differentiaalvergelijking waartoe R a y l e i g h komt is de volgende:

$$(M + M') \ddot{\xi} + W \dot{\xi} + \mu \xi = F;$$

hierin is

$$M' = \frac{\pi \rho}{2k^3} K_1(2kR)$$

de meetrillende massa,

$$W = \rho c \pi R^2 \left( 1 - \frac{I_1(2kR)}{kR} \right)$$

de stralingsweerstand, waarbij

$$K_1(z) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{z^3}{3} - \frac{z^5}{3^2 \cdot 5} + \frac{z^7}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} \cdots \right),$$

$I_1(z)$  de B e s s e l'sche functie van de 1e orde.

Verder is

$\rho$  = de dichtheid van de lucht (bij 20°C = 0,001205),

$R$  = de straal van het trillende plaatje,

$c$  = de geluidssnelheid (bij 20°C = 34380 cm).

## § 2. Berekeningen over $M'$ en $W$ bij bol en plaatje.

Om nu de gemeten stralingsweerstand van een kegel te kunnen vergelijken met die van een pulseerende bol en een trillende plaat, moeten we  $M'$  en  $W$  bij overeenstemmende straalgrootte van bol en plaatje berekenen.

We nemen voor de straal van het plaatje 8,4 cm om redenen, die later zullen worden aangegeven, en moeten dan voor de straal van de bol  $8,4/\sqrt{2} = 5,9$  cm nemen, opdat plaatje en bol hetzelfde oppervlak zullen hebben.

1) Zie bovendien R a y l e i g h, Theory of sound § 325. L a m b, Dynamical Theory of Sound Ch VIII. C r a n d a l l, Theory of Vibrating Systems and Sound, Ch. III & IV.

Bij alle berekeningen gebruiken we als argument.

$$z = 2kR = \frac{4\pi nR}{c} = 0,00307n.$$

en we gaan niet verder dan  $z = 1$ , wat neerkomt op ongeveer 300 perioden per seconde. We berekenen nu eerst de meetrillende massa. Voor het plaatje krijgen we:

$$\begin{aligned} M' &= \frac{\pi Q}{2k^3} K_1(z) = \frac{8\pi Q R^3}{16k^3 R^3} \cdot \frac{2}{\pi} \left( \frac{z^3}{3} - \frac{z^5}{3^2 \cdot 5} + \frac{z^7}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} \dots \right) \\ &= 8Q R^3 \left( \frac{1}{3} - \frac{z^2}{45} + \frac{z^4}{1575} \right) = 1.90 \left( 1 - \frac{z^2}{15} + \frac{z^4}{525} \right). \end{aligned}$$

Dit is slechts de meetrillende massa voor eene zijde van het plaatje; we moeten dus steeds  $2M'$  nemen. Voor ons doel krijgen we voldoende nauwkeurigheid als we alleen de term met  $Z^2$  nemen en die met  $Z^4$  weglaten.

Voor de bol krijgen we:

$$2M' = 4\pi r_0^3 \cdot \rho \frac{r_0}{1 + k^2 r_0^2} \text{ waarbij } r_0 = \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{8.4}{\sqrt{2}} = 5.9 \text{ cm.}$$

$$2M' = 4\pi r_0^3 \cdot \rho \frac{1}{1 + \frac{z^2}{8}} = 3.10 \frac{1}{1 + \frac{z^2}{8}}.$$

Zetten we nu alles bij elkaar in tabelvorm:

$Z$	$n$	$2M'$ plaatje	$2M'$ bol
0,1	32,5	3,80	3,10
0,2	65	3,79	3,09
0,3	97,5	3,78	3,07
0,4	130	3,76	3,04
0,5	162	3,73	3,01
0,6	195	3,71	2,98
0,7	227	3,67	2,91
0,8	260	3,64	2,85
0,9	292	3,60	2,79
1,0	325	3,54	2,76

We zien, dat deze meetrillende massa in het gebruikte frequentiegebied maar langzaam afneemt; iets waarvan we later gebruik zullen maken. De meetrillende massa bij de bol is ongeveer 20 % kleiner dan bij het plaatje.

We berekenen nu nog de stralingsweerstand voor bol en plaatje, nl.:

$$4\pi r_0^2 \cdot \rho c \frac{k^2 r_0^2}{1 + k^2 r_0^2} \text{ en } 2\rho c \pi R^2 \left(1 - \frac{I_1(2kR)}{KR}\right);$$

drukken we alles weer uit in  $Z = 2kR$ , dan worden deze uitdrukkingen:

$$4\pi r_0^2 \rho c \frac{z^2}{8 + z^2} \text{ en } 2\rho c \pi R^2 \left(1 - 2 \frac{I_1(z)}{z}\right)$$

$$\text{of } 18370 \frac{z^2}{8 + z^2} \text{ en } 18370 \left(1 - 2 \frac{I_1(z)}{z}\right)$$

In tabelvorm krijgen we weer:

1	2	3	4	5	6
$Z$	$n$	$1 - 2 \frac{I_1(z)}{z}$	$\frac{z^2}{8 + z^2}$	$2W$ plaatje	$2W$ bol
0,1	32,5	0,00125	0,00125	23	23
0,2	65	0,00499	0,004975	91,7	91,5
0,3	97,5	0,01121	0,01112	206	204
0,4	130	0,0199	0,0196	366	360
0,5	162	0,0309	0,0303	568	557
0,6	195	0,0443	0,0430	814	791
0,7	227	0,0600	0,0577	1102	1060
0,8	260	0,0789	0,0741	1450	1361
0,9	292	0,0979	0,0919	1780	1688
1,0	325	0,120	0,1111	2202	2041

### § 3. Beschrijving van de proeven.

Het is tegenwoordig van groot belang, de demping van een kegelvormig membraan te kennen. Deze demping op dezelfde wijze te berekenen als de vorige is mij niet gelukt; daarom zijn proeven gedaan om de demping van een vrijtrillende papieren kegel te bepalen en de zoo gemeten demping met de boven berekende te vergelijken. Een papieren luidsprekerconus  $k$  met  $90^\circ$  tophoek en 15,5 diameter werd met de grondcirkel in de cirkelvormige opening van een groote metalen plaat gezet (zie fig. 1). De tusschen beide cirkels overblijvende smalle rand  $r$  werd met dun vloeipapier overbrugd, d.w.z. dit papier werd aan beide kanten, zoowel aan de konus als aan de plaat vastgeplakt, maar zoo dat er een voldoende speling voor de beweging blijft.

Door de top van de kegel ging een stangetje, waaraan eenerzijds een snaar  $s$ , anderzijds een spaninrichting  $i$  kon bevestigd worden.

Aan de top van het stangetje was een klein stukje gillemes  $g$



met een vlakke rand bevestigd. Deze scherpe rand wordt geprojecteerd met behulp van 2 microscoop objectieven en een sterke booglamp op de spleet van een valgoot. Voor deze spleet was nog een cylinderlens geplaatst om het licht te concentreren.

Tegenover het stukje gillettermes was nog een dergelijk stukje geplaatst, bevestigd aan het magneetsysteem van een luidspreker. Door dit systeem werd een stroom gestuurd van 1000 perioden, die door een trillende stemvork op constante frequentie gehouden werd. Deze stemvork was met een standaard stemvork vergeleken. Het schaduwbeeld van dit tweede mesje geeft de tijdmaat aan op de plaat.

Vlak boven de cylinderlens was in de valgoot een gaatje geboord, waardoor een zeer dunne koperdraad ( $10\mu$ ) gespannen was. Deze koperdraad maakte deel uit van een stroomkring; bij het breken van de koperdraad werd door middel van een relais een tweede keten gesloten met kleine weerstand. In deze keten bevindt zich het draadje ( $50\mu$ ), waarmee de kegel uit de evenwichtsstand wordt getrokken. Bij het sluiten van de stroom wordt een spanning van 130 Volt door het draadje kortgesloten en dit instantaan doorgebrand, waarop de konus begint te trillen. We zien dus dat door het vallen van de fotografische plaat, dit geheele mechanisme in werking wordt gezet en we een duidelijk beeld van het uittrillen van de papieren kegel verkrijgen, zooals uit de weergegeven foto blijkt (zie Fig. 2).

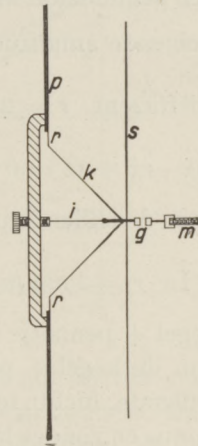


Fig. 1.

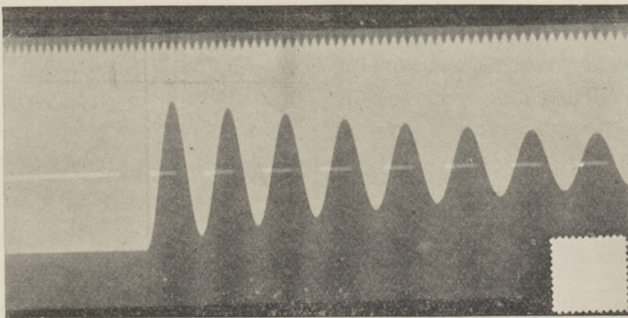


Fig. 2.

## § 4. Resultaten.

Uit elk van de aldus verkregen oscillogrammen, berekenen we een gemiddelde waarde voor de verhouding van telkens twee opeenvolgende amplitudes  $\frac{U_k}{U_{k+1}}$  aan dezelfde kant van de nullijn. De coëfficiënt  $r = 2mn \ln \frac{U_k}{U_{k+1}}$  uit de differentiaalvergelijking  $m\ddot{x} + r\dot{x} + sx = 0$  (1) komt dan overeen met  $2\varrho c\pi R^2 \left(1 - \frac{I_1(2kR)}{kR}\right)$  voor de trillende plaat en  $4\pi r_0^2 \varrho c \frac{k^2 r_0^2}{1 + k^2 r_0^2}$  voor de pulseerende bol.

In  $r = 2mn \ln \frac{U_k}{U_{k+1}}$  is  $n$  de frequentie en  $m$  de massa van de kegel + pennetje + massa van de meetrillende lucht. De massa van de kegel + pennetje is 7,7 gram. Om de massa van de meetrillende lucht te bepalen werden eenige opnamen gedaan met konus en zonder konus, maar in het laatste geval werden gewichtjes van dezelfde grootte-orde als het konusgewicht op de trilpen geplaatst. De lengte van de snaar moet tijdens deze proeven niet gewijzigd worden, d.w.z.  $S$  moet constant worden gehouden. Uit het verloop van de frequentie is dan de totale trillende massa grafisch bepaald. Uit de differentiaalvergelijking (1) volgt

$$\frac{1}{n^2} = \frac{4\pi^2}{\frac{s}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}$$

Nu is  $r/2m$  bij lage frequenties zoo klein, dat  $r^2/4m^2$  verwaarloosd kan worden ten zichte van  $S/m$  en dan is bij dezelfde  $S$  ook  $1/n^2$  van de orde  $m$ . Om aan te toonen, dat dit zoo is, nemen we even een voorbeeld: bij 57 perioden behoort een  $m$  van de orde van 8 gr. en een  $r/2m$  van 7.7/2 (zie tabel op blz. 10). Rekenen we nu  $s/m = 4\pi^2 n^2 + r^2/4m^2$  dan zien we dat  $S/M$  is van de orde van 130.000 en  $r^2/4m^2$  van de orde 16, dus te verwaarloozen.

We hebben nu de volgende waarnemingen:

Hulpgewicht in grammen	frequentie $n$	$\frac{1}{n^2}$
4.55	73	0,00189
5.45	67	222
6.15	63	252
7.15	57	367
konus	65	237

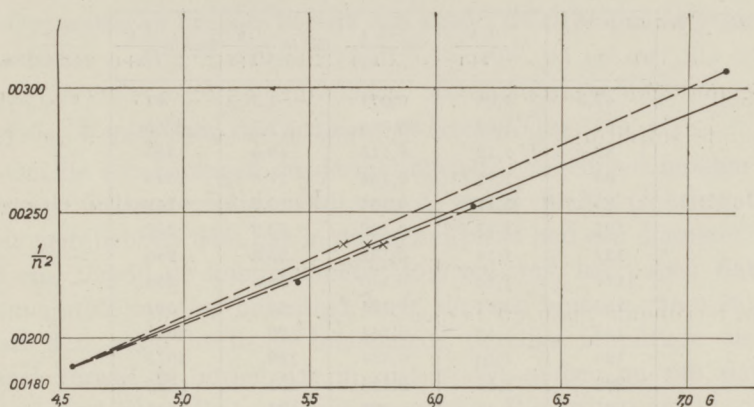


Fig. 3.

De totale trillende massa is gelijk aan de trillende massa van de konus vermeerderd met de meetrillende massa van de lucht. Om beide te scheiden, zouden proeven in vacuo noodig zijn. Dit is echter niet gedaan. Slechts werd de totale massa bepaald.

We zien in fig. 3, die deze waarnemingen weergeeft, dat het gewicht van de konus ligt tusschen 5,63 en 5,79. We nemen hiervoor 5,7 gram. Nu woog de konus met het hierbij gebruikte pennetje (het bij de vorige proeven gebruikte pennetje was ongelukkigerwijze verloren geraakt) 5 gram. We moeten dus bij het bovenstaande gewicht van 7,7 gram 0,7 optellen, zoodat de totale trillende massa van de dempingsproeven 8,4 gram is. Bij deze proeven moeten we aannemen, dat de meetrillende massa van 57—73 perioden constant is. Bovendien nemen we gemakshalve aan, dat de meetrillende massa van 0 tot 200 constant is; dit zou kunnen volgen uit de tabellen voor bol en plaatje; echter zien we uit fig. 3, waarin de waarnemingen zijn weergegeven, dat bij 140 perioden een afwijking begint tusschen de gemeten en berekende dempingscoëfficiënten. Hier schijnt dus de totale trillende massa merkbaar kleiner te worden <sup>1)</sup>.

Deze opnamen werden uit een groot aantal (ruim 100) uitgezocht als de beste. Zijdelings bewegen van het pennetje maakt dikwijls de opname minder scherp, waardoor ze niet bruikbaar is voor berekening.

We krijgen nu de volgende tabel, waarvan de resultaten zijn weergegeven in fig. 4:

1) Nieuwe proeven om de frequentieafhankelijkheid van de massa voor verschillende konussen en de daarbij behorende frequentieafhankelijkheid van de demping te bepalen zijn in dit laboratorium aan de gang.

	$n \frac{U_k}{U_{k+1}}$	$\ln \frac{U_k}{U_{k+1}}$	$2n \ln \frac{U_k}{U_{k+1}}$	$2mn \ln \frac{U_k}{U_{k+1}}$
47,5	1,08	0,077	7,3	61
57	1,07	0,068	7,7	65
82	1,12	0,113	18,5	155
83	1,11	0,104	17,3	145
85	1,11	0,104	17,7	149
127	1,13	0,122	30,9	252
127	1,14	0,131	33,3	280
127	1,15	0,140	35,5	298
157	1,21	0,191	60	504
188	1,41	0,344	129	1085
190	1,40	0,337	128	1075
200	1,47	0,385	154	1295
205	1,62	0,482	197	1655
208	1,64	0,485	202	1700

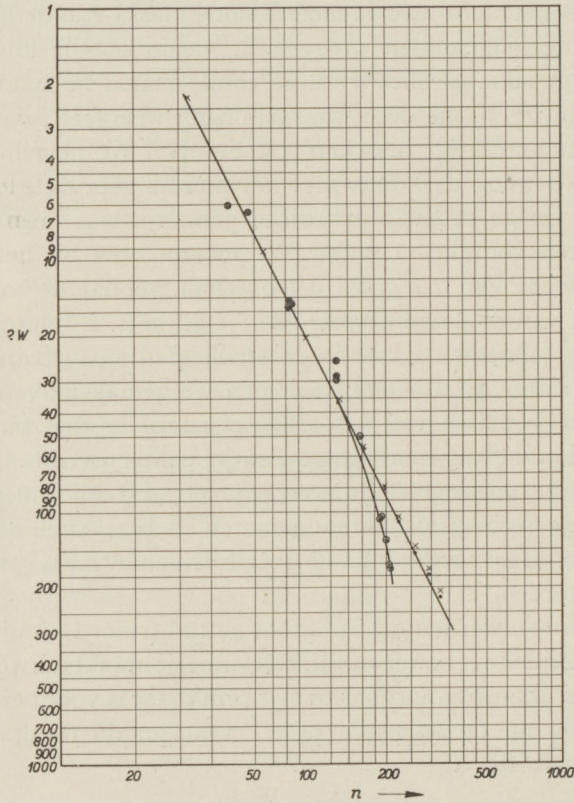


Fig. 4.

De punten en kruisjes zijn de berekende, de cirkeltjes de gemeten waarden.

§ 5. *Vergelijking van metingen en berekeningen.*

Om de berekeningen en de metingen te vergelijken moeten wij nu eerst uitleggen, waarom wij voor de straal van het plaatje 8,4 cm genomen hebben. Het gat in de ijzeren plaat had een diameter van 18 cm, terwijl de konusdiameter 15,5 cm was; het papier dat de konus in de opening bevestigd heeft, dus een breedte van 1,25 cm. Van deze rand heeft de binnenzijde dezelfde amplitude als de kegel, terwijl de buitenzijde in rust is. We nemen nu aan, dat de halve rand met volle amplitude meewerkt. We krijgen dus in totaal een grondcirkel van  $15,5 + 1,25 = 16,75$  cm diameter of een straal van 8,4 cm. Dit is tamelijk willekeurig, maar daar ik geen andere oplossing zie, en de nauwkeurigheid van deze metingen niet boven enkele procenten uitgaat, lijkt mij dit de beste oplossing. Zooals reeds gezegd: tot 140 perioden stemmen metingen en berekeningen goed overeen. De daar beginnende afwijking wordt vermoedelijk veroorzaakt, doordat de konus niet meer als een geheel trilt en dus zoowel massa als demping principieele veranderingen ondergaan.

We kunnen de uitkomsten van deze metingen gebruiken om eenig nzicht te krijgen in het nuttig effect van een luidspreker. De energie, uitgestraald door een luidspreker, bedraagt:

$$v^2 r = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 r = 2a^2 \pi^2 n^2 r.$$

hierin is  $a$  de maximale amplitude,  $n$  de frequentie,  $r$  de stralingsweerstand.

We kunnen dit vergelijken met  $i^2 Z \cos \varphi$  hierin is  $i$  de wisselstroomsterkte en  $Z$  de impedantie. Nemen we nu b.v. een amplitude op in de buurt van 200 perioden, dan krijgen we bij een electromagnetische luidspreker van eenige jaren terug bij een  $i = 20$  mA  $a = 0,005$  cm en  $\cos \varphi = 0,5$ . Deze  $\cos \varphi$  is overgenomen uit metingen in dit laboratorium door Dr. S n o e k gedaan. Dus:

$$2a^2 \pi^2 n^2 r = 2 \cdot 0,005^2 \cdot 10 \cdot 40.000 \cdot 1400 = 28.000 \text{ erg. p s.}$$

$$i^2 Z \cos \varphi = 0,02^2 \cdot 4000 \cdot 0,5 = 0,8 \text{ Watt} = 0,8 \cdot 10^7 \text{ erg. per sec.}$$

Het nuttig effect is dus zeer klein, nl. 0,35 %.

Komen we in de nabijheid van een resonantiefrequentie, dan zien

we de amplitude snel aangroeien en daar de uitgestraalde energie bij vastgehouden frequentie met het kwadraat van de amplitude toeneemt, wordt het nuttig effect dan enkele procenten. Kunnen we dit soort metingen verder doorzetten en waarden voor hogere frequenties verkrijgen, dan zijn we in staat, een volledige luidsprekerkarakteristiek te teekenen en deze te vergelijken met metingen gedaan met R a y l e i g h-schijf of condensator microfoon.

Eindhoven, 24 Juni 1931.

Natuurkundig Laboratorium der  
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

# INTEGRALEN, VOORKOMENDE IN HET EIGEN- WAARDE PROBLEEM VAN HET WATERSTOF- MOLECUUL <sup>1)</sup>

door H. PETERSEN

## Résumé.

Dans cet article je signale la méthode de Ritz comme étant particulièrement adaptée au calcul des valeurs énergétiques de la molécule de l'hydrogène.

La solution de l'équation — dite de M. Schrödinger — exprimée comme un développement en fonctions „propres”, très connues, de l'atome de l'hydrogène, permet d'évaluer le paramètre de l'énergie en fonction de la distance des deux noyaux (protons) considérés comme fixes.

On obtient, pour la détermination des coefficients constants du développement, un système d'équations linéaires et homogènes dont le déterminant égalant zéro nous fournit les valeurs énergétiques cherchées.

Toutes les intégrations qui se trouvent dans les éléments de ce déterminant, pourront être effectuées sans aucun artifice en introduisant des coordonnées elliptiques. Les résultats contiennent seulement des puissances comme  $e^{-R}$ , des polynômes en  $R$  et quelquefois le logarithme-intégral.

We noemen de kernen  $A$  en  $B$ , de electronen 1 en 2 en voeren de coördinaten in zooals in de figuur aangegeven is, overeenkomstig het artikel van K e m b l e en Z e n e r <sup>2)</sup>.

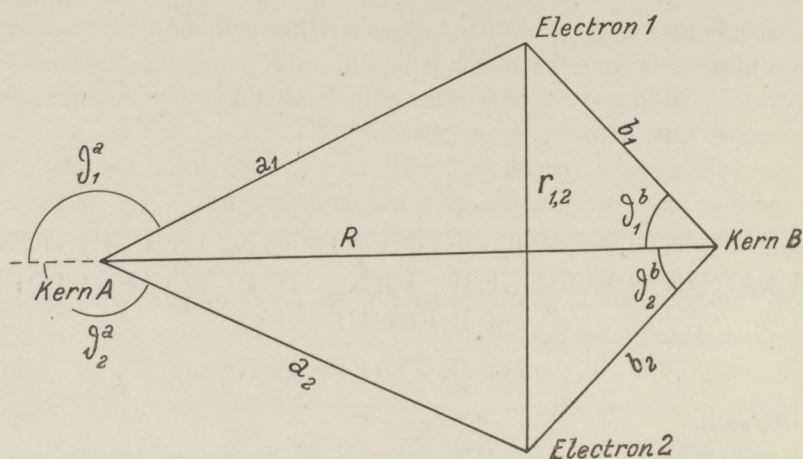
Als we tot lengte-eenheid de straal van Bohr's grondbaan en tot energie-eenheid de dubbele ionisatie-potential van het  $H$ -atoom nemen, is de Schrödinger-vergelijking van het  $H_2$ -molecuul bij vastgehouden kernen:

$$\left[ -\frac{1}{2} (\Delta_1 + \Delta_2) + \frac{1}{R} + \frac{1}{r_{1,2}} - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} - \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2} \right] \psi - E\psi = 0,$$

of, symbolisch:  $(H - E) \psi = 0.$

1) Mededeeling op het Natuur- en Geneeskundig Congres 1931 te Delft.

2) Physical Review, **33**, p. 512, 1929.



Waterstof-molecuul.

De Ritz-methode vereischt nu een volledig stelsel functies (die echter niet orthogonaal behoeven te zijn) en waarvoor ik de eigen functies van het waterstofatoom gekozen heb.

Deze worden op de gebruikelijke wijze door  $\varphi(n, l, m)$  voorgesteld, waarbij  $n$ ,  $l$  en  $m$  de quantumgetallen zijn.

Van deze waterstofatoom-eigen functies worden combinaties gevormd teneinde met symmetrie en antisymmetrie t. o. z. van kern- en electronenverwisseling rekening te kunnen houden. Electronen-spin wordt verwaarloosd.

Er komt dus:

$$\psi = c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_3 u_3 + \dots$$

waarbij  $c_i$  constanten zijn, terwijl:

$$u_1 = n_1 \left[ \varphi_1^a(1, 0, 0) \varphi_2^b(1, 0, 0) + \varphi_2^a(1, 0, 0) \varphi_1^b(1, 0, 0) \right],$$

( $\varphi_1^a$  electron 1 t. o. z. van kern A;  $n_1$  = normeeringsfactor).

$$u_2 = n_2 \left[ \varphi_1^a(1, 0, 0) \varphi_2^b(2, 0, 0) + \varphi_2^a(1, 0, 0) \varphi_1^b(2, 0, 0) + \right. \\ \left. + \varphi_1^a(2, 0, 0) \varphi_2^b(1, 0, 0) + \varphi_2^a(2, 0, 0) \varphi_1^b(1, 0, 0) \right],$$

enz., indien men de symmetrische oplossingen van het probleem zoekt.



Ter bepaling der  $c_i$  wordt een stelsel lineaire, homogene vergelijkingen gevormd, waarvan de, gelijk nul gestelde, determinant een vergelijking geeft, waarvan de eigenwaarden de wortels zijn. Er komt nu:

$$c_1 \left\{ \int H(u_1) u_1 d\tau - E \int u_1^2 d\tau \right\} + c_2 \left\{ \int H(u_2) u_1 d\tau - E \int u_1 u_2 d\tau \right\} + \dots = 0$$

$$c_2 \left\{ \int H(u_1) u_2 d\tau - E \int u_1 u_2 d\tau \right\} + c_2 \left\{ \int H(u_2) u_2 d\tau - E \int u_2^2 d\tau \right\} + \dots = 0$$

enz. Eigenlijk zijn er oneindig veel vergelijkingen, bij een willekeurig hooge benadering te beperken tot  $n$ ).

Wegens de normering zijn  $\int u_i^2 d\tau = 1$  en, voor zoover de functies orthogonaal zijn,  $\int u_i u_j d\tau = 0$ .

Indien een tweetal  $u_i$  en  $u_j$  niet orthogonaal mocht zijn, is het ook niet aan te bevelen om b.v. door lineaire combinatie orthogonale functies te verkrijgen, daar dit de berekening van een noodeloos groot aantal integralen vereischt.

Alle integralen worden berekend met behulp der elliptische coördinaten:

$$\lambda = (a + b)/R, \quad \text{en} \quad \mu = (a - b)/R.$$

Zij behooren tot de volgende 3 types:

I  $\int \varphi_i^a(n, l, m) \varphi_i^b(n', l', m') d\tau_i$ ; komen voor in de normeringsfactoren.

II  $\int \frac{\varphi_i^a(n, l, m) \varphi_i^b(n', l', m')}{a_i} d\tau_i$ ; komen voor in  $H$ .

III  $\int \frac{\varphi_1^a(n, l, m) \varphi_1^b(n', l', m') \varphi_2^a(n'', l'', m'') \varphi_2^b(n''', l''', m''')}{r_{1,2}} d\tau_1 d\tau_2$ ;

eveneens in  $H$ .

De integralen van het type I en II zijn soms nog zeer bewerkelijk, doch kunnen allen elementair gevonden worden.

De behandeling der integralen van het type III geschiedt deels door  $1/r_{12}$  uit te drukken met de ontwikkeling volgens Neuman in  $\lambda_i, \mu_i, \nu_i, \varphi_i$  en  $R$ , deels door ze te beschouwen als uitdrukkingen

voor de wederkeerige potentiële energie van twee statische electriciteitsverdelingen, die spherische of axiale symmetrie vertoonen.

Hun berekening is zeer tijdrovend.

Een gedeelte van bovenstaande berekeningen zijn uitgevoerd door:

Sug i u r a. Zeitschrift für Physik 1927. Band 45

H y l l e r a a s. „ „ „ 1928. Band 51

K e m b l e e n Z e n e r. Physical Review (zie boven).

Het type III is echter alleen door Sug i u r a behoorlijk exact behandeld.

Verdere berekeningen werden door mij uitgevoerd voor alle mogelijke combinaties van 1 en 2 quants-toestanden (met  $m = 0$ ) met elkaar en onderling voor wat betreft de integraaltypes I en II. Ik was bezig met het type III toen het artikel van Bartlett verscheen in de Physical Review van 1 Maart 1931.

De uitkomsten der integralen van de types I en II zijn in een tabel vereenigd.

H. B. S. Winschoten.

Bij de integralen in de tabellen voorkomend is:

$$\varphi_1^a(1, 0, 0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-a_1}$$

$$\varphi_1^a(2, 0, 0) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{a_1}{2}} \left(1 - \frac{a_1}{2}\right)$$

$$\varphi_1^a(2, 1, 0) = \frac{1}{\sqrt{32\pi}} e^{-\frac{a_1}{2}} a_1 \cos \vartheta_1^a.$$

Verder worde nog vermeld bij de integralen van het type II dat:

$$\int \frac{\varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^a(2, 1, 0)}{b_i} d\tau_i = - \int \frac{\varphi_i^b(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i;$$

$$\int \frac{\varphi_i^a(2, 0, 0) \varphi_i^a(2, 1, 0)}{b_i} d\tau_i = - \int \frac{\varphi_i^b(2, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i;$$

$$\int \frac{\varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0)}{b_i} d\tau_i = - \int \frac{\varphi_i^a(2, 1, 0) \varphi_i^b(1, 0, 0)}{a_i} d\tau_i$$

$$\text{en } \int \frac{\varphi_i^a(2, 1, 0) \varphi_i^b(1, 0, 0)}{b_i} d\tau_i = - \int \frac{\varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i \text{ is.}$$

De overige uitkomsten zijn symmetrisch t. o. z. van kernverwisseling.

TYPE I:

Integralen.	Uitkomsten.
$\int \{\varphi_i^a(1, 0, 0)\}^2 d\tau_i$	1 (normeering)
$\int \{\varphi_i^b(1, 0, 0)\}^2 d\tau_i$	1 ( „ )
$\int \varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^b(1, 0, 0) d\tau_i$	$e^{-R} \left( 1 + R + \frac{R^2}{3} \right)$
$\int \{\varphi_i^a(2, 0, 0)\}^2 d\tau_i$	1 (normeering)
$\int \{\varphi_i^b(2, 0, 0)\}^2 d\tau_i$	1 ( „ )
$\int \varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^a(2, 0, 0) d\tau_i$	0
$\int \varphi_i^b(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 0, 0) d\tau_i$	0
$\int \varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 0, 0) d\tau_i$	$\frac{32}{27\sqrt{2}} \left[ e^{-R} \left( 10 + \frac{64}{R} \right) + e^{-\frac{1}{2}R} \left( -3R + 22 - \frac{64}{R} \right) \right]$
$\int \varphi_i^a(2, 0, 0) \varphi_i^b(1, 0, 0) d\tau_i$	idem
$\int \varphi_i^a(2, 0, 0) \varphi_i^b(2, 0, 0) d\tau_i$	$e^{-\frac{1}{2}R} \left[ 1 + \frac{R}{2} + \frac{R^2}{12} + \frac{R^4}{240} \right]$
$\int \{\varphi_i^a(2, 1, 0)\}^2 d\tau_i$	1 (normeering)
$\int \{\varphi_i^b(2, 1, 0)\}^2 d\tau_i$	1 ( „ )
$\int \varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^a(2, 1, 0) d\tau_i$	0
$\int \varphi_i^b(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0) d\tau_i$	0
$\int \varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0) d\tau_i$	$-\frac{256}{27\sqrt{2}} \left[ e^{-R} \left( 1 + \frac{8}{R} + \frac{8}{R^2} \right) + e^{-\frac{1}{2}R} \left( -\frac{3R}{8} + 2 - \frac{4}{R} - \frac{8}{R^2} \right) \right]$
$\int \varphi_i^a(2, 1, 0) \varphi_i^b(1, 0, 0) d\tau_i$	$+\frac{256}{27\sqrt{2}} \left[ e^{-R} \left( 1 + \frac{8}{R} + \frac{8}{R^2} \right) + e^{-\frac{1}{2}R} \left( -\frac{3R}{8} + 2 - \frac{4}{R} - \frac{8}{R^2} \right) \right]$

## TYPE I: (Vervolg)

Integralen.	Uitkomsten.
$\int \varphi_i^a(2, 0, 0) \varphi_i^a(2, 1, 0) d\tau_i$	0
$\int \varphi_i^b(2, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0) d\tau_i$	0
$\int \varphi_i^a(2, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0) d\tau_i$	$-\frac{1}{240} e^{-\frac{1}{2}R} (2R^3 + R^4)$
$\int \varphi_i^a(2, 1, 0) \varphi_i^b(2, 0, 0) d\tau_i$	$+\frac{1}{240} e^{-\frac{1}{2}R} (2R^3 + R^4)$
$\int \varphi_i^a(2, 1, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0) d\tau_i$	$+ e^{-\frac{1}{2}R} \left( 1 + \frac{R}{2} + \frac{R^2}{20} - \frac{R^3}{60} - \frac{R^4}{240} \right)$

## TYPE II:

Integralen.	Uitkomsten.
$\int \frac{\{\varphi_i^a(1, 0, 0)\}^2}{a_i} d\tau_i$	+ 1
$\int \frac{\{\varphi_i^b(1, 0, 0)\}^2}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{1}{R} - e^{-2R} \left( 1 + \frac{1}{R} \right)$
$\int \frac{\varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^b(1, 0, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+ e^{-R} (1 + R)$
$\int \frac{\{\varphi_i^a(2, 0, 0)\}^2}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{1}{4}$
$\int \frac{\{\varphi_i^b(2, 0, 0)\}^2}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{1}{R} - e^{-R} \left( +\frac{1}{R} + \frac{3}{4} + \frac{R}{4} + \frac{R^2}{8} \right)$
$\int \frac{\varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^a(2, 0, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{8}{27\sqrt{2}}$
$\int \frac{\varphi_i^b(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 0, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{4}{9\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2}R} \left( \frac{2}{3} + R \right)$
$\int \frac{\varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 0, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{16}{9\sqrt{2}} \left[ \frac{20}{3R} e^{-R} + e^{-\frac{1}{2}R} \left( -\frac{3R}{4} + \frac{7}{2} - \frac{20}{3R} \right) \right]$

## TYPE II: (Vervolg)

Integralen.	Uitkomsten.
$\int \frac{\varphi_i^a(2, 0, 0) \varphi_i^b(1, 0, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{8}{9\sqrt{2}} \left[ e^{-R} \left( -5 - \frac{56}{R} \right) + e^{-\frac{1}{2}R} \left( -4 + \frac{56}{3R} \right) \right]$
$\int \frac{\varphi_i^a(2, 0, 0) \varphi_i^b(2, 0, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{1}{4} e^{-\frac{1}{2}R} \left( 1 + \frac{R}{2} - \frac{R^2}{6} + \frac{R^3}{24} \right)$
$\int \frac{\{\varphi_i^a(2, 1, 0)\}^2}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{1}{4}$
$\int \frac{\{\varphi_i^b(2, 1, 0)\}^2}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{1}{R} + \frac{12}{R^3} - e^{-R} \left( \frac{12}{R^3} + \frac{12}{R^2} + \frac{7}{R} + \frac{11}{4} + \frac{3R}{4} + \frac{R^2}{8} \right)$
$\int \frac{\varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^a(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i$	0
$\int \frac{\varphi_i^b(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{256}{243R^2\sqrt{2}} - \frac{4}{9\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2}R} \left( +R + \frac{8}{3} + \frac{32}{9R} + \frac{64}{27R^2} \right)$
$\int \frac{\varphi_i^a(1, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i$	$-\frac{4}{3\sqrt{2}} \left[ e^{-R} \left( \frac{64}{9R^2} + \frac{64}{9R} \right) + e^{-\frac{1}{2}R} \left( -\frac{64}{9R^2} - \frac{32}{9R} + \frac{8}{3} - R \right) \right]$
$\int \frac{\varphi_i^a(2, 1, 0) \varphi_i^b(1, 0, 0)}{a_i} d\tau_i$	$-\frac{32}{9\sqrt{2}} \left[ e^{-R} \left( +1 + \frac{16}{3R} + \frac{16}{3R^2} \right) + e^{-\frac{1}{2}R} \left( +1 - \frac{8}{3R} - \frac{16}{3R^2} \right) \right]$
$\int \frac{\varphi_i^a(2, 0, 0) \varphi_i^a(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i$	0
$\int \frac{\varphi_i^b(2, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i$	$-\frac{3}{R^2} + 3e^{-R} \left( \frac{1}{R^2} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2} + \frac{R}{6} + \frac{R^2}{24} \right)$
$\int \frac{\varphi_i^a(2, 0, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{1}{96} e^{-\frac{1}{2}R} (+4R + 2R^2 - R^3)$
$\int \frac{\varphi_i^a(2, 1, 0) \varphi_i^b(2, 0, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{1}{96} e^{-\frac{1}{2}R} (-4R - 2R^2 + R^3)$
$\int \frac{\varphi_i^a(2, 1, 0) \varphi_i^b(2, 1, 0)}{a_i} d\tau_i$	$+\frac{1}{32} e^{-\frac{1}{2}R} \left( +8 + 4R - \frac{R^3}{3} \right)$

## BOEKBESPREKING

*P. Frank* und *R. von Mises*. **Die Differential- und Integralgleichungen der Physik**, Bd. I, Mathematischer Teil, 916 blz., 83 fig. — Vieweg, Braunschweig, 1930. Prijs RM 57.—, geb. RM. 62.—

Dit is de tweede druk van het eerste deel van het onder redactie van *Frank* en *Von Mises* geheel omgewerkte bekende werk onder denzelfden titel van *Riemann-Weber*. Terwijl aan den eersten druk van deze bewerking nog de namen van *Riemann* en *Weber* verbonden waren, heeft men die, bij deze tweede uitgave, thans weggelaten. Terecht, omdat de tegenwoordige uitgave eigenlijk een geheel nieuw werk is, en weinig van het oude boek in den ouden vorm is overgenomen. De eerste druk van dit bekende werk (1925) is ongetwijfeld veel gelezen, daar na betrekkelijk korten tijd een tweede druk noodzakelijk was.

De nieuwe druk is in groote lijnen gelijk aan de oude en ongeveer hetzelfde tental medewerkers, die de verschillende hoofdstukken van den eersten druk schreven, hebben dezen tweeden druk helpen verzorgen. De hoofdstukken zijn: Reelle Funktionen, Lineare Gebilde, Komplexe Veränderliche, Unendliche Reihen und Produkte, Variationsrechnung, Anfangswert-probleme der gewöhnlichen Differentialgleichungen, Randwertaufgaben, Die aus den Randwertaufgaben zweiter Ordnung entspringenden besonderen Funktionen, Die aus den Randwertproblemen entspringenden Reihenentwicklungen, Besondere Randwertprobleme, Übersicht über Integralgleichungen und Potential, Auflösung der Integralgleichungen, Anwendung der Integralgleichungen auf Randwertprobleme, Potential, Anfangswertprobleme der partiellen Differentialgleichungen, Die Potentialgleichung in der Ebene, Die Potentialgleichung im Raume, Randwertprobleme der partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung, Einige besondere Probleme partieller Differentialgleichungen, Variationsrechnung und Randwertprobleme.

Uit deze titels volgt duidelijk, en een uitvoerig gebruik van dit werk gedurende eenige jaren bevestigt, dat vrijwel alle mathematische hulpmiddelen, die een modern theoretisch physicus noodig heeft, hier worden gegeven. En over het algemeen in een duidelijken en overzichtelijken vorm. Ongetwijfeld is het dan ook een van de standaardwerken op dit gebied, Echter toont het boek toch ook de sporen van het groot aantal bewerkers. Het blijft een bezwaar van een dergelijk boek, dat in de eerste plaats toch wel als een werk gebruikt zal worden, waarin men snel van tijd tot tijd iets wil naslaan, dat bij voorbeeld de eigenschappen van Besselfuncties over verschillende hoofdstukken zijn verdeeld. Wel wordt er dan vaak naar de andere hoofdstukken verwezen, doch in dit opzicht refereeren wij een werk als *Whittaker-Watson*. Echter hangt deze verdeling samen met den algemeenen opzet om veel meer de methoden duidelijk te belichten, dan om een overzicht te geven van de bekende eigenschappen van verschillende functies. Toch is dit laatste voor den physicus van veel belang.

In enkele opzichten is deze tweede druk een weinig uitgebreid. Bijvoorbeeld vindt men nu ook kort de *Hankel*-functies behandeld, en speciaal

is het hoofdstuk over partieele differentiaal vergelijkingen omgewerkt. We treffen thans ook een beschouwing aan over Heaviside's operatoren methode, doch de bewerking is kort en geeft zeer weinig van den grooten rijkdom van dit gebied. Evenzeer missen we een thans waarlijk wel gerechvaardigd dieper ingaan op de eigenschappen van Mathieu-functies. En in het bijzonder denken wij daarbij aan het omvangrijke werk van Whitaker en Ince.

Maar afgezien van deze mogelijke verbeteringen is de Frank en Von Mises een mooi werk en deze tweede druk, die, zooals steeds, door Viegut uitstekend werd verzorgd, zal zijn weg wel weer vinden. Jammer, dat de prijs (rond fl. 35.—), wel erg hoog is. v. D. P.

*C. van Rossem, De beteekenis van natuurwetenschappelijk onderzoek*, 105 blz. — De Bussy. Amsterdam. 1931. Prijs f 3.—.

Deze brochure bevat „niet noemenswaard gewijzigd” twee overdrukken uit het Tijdschrift voor Wijsbegeerte van 1911, een derde stuk, thans eerst gedrukt, van 1912, een kort Hegeliaansch slotwoord en een thermodynamischen Appendix over vrije energie en osmotischen druk. De beide eerste stukken handelen over algemeenheden, in het derde, waarvan de schrijver in het voorbericht zegt dat het „de voorafgaande verduidelijkt” komt hij langzamerhand geheel als thermodynamicus voor den dag, velerlei kritiek uitoefenend die zeer principieel bedoeld is.

Terwijl de twee eerste stukken rustig geschreven zijn en ook in het derde wordt toegegeven (p. 67) dat, al mogen weinige natuuronderzoekers den naam van „scheppende geleerden” verdienen, de „goede voornemens en idealen” althans over het algemeen niet ontbreken, wordt de toon in het derde stuk niet zelden scherp: er komen uitdrukkingen voor als „eruditisimum vulgus” (p. 64), „hedendaagsche zeer ijverige en zeer nuttige onderzoekers die zich argeloos natuurphilosophen noemen”, maar toch heel zelden „uit hun grondlucht opademen” (p. 62—63), enz. Het is dan ook geen wonder dat de Heer J. J. van Laar, zelf een der aangevallenen, in zijn (zich tot het derde stuk bepalende) kritiek, getiteld „Natuurphilosophische beschouwingen van een dwalende” (Chem. Weekbl. 28 No. 10, 1931) eveneens onvriendelijk wordt, ten slotte „het zeer opmerkelijke boek . . . ter opvroolijking dringend ter lezing” aanbevelend. De schrijver zelf zal hierover niet verwonderd zijn: wie kaatst moet den bal verwachten. Het is wel uitermate waarschijnlijk dat de Heer v. Laar in de thermodynamische quaesties gelijk zal hebben. Ook zou het zeker niet geschaad hebben zoo de schrijver, als in de beide eerste stukken, zich in het derde eveneens van kwetsende uitdrukkingen had onthouden, hoewel een enkel hatelijk citaat, b.v. van Schopenhauer (p. 63) over de minderwaardigheid der physici ten opzichte van de philosophen, allicht in het verband niet kon worden gemist. Wij zullen het er voor moeten houden dat de poging van den Heer v. R. om, vanuit een hooger philosophisch standpunt, de thermodynamica een juisteren weg te wijzen, mislukt is; waaruit met eenige waarschijnlijkheid de conclusie kan worden getrokken dat zijn methode (voorzoover van een methode kan worden gesproken) in het algemeen niet bruik-

baar is, en nog algemeener dat men, om een goed natuuronderzoeker te zijn, zich van Hegelarij en wat dies meer zij moet onthouden. Ik geloof dat deze conclusie in het algemeen juist is: „in der Beschränkung zeigt sich der Meister”.

Door den schrijver wordt o.a. het volgende betoogd: — Hfdst. I, getiteld „Humaniteit”. Hierin wordt geschetst (p. 12) hoe „de term deductief” past bij „het lage niveau waarop de natuurwetenschappen zooveel eeuwen hebben verwijld, de term inductief” bij „het hogere der 19de eeuw”. Langzamerhand heeft (p. 14) „de zucht naar kennis, die zich inductief bevredigt, zich . . . door de overwinning op den drang naar onmiddellijk nut geuit”. Het is waar (p. 14) dat het geheel onjuist zou zijn te zeggen dat bij de oude Grieken het streven naar onmiddellijk nut op den voorgrond trad, al trad het op den voorgrond „op het gebied der natuurwetenschappen”; immers die wetenschappen stonden in haar geheel op den achtergrond. In het algemeen heeft het directe nut (p. 23) in geen tijdperk van cultuur *geheerscht*; mocht dit ergens het geval zijn, dan zou „het woord cultuur niet passen”. Wil men de zaken historisch nagaan, dan lette men ook (p. 25) op het „verband van wijsbegeerte, wiskunde en theologie in haar gemeenschappelijk verband tot poëzie en kunst”. — Hfdst. II, getiteld „Natuur en geest”. Hierin komen meer Hegeliaansche uitdrukkingen voor, zooals (p. 37) dat de natuurwetenschap aan „opheffing van bijzonderheden” haar vooruitgang dankt, enz. „De wetenschap”, meent de schrijver (p. 51), „verliest haar zin, als men haar onafhankelijk, volkomen zuiver denkt. Slechts dáár ziet men haar in de geschiedenis groeien, waar zij doortrokken is van humaniteit van onbewuste wijsbegeerte; en het hooge intellectueele kunstgenot, dat de scheppende geleerde door zijn arbeid smaakt, is wijsbegeerte zonder nadrukkelijk accent”. — Hfdst. III, getiteld „Inductie en deductie”. Hier treedt meer op den voorgrond wat de schrijver ook reeds aan het eind van Hfdst. II betoogde met de woorden: „Het is in haar hoogste phase, dat de wetenschap die geestelijke wereld, waarin al het zinlijk waarneembare is opgeheven, steeds nauwkeuriger beschrijft. Slechts het wetenschappelijk genie vermag die beschrijving uit te breiden na dat *heldere oogenblik* (wij cursiveeren), waarin het verstand tusschen de afzonderlijke feiten zich plotseling van het algemeene, geestelijk verband huiverend bewust wordt . . . het lange tijdvak der duistere Middeleeuwen heeft die *intervalla lucida* gemist”. Deze „genialiteit” (p. 54) is dus volgens v. R., althans in West-Europa, bepaaldelijk iets van de laatste eeuwen. De theorie van het „*intervallum lucidum*” brengt den schrijver er toe een scherp onderscheid te maken tusschen „hypothetische leeringen” (p. 60) en het vinden van „een noodzakelijke betrekking” (p. 57). Alleen in het „*intervallum lucidum*” wordt de bevoorrechte denker zich van „de klaarblijkelijke noodzakelijkheid” van zijn inzicht „bewust”. De schrijver wil er niets van weten dat deze „tegenstelling . . . onwezenlijk en gradueel” zou zijn; een „hypothetische leer kan nooit een theorie . . . worden, zooals men in handboeken en encyclopaedieën lezen kan”. Om een voorbeeld van „hypothetische leeringen” te geven, daartoe behooren (p. 59) de „emissieleer van het licht van Newton” en „Plancks quantatheorie”.



Wat den schrijver in de thermodynamica tegenstaat is (p. 89) hare „technische afkomst”. Maar (p. 74) van 't Hoff's „theorie (wij cursiveeren) van den osmotischen druk” is „een ontdekking”, waaraan dus uit den aard der zaak niet mag worden getornd (de stereochemie daarentegen is slechts „een hypothese”). Dit is zeker weinig overtuigend. In het slotwoord keert de schrijver zich o.a. tegen „de steeds onbeschaamdere vertechniseering van de Europeesche Universiteiten”.

J. A. V.

**Het Onderwijs in de Natuurkunde aan de H. B. S.'en-A, Afdelingen-A der H. B. S.'en met 5-jarigen cursus en Hoogere Handelsscholen met 5-jarigen cursus.** Rapport uitgebracht aan het Bestuur van de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, — Uitgave Wolters, Groningen, den Haag, 39 bladzijden.

De belangstelling van de Ned. Natuurkundige Vereeniging in het aanvankelijk physica-onderwijs uit zich hier opnieuw op een practische wijze. Na de verschijning van het rapport der Commissie-F o k k e r werd in de vergadering der Natuurkundige Vereeniging de wensch geuit, om ook het natuurkunde-onderwijs op de hierboven genoemde scholen te bestudeeren. Zoo verkreeg de Commissie-K r a m e r s het aanzijn, waarvan belangstellenden de samenstelling vinden in *Physica* 1929, pag. 384. Ook hier een Commissie, ontstaan in verstandhouding met de inspectie der betrokken scholen en werkende in nauw contact met de betreffende takken van M. O.

Dit rapport zal door elk belangstellend docent, die idealen koestert t. o. v. het door hem te geven onderwijs met vrucht kunnen worden ter hand genomen. Desondanks vreest referent, dat het aan deze commissie nog minder dan aan hare voorgangster gegeven zal zijn hare idealen gereedelijk tot werkelijkheid te zien worden.

Ontzaggelijke weerstanden zullen moeten worden overwonnen.

In de eerste plaats zijn de docenten te knap en dat belet ze zich in te stellen op den geest van deze catagorie van leerlingen.

In de tweede plaats (en mede onder den indruk van dit feit) zullen de directeuren der gecombineerde A- & B-scholen vreezen dit moeilijke B-vak een ruimer plaats te geven op de A-school.

Vandaar de hierboven geuite vrees.

Laat ons eerst nagaan hoe de commissie haar taak heeft volvoerd.

Zij begon haar werk met de verzending der bekende vragenlijst:

1. Totaal aantal uren op den 5-jarigen cursus aan het vak besteed?
2. Verdeeling der uren over de klassen?
3. Is Natuurkunde een *E. E.*-vak?
4. Over welke leerjaren loopt in dat geval de examenstof?
5. Welk boek wordt er gebruikt?
6. Bevoegdheid docent.

De antwoorden, die van alle 83 scholen inkwamen leidden tot de conclusies:

1. 48% der scholen geeft het minimum van 5 uur; de overigen gaan daar boven uit.
2. Op het punt der urenverdeeling heerscht een chaos: 24 typen van verdeling kwam de commissie tegen!

- 3 en 4. Hier kreeg de comm. weinig positiefs te hooren en wat zij hoorde geeft zij slechts voor een klein deel weer.
5. Hier luidt de conclusie: Een Natuurkunde-boek, speciaal geschreven voor economisehe en dergelijke H. B. S.'en ontbreekt!
6. Het aantal onbevoegde docenten is groot.

Voorts bleek nog dat van de 62 scholen, die het vak in klasse 5 doceeren slechts 31 er eindexamen in afnemen. Met instemming citeert de comm. in dit verband de opmerking van een directeur, die opmerkt: „een vak, dat waard is in klasse 5 te worden gedoceerd, is ook waard geëxamineerd te worden”.

Wáár dit wel gebeurt kon de commissie geen algemeene lijn in de opgaven ontdekken; wel is er een neiging tot het vragen van practische toepassingen.

Op grond der diagnose, die hiermee is gesteld begint de commissie hare beschouwingen ten opzichte van de meest juiste therapie.

Twee gedachten zaten daarbij voor:

- a. „Eenerzijds mag geen advies verwacht worden, waarbij een vak van zoo ideëele en practische beteekenis als natuurkunde nog langer zóó in den hoek wordt gedrukt, als thans aan vele scholen het geval is;
- b. Anderzijds moet het advies realiseerbaar zijn en in de lijn liggen van het soort onderwijs, waarop het betrekking heeft”.

Zij adviseert dan:

- 1e Aan het vak worden 7 uur gewijd, verdeeld over de klassen 2, 3 en 4.
- 2e Het onderwijs worde gegeven in twee rondes; in een eerste ronde van 5 uur, verdeeld over klassen II en III worde het in aanmerking komende geheel overzien. In een tweede ronde, van 2 uur in klasse IV, worde op deze basis getoond hoe de techniek op de physica steunt.

Men ziet, de natuurkunde in de 5de klas wordt opgegeven. Het eindexamen wordt niet verlangd.

Dit feit is m.i. een hulde aan deze commissie van deskundigen! De leerling en het vak, niet de leeraar was als zoodanig het voorwerp van hun zorg.

En het besluit is een wijs besluit. Examens in natuurwetenschappen, afgenomen aan leerlingen, die nu eenmaal door aanleg en opleiding voor het meerendeel daar moeite mee hebben, ontarden maar al te vaak in vragen naar wetenschappelijke onderwerpen, waarvan de beantwoording den indruk geeft van een gelukkig (of ongelukkig!) volbrachte koorddans en in vragen van „technischen” aard waarvan het antwoord een al te flauw afkooksel wordt van het dictaat, dat mogelijk zoo absoluut niet werd bedoeld als, het bijtende op de vulpen, gereconstrueerd wordt op het examen.

Met het opgeven van het E.E. is vrijheid verworven en met die vrijheid de mogelijkheid iets goeds te beginnen.

Daarom komt het referent jammer voor dat de lijst van onderwerpen nog maar niet wat beknopter is gehouden. Zoowel die vóór de streep (waaruit

zoo wel eenige onderwerpen betreffende de bewegingsleer en de dynamica hadden kunnen worden weggelaten als, naar het voorbeeld van Pohl, de opzettelijke behandeling der electrostatica) als die achter de streep, die, met de beste bedoelingen, toch stellig te lang werd.

Immers, nu komt er een boek! Dat spreekt vanzelf, want de inhoudsopgave staat nu vast!

Over de schrille noot van het *ontbreken* daarvan in een landje, dat overigens met schoollitteratuur wel gezegend is, spreek ik verder niet. Maar het zegt genoeg van den geest, waarin de natuurkunde op vele dezer scholen gedoceerd wordt. Met het gevoel: „ze snappen er toch niets van” eenerzijds; met grove manco's aan inzicht aan de zijde der betrokken docenten t.o.v. dat, wat physica voor niet-wiskundig geschoolden kan zijn, anderzijds.

Vandaar dat de komst van dit boek zoo belangrijk is. Dat niets, en vooral ook het gevoel van *dit alles* te moeten geven niet, den auteur weerhoude er een *physisch* boek van te maken.

Een boek, dat zoo weinig doode materie krijgt mee te torsen, dat het steeds zuiver in zijn methode kan blijven.

Dat, ook op den hier vereischten trap, blijft gaan, telkens en telkens weer, van verschijnsel tot hypothese, van hypothese tot proef en van proef tot theorie! Ook al kan dan die theorie niet „streng” worden geformuleerd.

Een boek ook, dat niet worde kapstok voor technische toepassingen, maar altijd blijve natuurkunde-boek.

Als zoo'n boek er is en de a.s. physici hebben in verplichte didactische cursussen zich voorbereid tot het moeilijk doceerambt, dan kan *deze* docent het hebben over hydrostatische problemen in verband met de Zuiderzee en *gene* kan een oude motor met z'n leerlingen uit elkaar halen. Dan komt die belangrijke techniek vanzelf voor elkaar. Want dan is er iets bereikt, dan is er 'n basis.

En de huidige toestand, een vaag en half imiteeren van den leergang op de B-scholen, een leergang die maar al te vaak geblokkeerd is en blijft door het „geïsoleerde fragment”: de mechanica en een deel der warmte, zal dan vergeten zijn voor één, waarbij leerlingen en docenten merken, dat lesgeven in dit mooie vak een bron van genoeg kan zijn. Ook aan de A-H.B.S.

Het verschijnen van dit rapport kan zóó een belangrijk jaartal blijken te zijn: de inleiding tot een kleine revolutie binnen de schoolmuren.

W. H. VAN MELS.

*W. J. Moll* en *H. C. Burger*, **Leerboek der Natuurkunde voor middelbaar, voorbereidend hooger en propaedeutisch onderwijs**, eerste deel, Mechanica, Eigenschappen der Materie, Geluid, Warmte, tweede druk, 223 blz., 94 fig. — Noordhoff. Groningen. 1931. Prijs f 3.90, geb. f 4.50.

In deze tweede druk zijn allerlei onderwerpen, die óf te moeilijk zijn voor de school, óf zoo weinig noodzakelijk zijn voor het begrijpen van hetgeen volgt, met een kleine letter aangegeven. Dat is de meest wezenlijke verandering; de aard is gelijk gebleven en daarom mag voor de beoordeeling verwezen worden naar Physica 6. 334. 1926.

H.

*A. E. van Arkel* und *J. H. de Boer*. **Chemische Bindung als elektrostatistische Erscheinung.** Vertaald uit het Hollandsch door Li Klemm en Wilhelm Klemm. Leipzig S. Hirzel 1930, 32 blz. Prijs R.M. 15.—

De Hollandsche uitgave van dit boek werd door mij reeds in dit tijdschrift besproken en aanbevolen (*Physica* 10, 235, 1930). Deze Duitse uitgave is een woordelijke vertaling van de Hollandsche uitgave op drie punten na.

De paragraaf over de additiviteit der v. d. Waalssche grootheden is in de nieuwe editie weggelaten, m.i. terecht, omdat dit onderwerp eenigszins op een zijweg lag. De twee andere veranderingen zijn niet in het voordeel van de nieuwe oplaag. De laatste paragrafen: „Weiteres über Atombau. Die quantenmechanische Erklärung der Atombindung” waren in de Hollandsche uitgave eenvoudig gehouden, in de Duitse streeft men echter te veel naar volledigheid, waardoor men komt tot een poging om op 12 bladzijden de quantenmechanica te vertellen, wat tot onleesbaarheid heeft aanleiding gegeven, althans voor die lezers, waarvoor het boek is bestemd. Tenslotte heeft voor ons de Hollandsche uitgave op de Duitse voor, dat meer Hollandsche litteratuur is aangehaald. Daarentegen is men in de Duitse in de gelegenheid geweest ook de meest recente litteratuur te noemen. C. Z.

*Max Planck*, **Positivismus und reale Aussenwelt.** Vortrag im Harnackhaus 12 Nov. 1930. 35 blz. Akademische Verlagsgeellschaft. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 1.80.

Het lezen van een voordracht over een onderwerp als het bovenstaande laat ons dikwijls geheel onbevredigd, ook als de voordracht gehouden is door een verdienstelijk physicus. Wanneer de voordragende zijn belangstelling bijna uitsluitend bepaald heeft op interne vakvraagstukken en niet opzettelijk en ampel de kentheoretische grondslagen en de philosophische consequenties der vak-onderzoekingen heeft overwogen, zal hij misschien meenen in staat te zijn over een onderwerp als hij bovenstaande een voordracht te houden, maar wat hij te voorschijn brengt is de in zijn tijd meest gangbare opvatting, die hij als de natuurlijk juiste voorstelt, omdat hij geen begrip heeft van de beteekenis, ja van de mogelijkheid van afwijkende denkbeelden.

*Planck* is een physicus, die niet alleen (en dat is natuurlijk zijn groote roem) de tegenwoordige natuurkunde met een van haar belangrijkste gezichtspunten heeft verrijkt, maar die ook steeds belang heeft gesteld in de meer philosophische oriëntering der vak-wetenschap. De voor ons liggende voordracht is daar een nieuw bewijs van.

Ik zal mij bij de aankondiging van de voordracht tot deze verklaring moeten beperken. De 35 pag. klein octavo, waarin *Planck* zijn meening uiteenzet zijn voor dit doel al bijna onvoldoende en een discussie van de kwestie zou hier te veel plaatsruimte vereischen. Ik zal dus van het wijzen op de m. i. juiste conclusies als ook van het stelling nemen tegen de m. i. onjuiste moeten afzien.

J. D. v. D. W. Jr.

## REDE BIJ HET LORENTZMONUMENT<sup>1)</sup>

door A. D. FOKKER

Bij de onthulling van het monument voor wijlen Prof. Lorentz valt mij de eereplicht te beurt, om met enkele woorden licht te laten vallen op zijn wetenschappelijk werk.

In de allereerste plaats moet ik herinneren en uiting geven aan den eerbied en de toegenegenheid welke alle natuurkundigen hem toegedragen hebben die hem ooit ter wereld ontmoetten. Onkreukbaar rechtschapen en met een steeds openstaande belangstelling genoot hij onbetwist, naast het wetenschappelijke, een persoonlijk en zedelijk gezag. Dit kwam ondubbelzinnig tot uiting bij de viering van zijn gouden doctoraat, nu bijkans zes jaar geleden.

Lorentz' levenswerk vult een overgangperiode. Hij voltooide de natuurkunde der 19e eeuw en bereidde die van onze eeuw voor. Staande bij dit monument is het wellicht goed om zijn werk te zien geprojecteerd op een wijderen achtergrond, in verband met het grooter geheel. De menschheid behoeft voor haar ontwikkeling den eenling en bijwijlen culmineert zij in de gestalten harer eenlingen, zonder dat nochtans de eenling beteekenis heeft buiten die menschheid en haar eeuwige aspiraties naar de waarheid. Aldus willen wij Lorentz' werk zien als een moment in de verwezenlijking van het diep-menschelijk verlangen, de werkelijkheid te kennen, en hare manifeste wonderen te verstaan.

In 1875 verschijnt Lorentz' dissertatie die handelt over de terugkaatsing en de breking van het licht. Zij behelsde den overgang van de theorieën van Fresnel naar de electromagnetische theorie van Maxwell.

Den verren oorsprong van die theorieën vinden wij in de ontdekking door den Deen Römer, die bevond dat de lichtstralen tijd noodig hadden om van de planeet Jupiter ons te bereiken. Christiaan Huygens, in 1678, knoopt daarbij aan en tracht in zijn

1) Te Arnhem uitgesproken 9 September 1931.  
Physica XI.

Traité de la Lumière van deze voortplanting van het licht een verklaring te vormen met behulp van een beeld, hetwelk iedereen kent, die wel eens een wateroppervlak in één punt heeft aangeraakt, en de cirkelvormige golven heeft gadegeslagen die zich om dat punt uitbreiden. Evenzoo, aldus Huygens, breiden zich in de ruimte rondom een lichtgevend punt golven uit in steeds grooter wordende bollen.

Zulk een beeld sluit in zich een drager en voortplanter der golven, een stof die in golvende beweging verkeert, een hypothetische lichtaether. Huygens dacht aan een uiterst ijl gas. In zulk een gas kan de golving slechts bestaan uit een afwisseling van verdichtingen en verdunningen, tengevolge van trillingen in de richting der stralen. In een gas zijn alleen longitudinale trillingen mogelijk. Dit nu is voor het licht, gezien de feiten, niet houdbaar.

Huygens had reeds zelf nagedacht en metingen verricht aan kalkspaatkristallen, over hun wonderlijke eigenschap om bij de lichtbreking uit één lichtstraal er twee te maken, zoodat men, door zulk een kristal kijkende, de voorwerpen dubbel ziet. Bewonderenswaardig is Huygens' theoretische analyse, die hem tot het besluit bracht, dat er in dergelijke stoffen als kalkspaat tweeërlei golffronten zijn: gewone bolvormige, en buitengewone ellipsoïdale.

Vanwaar deze verdubbeling van golffronten, verdubbeling van het optisch gedrag? Het beeld van een gas biedt daartoe generlei mogelijkheid.

Het was Augustin Fresnel, die in 1821 den moed had, een hypothese te omhelzen welke radicaal tegen heerschende opvattingen inging. De trillingen van den lichtaether zouden niet plaats hebben in de richtingen van den straal, maar in richtingen, gelegen in de golffronten, en dwars op den lichtstraal. De lichttrillingen zouden transversaal zijn.

Maar indien de lichttrillingen transversaal zijn, brengen zij in den lichtaether geen verdichtingen en verdunningen teweeg, maar wel verwringingen. Indien de lichtaether vermag zich elastisch daartegen te verzetten, is hij niet gasvormig, maar heeft hij de eigenschappen van een vast lichaam!

Twee bezwaren rijzen. Ten eerste: hoe kunnen de gewone lichamen zich door een vasten aether heenbewegen? Ten tweede: in een vast lichaam zijn, behalve de twee transversale, ook nog longi-

tudinale trillingen mogelijk. Indien de lichtaether zich als vast lichaam gedraagt: waarom zijn dan die longitudinale lichttrillingen niet te vinden? Ten aanzien van het eerste bezwaar had *Fresnel* reeds eerder 1818 in de overtuiging uitgesproken, dat alle lichamen volkomen doordringbaar zouden zijn voor den lichtaether. Bij de beweging van een lichaam zou aan de voorzijde de aether het lichaam binnendringen om het aan de achterzijde te verlaten. Voor zoover echter de aether binnen een stof als water verdicht is, zou alleen het meerdere in de beweging van het water deelen. Het gevolg voor de lichtvoortplanting is, dat de aether schijnt te bewegen met een gemiddelde snelheid, die een fractie is van de snelheid van het water. Deze fractie heet de meesleepingscoëfficiënt van *Fresnel*. In stroomend water zouden aldus de lichtgolven zich voortplanten in een ten deele medestroomenden aether, en hun snelheid wordt vermeerderd met die aethersnelheid. Door *Fizeau* kon dit effect worden gemeten, en hij bevond het in overeenstemming met *Fresnel's* meesleepingscoëfficiënt.

Aan het tweede bezwaar kon *Fresnel*, noch iemand na hem, tegemoet komen. In een vasten lichtaether zouden longitudinale lichttrillingen moeten optreden, en die werden nimmer gevonden. In dit opzicht kon slechts de hypothese van *James Clerk Maxwell* uitkomst brengen, die in het licht zeer snelle trillingen van electromagnetischen aard herkende.

Hier zijn wij weder terug bij de dissertatie van *Lorentz*. Op andere detailpunten van terugkaatsing en breking onderwierp hij *Fresnel's* theorie aan kritiek, en zijne conclusie luidde: „dat aan *Maxwell's* hypothese de voorrang boven de vroegere undulatietheorie moet toegekend worden”. Voortgaande, met een blik op de toekomst, laat *Lorentz* hierop volgen: „ook de andere lichtverschijnselen beloven, in verband met die hypothese beschouwd, veel bij te dragen tot de vermeerdering onzer kennis. Men denke slechts aan de kleurschifting, de draaiing van het polarisatievlak en de wijze, waarop deze met de moleculaire structuur samenhangen; verder aan de mechanische krachten, die misschien bij de lichtverschijnselen kunnen optreden en aan den invloed, dien uitwendige krachten, of de beweging der middenstoffen daarop uitoefenen. Eindelijk aan de emissie en absorptie van het licht en de stralende warmte”.

Het is merkwaardig, hoe veel van *Lorentz'* latere studies uitwerkingen blijken van ideeën, in deze enkele regels aangeduid. Hij doordringt de theorie van *Maxwell* met een atomistische opvatting der electriciteit. Overtuigd als hij is van de juistheid der moleculair-kinetische voorstellingen, die in het submicroscopisch kleine de materie zien als de wisselwerking en samenhang van in beweging verkeerende deeltjes, — en tot welker ontwikkeling hij menige verhandeling heeft bijgedragen — ligt het in *Lorentz'* lijn de rol te analyseeren die kleine geladen deeltjes spelen in het electromagnetisch gedrag der lichamen. De uitwerking dezer taak leidt hem tot zijn electronentheorie. In dezer grondstellingen vereenigt hij denkbeelden van *Fresnel* met die van *Faraday* en *Maxwell*.

Van *Fresnel* neemt hij over de vastheid, ja onbeweeglijkheid van den aether. Alleen de materiele deeltjes kunnen zich bewegen, en zulks ongehinderd door den aether. Tot zoover *Fresnel*.

Alleen electriche deeltjes kunnen krachten ondervinden van den aether, maar slechts wanneer deze in een bijzonderen toestand, dien van electricch of magnetisch veld, verkeert, en omgekeerd kunnen zij op den aether uitsluitend inwerken door hem te brengen in dien toestand van electricch of magnetisch veld. Alle wisselwerking tusschen electriche deeltjes moet aldus door den aether worden overgebracht. Dat is *Faraday-Maxwelliaansch* gedacht.

*Lorentz* voegt hieraan toe een preciseering van de kracht, waarmede de aether op de electriche deeltjes werkt, hetzij in een electricch veld of, indien zij in beweging verkeerren, ook in een magnetisch veld.

Ter verklaring van de kleurschifting in glas gebruikt *Lorentz* de voorstelling van daarin aanwezige electriche deeltjes, die door de electromagnetische krachten van een lichtbundel uit hun evenwichtsstand en tot medetrillen kunnen worden gebracht. De golven die zij, als secundaire centra bij deze trillingen uitzenden — deze gedachte herinnert aan *Huygens* — beïnvloeden de primaire zoodanig, dat een kleinere voortplantingssnelheid van het totaal-effect er het gevolg van is. Naar gelang van de relatie tusschen het trillingsgetal, dat is de kleur van de lichttrillingen, en het getal der eigen trillingen per sec. die de electriche deeltjes bij een on-



gestoorde beweging zouden uitvoeren, verandert de sterkte en phase van de door het licht opgewekte beweging der deeltjes, en daarmee de resulterende lichtsnelheid. Voor verschillende kleur verschillende voortplantingssnelheid. Dat is de kleurschifting.

Het volgende probleem van fundamenteel belang is de invloed van bewegende middenstoffen, m.a.w. de z.g. meesleepingscoëfficiënt van *F r e s n e l*. Hoe groot zal de voortplantingssnelheid zijn van het licht in water, indien dit met een bepaalde snelheid stroomt? De aether staat volgens *L o r e n t z* hierbij stil, maar de electronen deelen in de stroomsnelheid van het water. Bij dit probleem past *L o r e n t z* voor het eerst eene methode toe, die een verre strekking blijkt te hebben. Wiskunde terzijde latende, kan men zeggen, dat hij zich realiseert, hoe een waarnemer zich de zaak voor oogen zou stellen, die zich met de stroomende electriche deeltjes medebeweegt, en hoe die te werk zou moeten gaan om het vraagstuk zoo eenvoudig mogelijk te stellen. Dit geschiedt met behulp van de z.g. transformatieformules, en de slotsom is, dat die medebewegende waarnemer voor het zelfde wiskundige vraagstuk staat als wij, wanneer wij met stilstaand water te doen hebben. De zelfde methode, deze transformatie van ruimte en tijd, gelijk men zegt, preciseert *L o r e n t z* later, voor de vragen die rijzen bij de gedachte aan de beweging der aarde door het heelal, en de slotsom der theorie, gelijk van de waarnemingen, was dat men van de absolute beweging door den aether niets bespeuren kan. Deze slotsom drukt volgens *L o r e n t z* den bijzonderen aard der natuurkrachten uit, welke o.a. medebrenge dat de vaste lichamen, indien zij zich met zekere snelheid bewegen, in de bewegingsrichting zich samentrekken, de *L o r e n t z*-contractie vertoonen.

Langs die transformaties, welke *L o r e n t z*' naam dragen, leidde de electronentheorie tot de relativiteitstheorie. *A l b e r t E i n s t e i n* begon hier, en drong op dien weg verder door tot de ontdekking van zijne gravitatietheorie. Het is treffend, dat *E i n s t e i n* daarbij denkbeelden in een leer omzette, welke reeds aan *C h r i s t i a a n H u y g e n s*, voor den geest hebben gestaan. Een groote gedachtencyclus *H u y g e n s*-*F r e s n e l*-*M a x w e l l*-*L o r e n t z*-*E i n s t e i n* is daarmee gesloten.

Het citaat uit de dissertatie verwijst ook naar „de stralende

warmte". De lichamen stralen warmte uit en slorpen ook uit invallende straling warmte op. Indien hun omgeving overal op dezelfde temperatuur is, vormt zich een straling van bepaalde samenstelling waarmede de lichamen in evenwicht zijn, zoo dat zij evenveel warmte er uit opsorpen als zelf uitstralen. *L o r e n t z* berekende deze samenstelling der straling uit de in details uitgewerkte voorstelling van de electriciteitsbeweging in de metalen, waarover hij beschikte. Hij vond dezelfde formule bevestigd die *R a y l e i g h* en *J e a n s* uit minder op het mechanisme ingaande beschouwingen hadden gevonden, maar die helaas niet in overeenstemming was met de metingen. Wij weten thans dat, wat aan die klassieke theorieën ontbrak, de onderstelling was die *M a x P l a n c k* eraan heeft toegevoegd, namelijk dat de energiestraling niet met willekeurige bedragen, niet in willekeurig kleine porties kan geschieden. Het universeele werkingsquantum van *P l a n c k* moest zijn intreden doen. Dat wij rustig overtuigd zijn van de noodzakelijkheid daartoe, danken wij aan *L o r e n t z* en aan de minutieuze zorg waarmede hij alle ook de verborgenste mogelijkheden der klassieke theorie opspoorde en overwoog.

In de dissertatie van 1875 lezen wij ook reeds, dat de theorie van de emissie van het licht „zou hebben aan te wijzen, hoe de elektrische bewegingen, die in de moleculen plaats hebben, met den physischen en chemischen toestand der stof samenhangen, een samenhang die aan de, in verrassende resultaten zoo rijke, spectraalanalyse ten grondslag ligt". Omtrent den aard van die elektrische bewegingen heeft men langen tijd in het duister getast. Eerst in 1896, door *Z e e m a n*'s ontdekking van de magnetische splitsing der spectraallijnen kon men weten, dat het bewegingen waren als van negatieve deeltjes, met een massa tweeduizend maal kleiner dan die van het lichtste atoom. Voor deze deeltjes heeft men den naam electronen gereserveerd. Ook inzake de lichtemissie moest *L o r e n t z*' electronentheorie buiten zich zelf uitwijzen. Hij heeft de mogelijkheden der klassieke theorie uitgeput. Zelf was hij het allermeeest bereid om nieuwe denkbeelden, hoe radikaal anders ook, te aanvaarden, mits de grondslagen precies, helder en duidelijk waren, en tot nauwkeurig verifieerbare conclusies leidden. Gij weet, dat het *N i e l s B o h r* was, die hier den eersten sleutel tot het raadsel der spectraallijnen heeft gevonden.

Veel heb ik in het duister moeten laten. Lorentz' werk voor de gemeenschap, in de Koninklijke Akademie der Wetenschappen, bij de berekening der waterstanden na de afsluiting der Zuiderzee, ik zweeg daarover. Het korte tijdsbestek laat niet anders toe.

Vraagt men, wat het essentiele punt is, het kenmerkende voor Lorentz' werk, dan is het de klare en scherpe scheiding der rollen van aether en materie. In dit punt onderscheidt hij zich van alle anderen, hierin is Lorentz eenig.

Gelijk zoo vaak geschiedt, verscheidene zijner vondsten werden ook elders gevonden. D r u d e werkte in Duitschland overeenkomstige theorieën uit voor de dispersie en de electriciteitsgeleiding. Fitz Gerald sprak in Ierland eveneens de hypothese uit van de contractie der bewegende lichamen. Lorentz' transformatieformules werden, onafhankelijk van hem, ook door L a r m o r in Cambridge en door E i n s t e i n in Bern gevonden. Het is dan ook niet deze of die vondst op zichzelf, het is het geheel van zijn werk, dat Lorentz' groot gemaakt heeft. Wars van gepraal met woorden of geniaaldoenerij, vinden wij hem altijd vervuld van een zin voor de werkelijkheid der natuur, zooals men die bij H u y g e n s aantreft, en van een voorliefde om zich van de bescheiden en eenvoudigste middelen te bedienen, zooals hij dat in F r e s n e l waardeerde. Die zakelijkheid en eenvoud maakten hem den ongevenaarden leider der geleerde S o l v a y-congressen.

Nu wij door de plaatsing van dit gedenkteeken nageslachten uitnoodigen terug te denken aan de figuur, die wij gekend, bewonderd en bemind hebben, past het, onzerzijds indachtig te zijn aan de groote geesten, die hem zijn voorgegaan, aan H u y g e n s, F r e s n e l en M a x w e l l, en te wijzen naar de nog levende mannen, wier werk evenwijdig met het zijne liep, als dat van P l a n c k, of het zijne voortzette, als dat van E i n s t e i n en van B o h r. De natuurkunde, die Lorentz, als leider, heeft gediend, is grooter dan zijn levenstijd, grooter dan zijn land. Daarom ziet gij de beeltenissen der genoemde natuurkundigen op den achtergrond om hem heen.

Tot het eerste drietal ging Lorentz' bewondering en liefde uit. Het tweede drietal ziet naar hem op als naar een leermeester, op wiens werk het hunne voortbouwt. Wij allen scharen ons in bewogenheid echter hunne bewondering en hunnen eerbied.

## RADIOREDE <sup>1)</sup> OVER DE FIGUUR VAN LORENTZ

door L. S. ORNSTEIN

Mchtig staat — een periode der natuurkunde beheerschend — de figuur van *L o r e n t z*. Zijn werk — grootsch bouwwerk naar vast plan van af den aanvang ontworpen — is bezielde door de grootsche gedachte een electrisch natuurbeeld te geven. Groot is de invloed die *L o r e n t z*' beschouwingen op de ontwikkeling der natuurkunde oefenen — hij geeft de volmaking der klassieke theorie maar is ook leeraar voor hen, die een nieuwe lijn gingen volgen. Zijn werk dringt mede serene klaarheid door tot de diepste problemen, hij ziet steeds de oplossing — die eenvoudig schijnt — als hij haar gevonden heeft.

*L o r e n t z* is een centrale figuur in de moderne natuurkunde om hem groepeerden generaties zich — door zijn diepe geest is hij in de samenkomsten der besten steeds de van zelf aangewezen leider.

Zeldzaam beheerschte *L o r e n t z* het instrument van den theoretischen natuurkundige — de wiskunde. Maar hij streefde er steeds naar bij de beschrijving der natuur zoo eenvoudig mogelijk hulpmiddelen te kiezen, nooit trachtte hij wiskundige virtuositeit ten toon te spreiden. Maar als het probleem het noodzakelijk maakte, bestonden geen grenzen voor zijn mathematisch kunnen.

Kenmerkend van al zijn werk is de klaarheid van zijn taal, — het is steeds weer een genot zijn verhandelingen te lezen. — Grooter genot nog was het hem zelf zijn werk te hooren voordragen. Hij bezat een suggestieve kracht die het zijn hoorders mogelijk maakte hem in zijn diepste beschouwingen te volgen — hij kon hen doen mede denken, ver vaak boven hun eigen denkracht.

Reeds zijn op 22-jarigen leeftijd geschreven dissertatie is een meesterstuk — zij bevat in zekeren zin het programma van zijn levenswerk.

1) Gehouden voor de A.V.R.O. op 8 September 1931.

Belangstelling in mensch en maatschappij, medeleven met verdrukten, liefde geven aan zijn naasten, de allerhoogste plichtsbetrachting, kenmerken deze groote geleerde ook tot een groot mensch.

Voor ons zijne leerlingen had hij een bijna vaderlijke zorg, hij toonde belangstelling in ons persoonlijk leven, in onze moeielijkheden en met zijn geweldig geheugen onthield hij van ieder alles en telkens kon het ons verbazen hoe hij na jaren dikwijls nog belangstellend vragen stellen kon over kleine bijzonderheden van ons leven, hem in vertrouwelijk oogenblik verteld. Wanneer wij tot hem kwamen moedeloos door de moeielijkheden die wij bij ons werk ondervonden, wist hij ons steeds op te beuren en niet alleen door een vriendelijk woord, doch bovenal door de hulp waarmede hij ons over het moeielijke punt heen hielp — waarbij het mooiste was, dat men vaak niet eens voelde, dat hij geholpen had — hij tooverde de gedachte waarom het ging ons brein binnen.

Bewonderenswaardig is de snelheid waar mede hij zich in problemen wist in te denken — als men bij hem kwam met werk waaraan men maanden besteed had en men denken mocht nu eens een oogenblik meer boven de materie te staan dan hij, dan behoefde men slechts kort zijn resultaten uiteen te zetten om spoedig te merken, dat de welwillende criticus, die met zijn vriendelijke oogen aankeek over zijn bril heen — dat hij ver boven de stof die besproken werd stond. En mocht gij u ontmoedigd voelen en in u de gedachte rijzen — waarom werken wij kleinen toch — *L o r e n t z* kan het alles beter als het noodig is, dan was het voor gij uw gedachte concipieerde een enkel vriendelijk woord dat u moed gaf voort te gaan.

Jaren lang heeft *L o r e n t z*, de groote theoreticus, in Leiden het experimenteele college gegeven — vriendelijk zijn beroemden collega *K a m e r l i n g h O n n e s* om diens zwakke gezondheid ontlastend — voorbeeld van hoog bewustzijn van hulpvaardigheid. En het was geen sinecure dit onderwijs, want talrijk waren de examens, die moesten worden afgenomen en veel zorg eischte de experimenteele voorbereiding. Wij danken aan dit college zijn nog steeds onovertroffen leerboek der elementaire Natuurkunde — generaties van medici werden door deze geest in de natuurwetenschappelijke gedachte ingewijd — menig oud-Leidsch medicus zal nog trotsch voelen eenmaal onder het gehoor van dezen man geweest te zijn. Zelf zeide hij mij eens, dat hij dankbaar was dit college ge-

geven te hebben — als men de grondslagen van zijn vak zoo elementair mogelijk moet voordragen — ziet men het best waar de moeilijke plaatsen zijn waar de zaken nog niet in orde zijn.

Naast het zuiverwetenschappelijke werk waarvan ik wil trachten een overzicht te geven heeft *Lorentz* belangrijk werk gedaan in verband met de afsluiting van de Zuiderzee. De vraag moest overwogen worden welke gevaren de opstuwing van de door de Wadden binnenkomende vloedwateren voor de dijken van Friesland, Noord-Holland en Groningen zou medebrengen. In een schitterend stuk theoretisch werk heeft *Lorentz* het probleem zoo weten te stellen, dat het oplosbaar was en de waarnemingen na de partieele afsluiting gedaan hebben de juistheid zijner beschouwingen getoond.

*Lorentz* wetenschappelijke levenswerk beweegt zich op het gebied van de leer van licht en electriciteit. Hij heeft ook in de kinetische theorie der gassen grondlegend werk gedaan. Doch de groote eigenschap van zijn geest is de synthese en zoo zal het geen verwondering baren dat hij het was, die de statistische methoden en gedachten der kinetische gastheorie in den beschouwingskring van licht en electriciteitsleer bracht.

*Maxwell* had, uitgaande zoowel van bijzondere als van algemeene mechanische voorstellingen, de electriciteitstheorie een nieuwe vorm gegeven. Zijn theorie brak met de werking op afstand tusschen de electriche ladingen en voerde het electromagnetische veld — de spanningstoestand in elk punt der ruimte aanwezig in. Doch de theorie bleef nog schematisch vooral waar zij de verschijnselen in de stof beschreef. In *Lorentz*' dissertatie paste hij *Maxwell*'s theorie toe om de breking en terugkaatsing van het licht te beschrijven. Wel vielen zoo met een slag al de moeilijkheden der toen algemeen geldende naar analogie van het geluid geconstrueerde elastische theorie weg, doch juist door de volmaakte afheid van *Lorentz*' werk voelde hij dat de eigenlijke schakel van electriciteit en materie in de electromagnetische lichttheorie ontbrak. Die te geven werd de nieuwe taak, die hij zich zelf stelde en de oplossing bracht ons de electriche theorie der materie en gaf *Lorentz* de sleutel tot het probleem der lichtvoortplanting in bewogen lichamen, de sleutel die de poort der relativiteitsnatuurkunde zou openen.

De voorstellingen omtrent electrolyten generaliseerend denkt hij zich de materie opgebouwd uit positieve en negatieve ladingen. De

laatste licht en bewegelijk — de electronen. Op die electronen werkt nu het electromagnetische veld. Terwijl er tusschen de deeltjes krachten bestaan, die hen tot atomen bijeenhouden in de niet geleiders — zal hij de geleiders beschrijven van uit de voorstelling, dat de electronen er vrij rond bewegen.

Was nu de werking der electriche kracht op de electronen gemakkelijk aan te geven, om de kracht die de beweging der electronen ten gevolge van het magneetveld ondervinden te leeren kennen was de greep noodig die *L o r e n t z* deed.

Het geniale ervan ligt in de omkeering van den gedachtegang, terwijl de atomistische theorie steeds uit de eigenschappen aan het atoom toegekend de eigenschappen der lichamen verklaart — waren hier uit de bekende wetten van het groote — die van het kleine af te leiden. Uit de werking van het magneetveld op de electriche stroom de kracht werd voor het electron. Door nu een stroom als een samenstel van de stroompjes op te vatten die de bewegende electronen zijn — kon hij tot de gezochte kracht komen — die in de wetenschap de naam van *L o r e n t z*' kracht dragen zou.

Toen deze kracht gevonden was, schonk *L o r e n t z*' geest ons op haar basis niet alleen de bewegingsleer der electronen doch ook de theorie der voortplanting van het licht in niet-geleiders en half geleiders — de beroemde dispersie-theorie, die nog de grondslag vormt van de moderne optica.

De groote ontdekking van *Z e e m a n* — de zelfs door *F a r a d a y* te vergeefs gezochte invloed van het magneetveld op de voortbrenging van het licht kon verklaard worden.

Wonderlijk eenvoudig doet ons thans de theorie van het *Z e e m a n*-effect aan — hoe gemakkelijk zien wij het magneetveld de trillende electronen in circelbanen dringen, hoe plastisch doorvoelen wij die beweging. En toch lag in die verklaring een der geniaalste gedachten van het eind der vorige eeuw — zij deed *L o r e n t z* den theoreticus en *Z e e m a n* den experimentator de Nobelprijs erlangen.

Vol van mogelijkheden is de nieuwe theorie der materie, die in snel tempo onze kennis verrijken. Indien de atomen de electriciteit trilde zijn deze kleine antennen en zullen zij dus straling uitzenden — het licht dat de materie doorloopt wordt opgeslorpt en des te meer, gezonden naarmate de afstemming beter is. Straling dempt de beweging der electronen — is dat de oorzaak der absorbtie — zij

kon het zijn — maar de theoreticus *L o r e n t z* bouwt beelden van de natuur — hij vraagt dus aan het experiment of de berekende straling voldoende is om de verschijnselen te verklaren — en als het antwoord ontkennend luidt vindt zijn rijk vernuft een nieuw en vruchtbaar beeld.

De atomen nemen in de trillingen der electronen energie uit de straling op — vooral als het atoom afgestemd is op de straling kan het bedrag hiervan groot worden. Doch de atomen staan niet stil ze bewegen dooreen en botsen en bij die botsing zal de in de trilling der electronen opgehoopte energie verloren gaan voor het electron en in de warmte beweging der atomen — hun voortschrijdende zigzag beweging — te voorschijn komen. Dit is de gedachte der botsingsdemping — de *L o r e n t z* sche botsingsdemping genoemd — die diep haar invloed zal doen gelden in de theorie van het licht — en ons zelfs van de constitutie der sterren lessen leeren zal.

Was de stralingsdemping niet de absorbtie-oorzaak, in de uitspreiding van het licht door de molekulen — die o.a. het blauw van den hemel veroorzaakt, was zij van groote beteekenis. Groot is ook de rol die zij bij *L o r e n t z*' beschouwingen der warmtestraling speelde. *L o r e n t z* wist uit zeer algemeene beschouwingen — haar gebruikend — de straling te berekenen die een metaalplaat uitzendt. De electronen in de plaat bewegen in snelle zigzag beweging tusschen de atomen en bij elke botsing stralen zij. Dat is de grondslag — het resultaat een stralingswet — die met de experimenten niet in overeenstemming is — doch zoo precies is de redeneering zoo scherp gesteld het algemeene beeld, dat *L o r e n t z* hier bewezen heeft, dat geheel nieuwe voorstellingen noodzakelijk waren. Zijn werk deed zien dat de quantum-theorie van het licht niet een phantasie was — doch dat de harde werkelijkheid gebod — fundamenteel nieuwe — de toen levende generatie zeer vreemde gedachten — die *P l a n c k* uitsprak te aanvaarden. De groote *L o r e n t z* gaf het bewijs en aanvaardde de nieuwe leer waarin hij ook weer prachtig werk zou doen.

De bewegingsleer der electronen voert hem hunne massa te onderzoeken en hij toont aan dat het mogelijk is haar geheel electromagnetisch op te vatten door op het met het electron bewegende elektrische veld te letten — het uitgangspunt van het elektrische wereldbeeld en een der grondpijlers van *E i n s t e i n*'s relativiteitsmechanica in de toekomst.



De weg naar de relativistische Natuurkunde is door Lorentz theorie der optische en electriche verschijnselen in bewogen lichamen geweest. In de electronen-theorie der materie vindt Lorentz hiervoor het uitgangspunt. Hij verklaart de beroemde proeven van Fresnel over de lichtvoortplanting in bewogen lichamen. Herhaaldelijk geeft hij zijn aandacht aan de proeven die de invloed van de beweging der aarde op de lichtvoortplanting zoeken. Het negatieve resultaat van Michelson's beroemde proef past niet in zijn oorspronkelijke theorie. — Hij onderwerpt de grondbegrippen aan een herziening — ziet dat hij het electron de eigenschap moet toekennen van vorm te veranderen als het beweegt en ziet dat hij door in plaats van tijd en ruimte die wij waarnemen nieuwe grootheden in te voeren de verschijnselen in de bewogen lichamen terug kan brengen tot die in rustende en weet zoo het uitblijven van een effect der aardbeweging in de ban zijner theorie te brengen. — Bewonderenswaardig groot is de denkkraft, die noodig was om de gesloten verklaring te krijgen. — Deze theorie van Lorentz leverde Einstein het uitgangspunt voor zijn relativiteitstheorie.

Aan de betrekkingen die tusschen ruimte en tijd in ten opzichte van elkaar bewegende stelsel bestaan — gaven Poincare en Einstein de naam. Lorentz transformatie — erkennend en huldigend de groote beteekenis van Lorentz werk bij de opbouw van zijn gedachten.

Naast dit de fundamenteelste problemen der Natuurkunde rakende werk — deed Lorentz veel groot werk waarvan ik zijn geschriften over de wervelbeweging in vloeistoffen en op het gebied der klinetische gastheorie noemen wil.

Groote invloed oefende Lorentz' werk op de ontwikkeling der Natuurkunde uit en nog steeds zijn zijn ideeën en theorieën, ook nu de fundamenteelste gedachten van ons vak wijziging onderging, van eminente beteekenis.

Onder de Physici van zijn tijd neemt hij een leidende positie in, hij is voorzitter der Solvay-congressen — en van al de internationale bijeenkomsten waar hij deel neemt. Zijn snelle denken zijn ongeveer evenaard beheerschen der taal ook waar het vreemde talen betreft dwingen bewondering af. Zijn vriendelijke persoonlijkheid gepaard

aan zijn sterke wil en zijn diepzinnige doorzicht zijn spreekwoordelijk in dien kring.

Als voorzitter der afd. Natuurkunde der Koninklijke Akademie van Wetenschappen heeft hij in het wetenschappelijk leven van Nederland een centrale positie, die hij met zijn geestelijke grootheid volkomen vult. In den grooten oorlog leidt hij de pogingen de Natuurwetenschap dienstbaar te maken aan het belang der ontwrichte gemeenschap.

Na den strijd, toen de geest van haat en tweedracht nog heerschen bleef tusschen de geleerden der vroeger vijandelijke landen trachtte hij in den geest, gematigd als hij was de eenheid te herkrigen voor de wetenschap — die grens noch ras kennen mag wil zij tot volle ontplooiing geraken.

In de afdeeling hooger onderwijs van onzen onderwijsraad gaf hij de leiding — vol was zijn tijd door zijn werk maar steeds wist hij de tijd te vinden voor wat hij zijn plicht achtte voor vaderland en gemeenschap.

Al de eerbewijzen, die de wetenschap en de staten te geven hebben aan de grooten van geest geworden hem — als nationaal eigendom zijn zij thans in het Trippenhuys waar de Akademie zetelt, in welks geschriften bijna al zijn belangrijke werk verscheen.

L o r e n t z is de grootste wetenschappelijke vertegenwoordiger van de groote geestelijke bloeiperiode die ons vaderland zag, — hij is de tijdgenoot van onze groote schilders en dichters en bouwmeesters. Meer dan een van hen mocht hij tot de volksverbeelding spreken.

Zijn werk te lezen en te genieten is slechts voor weinige vakkundigen weggelegd, maar de massa heeft toch weten te beseffen welk een man hij was, zoodat toen hij was heengegaan rouw was ver buiten de kring van zijn vrienden en leerlingen — ver buiten de kring der internationale wetenschap, die door haar eerste mannen vertegenwoordigd was aan zijn graf.

L o r e n t z was het symbool van Nederland's kunnen, van Neerlands grootheid — de omfloerste lantaarns van het oude Haarlem spraken de rouw van ons hart en de Bavo, die uitluidde ver over stad en velden meldde, dat er een koning van den geest was heengegaan — uit een dankbare natie.

## DE GRONDBEGRIPPEN DER MECHANICA <sup>1)</sup>

door R. DE LAER KRONIG

Het bekende boek van Kirchhoff, „Vorlesungen über Mechanik”, begint met de woorden: „Die Mechanik ist die Wissenschaft von der Bewegung; als ihre Aufgabe bezeichnen wir: die in der Natur vor sich gehenden Bewegungen *vollständig* und *auf die einfachste Weise* zu beschreiben”. De inhoud van dezen zin zal een ieder zeer eenvoudig en volkomen begrijpelijk voorkomen; toch liggen in deze woorden opgesloten de gewichtigste en meest principieele problemen, die men in de ontwikkeling der natuurkunde is tegengekomen. Ik zal trachten hier een kort overzicht van deze problemen te geven.

Het object van de mechanica is de materie, en haar taak is volgens de definitie van Kirchhoff, de bewegingen der materie te beschrijven. Als men probeert voorbeelden hiervoor te vinden, bemerkt men al spoedig, dat deze van zeer verschillenden aard kunnen zijn. Het is duidelijk, dat de beweging van een geweerkogel veel eenvoudiger is dan die van een stoommachine. Vraagt men zich af, wat hiervan tenslotte de oorzaak is, dan is het gemakkelijk in te zien, dat de verschillende punten van den kogel zich alle ongeveer op dezelfde wijze bewegen, omdat de afmetingen van den kogel klein zijn ten opzichte van de afmetingen van zijn baan, terwijl daarentegen de afmetingen van de stoommachine van dezelfde orde van grootte zijn als de banen, die hare onderdeelen doorloopen. Al vroeg heeft het zoeven geïllustreerde verschil in de eenvoudigheid van bewegingen ertoe geleid, een abstractie in te voeren, nl. de massapunt, een lichaam welks afmetingen oneindig klein zijn en welks bewegingen daarom de grootst mogelijke eenvoud vertoonen. Hierbij was ook nog het historische feit in het spel, dat de mecha-

---

1) Openbare les te Groningen, 15 October 1931.

nica oorspronkelijk is voortgekomen uit de astronomie, waar inderdaad de afmetingen van de bestudeerde objecten, de planeten, zeer klein zijn vergeleken met de dimensies van hunne banen. We zullen later zien, dat in de natuur aan de verwezenlijking van het begrip „massapunt” niet alleen grenzen van practischen, doch ook van principieelen aard zijn gesteld.

Het gedeelte van de mechanica, dat zich met de bewegingen van de massapunten bezig houdt, de puntmechanica, vormt ook den grondslag voor alle andere problemen der mechanica. Want de meer ingewikkelde lichamen, zooals de onderdeelen van de stoommachine in ons voorbeeld, kan men zich steeds samengesteld denken uit massapunten. Hierbij zijn de samenstellende massapunten door krachten gedwongen op constanten afstand van elkaar te blijven, zoodat de onderdeelen niet van vorm kunnen veranderen. Wij bevinden ons dus hier op het terrein van de mechanica van vaste lichamen. Maar ook de bewegingen van elastische lichamen, vloeistoffen en gassen kan de mechanica nagaan, indien zij deze als uit massapunten opgebouwd beschouwt. En iedereen weet, hoe men waterstromingen door gesuspendeerde modderdeeltjes, of luchtstromingen door rookdeeltjes zichtbaar kan maken, die enkele massapunten van de vloeistof of het gas uit hun omgeving naar voren brengen. Terloops zij hier opgemerkt, dat dit gedeelte van de mechanica, de hydrodynamica en de aerodynamica, ook in den modernen tijd een groote ontwikkeling heeft doorgemaakt. Vele belangrijke uitvindingen van de laatste jaren berusten op de hier verkregen inzichten. Ik noem alleen de verbeteringen in de stuurinrichtingen van schepen en vliegtuigen, en de vooral in Duitschland aan locomotieven algemeen aangebrachte rookgeleidingsplaten.

In de definitie van *Kirchhoff* is sprake van de bewegingen der lichamen. Dit begrip beweging lijkt heel eenvoudig. Want volgens het gewone taalgebruik is beweging niets anders dan verandering van plaats met den tijd, en wij zouden daarom op grond van het voorafgaande zeggen, dat wij de beweging van een lichaam kennen, wanneer wij van al zijne massapunten kunnen opgeven, waar zij zich op ieder tijdstip bevinden. De puntmechanica stelt zich tot taak om bij gegeven posities en snelheden op een zeker oogenblik de verdere beweging van de massapunten te berekenen.

Zij gaat hierbij uit van de bewegingsvergelijkingen van *Newton*, en leidt daaruit andere bewegingsvergelijkingen af, zooals die van *Lagrange* en *Hamilton*, die de behandeling van vele problemen zeer vergemakkelijken. Met de bepaling van het waar en het wanneer is het echter niet zoo eenvoudig gesteld. Om de posities van de constitueerende massapunten vast te stellen, is het noodzakelijk van een coördinatenstelsel uit te gaan. Wanneer men van een massapunt opgeeft, dat het zich op 1 Meter afstand van den achterwand van deze zaal, op 2 Meter afstand van den linkerwand en 1 Meter boven den grond bevindt, is daarmede niet alleen zijn plaats bepaald, maar tevens een bijzondere keus gedaan betreffende het coördinatenstelsel, in dit geval de zaal, ten opzichte waarvan de bepaling is geschied. Bij deze keus bestaat natuurlijk veel willekeur, en dit brengt ons meteen tot het zeer belangrijke bijvoegsel in de definitie van *Kirchhoff*, nl. dat de beschrijving der bewegingen op de eenvoudigste wijze moet gebeuren.

Er bestaat in Göttingen in het aerodynamisch instituut een kamer, die in haar geheel, vloer, plafond, wanden en al, om een as kan draaien en voor het bestudeeren van luchtstroomingen dient. Een verblijf in deze kamer is echter ook uit een ander oogpunt zeer leerrijk, ofschoon overigens buitengewoon onplezierig. Voor haar bezoeker, die door de ondoorzichtige wanden van de buitenwereld is afgesloten, is van de rotatie direct niets te zien. Hij zal echter geen oogenblik in twijfel zijn of de kamer stil staat of draait, en wel omdat de mechanica ten opzichte van de roteerende kamer geheel anders is dan ten opzichte van de kamer in rust. Terwijl in deze laatste voorwerpen, waarop verder geen krachten werken, op hun plaats blijven, hebben zij in de roteerende kamer de neiging zich naar de peripherie toe te bewegen. Zonder uitvoerige vooroefening is het in deze kamer niet mogelijk met succes bal te spelen. Tracht men de bewegingen der lichamen, die op de roteerende kamer als coördinatenstelsel betrokken zijn, in formules uit te drukken, dan worden deze veel ingewikkelder dan wanneer de kamer niet roteert. Volgens het voorschrift van *Kirchhoff* moet men dus de mechanica ten opzichte van het laatstgenoemde coördinatenstelsel formuleeren.

Het vraagstuk, dat wij zooveen tegenkwamen, heeft al heel vroeg in de geschiedenis van de mechanica een groote rol gespeeld. Als ik heden ten dage tegen een kind zeg, dat de zon om de aarde draait,

zal het mij dadelijk weten te vertellen, dat dit geheel onjuist is, en dat integendeel de aarde om de zon draait. Er zijn maar weinig menschen, die beseffen, dat hier geen sprake is van een juiste of een onjuiste bewering, maar dat bij de eerste opvatting, waar ik de aarde als coördinatenstelsel kies en de beweging van de zon en de planeten ten opzichte hiervan bepaal, deze beweging er ontzettend ingewikkeld en onoverzichtelijk uitziet, terwijl met een aan de zon verbonden coördinatenstelsel alles in een paar eenvoudige formules samengevat kan worden. Het lijkt merkwaardig in onzen tijd, dat een opvatting, die alleen de eigenschap van een grootere eenvoud boven een andere voor heeft, zonder dat deze andere onjuist genoemd mag worden, eens op den brandstapel met het leven betaald moest worden. Onze verbazing wordt echter minder als wij bedenken, dat het laatste woord in de definitie van *Kirchhoff* vergeleken bij de wenschen en verwachtingen van de middeleeuwen op een groote resignatie duidt. De bewegingen der lichamen beschrijven, dit beteekent, als toeschouwer feiten constateeren en in gesloten formules nauwkeuriger samenvatten, òf terwille van de intellectueele voldoening die dit geeft, òf terwille van de nuttige toepassing van het gevondene op techniek en nijverheid. Eens hoopte men echter hierdoor diepe inzichten te verkrijgen in de geheime krachten van het heelal, en macht over leven en dood. Zeer duidelijk komt het verschil tusschen de middeleeuwsche en de hedendaagsche opvatting aan het licht in het eerste en het tweede deel van *Goethe's Faust*. Faust als magier en Faust als technisch organisator: zelden heeft een dichter zoo helder de geest van het verleden en de stroomingen van de toekomst gevoeld.

De toenemende verbetering van de experimenteele hulpmiddelen heeft tot de ontdekking geleid van verschijnselen, die in tweeërlei opzicht een diepgaande critische revisie van de in de definitie van *Kirchhoff* voorkomende begrippen hebben noodig gemaakt. Deze rivisie betreft in de eerste plaats de begrippen ruimte en tijd, die met het begrip beweging onverbrekkelijk zijn verbonden. Bij de reeds eerder genoemde keus van een coördinatenstelsel blijkt nl. dat niet een enkel coördinatenstelsel van alle andere door de eenvoud van de wetten der mechanica zich onderscheidt. Want heeft men een stelsel gevonden, waarin de wetten der mechanica zoo

eenvoudig mogelijk zijn, dan zijn ook alle andere stelsels, die zich ten opzichte hiervan translatorisch met constante snelheid bewegen, daarmede volkomen equivalent. Zoo is de mechanica in een met constante snelheid in een rechte lijn rijdenden trein, afgezien van de kleine schommelingen, precies dezelfde als die op den vasten grond, en degene die daar bal zou willen spelen zou geen moeilijkheden ondervinden zooals in de roteerende kamer. Deze equivalentie van de zich translatorisch bewegende systemen met betrekking tot de mechanische verschijnselen was reeds lang bekend en gaf tot geen bezwaren aanleiding. Toen men echter begon de lichtvoortplanting nauwkeuriger te bestudeeren, kwam men voor paradoxen te staan. Men had tot dusver steeds een de gansche ruimte vullend medium aangenomen, de aether, waarin de lichtvoortplanting plaats had. Volgens deze hypothese moest er dan in de verschillende coördinatenstelsels een aetherwind van verschillende sterkte heerschen. En op grond hiervan verwachtte men een invloed van den bewegingstoestand op de verschijnselen der lichtvoortplanting en vooral op de waarde der lichtsnelheid. Toen men er niet in slaagde, de hieruit voortkomende effecten experimenteel te verkrijgen, ofschoon zij naar de berekeningen veel grooter dan de meetfouten moesten zijn, was het duidelijk, dat in de grondstellingen der theorie belangrijke wijzigingen aangebracht moesten worden.

Na het voorbereidend werk van Lorentz slaagde Einstein er in, door middel van een diepgaande critiek van de begrippen ruimte en tijd en van het daarmede in zoo nauw verband staande begrip der beweging, de moeilijkheden te overwinnen. In zijn relativiteitstheorie gaat Einstein uit van het postulaat, dat alle verschijnselen, niet alleen de mechanische, in de genoemde coördinatenstelsels naar precies dezelfde wetten verlopen. Uit dit postulaat kan men de eigenschappen afleiden van meetstokken en klokken, welke men noodig heeft bij de bepaling van plaats en tijd. De meest frappante eigenschappen zijn wel deze, dat een meetstok zich samentrekt en een klok langzamer gaat zoodra zij in beweging zijn. Deze verschijnselen treden weliswaar eerst dan merkbaar op wanneer de snelheid der beweging de lichtsnelheid nabij komt, en dus bij waarnemingen in het gewone leven en in het laboratorium niet te bereiken is. Maar op de wetten der mechanica is dit wel degelijk van invloed: het brengt o.a. mee, dat de massa, in de klassieke mechanica een constante, met toenemende snelheid

grooter wordt, zooals dit ook voor electronen in ontladingsbuizen experimenteel direct is aangetoond.

Deze speciale relativiteitstheorie — speciaal, omdat hier de equivalentie alleen van de zich translatorisch met constante snelheid bewegende systemen gepostuleerd wordt — heeft Einstein later uitgebreid tot een algemeene relativiteitstheorie. In deze theorie worden alle coördinatenstelsels als equivalent beschouwd. In plaats van de verschillen in de mechanica, zooals wij die in ons voorbeeld van de draaiende en de rustende kamer aantreffen, aan een verschillende bewegingstoestand toe te schrijven, kan men zich deze evengoed door een geschikt gravitatieveld veroorzaakt denken. Dit verband tusschen de eigenschappen van ruimte en tijd en de gravitatie werd echter pas mogelijk door verder afstand te doen van de in het dagelijksche leven als vanzelfsprekend aangenomen eigenschappen van meetstokken en klokken. De mathematische hulpmiddelen voor de beschrijving van deze samenhang werden door de lang tevoren uit zuiver wiskundige belangstelling ontwikkelde methodes der differentiaalgeometrie geleverd.

Naast een verruiming van ons inzicht betreffende de begrippen ruimte en tijd was ook een revisie van het begrip massapunt noodzakelijk. Wanneer men zich afvraagt, hoe deze abstractie in de natuur verwerkelijkt kan worden, dan stelt men zich dit het eenvoudigst voor, door lichamen van eindige afmetingen in steeds kleinere deelen te splitsen. Dit proces kan echter niet onbeperkt voortgezet worden, omdat, zooals wij uit andere takken van de natuurkunde en uit de scheikunde weten, de materie een atomistische structuur heeft. Ten slotte zullen wij bij het deelingsproces komen tot de atomen of de moleculen van de gebruikte substantie. De atoomphysica leert ons, dat ook deze atomen en moleculen nog samengesteld zijn, en wel uit atoomkernen en electronen. De atoomkernen heeft men verder kunnen splitsen in waterstofkernen en electronen, maar daarmee is men ook aan het eind gekomen, en alles duidt erop, dat deze als de laatste bouwstenen van de materie mogen worden beschouwd.

Men zou nu kunnen denken, dat deze deeltjes bijzonder geschikt waren om als vertegenwoordigers van het begrip massapunt op te treden. En inderdaad heeft men in een vroeger stadium van de atoomphysica getracht, de atomen als planetenstelsels te beschou-



wen, waarin zich de lichte electronen om de zware atoomkern als massapunten bewegen onder den invloed van wederzijdsche krachten, die omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstanden der deeltjes afnemen. Maar zelfs een kwalitatieve verklaring der atomaire eigenschappen was hiermede niet mogelijk, zonder hypothesen in te voeren, die met de geheele klassieke physica in strijd waren. De eerste dezer hypothesen, die wij aan P l a n c k en B o h r te danken hebben, houdt in, dat niet alle mechanisch mogelijke toestanden van het atoomsysteem in de natuur voorkomen, maar alleen enkele aan bepaalde voorwaarden voldoende toestanden, de stationaire toestanden. De tweede hypothese legt een verband tusschen de energieverschillen van deze stationaire toestanden en de frequentie van het licht, dat wordt uitgezonden of geabsorbeerd wanneer het atoom van toestand verandert. Vanwege het discontinue karakter, dat de atoomprocessen volgens deze hypothesen hebben, indien de energie telkens met een eindig bedrag, een quantum, moet veranderen, heeft men de hierop gebaseerde theorie quantumtheorie genoemd. Om tot een quantitative verklaring der atomaire verschijnselen te komen, was het echter noodzakelijk nog ingrijpender veranderingen in onze gewone zienswijze aan te brengen.

Moeilijkheden van even diepgaanden aard was men ook bij problemen, die met de eigenschappen van het licht verband houden, tegengekomen. Gedurende eenige eeuwen leek het, dat de strijd tusschen de corpusculaire theorie en de golftheorie van het licht, die respectievelijk in N e w t o n en H u y g e n s hun voornaamste voorvechters hadden, ten gunste van de golftheorie was beslist. Voornamelijk de interferentieproeven zijn alleen op grond van de golftheorie te verklaren. In de laatste vijftig jaren echter werden meer en meer verschijnselen bekend, die wezen op een puntvormige concentratie van de lichtenergie, die het gemakkelijkst met behulp van het corpusculaire denkbeeld voorgesteld kan worden.

De B r o g l i e had de geniale gedachte, dat de moeilijkheden, in de atoomtheorie ondervonden, voort konden komen uit het feit, dat ook de materie een analoog tweevoudig karakter heeft. Volgens hem is met ieder materieel deeltje, dus met ieder electron en met iedere atoomkern, een golfbeweging onverbrekkelijk verbonden,

waarvan de natuur nog afhankelijk is van het krachtveld waarin de deeltjes zich bewegen. De Broglie formuleerde zijn theorie alleen voor vrije deeltjes, maar Schrödinger gelukte het, deze beschouwing ook op deeltjes in een krachtveld uit te breiden, en zoo een quantummechanica of golfmechanica te ontwikkelen. In plaats van de bewegingsvergelijkingen der klassieke mechanica treedt dan een differentiaalvergelijking, de golfvergelijking, die wiskundig van denzelfden aard is als de differentiaalvergelijkingen, die al uit de trillingsleer bekend waren.

Het is hier niet de plaats om in te gaan op de vele vraagstukken der atoomphysica, die door de ontwikkeling der quantummechanica hun volledige verklaring hebben gevonden. Liever wil ik hier terugkeeren tot mijn uitgangspunt en aantonen, in hoever het begrip massapunt en zijn beweging hierdoor in een nieuw licht zijn komen te staan. Volgens de quantummechanica is aan een deeltje van gegeven snelheid een golfbeweging van bepaalde frequentie en golflengte toegevoegd. In het begrip van een zuivere golfbeweging nu ligt reeds opgesloten, dat men zich de golf steeds over de geheele ruimte uitgebreid moet denken, terwijl het begrip massapunt juist localisatie van de materie in een bepaald punt veronderstelt. Zoo ontstaat de noodzakelijkheid, te vragen naar de positie van het deeltje ten opzichte van de toegevoegde golf. De theorie antwoordt hierop, dat de intensiteit van de golf op elke plaats alleen maar een waarschijnlijkheid geeft, om het deeltje daar te vinden. Zoodra de snelheid van het deeltje gegeven is, verdwijnt dus de mogelijkheid zijn plaats met zekerheid te bepalen. Omgekeerd, als wij van een deeltje weten, waar het zich bevindt, dan kunnen wij door superpositie van golven met verschillende frequentie een „golfpakket” construeeren, van dien aard, dat de intensiteit der golfbeweging alleen in de onmiddellijke omgeving van het deeltje van nul verschillend is. Aan het feit echter, dat hier golven van alle mogelijke frequenties in het spel zijn, beantwoordt dan een onzekerheid in de waarde van de snelheid van het deeltje. De nauwkeurige plaatsbepaling sluit dus de gelijktijdige bepaling der snelheid uit. Het is de verdienste van Heisenberg en Bohr op deze samenhang het eerst de aandacht gevestigd te hebben.

In de klassieke mechanica werd als vanzelfsprekend aangenomen, dat het mogelijk is zowel de plaats als de snelheid van een massa-

punt met elke gewenschte nauwkeurigheid te bepalen. Reeds uit de wijze waarop het fundamenteele probleem van de klassieke mechanica gesteld is, blijkt dit heel duidelijk. Want, zooals wij zagen, wordt er naar de toekomstige beweging van de massapunten gevraagd, wanneer hun posities en snelheden op een gegeven tijdstip bekend zijn. De principieele onmogelijkheid volgens de quantummechanica om posities en snelheden van de elementaire deeltjes tegelijkertijd vast te stellen, brengt mede, dat men omtrent het verdere verloop van de beweging hier slechts statistische voorspellingen kan doen. Om een voorbeeld te noemen: als we van een electron met zekerheid weten, waar het zich op een bepaald tijdstip bevindt, dan kunnen wij alleen een waarschijnlijkheid opgeven, dat wij het na verloop van een seconde op een ander gegeven punt zullen aantreffen.

Daar het bij de uitkomsten der mechanica steeds om experimenteele feiten gaat, kunnen wij ons afvragen, hoe in deze feiten een onzekerheid kan ontstaan, die aan de onzekerheid in het wiskundig formalisme beantwoordt. In de klassieke physica was men steeds van meening, dat een eventueele onnauwkeurigheid in de meetresultaten slechts haar oorzaak kon vinden in de onvolkomenheid van den waarnemer of van de meetinstrumenten, en dat men de meetfouten door verbetering der methodes — tenminste in principe — tot een willekeurig laag bedrag kon terugbrengen. Als men bijvoorbeeld de beweging van een massapunt wil bepalen, dan zou dit kunnen geschieden door er een meetstok tegen aan te leggen. Door den druk, die de meetstok hierbij op het massapunt uitoefent, zouden kleine verschuivingen kunnen ontstaan, die een onnauwkeurigheid in de bepaling der beweging zouden kunnen teweegbrengen. Om de meting te verbeteren zou men dan het massapunt kunnen belichten en door een microscoop waarnemen zonder er materieele lichamen mede in aanraking te brengen. Hierbij is echter in aanmerking te nemen, dat ook het licht een zekeren druk op de materie uitoefent. Doch wij kunnen volgens de klassieke physica dezen druk willekeurig klein maken door de intensiteit van het licht te verminderen. Op deze wijze zou dan een volkomen scheiding tusschen het subject, den waarnemer, en het object, het massapunt, tot stand gebracht kunnen worden.

In werkelijkheid echter is deze volkomen scheiding niet te berei-

ken, en weliswaar niet alleen vanwege eventueele technische moeilijkheden, doch op gronden van principiëelen aard. Want zooals ik in den loop van deze beschouwing reeds heb opgemerkt, zijn de atoomverschijnselen door een eigenaardige discontinuïteit gekenmerkt. In ons voorbeeld van de beweging van een massapunt doet zich deze discontinuïteit ook gelden. De puntvormige concentratie der lichtenergie, waarvan reeds eerder sprake was, brengt nl. mede, dat in werkelijkheid niet de gelijkmatige lichtdruk uit de klassieke physica optreedt, maar dat het massapunt onregelmatige schokken ondergaat, wanneer het door de „lichtquanta” wordt getroffen. Door de lichtintensiteit te verminderen kan de hevigheid van deze schokken niet gereduceerd worden; alleen hun aantal zal daardoor afnemen. Het is dus niet mogelijk den volkomen oncontroleerbaren invloed van deze schokken te elimineeren, en aan de scheiding van subject en object zijn door de natuur zelf grenzen gesteld. Geheel analoge verhoudingen zal men in alle andere voorbeelden aantreffen, die men ter illustratie van het hier beweerde zou willen aanvoeren.

Deze laatste beschouwing heeft ook voor filosofen en psychologen haar interessante zijde. Zoo wordt ons hier door de physische verschijnselen zelf duidelijk gemaakt, hoe zinloos het begrip is van een van het menschelijk bewustzijn onafhankelijke natuur. Ook hebben, zooals wij zagen, de elementaire deeltjes der materie in hun bewegingen om zoo te zeggen de vrije keus tusschen verschillende mogelijkheden, een eigenschap, die in scherpe tegenstelling is met de causaliteit van de klassieke physica, en die men bijna menschelijk zou kunnen noemen. Wanneer men nu bedenkt, dat deze causaliteit, ofschoon maar door weinigen in extenso begrepen, haar schaduw heeft geworpen over het geheele leven en zich in het naieve materialisme van de vorige eeuw heeft weerspiegeld, dan zal men zich afvragen of ook de nieuwe zienswijze een invloed op het geestelijk leven in het algemeen zal uitoefenen. Ik meen daaraan niet te mogen twifelen.

# TABELLEN VOOR DE STRALINGSFORMULE VAN PLANCK

door W. DE GROOT

## Summary.

This paper contains the construction of a table for Planck's radiation formula.

Direction for use:

From table 2 take the numbers  $a_\lambda$  and  $a_T$  corresponding to the given values of  $\lambda$  and  $T$  (the same column contains both  $\lambda$ - and  $T$ -values in  $\text{\AA}$  and  $^\circ K$  respectively). Add these two numbers together

$$a_\lambda + a_T = \log x.$$

Then from table 1 take the value of  $\varphi(x)$  corresponding to the  $\log x$  just found. The monochromatic radiation from  $1 \text{ cm}^2$  of the radiating surface per steradian perpendicular to the surface of the radiator within a wavelength range of  $1 \text{\AA}$ , is given in erg/sec by

$$A \cdot T^5 \cdot \varphi(x).$$

The value of  $AT^5$  is also to be found in table 2. The value of  $c_2$  used is  $1,4325 \text{ cm} \cdot ^\circ K$  and that of  $c_1$   $3,703/\pi 10^{-5} \text{ erg cm}^2 \text{ sec}^{-1}$ .

De stralingsformule van Planck vindt uitgebreide toepassing in photometrie, optische pyrometrie, en in het algemeen bij intensiteitsmetingen in het spectrum, zoowel in het zichtbare deel daarvan als daarbuiten.

De genoemde toepassingen doen de behoefte gevoelen aan tabellen waarin de waarde van de functie van Planck in afhankelijkheid van temperatuur en golflengte kan worden gevonden.

Een dergelijke tabel behoort zoodanig te zijn, dat men voor golflengten en temperaturen die niet in de tabel voorkomen, gemakkelijk kan interpoleren. Aan deze voorwaarde voldoen de tabellen die tot heden werden aangeboden veelal niet in die mate waarin men dit redelijkerwijs mag wenschen. In de International Critical Tables b.v. vindt men in het gebied  $1000\text{--}4000 \text{\AA}$  de

golfenlge opklimmende met  $1000 \text{ \AA}$ , terwijl de temperatuur b.v. springt van  $3000^\circ$  op  $4000^\circ$  zonder tusschenwaarde. Hieronder wordt een tabel geboden die zoodanig is ingericht dat iedere volgende golfenlge slechts 2,3% van de vorige verschilt, terwijl hetzelfde geldt voor de temperaturen.

$$\begin{array}{ll} \text{(b.v. } \Delta \lambda = 23 \text{ \AA} \text{ bij } 1000 \text{ \AA} & 115 \text{ \AA} \text{ bij } 5000 \text{ \AA} \\ \Delta T & 23^\circ K \text{ ,, } 1000^\circ K & 69^\circ K \text{ ,, } 3000^\circ K \end{array}$$

De stralingsformule van Planck

$$E(\lambda, T) d\lambda = c_1 \lambda^{-5} / (e^{c_2/\lambda T} - 1) d\lambda$$

kan hiertoe, in overeenstemming met de verschuivingswet van Wien gebracht worden in den vorm:

$$E = BT^5 y^5 / (e^y - 1)$$

waarin

$$B = c_1 c_2^{-5} \quad y = c_2 / \lambda T.$$

Een tabel van de functie van Planck kan dus, voor zoover het relatieve waarden betreft uit een enkele kolom bestaan <sup>1)</sup>.

De berekening dezer tabel moge met enkele woorden worden toegelicht:

De formule is geschikt gemaakt voor Briggiaansche logaritmen:

$$E = A \cdot T^5 x^5 / (10^x - 1)$$

waarin

$$\begin{array}{ll} A = c_1 (c_2 M)^{-5} & x = M c_2 / \lambda T \\ c_2 = 1,4325 \cdot 10^8 & \text{wanneer } \lambda \text{ in } \text{\AA}, d\lambda \text{ in } \text{\AA} \\ & T \text{ in } ^\circ K \end{array}$$

$$M = \log e = 0,4343$$

$$c_1 = 1,18 \cdot 10^{-20(1)} \text{ watt } \text{\AA}^4/\text{cm}^2 = 1,18 \cdot 10^{-13(1)} \text{ erg } \text{\AA}^4/\text{cm}^2 \text{ sec}$$

1) Nieuw is dit idee niet. Zoo geeft C. Fabry in zijn „Introduction Générale à la Photométrie” (Ed. Revue d’Optique 1927, page 121)

$$r = I(\lambda, T) = \tau E(\lambda, T) = r_{max} \cdot y(x)$$

in den vorm eener tabel voor 213 verschillende waarden van  $x = \lambda/\lambda_{max}$  tusschen 0,1 en 50 (overeenkomende met onze  $\log x$  tusschen  $-1,37$  en  $1,33$ ), waarbij aangegeven is, dat

$$r_{max} = 1,301 (T/1000)^5.$$

Ook het „Bureau of Standards (Miscell. publication No. 56, Sh. 7) geeft een tabel voor  $E/E_{max}$  als functie van  $\lambda T$  voor 158 waarden van  $\lambda T$  ( $\mu \cdot ^\circ K$ ) tusschen 400 en 20500 (overeenkomende met onze  $\log x$  tusschen  $-0,5$  en  $1,21$ ).

$c_1$  is zoo gekozen dat de formule de straling geeft van  $1 \text{ cm}^2$  normaal op het stralende oppervlak per eenheid van openingshoek in een golflengtegebied van  $1 \text{ \AA}$  breedte. Men begint met een kolom  $\log x$  in te richten, opklimmende met  $0,01$  (vandaar de  $2,3\%$ ;  $\log 1,023 = 0,01$ ). Daarnaast komt de  $x$ -kolom; voor het interval  $0 < \log x < 1, 1 < \lg x < 2$  enz. en eveneens voor  $-1 < \lg x < 0$  herhalen zich de  $x$ -waarden op een factor  $10$  na. In het interval  $0 < \lg x < 1$  moet  $x$  in  $5$  decimalen worden opgezocht, wil men later tot het eind der tabel ( $\lg x = 1,2$ )  $\frac{1}{2}\%$  nauwkeurigheid bereiken.

Uit de waarden van  $x$  vindt men direct  $\log(10^x - 1)$  door gebruik te maken van een tabel van logaritmen van *G a u s s* en daaruit

$$-\lg \varphi(x) \text{ en } \lg \varphi(x)$$

waarin

$$\varphi(x) = x^5/(10^x - 1).$$

Hierbij doet zich nog de vereenvoudiging voor, dat voor

$$x > 3$$

$\log(10^x - 1)$  practisch  $= x$ , in overeenstemming met de stralingsformule van *W i e n* terwijl voor kleine  $x$ -waarden, n.l.

$$x < 0,1$$

$$\begin{aligned} 10^x - 1 &= e^{x/M} - 1 = 1 + x/M + x^2/2M^2 \dots - 1 \\ &= (x/M) [1 + (x/2M)] \end{aligned}$$

zoodat:

$$\begin{aligned} \log(10^x - 1) &= -\log M + \log x + x/2 \\ -\log \varphi(x) &= -\log M - 4 \log x + x/2 \end{aligned}$$

in overeenstemming met de stralingsformule van *R a y l e i g h* wanneer  $x/2$  te verwaarloozen is.

Behalve deze tabel heeft men nog een tweede noodig waaruit bij iedere combinatie  $\lambda, T$  de waarde van  $x$  kan worden gevonden. Deze tabel kan nu als volgt worden ingericht. Men begint te zoeken die waarde waarvoor  $\lambda = T$  en tevens

$$\log x = \log M + \log c_2 - \log \lambda - \log T = 0.$$

Deze waarde is 7887 Å resp. °K. Wanneer men nu daaronder de getallen laat volgen waarvan de logaritmie is

$$\log 7887 - a$$

( $a$  opklimmende met 0,01), dan is

$$\log x = a_\lambda + a_T$$

waarin  $a_\lambda$  en  $a_T$  voorstellen de waarden van  $a$  behorende bij de waarden van  $\lambda$  en  $T$  van de combinatie voor welke men  $\log x$  wenschte te kennen.

Achter ieder getal van deze kolom, als temperatuur opgevat, kan men dan nog de waarde van  $AT^5$  laten volgen. Daar de logaritmen van  $T$  met 0,01 opklimmen zullen de waarden van  $\log AT^5$  zich 5 maal herhalen in het interval  $0 < a < 1$ . Dit interval is zoowel voor golflengte (800—8000 Å) als temperatuur (800—8000°K) het meest voorkomende. Uitbreiding van het interval komt neer op vermeerdering van  $a$  met een geheel getal en het bijvoegen van factoren 10 bij de waarde van  $AT^5$ . Met deze twee tabellen kan men nu snel een aantal waarden van de stralingsfunctie construeeren in een gewenscht golflengtegebied voor 2 temperaturen rondom de gegeven temperatuur, waaruit door niet te grove interpolatie de gewenschte waarden kunnen worden afgeleid.

Aan een enkel voorbeeld moge het gebruik der tabellen worden toegelicht. Gevraagd worden de straling van een gloeiend wolframoppervlak van  $2 \times 0,2 \text{ cm}^2$  (wolframbandlamp) per eenheid van openingshoek loodrecht op dit oppervlak, in het golflengtegebied 2750—3000 Å wanneer de temperatuur van het wolframband 2999°K bedraagt.

Wij vinden:

$\lambda =$	3069	2999	2930	2864	2799	2735 Å
$a_\lambda =$	0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,46
$a_T =$	0,42					
$\log x =$	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88

Dit levert direct de relatieve energiewaarden

	24,5	19,1	14,8	11,4	8,65	6,52
--	------	------	------	------	------	------



terwijl de absolute waarden verkregen worden door vermenigvuldiging met

$$10^{-4} \times 3,08 \times 10^5 = 30,8.$$

Deze waarden zijn dan nog te vermenigvuldigen met het oppervlak 0,4 en met het emissievermogen van wolfram, dat in het genoemde golflengtegebied volgens Spiller<sup>1)</sup> 0,71 bedraagt ten slotte vindt men, graphisch integreerende, voor de totale straling in dit gebied:

$$\begin{aligned} 3110 \times 30,8 \times 0,40 \times 0,71 &= 2,7 \cdot 10^4 \text{ erg/sec} \\ &= 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ watt.} \end{aligned}$$

Een contrôle op de juistheid van de tabel werd gemaakt door te berekenen de hemispherische straling per cm<sup>2</sup> per sec in het maximum der verdeelingsfunctie. Voor dit maximum bedraagt  $\varphi$   $3,27 \cdot 10^{-1}$ .

Wij vinden:

$T$	$E$ (erg/ $\text{\AA}$ )	$I.C.T.$
1000	$1,295 \cdot 10^3$	$1,29 \cdot 10^3$
2000	$4,15 \cdot 10^4$	$4,15 \cdot 10^4$
3000	$3,15 \cdot 10^5$	$3,15 \cdot 10^5$

De heer J. Riemens was behulpzaam bij de berekening en correctie der tabellen.

1) Zs. f. Phys. 64, 42, 1930.

Eindhoven, 7 Maart 1931. Natuurkundig Laboratorium der  
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

TABEL I.

$\log x$	$\log \phi$	$\phi(x)$	$\log x$	$\log \phi$	$\phi(x)$
$\bar{2},00$	$\bar{9},632$	$4,29 \cdot 10^{-9}$	$\bar{2},40$	$\bar{7},226$	$1,68 \cdot 10^{-7}$
,01	,672	4,70	,41	,266	1,85
,02	,712	5,15	,42	,306	2,02
,03	,752	5,65	,43	,346	2,22
,04	,792	6,19	,44	,385	2,43
,05	,832	6,79	,45	,425	2,66
,06	,872	7,45	,46	,465	2,92
,07	,912	8,17	,47	,504	3,19
,08	,952	8,95	,48	,544	3,50
,09	,992	9,82	,49	,584	3,84
,10	$\bar{8},031$	$1,07 \cdot 10^{-8}$	,50	,623	4,20
,11	,071	1,18	,51	,663	4,60
,12	,111	1,29	,52	,703	5,05
,13	,151	1,42	,53	,742	5,52
,14	,191	1,55	,54	,782	6,05
,15	,231	1,70	,55	,821	6,62
,16	,271	1,87	,56	,861	7,26
,17	,311	2,05	,57	,900	7,94
,18	,351	2,24	,58	,940	8,71
,19	,391	2,46	,59	,979	9,53
,20	,431	2,70	,60	$\bar{6},019$	$1,04 \cdot 10^{-6}$
,21	,471	2,96	,61	,058	1,14
,22	,511	3,24	,62	,097	1,25
,23	,550	3,55	,63	,137	1,37
,24	,590	3,89	,64	,176	1,50
,25	,630	4,27	,65	,216	1,64
,26	,670	4,68	,66	,255	1,80
,27	,710	5,13	,67	,295	1,97
,28	,749	5,61	,68	,334	2,16
,29	,789	6,15	,69	,373	2,36
,30	,829	6,75	,70	,413	2,59
,31	,869	7,40	,71	,452	2,83
,32	,909	8,11	,72	,492	3,10
,33	,948	8,87	,73	,531	3,40
,34	,988	9,73	,74	,571	3,72
,35	$\bar{7},028$	$1,07 \cdot 10^{-7}$	,75	,610	4,07
,36	,068	1,17	,76	,649	4,46
,37	,107	1,28	,77	,688	4,88
,38	,147	1,40	,78	,728	5,35
,39	,187	1,54	,79	,767	5,85

TABEL 1.

$\log x$	$\log \phi$	$\phi(x)$	$\log x$	$\log \phi$	$\phi(x)$
2,80	6,806	6,40 $10^{-6}$	1,20	4,356	2,27 $10^{-4}$
,81	,845	7,00	,21	,394	2,48
,82	,885	7,67	,22	,432	2,70
,83	,924	8,39	,23	,469	2,94
,84	,963	9,18	,24	,507	3,21
,85	5,002	1,00 $10^{-5}$	,25	,545	3,51
,86	,041	1,10	,26	,582	3,82
,87	,080	1,20	,27	,620	4,17
,88	,119	1,32	,28	,658	4,55
,89	,158	1,44	,29	,696	4,97
,90	,197	1,57	,30	,734	5,42
,91	,236	1,72	,31	,771	5,90
,92	,275	1,88	,32	,808	6,43
,93	,314	2,06	,33	,846	7,01
,94	,353	2,25	,34	,883	7,64
,95	,392	2,47	,35	,920	8,32
,96	,431	2,70	,36	,958	9,08
,97	,470	2,95	,37	,995	9,89
,98	,509	3,23	,38	3,032	1,08 $10^{-3}$
,99	,548	3,53	,39	,069	1,17
1,00	,587	3,86	,40	,106	1,28
,01	,626	4,23	,41	,143	1,39
,02	,665	4,62	,42	,180	1,51
,03	,703	5,05	,43	,217	1,65
,04	,742	5,52	,44	,253	1,79
,05	,780	6,03	,45	,289	1,95
,06	,819	6,59	,46	,325	2,11
,07	,857	7,19	,47	,361	2,30
,08	,896	7,87	,48	,397	2,49
,09	,935	8,61	,49	,433	2,71
,10	,973	9,40	,50	,469	2,94
,11	4,012	1,03 $10^{-4}$	,51	,505	3,20
,12	,050	1,12	,52	,541	3,48
,13	,088	1,22	,53	,577	3,78
,14	,127	1,34	,54	,613	4,10
,15	,165	1,46	,55	,648	4,45
,16	,203	1,60	,56	,683	4,82
,17	,242	1,75	,57	,718	5,22
,18	,280	1,91	,58	,753	5,66
,19	,318	2,08	,59	,788	6,14

TABEL 1.

$\log x$	$\log \phi$	$\phi(x)$	$\log x$	$\log \phi$	$\phi(x)$
1,60	3,822	6,64 $10^{-3}$	0,00	1,046	1,11 $10^{-1}$
,61	,857	7,19	,01	,070	1,17
,62	,895	7,85	,02	,094	1,24
,63	,929	8,49	,03	,117	1,31
,64	,963	9,18	,04	,140	1,38
,65	,997	9,93	,05	,162	1,45
,66	2,031	1,07 $10^{-2}$	,06	,184	1,53
,67	,064	1,16	,07	,205	1,60
,68	,097	1,25	,08	,226	1,68
,69	,130	1,35	,09	,246	1,76
,70	,163	1,46	,10	,265	1,84
,71	,196	1,57	,11	,284	1,92
,72	,229	1,69	,12	,303	2,01
,73	,262	1,83	,13	,321	2,09
,74	,295	1,97	,14	,338	2,18
,75	,327	2,12	,15	,354	2,26
,76	,359	2,29	,16	,370	2,34
,77	,391	2,46	,17	,385	2,43
,78	,422	2,64	,18	,400	2,51
,79	,453	2,84	,19	,413	2,59
,80	,484	3,05	,20	,426	2,67
,81	,515	3,27	,21	,438	2,74
,82	,546	3,52	,22	,450	2,82
,83	,576	3,77	,23	,461	2,89
,84	,606	4,04	,24	,471	2,96
,85	,636	4,33	,25	,479	3,01
,86	,666	4,63	,26	,486	3,06
,87	,695	4,95	,27	,494	3,12
,88	,724	5,30	,28	,500	3,16
,89	,753	5,66	,29	,505	3,20
,90	,782	6,05	,30	,509	3,23
,91	,810	6,46	,31	,512	3,25
,92	,838	6,89	,32	,514	3,27
,93	,865	7,33	,33	,514	3,27
,94	,892	7,80	,34	,514	3,27
,95	,918	8,28	,35	,513	3,26
,96	,944	8,79	,36	,511	3,24
,97	,970	9,33	,37	,508	3,22
,98	,996	9,91	,38	,502	3,18
,99	1,021	1,05 $10^{-1}$	,39	,496	3,13

TABEL 1.

$\log x$	$\log \phi$	$\phi(x)$	$\log x$	$\log \phi$	$\phi(x)$
0,40	1,489	3,08 $10^{-1}$	0,80	3,690	4,90 $10^{-3}$
,41	,481	3,03	,81	,593	3,92
,42	,471	2,96	,82	,493	3,11
,43	,460	2,88	,83	,389	2,45
,44	,447	2,80	,84	,282	1,91
,45	,431	2,70	,85	,171	1,48
,46	,415	2,60	,86	,056	1,14
,47	,398	2,50	,87	4,937	8,65 $10^{-4}$
,48	,380	2,40	,88	,814	6,52
,49	,360	2,29	,89	,688	4,88
,50	,338	2,18	,90	,557	3,61
,51	,314	2,06	,91	,422	2,64
,52	,289	1,95	,92	,282	1,91
,53	,262	1,83	,93	,139	1,38
,54	,233	1,71	,94	5,990	9,77 $10^{-5}$
,55	,202	1,59	,95	,837	6,87
,56	,169	1,48	,96	,680	4,79
,57	,135	1,36	,97	,517	3,29
,58	,098	1,25	,98	,350	2,24
,59	,060	1,15	,99	,178	1,51
,60	,019	1,04	1,00	,000	1,00
,61	2,976	9,46 $10^{-2}$	,01	6,817	6,56 $10^{-6}$
,62	,931	8,53	,02	,629	4,26
,63	,884	7,66	,03	,435	2,72
,64	,835	6,84	,04	,235	1,72
,65	,783	6,07	,05	,030	1,07
,66	,729	5,36	,06	7,818	6,58 $10^{-7}$
,67	,673	4,71	,07	,601	3,99
,68	,614	4,11	,08	,377	2,38
,69	,552	3,56	,09	,147	1,40
,70	,488	3,08	,10	8,911	8,15 $10^{-8}$
,71	,421	2,64	,11	,668	4,66
,72	,352	2,25	,12	,417	2,61
,73	,280	1,91	,13	,160	1,45
,74	,205	1,60	,14	9,896	7,87 $10^{-9}$
,75	,127	1,34	,15	,625	4,22
,76	,046	1,11	,16	,346	2,22
,77	3,962	9,16 $10^{-3}$	,17	,059	1,15
,78	,874	7,48	,18	10,764	5,81 $10^{-10}$
,79	,784	6,08	,19	,462	2,90

TABEL 2.

$n = 0$		$n = 1$		$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$			
$a$	$\lambda, T$	$a$	$\lambda, T$	$a$	$\lambda, T$	$a$	$\lambda, T$	$a$	$\lambda, T$	$\log A \cdot T^3$	$A \cdot T^3$
0,00	7887	0,20	4977	0,40	3140	0,60	1981	0,80	1250	7,587 <sup>-n</sup>	3,86 10 <sup>7-n</sup>
,01	7707	,21	4863	,41	3069	,61	1936	,81	1222	7,537	3,44
,02	7532	,22	4753	,42	2999	,62	1892	,82	1194	7,487	3,07
,03	7361	,23	4645	,43	2930	,63	1849	,83	1167	7,437	2,74
,04	7193	,24	4539	,44	2864	,64	1807	,84	1140	7,387	2,44
,05	7030	,25	4435	,45	2799	,65	1766	,85	1114	7,337	2,17
,06	6870	,26	4334	,46	2735	,66	1726	,86	1089	7,287	1,94
,07	6713	,27	4236	,47	2673	,67	1686	,87	1064	7,237	1,73
,08	6560	,28	4139	,48	2612	,68	1648	,88	1040	7,187	1,54
,09	6411	,29	4045	,49	2552	,69	1610	,89	1016	7,137	1,37
,10	6265	,30	3953	,50	2494	,70	1574	,90	992,9	7,087	1,22
,11	6123	,31	3863	,51	2437	,71	1538	,91	970,4	7,037	1,09
,12	5983	,32	3775	,52	2382	,72	1503	,92	948,3	6,987 <sup>-n</sup>	9,71 10 <sup>6-n</sup>
,13	5847	,33	3689	,53	2328	,73	1469	,93	926,7	6,937	8,65
,14	5714	,34	3605	,54	2275	,74	1435	,94	905,6	6,887	7,71
,15	5584	,35	3523	,55	2223	,75	1403	,95	885,0	6,837	6,87
,16	5457	,36	3443	,56	2172	,76	1371	,96	864,8	6,787	6,12
,17	5333	,37	3365	,57	2123	,77	1339	,97	845,1	6,737	5,46
,18	5211	,38	3288	,58	2075	,78	1309	,98	825,9	6,687	4,86
,19	5093	,39	3213	,59	2027	,79	1279	,99	807,1	6,637	4,34

# INTENSITEITSMETINGEN IN HET ARGON-SPECTRUM

door T. BARENDS

## Zusammenfassung.

Es ist das Intensitätsverhältnis der ( $1s-3p$ ) Kombinationen des Argonspectrums gemessen. Die Linien sind photographiert mit Hilfe eines Konkavgitters. Als Stufenabschwächer ist ein Quarzplatinabschwächer gebraucht.

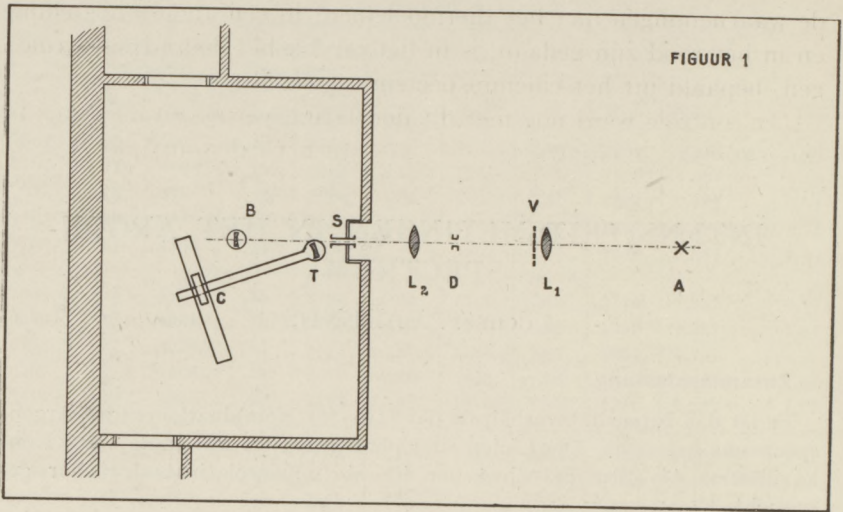
*Inleiding.* De energieschema's van de edelgasatomen vertoonen groote overeenkomst. Van belang is het daarom na te gaan in hoeverre ook de energieverdeelingen dezer spectra en in het bijzonder de intensiteitsverhouding van de lijnen van analoge multipletstructuren overeenstemming vertoonen en na te gaan in welke gevallen belangrijke onderlinge afwijkingen optreden. In het neonspectrum zijn vroeger reeds intensiteitsmetingen verricht <sup>1)</sup>. Ten einde onderlinge vergelijking mogelijk te maken is thans de intensiteitsverhouding in het argonspectrum gemeten en wel voor de combinaties ( $1s_i-3p_k$ ).

*Opstelling.* (zie fig. 1) Bij het onderzoek is gebruik gemaakt van een tralie van Rowland (straal 1,5 m). De lichtbron was een argonzuil. De druk was ongeveer 4 mm kwik <sup>2)</sup>. De buis werd gevoed door een wisselstroom van 50 perioden. De stroomsterkte was 95 mA. De spleet S van de spectrograaf staat in het brandpunt van de holle spiegel B. De lens  $L_1$  beeldt de lichtbron af op het diafragma D. Tegen de lens  $L_1$  is een verzwakkertrapje V geplaatst. De lens  $L_2$  beeldt V op de spleet S en tegelijk het diafragma D via de holle spiegel op het tralie T af. De camera C is verschuifbaar.  $L_1$  en  $L_2$  waren Zeiss-Tessaren.

Het verzwakkertrapje bestond uit vier kwartsplaatjes, waarop

1) H. B. Dorgelo. Physica 5, 90, 1925.

2) Tijdens het branden verandert deze nogal.



door kathodeverstuiving zeer dunne laagjes platina waren gebracht. Dit geschiedde in een daarvoor gemaakte glazen buis met een platinaplaat als kathode en een nikkelcylinder als anode. De kwartspaatjes bevonden zich tijdens het verstuiven op een tafeltje op ongeveer 4 cm van de platinaplaat, terwijl de buis met een weinig argon gevuld was. Na het bestuiven werden de vier plaatjes op een grooter kwartspaatje geplakt zoodanig dat aan de uiteinden van het grootere plaatje nog gedeelten overbleven, waarop niets geplakt werd.

Het doorlatingsvermogen van het trapje werd bepaald door met bovengenoemde opstelling het calciumspectrum eenige malen te fotografeeren. In A werden twee koolspitsen gezet die uitgeboord en daarna met calciumchloride gevuld waren. Uit de bekende intensiteitsverhouding (100 : 60 : 20) van het triplet  $1p-3d$  3644—3630—3624 kan men het doorlatingsvermogen bepalen. Gevonden is 100 : 66 : 48 : 32,5 : 19. Het doorlatingsvermogen is in het gebied, waarin de metingen werden verricht, zeer weinig afhankelijk van de golflengte <sup>1)</sup>.

Het doorlatingsvermogen is ook nog bepaald met een vacuumthermoelement en een thermorelais in een opstelling met een glaspectograaf. Het hieruit gevonden doorlatingsvermogen verschilde eenige procenten met dat gevonden uit het calciumspectrum. Daar

1) H. B. Dorgelo. Z. S. f. Phys. 31, 831, 1925.



de waarnemingen met het thermoelement in een andere opstelling en in het rood zijn gedaan, is in het vervolg het doorlatingsvermogen, bepaald uit het calciumspectrum, gebruikt.

Ter contrôle werd nog met dit doorlatingsvermogen de bekende intensiteitsverhouding (100 : 72 : 43) van het calciumtriplet  $1d-4f$  4098—4094—4092 eenige malen bepaald. Dit triplet kon niet gebruikt worden voor de bepaling van het doorlatingsvermogen omdat een ondergrond aanwezig was, hetgeen niet het geval was bij het triplet  $1p-3d$ .

*Wijze van onderzoek* <sup>1)</sup>. Op elke plaat werden 3 opnamen gemaakt:

1. Het continue spectrum van een lamp met bekende energieverdeeling;
2. Het argonspectrum;
3. Nogmaals het continue spectrum van de lamp met bekende energieverdeeling <sup>2)</sup>.

De opnamen werden gemaakt in het gebied 4700—3900 Å. Gebruikt werden Ilford Special Rapid Panchromatic Plates. De temperatuur van de standaardlamp met een gloeidraad van wolframium is afgelezen op de ijkkromme. De stralingsintensiteit van de standaardlamp is daarna bepaald uit de energiekrommen, uitgegeven door het Bureau of Standards <sup>3)</sup>.

De platen werden gefotometreerd met een microfotometer van Moll met vacuumthermoelement, waarmee men zeer snel kan registreren. Deze fotometer was welwillend ter beschikking gesteld door de N.V. Instrumentenfabriek v.h. P. J. K i p p e n Z o n e n t e Delft, waarvoor ik haar hier mijn dank betuig.

Door inschuiving van de zwartingskrommen van de argonlijnen vindt men de intensiteitsverhouding van de argonlijnen op de plaat.

De continue spectra werden op nauwkeurig dezelfde plaatsen als de argonlijnen doorgemeten. Door inschuiving van de zwartingskrommen en met de bekende energieverdeeling van de lamp kan men de plaatgevoeligheid voor de verschillende golflengten bepalen.

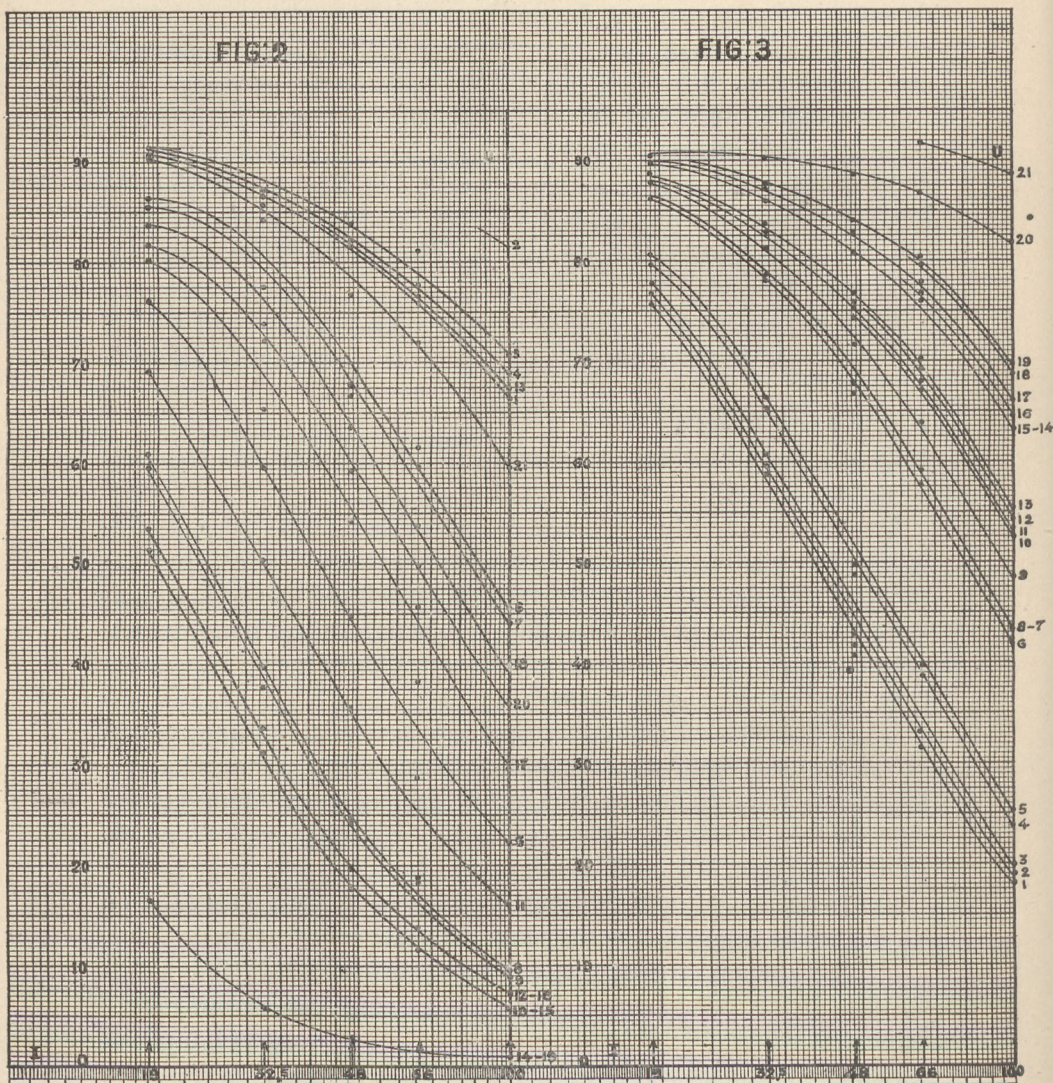
Door de intensiteiten van de argonlijnen op de plaat te deelen door de plaatgevoeligheid vindt men de intensiteit van de argonlijnen.

De berekeningen werden vereenvoudigd doordat de zwartings-

1) H. B. Dorgelo. Physik. Zeitschr. 26, 765, 1925.

2) De platen werden na eenige dagen ontwikkeld in glycine.

3) Miscellaneous publication of the Bureau of Standards No. 56.



krommen, verkregen uit de spectra van de standaardlamp, evenwijdig liepen.

Fig. 2 geeft de zwartingskrommen van een argonspectrum en fig. 3 de zwartingskrommen van een spectrum van de standaardlamp op dezelfde plaat.

Gedurende de opname moet de standaardlamp op nauwkeurig

dezelfde stroomsterkte branden. Deze werd afgelezen op een nauwkeurige ampère-meter (The Cambridge and Paul Instrument Co Ltd. England).

Ten einde na te gaan welke invloed een fout in de aflezing van de stroomsterkte heeft op de berekende intensiteiten van de argonlijnen, zijn deze intensiteiten voor één plaat nog eens berekend in de onderstelling, dat de temperatuur 210° lager is dan afgelezen was. Dit gaf verschillen van ten naaste bij gelijke grootte als de verschillen tusschen de platen onderling. Nu komt een fout van 210° in de temperatuur overeen met een fout van 1A in de stroomsterkte. Daar de stroomsterkte zeker nauwkeurig is tot op 0,1A zullen kleine fouten in de aflezing geen merkbare invloed op de uitkomst hebben.

Tabel I geeft van de uitkomsten een overzicht.

TABEL I.

Nummer v. d. zwartingskromme	$\lambda^1)$	Combinatie $1s_1-3p_k$	Plaat 1	Plaat 2	Plaat 3	Gemiddeld
1	4702,317	$s_2-p_{10}$	3,3	3,5		3,4
2	4628,445	$s_2-p_8$	1,4	1,8		1,6
3	4596,096	$s_2-p_7$	2,1	2,7		2,4
4	4522,325	$s_3-p_{10}$	2,9	2,8		2,9
5	4510,733	$s_2-p_5$	10,2	11,5		11
6	4345,168	$s_2-p_4$	6	6	5,4	5,8
7	4335,35	$s_2-p_2$	6,7	6,6	5,8	6,5
8	4333,561	$s_2-p_3$	22,4	22	19,8	21,5
9	4300,101	$s_4-p_8$	24,5	24	20,5	23
10	4272,169	$s_4-p_7$	31	31,5	27	30
11	4266,286	$s_4-p_6$	18,5	19,2	15,8	18
12	4259,362	$s_2-p_1$	28,2	30	25,5	28
13	4251,184	$s_5-p_{10}$	4,5	4,1		4,3
14	4200,678	$s_5-p_9$	100	100	100	100
15	4198,316	$s_5-p_5$	35	36	33	35
16	{ 4191,027 4190,714	{ $s_3-p_4$ $s_5-p_8$	{ 33,5	{ 34	{ 27	{ 31,5
17	4181,884	$s_3-p_2$	14	13,2	11,5	13
18	4164,180	$s_5-p_7$	10,5	11	8,6	10
19	4158,591	$s_5-p_6$	106	109	103	106
20	{ 4045,96 4044,19	{ $s_4-p_2$ $s_4-p_3$	{ 20	{ 16,5		{ 18,2
21	{ 3948,980 3947,50	{ $s_5-p_2$ $s_5-p_3$	{ 15,5	{ 12,2		{ 14

1) Golflengte en notatie zijn overgenomen uit: K. W. Meissner. Z. S. f. Phys. 39, 238, 1926.

TABEL II (Argon).

	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$
$3p_1$	28		< 0,5	
$3p_2$	6,5	13	samen met $s_4-p_3$ 18,2	samen met $s_5-p_3$ 14
$3p_3$	21,5		samen met $s_4-p_2$ 18,2	samen met $s_5-p_2$ 14
$3p_4$	5,8	samen met $s_5-p_3$ 31,5	< 0,5	
$3p_5$	11			35
$3p_6$	< 0,5		18	106
$3p_7$	2,4	< 0,5	30	10
$3p_8$	1,6		23	samen met $s_3-p_4$ 31,5
$3p_9$				100
$3p_{10}$	3,4	2,9	< 0,5	4,3

TABEL III (Neon).

	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$
$2p_1$	14		1	
$2p_2$	17	10,5	4	9
$2p_3$	0,1		15	
$2p_4$	31,5		20,5	17,5
$2p_5$	19,5	16	0,1	3
$2p_6$	26		10	34
$2p_7$	2	15	32,5	10
$2p_8$	5		39,5	34
$2p_9$				100
$2p_{10}$	2	1	20	20

Tabel II geeft van de intensiteiten in het argonspectrum en tabel III geeft van de intensiteiten in het neonspectrum een overzicht.

Wanneer men beide tabellen vergelijkt, ziet men dat de intensiteitsverhouding van de lijnen, die ontstaan door combinatie van de

verschillende  $s_i$  met dezelfde  $p_k$  bij argon en neon niet overeenkomen.

Het ligt in de bedoeling de intensiteiten van de argonlijnen ( $1s_i-2p_k$ ) te meten ten einde na te gaan hoe de intensiteitsverhouding in deze groep is.

Gaarne wil ik op deze plaats mijn dank betuigen aan Prof. Dr. H. B. D o r g e l o voor de hulp welke ik bij dit onderzoek mocht ondervinden.

Delft Mei 1931.

Laboratorium voor Technische Physica.

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN <sup>1)</sup>

- George Jaffe, Zwei Dialoge über Raum und Zeit, 104 blz. — Akademische Verlagsgesellschaft. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 5.20.
- A. E. van Arkel und J. H. de Boer, Chemische Bindung als electrostatische Erscheinung, Deutsche Ausgabe, 320 blz., 71 fig. — Hirzel. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 15, geb. R.M. 17.
- Everh. Bouwman, Natuurkundige vraagstukken, dertiende druk, 160 blz. — Wolters. Groningen. 1931. Prijs f 1.80, geb. f 2.10.
- A. M. van Liempt, De afscheidingen van wolfram uit gasvormige verbindingen en hare toepassing, 119 blz., 21 fig. — Muusses. Purmerend. 1931.
- P. Vigoureux, Quartz resonators and oscillators, 217 blz., 125 fig. — London. 1931. Prijs 7 sh. 6 d.
- T. Ehrenfest—Afanassjewa, Uebungensammlung zu einer geometrischen Propädeuse, 44 blz. — Nijhoff. Den Haag. 1931. Prijs f 1.—.
- M. Hellingman en F. Goudriaan, Praktische oefeningen in de natuurkunde, eerste deel, tweede druk, 178 blz., 7 fig. — Van Muusses. Purmerend. 1931. Prijs f 2.75.
- J. Postma, Stof en trilling, 127 blz., 46 fig. — Van Gorcum. Assen, 1931. Prijs f 3.90.
- P. Schut, Werkboekje voor scheikunde, 104 blz. — Wolters. Groningen. 1931. Prijs f 1.50.
- Faraday, Tijdschrift voor M.O. en V.H.O. in natuur- en scheikunde, Faraday Nummer. 40 blz. — Wolters. Groningen. 1931.
- H. J. Backer, Simplex Sigillum veri, rede, uitgesproken bij de overdracht van het rectoraat der Rijksuniversiteit te Groningen op Maandag, 21 Sept. 1931, 16 blz. — Wolters. Groningen. 1931. Prijs f 0.75.

## BOEKBESPREKING

De Redactie wijdt zorg aan de keuze van deskundige recensenten. De verantwoordelijkheid voor het uitgesproken oordeel rust echter op den beoordeelaar.

*J. L. Snoek*, **Beginselen der moderne zaalakoestiek**, 92 blz. 13 fig. — D. B. Centen's Uitgevers Maatschappij N.V. Amsterdam. 1931. Prijs f 2.20.

Het is waar, dat de litteratuur op het gebied der zaal-akoestiek in ons land nog zeer schaarsch is, terwijl de behoefte aan voorlichting zich aan verschillende zijden doet gelden. Daarom is er reden om de verschijning toe te

1) De Redactie behoudt zich het recht voor, aan de boeken een bespreking te wijden, of het bij een enkele aankondiging te laten.

juichen van een korte uiteenzetting van de beginselen, die zonder geleerdheid, eenvoudig en bevattelijk de essentiële punten uiteenzet, waar het op aankomt, en een overzicht geeft van hetgeen over dit onderwerp langzamerhand onder vakmensen gemeengoed is geworden. In korte hoofdstukken worden in een vlotten verhaaltrant de feiten medegedeeld en de gezichtspunten verklaard, waarmede men te maken heeft en het zal menigeen genoeg doen op zoo'n eenvoudige en gemakkelijke wijze zich te kunnen oriënteren.

Voor velen zal dit boekje de eerste wegwijzer zijn op onbekend terrein en daarom is het noodig om ook te wijzen op enkele punten, waarin de auteur zijn oordeel niet voldoende heeft doen bezinken.

Op pagina 33 wordt, in navolging van enkele auteurs, nadrukkelijk gesteld, dat alle gekromde oppervlakken in akoestisch opzicht te veroordeelen zijn. Hoezeer dit axioma oppervlakkig is blijkt uit de bespreking der zaal Pleyel te Parijs, die, terecht, op pagina 79 de onverdeelde goedkeuring van den Schrijver schijnt weg te dragen en die juist gekromde wanden en zoldering gebruikt, om een akoestische onberispelijkheid te verwezenlijken. Vermoedelijk zal ook de Schrijver in zijn practijk gelegenheid hebben gehad om gevallen te ontmoeten, waarin met platte vlakken en rechte hoeken akoestische storingen, juist door dezen vorm, voorhanden waren. Ook de proeven van 1930, waaraan door Schrijver's laboratoriumgenoot Dr. S t r u t t is mede gewerkt, en die, helaas, in dit werkje slechts zeer terloops worden aangeroerd, leverden overtuigend bewijs, dat men in groote ruimten juist door gebruikmaking van doelmatig gekromde vlakken de akoestische moeilijkheden kan overwinnen. In dit opzicht had een modern boekje mee kunnen werken tot een duidelijken vooruitgang in de algemeene opvattingen.

Een tweede opmerking betreft 's Schrijvers beoordeeling van de beteekenis van dwarsbinten aan een zoldering in een zeer lange zaal. Ongetwijfeld zullen deze de zoldering beletten om als klankkaatsers te dienen en het geluid tot achter in de zaal te helpen brengen. De Schrijver oordeelt anders. Zijn gereproduceerde afbeeldingen van golfbakproeven leveren echter geen duidelijk beeld, omdat op een onverklaarbare wijze daar, waar er gereflecteerde golven zichtbaar zijn, deze zich niet op den reflecteerenden wand aansluiten bij de directe golven. Geenszins blijkt, zooals de Schrijver meent, uit de gedaante der golfvronten afdoende, dat de werking der binten een zeer ondergeschikte is. Het is mij niet duidelijk, dat de „contrôle-proef" in de zaal zou kunnen bestaan in het met zwaar absorbeërend materiaal „wegwerken" van de eerste drie binten. Een juiste contrôle-proef zou geweest zijn om de ruimten tusschen de binten over de geheele zolderlengte met planken af te dekken, zoodat daar een ongebroken plat vlak zou zijn ontstaan. Het gaat er hier niet om, de geluidsgolven te absorbeeren, die anders door de binten zouden worden tegengehouden, maar om te laten zien, dat achter in de zaal meer geluid komt, wanneer er geen uitstekende binten zijn.

Den Schrijver zijn enkele achteloosheden ontvallen. Op pag. 73 wordt in een paragraaf over ongunstigen vorm eener zaal vermeld een geval, waarbij er aan den vorm (rechthoekig) niets ongunstigs was, maar de fout lag in een te groot volume en een te geringe demping. — Op pag. 57 schrijft hij „dia-

fragma" waar hij „membraam" bedoelt, en op pag. 90 en 91 worden in integralen de integratie-elementen weggelaten. Ook laat hij zijn tekst ont-sieren door vele germanismen.

Het moge na deze aanmerkingen nog eens gezegd worden, dat de positieve samenvatting van zooveel nuttige gegevens in klein bestek een verdienstelijk werk is, dat de schrijver zich heeft getroost. Menige behartigenswaardige wenk valt er uit te putten, ook op het gebied van het gebruik van electriche geluidversterkers, en op het gebied van de geluids-isolatie, en men mag den Schrijver en uitgever toewenschen, dat binnenkort een tweede druk noodig zal blijken, die den Schrijver gelegenheid zal geven om zijn werk tot een hogere volmaking op te voeren.

A. D. F.

*A. E. van Arkel. De bouw der moleculen volgens de theorie van Kossel.* 183 blz. 26 fig. — W. P. van Stockum en Zoon. Den Haag, 1930.

Een reeks van voordrachten, gehouden voor de Maatschappij Diligentia vormt de aanleiding tot het ontstaan van dit werkje. Wie, als ref., deze voordrachten heeft bijgewoond, zal zich verheugen, dat deze materie nog eens in meer uitgewerkten vorm ter lezing wordt geboden; want het terrein, dat hier behandeld wordt, trekt ook in wijderen kring de belangstelling.

Na een inleiding over het atoommodel van Bohr en het periodiek-systeem, wordt de hypothese van Kossel uiteengezet, waarbij ook dadelijk de vraag naar de stabiliteit en instabiliteit ter sprake komt.

Nu worden de eigenschappen der ionen en moleculen nader onderzocht; waarbij o.m. de invloed van het ionenvolume op de vluchtigheid en de basiditeit ter sprake komen. Dan komt de berekening van de roosterenergie volgens Born en uit andere grootheden.

Het volgend hoofdstuk is gewijd aan de gevolgen der ionen-deformatie, waarbij uitvoerig de molecuulmodellen van  $H_2O$  en  $NH_3$  behandeld worden.

Daarna wordt dieper ingegaan op den bouw der kristalroosters en de theorie van Goldschmidt uitvoerig besproken. Aan de vorming van complexverbindingen is het zevende hoofdstuk gewijd, waarbij ook hier de opvatting van de theorie van Kessel tegenover die van Werner wordt gesteld en verschillende gevallen uitvoeriger besproken worden.

Het is zeer te prijzen, dat in een laatste hoofdstuk ook wordt getoond, dat, hoewel de theorie van Kossel veel verschijnselen kan verklaren, er toch ook nog problemen zijn, als bijv. de moleculen der elementen, die niet met die theorie kunnen worden verklaard en er dus naast de electro-statische binding ook nog andere bindingsmogelijkheden moeten bestaan.

Dit korte overzicht moge den lezer doen zien, dat we hier te maken hebben met een werkje, waarin een rijke schat in kort bestek op een zeer duidelijke en overzichtelijke wijze is samengebracht, en dat dus zeer geschikt is voor hen, die zich in dit gebied willen oriënteren, te meer daar overal na ieder hoofdstuk de belangrijkste literatuuropgaven zijn vermeld. T. v. L.

*A. D. Fokker. Krachten en bewegingen.* 48 blz., 54 fig. — Martinus Nijhoff, den Haag, 1930. Prijs f 1.50.

In een studiec ommissie van de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging



heeft de schrijver het standpunt verdedigd, dat de mechanica, zooals die op de Hoogere Burgerscholen wordt onderwezen, een onderdeel van de Natuurkunde vormt en dus op de basis van het experiment dient te worden opgebouwd.

Als curator van het Natuurkundig Laboratorium van Teyler's stichting heeft schrijver toen de gelegenheid aangegrepen om in een reeks van Zaterdagmiddagvoordrachten aan leeraren en andere belangstellenden zijn standpunt nader uiteen te zetten.

Het is het verslag van deze voordrachten, opgenomen in Archives du Musée Teyler Serie III. Vol. VII, dat als afzonderlijk overdrukje in den handel wordt gebracht.

Een groote reeks van proeven is hier bijeengebracht om de verschijnselen van stilstand en evenwicht en de valbewegingen te demonstreeren en met elkander in verband te brengen. Het begrip „massahoogte" wordt ingevoerd, waarin men al spoedig herkent het arbeidsvermogen van plaats.

Een andere groep van verschijnselen concentreert zich om het begrip kracht als verandering van hoeveelheid beweging. Daarbij zullen de proeven over vrije en gedwongen schommeling menigen toehoorder onbekend zijn geweest. Hier wordt ook het verband tusschen zwaarte en traagheid aan centrifugaalproeven toegelicht en in verband daarmee ook de samengestelde middelpuntvliedende kracht (Coriolis) gedemonstreerd.

Een serie botsingsproeven levert het materiaal voor de beschouwingen over de wetten van het behoud van energie en van hoeveelheid beweging, terwijl in een laatste hoofdstuk wordt beschreven, hoe proeven met een draaiend fietswiel in de hand van een persoon, die op een draaistoel zit, een inzicht kunnen geven in begrippen als traagheidsmoment, hoeveelheid draaiing en het gedrag van een gyroscoop.

Zoo is hier een reeks proeven bijeengebracht, die wel den indruk kunnen wekken, dat er veel meer materiaal is voor demonstratie van vaak moeilijke mechanische begrippen, dan menigeen wel dacht, (wie zich hiervoor interesseert, zij verwezen naar R. W. P o h l, Einführung in die Mechanik und Akustik), maar toch ook de vraag doet opkomen: Hoe kan een methodische leergang worden opgebouwd, om aan de hand van dergelijke proeven den leerling de mechanische begrippen goed bij te brengen? Dat hier op dit gebied nog vele vragen liggen, zal schrijver zich zelf ook wel bewust zijn; niettemin kunnen we dit kleine boekje begroeten als een uiting van het streven er op te wijzen, hoe er voor het mechanica-onderwijs toch ook nog andere wegen zijn, dan die, welke gewoonlijk op de scholen worden gevolgd.

T. v. L.

*Eugen Wigner. Gruppentheorie und Ihre Anwendung auf die Quantenmechanik der Atomspektren*, 332 blz., 10 fig. — Vieweg und Sohn. Braunschweig. 1931. Prijs R.M. 27.20, geb. R.M. 29.60.

Dit boek is bestemd om den physischen lezer over de moeilijkheden van de groepentheorie heen te helpen, moeilijkheden, die volgens den schrijver slechts op ongewoonte zijn terug te brengen. Het doel is, te laten zien, tot welke conclusies we, wat de bouw der spectra betreft, kunnen geraken zonder

volledige oplossing van de differentiaalvergelijkingen, maar uitsluitend met symmetrie-beschouwingen. De schrijver is er op merkwaardige wijze in geslaagd, voor den reeds eenigszins in de quantumtheorie ingeleiden lezer een imponerend denkbeeld te geven van de parallel, die bestaat tusschen de wetten der atoomspectra en die der groepen. Zelfs Pauliprincipe en de electronenspin kunnen op zoo elegante wijze geïnterpreteerd worden in de groepentheorie, dat het een aesthetisch genot is, deze samenvatting tot het einde toe door te werken.

Opgemerkt moet intusschen worden, dat weinig ruimte is besteed aan de quantummechanica zelf, zoodat het gewenscht is, dat men zich van tevoren op de hoogte heeft gesteld van de principes der golfmechanica of der matrixrekening.

Ik zeide hierboven, dat de schrijver op „merkwaardige” wijze geslaagd is. Het is namelijk daarom merkwaardig, doordat hij, geleid door een ongetwijfeld goede smaak overal daar zijn mathematische beschouwingen eindigt (en onvolledig laat), waar het den physicus begint te vervelen, daarentegen er niet tenen opziet hier en daar meer groepentheorie te geven dan voor het physische probleem eigenlijk noodig is, wanneer het er toe kan bijdragen het inzicht in het wezen der groepen te vergrooten.

C. Z.

*Darwin O. Lyon. Das periodische System in neuer Anordnung*, zweite Auflage, 40 blz., vele fig. — Franz Deuticke. Leipzig und Wien. 1931. Prijs R.M. 8, geb. R.M. 10.

De vorm, waarin het periodiek systeem meestal wordt gegeven, is volgens schrijver niet overzichtelijk. Hij stelt daarom zelf eenige nieuwe schema's op, waarbij de elementen in een spiraal worden geplaatst. Het blijft een kwestie van smaak, of deze weergave beter voldoet dan de algemeen gebruikte. In deze spiralen bepaalt de kernlading het ranggetal van het element. Daarnaast worden dan ook de elementen geordend volgens andere eigenschappen, zooals atoomgewicht, kookpunt, smeltpunt, dichtheid enz. De meeste elementen veranderen daardoor natuurlijk geheel van plaats; de schrijver beschouwt het feit, dat dit bij tin niet het geval is, van zooveel belang, dat hij belooft, daarover binnenkort een nieuw geschrift te doen verschijnen.

Stelt men belang in de merkwaardige krommen, die men krijgt, wanneer men op één as uitzet het atoomnummer der elementen, op de andere de geluidssnelheid, het atoomnummer gedeeld door de dichtheid, het kwadraat van het atoomgewicht gedeeld door het atoomvolumen, de som van smelttemperatuur en kooktemperatuur en dergelijke meer, dan diene men dit werkje zelf door te lezen.

v. A.

*Karl K. Darrow. Elementare Einführung in die Physikalische Statistik*, aus dem Englischen übersetzt und ergänzt von Dr. Eugen Rabinowitsch, Göttingen, 118 blz. — Hirzel. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 6.

B o r n besluit zijn voorwoord met „Ich möchte das Studium dieses Büchleins aufs wärmste empfehlen”, wat iedereen, die het bestudeerd heeft, gaarne zal onderschrijven. Het onderwerp: statistiek voor gassen, straling

in een donkere ruimte en negatieve electriciteit in metalen, leent zich wel tot een elementaire wiskundige uiteenzetting, waar immers Stirlings benaderingsformule voor de logaritmie van  $n!$  al tot de ingewikkelste behoort! Zeer volledig wordt de statistiek *zelve* behandeld (klassieke, Bose-Einstein en Fermi) vooral in hun onderling verband. Darrow toont zich hier weer een uitstekend docent, men maakt als het ware de ontdekking der nieuwere statistieken *zelve* mee, al is het, terwille van paedagogische overwegingen, niet altijd langs den historischen weg. Misschien ware hier en daar een overgang duidelijker aan te geven geweest.

In de toepassingen van de statistiek (speciaal op de theorie der metalen) is het overzicht zeer duidelijk. Hier wordt alles veel minder in de finesses behandeld dan in het statistische gedeelte, zoodat men zich al spoedig georiënteerd voelt in de moeilijkheden, waarmee de golfmechanische theorie der electronen-emissie van Nordheim en Fowler te kampen heeft. Voor het begrijpen dezer theorie moet men de origineele artikelen opslaan, want de wiskundige opzet ontbreekt hier geheel, doch voor den gedachten-gang en de bespreking der resultaten is dit boekje uitstekend (de opzet was ook, een boekje zonder veel wiskundig commentaar te schrijven).

M.i. culmineert de duidelijkheid in het artikel over Bloch's theorie der electriche geleiding, waar een der moeilijkste problemen met eenvoudige beelden begrijpelijk wordt gemaakt. (Bloch zelf heeft hieraan meegeewerkt). Jammer, dat dit boekje niet met een dergelijk artikel over het aansluitende werk van Peierls werd verrijkt. Darrows bedoeling is het echter geweest, gecompliceerde theorieën te vermijden. Met des te meer liefde zet hij zich daarom aan een beschrijving van Sommerfelds electronentheorie der metalen op de basis van Fermi. Voor hen, die Sommerfelds (overigens zeer helder geschreven) origineele publicatie niet bij de hand hebben, is dit boekje een welkome Ersatz, daar het Sommerfeld getrouw volgt.

Naast Born's aanbeveling behoeft dit boekje op zichzelf natuurlijk geen nadere aanprijzing meer! Alleen zou ik den lezer een 2e lezing van het meer statistische gedeelte ten zeerste willen aanraden, opdat hij doordrongen worde van de harmonieuse samenvatting, die Darrow hier gegeven heeft.

K. F. N.

*J. C. G. Nottrot, Leerboek der nomografie, 271 blz., 96 fig. — Noordhoff. Groningen. 1930.*

In dit werk van 271 pag. geeft schr. eerst eenige beschouwingen over nomografie in het algemeen om zich dan verder te beperken tot de schaalmonogrammen voor betrekkingen met drie veranderlijken in het bijzonder. De behandeling van deze neemt verreweg het grootste deel van het werk in beslag.

Systematisch worden de verschillende typen van deze nomogrammen besproken en het onderlinge verband tusschen deze typen aangegeven. Het behandelde wordt toegelicht door een groot aantal voorbeelden uit zeer uiteenlopende gebieden van toegepaste wetenschap; de constructie wordt telkens op zeer uitvoerige wijze aangegeven en daar ook overigens vele

nuttige wenken voor het ontwerpen worden gegeven, is dit werk wel geworden een handleiding voor de constructie van bovengenoemde schaal-nomogrammen. Bovendien is een groot aantal opgaven toegevoegd.

Het mathematische gedeelte is eenvoudig gehouden. Daar de nomografie in de techniek als rekenhulpmiddel ongetwijfeld zeer nuttig kan zijn en groote tijdbesparing kan geven, kan voor dit boek een nuttig arbeidsveld zijn weggelegd.

Misschien zou het wel wenschelijk zijn geweest wanneer schr. wat dieper was ingegaan op de nauwkeurigheds-kwesties. v. D. M.

*T. Ehrenfest—Afanassjewa. Übungensammlung zu einer geometrischen Propädeuse*, 44 blz. — Nijhoff. Den Haag. 1931. Prijs / 1.—

Dit boekje is gebaseerd op inzichten over het meetkundeonderwijs die veel verschillen van de opvattingen, volgens welke dat onderwijs op onze burgerscholen en gymnasia is ingericht. Er zijn dan ook 15 bladzijden, een derde van het geheel, gewijd aan voorwoord, inleiding en gebruiksaanwijzing en nog zal waarschijnlijk iemand, die van de denkbeelden der schrijfster niet reeds eerder kennis genomen heeft, niet gemakkelijk inzien, voor welke leerlingen het bestemd is en hoe het gebruikt moet worden. Duidelijk is, dat het meer een handleiding is voor den leeraar, waarin deze oefeningen in doen en denken vindt om aan zijn leerlingen voor te leggen, dan een vraagstukkenboek voor den leerling.

Het is hier niet de plaats voor een discussie over paedagogische systemen, maar men kan constateeren, dat aan het moeilijke werk van het samenstellen van een oefeningenreeks, die beantwoordt aan geheel nieuwe opvattingen door de schrijfster veel zorg en nadenken is besteed. Hoezeer hier inderdaad een geheel nieuwe wèg gewezen wordt, kan blijken als men opmerkt, dat een onvoorbereid aanhanger van het gebruikelijk meetkundeonderwijs wellicht den indruk kan krijgen, dat het er om te doen is, den leerling te wapenen voor het ondergaan van wat men tegenwoordig „tests” noemt. H. B.

## STRIKVRAGEN

**Het antwoord op vraag LIII:** *De bestuurder van een vliegmaschine ziet beneden zich op de wolken afgeteekend een regenboog die een complete cirkel vormt. Welk interessant optisch verschijnsel zal zich hierbij tevens nog voordoen?* luidt: De schaduw van de machine op de wolken ligt in het middelpunt van den regenboog.

## DE LICHTINWERKING OP DE FOTOGRAFISCHE PLAAT

door A. P. H. TRIVELLI

Wanneer men een fotografisch negatief wil vergrooten, bemerkt men al heel spoedig, dat er grenzen gesteld moeten worden aan de vergrooting. Overschrijdt men die grenzen dan verschijnt er eene korreligheid over het vergroote beeld, die met sterkere vergrooting toeneemt en een structuur vertoont, waaruit duidelijk blijkt, dat de lichtgevoeligheid van onze fotografische platen niet ononderbroken over de geheele oppervlakte der fotografische plaat verspreid is, maar beperkt is tot bepaalde, afzonderlijke plaatsen.

Indien men de lichtgevoelige laag van een fotografische plaat in warm water oplost en over een mikroskopisch objektglasje uitspreidt, ziet men bij de sterkste mikroskopische vergrootingen duidelijk, dat deze laag bestaat uit een aantal afzonderlijke kristalletjes van ongeveer 0.2 tot circa  $1.0 \mu$  diameter. Deze kristalletjes zijn veel kleiner dan uit de vergroote structuur van het fotografische beeld is te verwachten, maar toch weten wij door direkte waarnemingen, dat deze kristalletjes de eigenlijke lichtgevoelige elementen van de fotografische plaat zijn, die in de suspensie klompjes van meerdere kristalletjes vormen, welke na belichting en ontwikkeling de korrelige structuur aan het fotografische beeld geven.

Deze kristalletjes bestaan uit broomzilver met in den regel enkele procenten joodzilver. Ter vereenvoudiging zullen wij dit joodzilvergehalte buiten beschouwing laten. De broomzilverkristalletjes worden gevormd door eene zilvernitraatoplossing te voegen bij eene oplossing van kaliumbromide in overmaat van gelatine. Daardoor wordt broomzilver kristallijn neergeslagen in de gelatineoplossing, waarin het gesuspendeerd blijft. Na den neerslag bezitten deze kristalletjes verschillende oppervlaktespanningen, gedistribueerd over de verschillende kristalletjes en over de ver-

schillende oppervlakken der kristalletjes. Volgens J. W. Gibbs, P. Curie, G. Wulff, H. Hilton, e.a. streven deze spanningen naar een evenwichtstoestand, waardoor bij de daaropvolgende verhitting van dit neerslag in tegenwoordigheid van de overmaat aan kaliumbromide, het zoogenaamde rijpingsproces, eene omkristallisatie plaats grijpt, waarbij al die verschillen praktisch verdwijnen, zoodat men zeggen kan, dat in dit opzicht het broomzilver aan de oppervlakte der kristalletjes in onze fotografische platen praktisch overal gelijkwaardig is.

Kristallografisch bestaan deze kristalletjes bijna altijd uit octaëders van het regelmatige stelsel. Kubische en andere vlakken komen alleen in enkele uitzonderingsgevallen voor, zoodat wij ook in kristallografisch opzicht de oppervlakken der kristalletjes in onze fotografische platen overal als gelijkwaardig kunnen beschouwen.

Röntgenografisch onderzoek van de structuur van het broomzilver toont aan, dat het kubisch is, waarbij de zilver- en bromiumatomen afwisselend in de hoeken van elementaire kubussen geplaatst zijn. De octaëdervlakken worden gevormd door afwisselende lagen van zilveratomen en bromiumatomen. Men kan dus twee uiterste mogelijkheden hebben in de structuur van de oppervlakten dezer kristalletjes. Men kan kristalletjes hebben met enkel bromiumatomen of enkel zilveratomen aan het oppervlak, welke volgens K. Fajans gevormd worden door de aanwezigheid van een overmaat aan bromium- of zilver-ionen in de oplossing, waarin het kristalletje gevormd wordt. Waar wij in de fotografische emulsie's onzer hooggevoelige platen altijd zorgen voor een overmaat aan bromiumionen in oplossing, kunnen wij gerust aannemen, dat alle broomzilverkristalletjes een oppervlaktelaag van bromiumatomen bezitten, zoodat ook in dit opzicht alle broomzilvervlakken in onze fotografische platen onderling gelijkwaardig zijn.

Zoo verkrijgen wij een algemeen beeld van de structuur van de lichtgevoelige laag als grondslag voor verder onderzoek. Tot nog toe hebben wij geen enkele reden gevonden om te veronderstellen, dat het ééne broomzilverkristalletje lichtgevoeliger is dan het andere. En toch is algemeen bekend, dat onze fotografische platen groote verschillen in lichtgevoeligheid vertoonen, welke moeten liggen in verschillende eigenschappen van het broomzilver in de



lichtgevoeligheid tusschen de verschillende kristalletjes in een en dezelfde fotografische plaat.

Onderzoekt men twee verschillende fotografische emulsie's, een hooggevoelige en eene weinig gevoelige mikroskopisch, dan krijgt men resultaten als gereproduceerd zijn in Fig. 1 en 2. Fig. 1 stelt voor de structuur met de daarbij behorende distributiekromme (betreffende aantal en grootte van het geprojecteerde oppervlak der kristalletjes) van de hooggevoelige „Eastman 40” emulsie. Fig. 2 stelt hetzelfde voor van een niet meer in den handel verkrijgbare „Seed Lantern” emulsie. De eerste emulsie heeft eene gevoeligheid van 550 H(urter) en D(riffield) (eenheden) en de tweede van 25 H. en D. Men ziet duidelijk, dat de hooggevoelige emulsie meer grootere en minder kleinere kristalletjes bevat.

De distributiekrommen zijn gekonstrueerd door mikroskopische metingen. Deze methode geeft betere uitkomsten dan verschillende sedimentatie-methoden, die wij tot nog toe beproefd hebben.

Om het verband tusschen de kristal grootte en de lichtgevoeligheid te vinden, bepaalt men de Bravais-Pearson korrelatie-koëfficiënt en zijn waarschijnlijke font. Voor 14 verschillende fotografische platen was deze  $0.51 \pm 0.13$ , terwijl het criterium, dat deze uitkomst puur toeval is, slechts 0.01 is. Dit wil zeggen, dat in het algemeen fotografische platen met hogere lichtgevoeligheid statistisch ook grootere broomzilverkristalletjes bevatten.

Wat in het algemeen voor fotografische emulsie's geldt, blijkt ook te gelden voor de verschillende broomzilverkristalletjes in een en dezelfde fotografische emulsie. Dit is door Th. Svedberg aangetoond. Hij maakte fotografische platen, die slechts een enkele laag broomzilverkristalletjes bevat. Van deze kristalletjes bepaalde hij de distributiekromme. Daarna nam hij een schaal van toenemende belichtingen en ontwikkelde deze plaat. Het ontwikkelde zilver loste hij op in eene verdunde oplossing van chroomzuur en zwavelzuur en van de overblijvende broomzilverkristalletjes bepaalde bij opnieuw de distributiekromme. Wanneer men deze distributiekromme van de oorspronkelijke distributiekromme aftrekt, krijgt men de distributiekromme der ontwikkelde broomzilverkristalletjes. Reduceert men deze uitkomsten tot een percent basis dan krijgt men het diagram van Fig. 3, waaruit blijkt, dat in een en dezelfde fotografische emulsie de grootere kristalletjes lichtgevoeliger zijn dan de kleinere kristalletjes. Onder



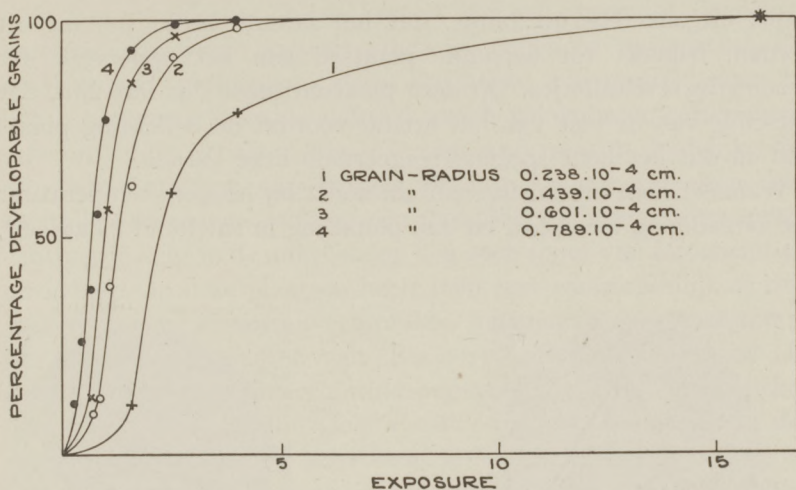


Fig. 3. Lichtgevoeligheidskrommen van broomzilverkristalletjes in een en dezelfde emulsie volgens Th. Svedberg.

de lichtgevoeligheid van een broomzilverkristalletje verstaat men de waarschijnlijkheid om bij eene bepaalde belichting ontwikkelbaar te worden.

Wij hebben gevonden, dat, wat voor de lichtgevoeligheid der afzonderlijke broomzilverkristalletjes geldt en wat in het algemeen voor de lichtgevoeligheid der fotografische platen geldt, ook blijkt te gelden voor de kristalklompjes. Hoe grootter het kristalklompje is, hoe hooger statistisch de lichtgevoeligheid van het klompje is. Deze klompjes nemen in grootte toe, naarmate men het gehalte aan broomzilverkristalletjes in eene fotografische emulsie vergroot. Op deze wijze zou men de lichtgevoeligheid van een fotografische plaat kunnen verhoogen door enkel het broomzilvergehalte te vergrooten, indien de praktijk geene grenzen stelde aan de toeneming der korreligheid, die het onvermijdelijke gevolg daarvan is.

Het verschil in lichtgevoeligheid der fotografische emulsie's komt dus eigenlijk hierop neer, dat grootere broomzilverkristalletjes lichtgevoeliger zijn dan kleinere broomzilverkristalletjes of beter uitgedrukt bij eene bepaalde belichting grooter kans hebben ontwikkelbaar te worden dan kleinere kristalletjes.

Indien men de ontwikkeling mikroskopisch onderzoekt, ziet men,

letjes uitgaat. Hieruit blijkt, dat het latente beeld bestaat uit kernen, beperkt tot bepaalde plaatsen aan het oppervlak der broomzilverkristalletjes. Op deze plaatsen moet dus iets zijn, dat verschilt van de rest van het kristal voordat de belichting plaats had en dat het licht speciaal reageert op deze kernen.

Wanneer men broomzilver in ammonia bij hogere temperatuur tot verzadiging toe oplost en dan plotseling in smeltend ijs afkoelt,

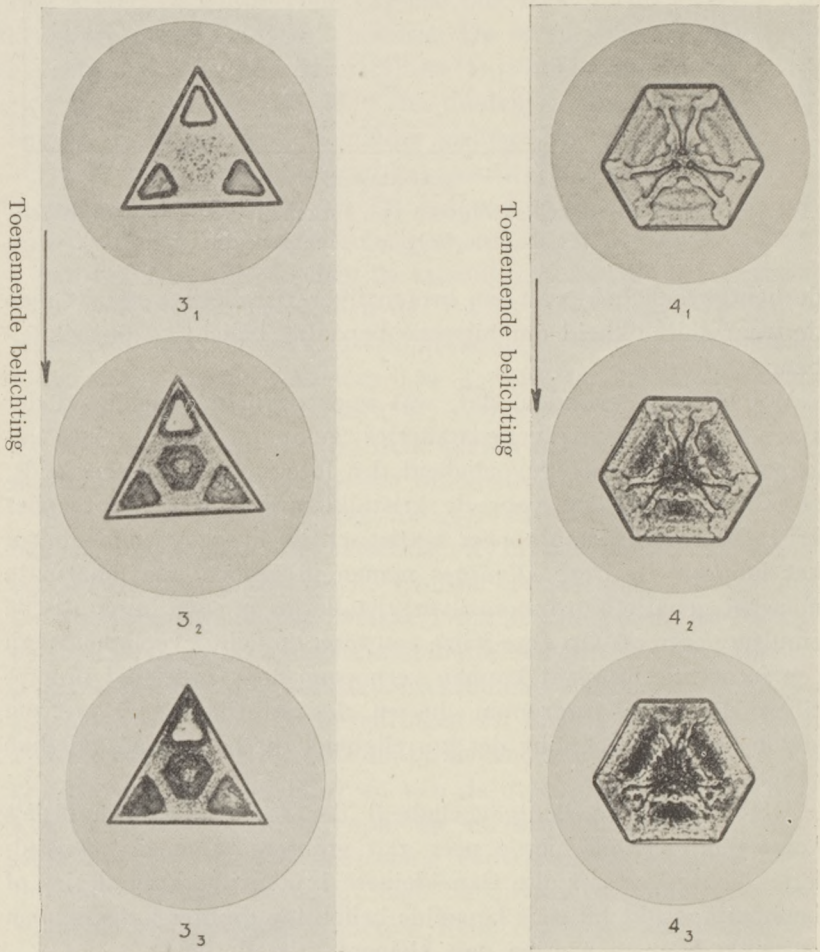


Fig. 4. Mikrogrammen ( $1000\times$  vergrooting) van direkte fotochemische ontleding op broomzilverkristallen.

dat deze van slechts enkele kernen aan het oppervlak der kristla kan men prachtige kristalvormen in nagenoeg onbepaalde verscheidenheid verkrijgen. Deze kristallen, blootgesteld aan het licht, vertoonen dikwijls mikroskopisch gelokaliseerde fotochemische ontleding, zooals in Fig. 4 te zien is en waaruit duidelijk blijkt dat deze ontleding van kernen uitgaat. Andere gedeelten dezer kristallen vertoonen zelfs na een uur blootstelling aan het gekoncentreerde licht in de mikroskoop nog geen spoor van fotochemische ontleding. Op deze plaatsen heeft men zeer waarschijnlijk te doen met volkomen zuiver zilverbromide, hetgeen in overeenstemming is met de experimenten van Baker, die aantoonde, dat chemisch zeer zuiver zilverchloride ongevoelig is voor het zichtbare licht van het spektrum. Ook F. Weigert heeft zich in denzelfden geest geuit. Hij acht voor de fotochemische ontleding van zilverchloride de aanwezigheid van zeer geringe hoeveelheden zilver noodzakelijk.

Het heele proces der fotochemische ontleding der zilverhaloïden in het zichtbare licht van het spektrum komt dus neer op de aanwezigheid van sporen onzuiverheden, die als fotokatalysatoren werken. Dit beteekent, dat de bereiding van fotografische emulsie's neerkomt op het introducereen van bepaalde onzuiverheden in de juiste hoeveelheid en op de juiste wijze.

Reeds jaren geleden had J. M. Eder de hypothese opgesteld, dat gedurende het rijpingsproces der emulsiebereiding een reductie plaats grijpt en dat dit gereduceerde zilver gedistribueerd is over het broomzilveroppervlak in den vorm van kernen, waaraan de verhoogde lichtgevoeligheid zou zijn toe te schrijven. Lüppo-Cramer, Th. Svedberg en F. F. Renwick hebben deze opvatting gesteund. Van bijzondere betekenis voor deze hypothese zijn de experimenten van Lüppo-Cramer omtrent de chroomzuur-reaktie, op onbelichte fotografische platen. Hij toonde aan, dat eene verdunde oplossing van chroomzuur en zwavelzuur de lichtgevoeligheid van onze fotografische platen vermindert en wel in die mate, dat hooggevoelige platen meer lichtgevoeligheid verliezen dan minder lichtgevoelige platen.

Wij hebben ditzelfde onderzocht voor de broomzilver kristalletjes in een en dezelfde fotografische emulsie en wij vonden, dat de grootere kristalletjes meer in lichtgevoeligheid achteruitgingen

dan de kleinere kristalletjes. Deze uitkomsten zijn door F. E. Toy en W. Clark bevestigd.

Indien Eder's hypothese juist is, dringt zich sterk de voorstelling op, dat deze experimenten er op wijzen, dat de hooggevoelige platen meer gereduceerd broomzilver bevatten dan de minder lichtgevoelige platen en dat in een en dezelfde fotografische emulsie de grootere kristalletjes grootere kernen bezitten dan de kleinere kristalletjes.

Toch is het reductievermogen der gelatine slechts in zeer beperkte mate in staat om de gevoeligheidsverschijnselen te verklaren.

S. E. Sheppard toonde aan, dat twee fotografische emulsie's, welke precies op dezelfde wijze bereid zijn, zoodat de distributiekromme der broomzilverkristalletjes precies dezelfde is, toch totaal verschillende lichtgevoeligheden, 30 en 470 H(urter) en D(riffield) eenheden kunnen geven, als men twee verschillende gelatinesoorten gebruikt, die overigens ongeveer gelijkwaardig reductievermogen bezitten.

Het was reeds lang in de fotografische industrie bekend, dat er gelatine is, waarmede men nooit hooggevoelige platen kan maken en dat er ook gelatine is, die alle broomzilverkristalletjes zonder voorafgaande belichting ontwikkelbaar maakt. Het was ook bekend, dat gelatine door wasschen met water de eigenschap verliest om hooggevoelige fotografische emulsie's te maken. Verzamelt men zulk waschwater en voegt men na concentratie door indampen zulk waschwater bij een ongevoelige gelatine dan kan men weder hooggevoelige fotografische platen maken. Het is duidelijk, dat de gelatine een in water oplosbare stof moet bevatten, die de gevoeligheid van onze fotografische platen belangrijk verhoogen kan.

Onafhankelijk van elkander hebben S. E. Sheppard en R. Luther aangetoond, dat deze stof zwavel bevat en met broomzilver zwavelzilver vormt. Sheppard heeft deze onderzoekingen nog verder voortgezet en gevonden dat deze stof allylthioureum is, dat gevormd wordt uit zijn isomeer mosterdolie, dat zich met broomzilver verbindt, welke dubbelverbinding door de zwak alkalische reactie van de gelatine gedurende het rijpingsproces omgezet wordt in zwavelzilver. Gelatine wordt uit kalfshuiden bereid. Het kalf neemt de mosterdolie op uit de moedermelk van de koe, die op haar beurt de

mosterdolie opneemt door het eten van bepaalde onkruiden. Gras bevat geen mosterdolie. Men kan dus zeggen, dat het succes van de moderne fotografische industrie ten deele te danken is aan het onkruid eten onzer koeien.

Wij hebben getracht deze zwavelzilver kernen op de broomzilverkristalletjes zichtbaar te maken. Wij zijn daarin niet direkt geslaagd. Hoe groot deze kernen zijn, blijkt wel daaruit, dat 1 dl. allylthiourem in  $\pm 300.000$  dln. gelatine voldoende is om de hoogstgevoelige fotografische platen te maken. Kunstmatig kan men echter wel veel grootere kernen maken door hogere concentratie's van allylthiourem te nemen en daarna de kristalletjes te behandelen met eene natriumkarbonaatoplossing. Deze kernen zijn mikroskopisch zichtbaar.

Toch is ook deze opvatting, dat de gevoeligheidskernen uit zwavelzilver bestaan onbevredigend. De onderzoekingen van E. P. Wightman en R. F. Quirk over de versterking van het latente beeld door waterstofperoxyde en de onderzoekingen van W. Clark over de reactie van verschillende oxydatiemiddelen op de lichtgevoeligheid en op het latente beeld hebben onafhankelijk van elkander aangetoond, dat werkelijk de gevoeligheidskernen zeer vermoedelijk noch uit enkel zwavelzilver noch uit beiden bestaan. F. Weigert en F. Lühr hebben door verfijnde kwantitatieve analyse deze geringe overmaat aan zilver in onze fotografische emulsie's kunnen aantonen en nieuwere onderzoekingen maken het zeer waarschijnlijk, dat men daarnaast ook in staat is het gehalte aan zwavelzilver te kunnen vaststellen.

De vraag ligt nu voor de hand, hoe werken deze kernen, m.a.w. hoe wordt ontwikkelbaarheid van het broomzilverkristalletje door deze kernen teweeggebracht?

Wij kunnen de ontwikkeling van het latente beeld tot een zekere graad met eene kristallisatie vergelijken. W. Ostwald heeft aangetoond, dat kristallisatie op kernen optreedt, wanneer die kernen een bepaalde grootte bereikt hebben. W. Reinders acht in denzelfden zin de ontwikkelbaarheid alleen mogelijk, indien de kern van het latente beeld een zekere grootte heeft. R. Zsigmondy heeft bij kolloïde gouddeeltjes aangetoond, dat ongeveer 300 atomen per gouddeeltje noodig zijn, alvorens goud uit de oplossing op de deeltjes neersloeg. H. J. Volger en W. Clark achten het waarschijnlijk, dat de grootte van de ont-

wikkelbare kern van het latente beeld van dezelfde orde grootte is. I. Langmuir, W. Reinders en L. Hamburger zijn in staat geweest bij zoogenaamde fysische ontwikkeling ontwikkelbaarheid op veel kleinere kernen te kunnen aantonen.

Hoe de zilver-zwavelzilver gevoeligheidskernen tot de ontwikkelingskernen van het latente beeld aangroeien is nog niet algemeen bevredigend verklaard.

In 1908 had L ü p p o-C r a m e r er al op gewezen, dat het latente beeld van Röntgenstralen andere eigenschappen heeft dan het latente beeld van zichtbaar licht. W. Meidinger ontdekte, dat de fotografische platen veel geringere verschillen in gevoeligheid vertoonde voor  $\alpha$ -stralen dan voor licht. Wanneer men de waterstofionenconcentratie van een fotografische emulsie verandert, heeft dit grooten invloed op de gevoeligheid voor daglicht, maar geen invloed op de gevoeligheid voor  $\alpha$ -stralen.

In 1910 ontdekte K i n o s h i t a en dit werd in 1922 door T h. S v e d b e r g bevestigd, dat elk  $\alpha$ -deeltje, dat door een broomzilverkristalletje geabsorbeerd wordt gedurende blootstelling aan  $\alpha$ -stralen, dit kristalletje ook onmiddellijk ontwikkelbaar maakt. Dit wordt begrijpelijk, wanneer men bedenkt, dat volgens W. N e r n s t en W. N o d d a c k elk  $\alpha$ -deeltje onder deze omstandigheden 50.000 zilveratomen vrij maakt. W. Meidinger geloofde nu, dat ongeveer hetzelfde bij Röntgenstralen zal optreden, omdat de Röntgenstralenquanta veel meer energie bevatten dan de lichtquanta, die slechts in staat zijn om één zilveratoom bij absorptie door een broomzilverkristalletje vrij te maken, hetgeen onvoldoende is om ontwikkelbaarheid te introduceren. J. E g g e r t en W. N o d d a c k hebben aangetoond, dat elk Röntgen-quantum van 0.275 Å-eenheden golflengte in staat is om bij absorptie door een broomzilverkristalletje ongeveer 1000 zilveratomen vrij te maken. Dit is meer dan nodig is om ontwikkelbaarheid te introduceren.

Wij hebben Meidinger's vermoeden experimenteel onderzocht. De reeds vroeger vermelde fotografische platen, die dezelfde distributiekromme voor grootte en aantal der broomzilverkristalletjes bevatten en welke voor gewoon daglicht lichtgevoeligheden hadden van 30 en 470 H. en D. eenheden, omdat twee verschillende gelatinesoorten gebruikt waren, hadden tegenover Röntgenstralen ongeveer dezelfde lichtgevoeligheid.

Neemt men een gewone hooggevoelige fotografische plaat en doet men dezelfde proef over in omgekeerde richting door het effect der chroomzuur-zwavelzuurbehandeling, die de gevoeligheidskernen oplost, te vergelijken tusschen daglichtgevoeligheid en Röntgenstralen dan krijgt men dezelfde uitkomst. In Fig. 5 ziet men het effect van de chroomzuurbehandeling bij gewoon

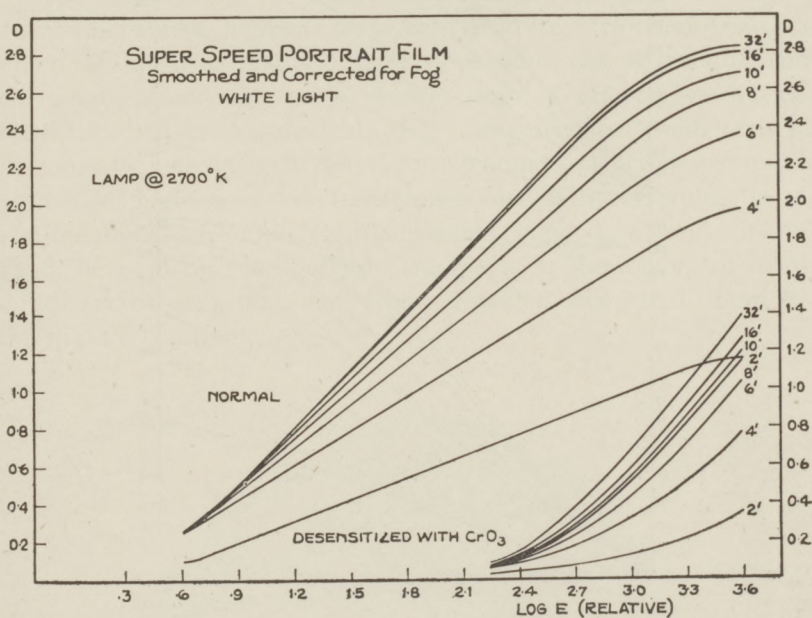


Fig. 5. Effect der chroomzuurreactie op de gevoeligheid van een fotografische plaat voor zichtbaar daglicht bij verschillende ontwikkelingstijden.

daglichtblootstelling voor verschillende ontwikkelingstijden en in Fig. 6 ziet men hetzelfde bij Röntgenstralen blootstelling.

Deze uitkomsten wijzen er op, dat de gevoeligheidskernen voor Röntgenstralen nagenoeg inactief zijn. Het moet erkend worden, dat er nog een zeer zwakke werking is aan te toonen, wat ook gevonden is door A. Bouwers, die bij Röntgenstralen nog een zeer zwakke afwijking van de reciprociteitswet vond en konstateerde, dat de Schwarzschild-exponent bij intermitterende belichting bijna één is. Ook J. Eggert vond op andere wijze nog een zeer zwakke actie der kernen voor Röntgenstralen, hetgeen er op wijst, dat er nog een geringe voorkeur bij Röntgen-

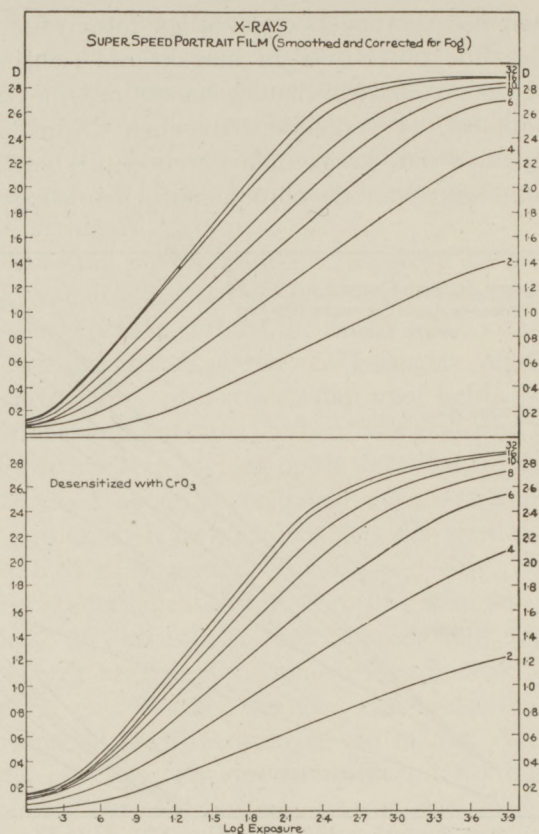


Fig. 6. Effekt der chromzuur-reaktie op de gevoeligheid van dezelfde fotografische platensoort als gebruikt in het experiment van Fig. 5 voor Röntgenstralen bij dezelfde ontwikkelingstijden.

stralen te konstateeren is om het latente beeld te vormen door de zwavelzilver-zilver-kernen. Deze voorkeur is echter zoo gering, dat zij praktisch verwaarloosd kan worden. Zien wij daarom van deze geringe afwijking af dan komen al deze experimenten en bepalingen daarop neer, dat het oppervlak der broomzilverkristalletjes in voor daglicht minder gevoelige platen voor Röntgenstralen overal dezelfde gevoeligheid bezit. En toch is er na een bepaalde blootstelling van deze kristalletjes aan Röntgenstralen een geprononceerde distributie der ontwikkelbaarheid te konstateeren. Wanneer men twee gelijke en gelijkvormige kristalletjes naast



elkander aan Röntgenstralen blootstelt kan men bij eene bepaalde belichting konstateeren, dat het eene kristalletje ontwikkelbaar is en het andere niet. Hetzelfde treedt ook op bij broomzilverkristalletjes, waarbij alle kernen door chroomzuurzwavelzuurbehandeling geheel vernietigd zijn, zoodat het oppervlak overal tegenover Röntgenstralen zeker geheel gelijkgevoelig is.

Dit is alleen mogelijk, indien de Röntgenstralen geene homogene energiedistributie hebben, maar een diskrete structuur bezitten. Zoo'n structuur in quanta of beter in photons, die elk een quantum energie bezitten, was reeds vroeger door Einstein uit het foto-elektrisch effect afgeleid. Met Röntgenstralen vond men bij de ionisatie van gassen, dat de vrijgekomen elektronen dezelfde snelheden hadden als de elektronen der kathodestrallen in de Röntgenbuis, welke de Röntgenstralen voor deze ionisatie uitzond, hetgeen op eene gerichte energie wijst. Maar bovenal wordt de diskrete structuur van Röntgenstralen bevestigd door het Compton effect.

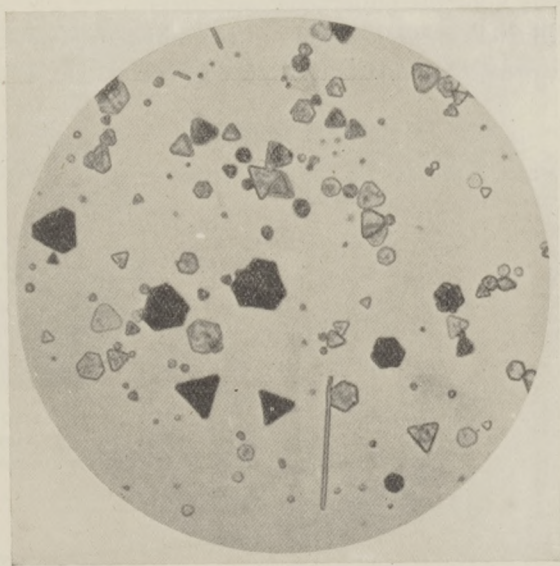


Fig. 7. Aan Röntgenstralen blootgestelde met hydroquinon ontwikkelde broomzilve kristalletjes. Het ontwikkelde kristalletje heeft dezelfde grootte en vorm als het oorspronkelijke broomzilverkristalletje.

Dit geeft eene definitieve voorstelling van de inwerking van Röntgenstralen op de fotografische plaat, welke kwantitatief onderzocht kan worden. Dit onderzoek is in samenwerking met L. Silberstein gedaan.

Eerst werd eene methode uitgewerkt, waarbij nauwkeuriger gegevens verkrijgbaar waren omtrent de lichtgevoeligheid der broomzilverkristalletjes bij kortere belichtingen dan bij Svedberg's methode te bepalen zijn. Dit is van belang, omdat zooals in Fig. 3 duidelijk is te zien de lichtgevoeligheidskrommen voor daglichtbelichting duidelijk een keerpunt bezitten bij kortere belichtingen, die, zooals men zien zal bij Röntgenstralen niet kan optreden.

De methode bestaat hierin, dat men eene fotografische emulsie vervaardigt van zuiver broomzilver en deze ontwikkelt met eene kaliumbromide houdende hydroquinone-ontwikkelaar. De ontwikkelde zilverkorrel heeft dan dezelfde gedaante en grootte als het origineele broomzilverkristalletje, zooals in Fig. 7 te zien is. Van een enkele serie mikrogrammen kan men dan op deze wijze alle gegevens voor dit onderzoek verkrijgen.

De distributiekromme der gebruikte emulsie is gegeven in Fig. 8. De emulsie was voor daglicht weinig gevoelig. De waarschijnlijk-

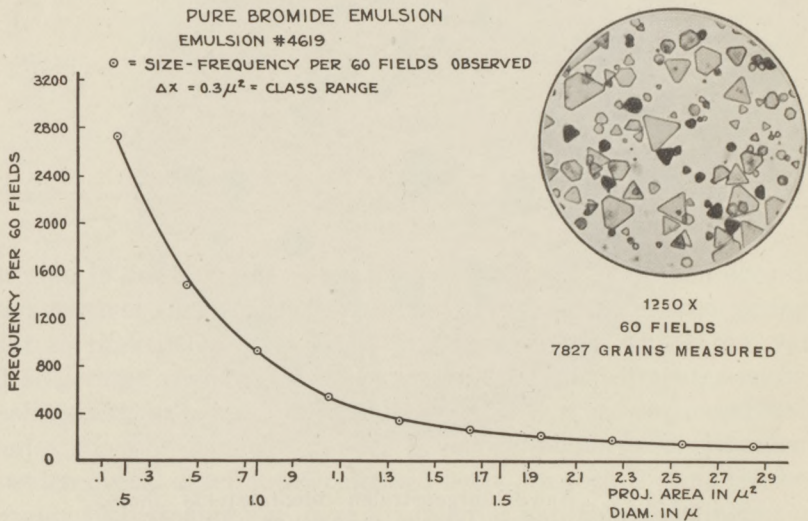


Fig. 8. Distributiekromme van grootte en aantal broomzilverkristalletjes van eene zuivere broomzilver emulsie.

heid  $p$  van een kristalletje om bij eene bepaalde belichting ontwikkelbaar te worden is

$$p = 1 - e^{-na}$$

waarin  $e$  is het grondgetal van het natuurlijke logaritmenstelsel,  $n$  is het aantal photons, dat gedurende de belichting op het kristalletje valt en  $a$  is het blootgestelde oppervlak van het kristalletje.

Het aantal  $k$  kristalletjes, dat ontwikkelbaar wordt na de expositie is

$$k = Np \pm N \text{ (P.D.)}$$

waarin  $N$  is het totaal aantal kristalletjes, dat blootgesteld was aan de Röntgenstralen en (P.D.) is de waarschijnlijke afwijking van de theoretische waarde en wordt bepaald door

$$\text{(P.D.)} = 0.477 \sqrt{\frac{2p \cdot (1-p)}{N}}$$

Tenzij de waargenomen afwijking is meer dan 2.5 maal de berekende waarschijnlijke afwijking, kan de overeenstemming tusschen waarneming en berekening beschouwd worden als bevredigend. Alle waargenomen gegevens, welke liggen binnen de grenzen der waarschijnlijke afwijking zijn in volkomen overeenstemming met de theoretische waarden.

Indien men in plaats van de absolute grootte  $a$  van elk kristalletje de gemiddelde grootte  $\bar{a}$  van eene klassegrootte van kristalletjes neemt, krijgt men:

$$p = 1 - e^{-n\bar{a}}$$

hetgeen geeft

$$\lg(1-p) = -n\bar{a}$$

$$\log(1-p) = -Mn\bar{a}$$

waarin  $M = 0.4343$ .

Zoo wordt dus

$$\frac{\log(1-p)}{\bar{a}} = Mn = \text{konstant} = 0$$

voor elke belichting.

In twee series waarnemingen werd gevonden

$$C_4 = 0.0427$$

$$C_3 = 0.0832$$

TABEL I.  
 $C_3 = 0.0844.$

Klas.	$z$	N.	$100 \frac{k}{N}$ waar- gen.	$100 \frac{k}{N}$ berek.	100 (P.D.)	100 $\Delta$	$\frac{\Delta}{(P.D.)}$	C.
1 . . . . .	0.23	3379	4.4	4.4	1.1	0.0	0.0	0.084
2 . . . . .	0.45	2621	7.3	8.4	1.3	1.1	0.8	.074
3 . . . . .	0.75	1651	11.8	13.6	1.7	1.8	1.1	.073
4 . . . . .	1.05	1036	17.8	18.4	1.9	0.6	0.3	.081
5 . . . . .	1.35	612	21.9	23.1	2.5	1.2	0.5	.079
6 . . . . .	1.65	512	25.5	27.4	2.6	1.9	0.7	.077
7 . . . . .	1.95	428	26.7	31.5	2.9	4.8	1.7	.069
8 . . . . .	2.25	402	32.2	35.4	2.8	3.1	1.1	.075
9 . . . . .	2.55	291	36.2	39.1	3.2	2.9	0.9	.077
10 . . . . .	2.85	266	33.7	42.5	3.5	8.8	2.5	—
11 . . . . .	3.15	252	42.7	45.8	3.2	3.1	1.0	.077
12 . . . . .	3.45	221	42.0	48.8	3.5	6.8	1.9	.069
13 . . . . .	3.75	201	48.4	51.7	3.4	3.3	1.0	.077
14 . . . . .	4.05	137	61.3	54.5	3.7	6.8	1.8	.102
15 . . . . .	4.35	164	58.4	57.1	3.4	1.3	0.4	.087
16 . . . . .	4.65	143	64.8	59.5	3.4	5.3	1.6	.098
17 . . . . .	4.95	139	66.9	61.8	3.4	5.1	1.5	0.97
18 . . . . .	5.25	122	82.8	63.9	3.2	18.9	5.9	—
19 . . . . .	5.55	95	74.7	66.0	3.8	8.7	2.3	.107
20 . . . . .	5.85	81	76.5	67.9	4.0	9.5	2.4	.108

TABEL II.  
 $C_4 = 0.0422.$

Klas.	$z$	N.	$100 \frac{k}{N}$ waar- gen.	$100 \frac{k}{N}$ berek.	100 (P.D.)	100 $\Delta$	$\frac{\Delta}{(P.D.)}$	C.
1 . . . . .	0.23	4182	0.7	2.2	0.6	1.5	2.5	0.014
2 . . . . .	0.45	3295	3.3	4.3	1.3	1.0	0.8	.032
3 . . . . .	0.75	1821	5.0	7.0	1.8	2.0	1.1	.030
4 . . . . .	1.05	1014	11.2	9.7	1.9	-1.5	0.8	.049
5 . . . . .	1.35	688	17.3	12.3	2.0	-5.0	2.5	.061
6 . . . . .	1.65	532	15.7	14.7	2.6	-0.4	0.3	—
7 . . . . .	1.95	482	19.5	17.3	2.6	-2.2	0.8	.048
8 . . . . .	2.25	408	16.7	19.7	3.2	2.9	0.9	—
9 . . . . .	2.55	350	22.0	21.9	3.2	-0.1	0.03	.042
10 . . . . .	2.85	292	23.1	24.2	3.5	1.1	0.3	.040
11 . . . . .	3.15	252	18.9	26.4	4.2	7.5	1.8	—
12 . . . . .	3.45	229	22.3	28.5	4.3	6.2	1.4	.032
13 . . . . .	3.75	185	23.2	30.5	4.7	7.3	1.6	.031
14 . . . . .	4.05	180	20.0	32.5	5.2	3.3	2.4	—
15 . . . . .	4.35	166	30.8	34.5	4.5	6.3	1.4	.037
16 . . . . .	4.65	159	30.8	36.4	4.6	5.5	1.2	.034
17 . . . . .	4.95	123	41.3	38.2	4.6	-3.1	0.7	.047
18 . . . . .	5.25	128	44.7	39.9	4.4	-4.8	1.1	.049
19 . . . . .	5.55	107	45.8	41.7	4.7	-4.1	0.9	.048
20 . . . . .	5.85	81	55.6	43.4	5.0	-12.2	2.4	.060

waarbij  $C_3$   $2 \times$  zoo sterk belicht was als  $C_4$ . Genomen werd voor het verdere onderzoek het gemiddelde van deze beide gegevens  $C_4$  en  $\frac{1}{2}C_3$ ; hetgeen geeft

$$C_4 = 0.0422$$

$$C_3 = 0.0844.$$

In Tabel I zijn de gegevens verzameld voor  $C_3$ .  $\Delta$  beteekent het verschil tusschen de waargenomen en de berekende waarden voor  $100 k/N$ . In Tabel II zijn de overeenkomstige gegevens verzameld voor  $C_4$ . In Fig. 9 en 10 zijn de corresponderende gegevens grafisch voorgesteld voor de waarden  $C_3$  en  $C_4$ .

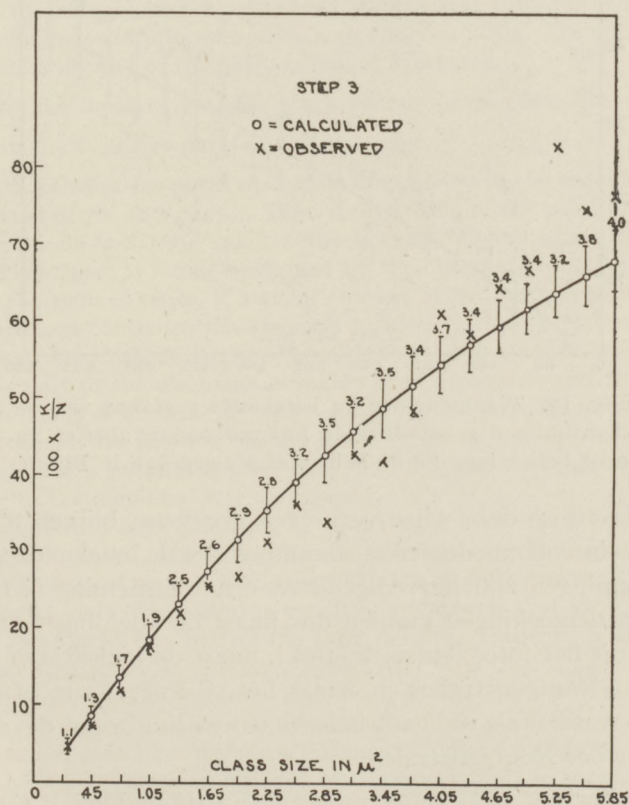


Fig. 9. Waargenomen en berekende gegevens van de distributie der ontwikkelde broomzilverkristalletjes na eene belichting.

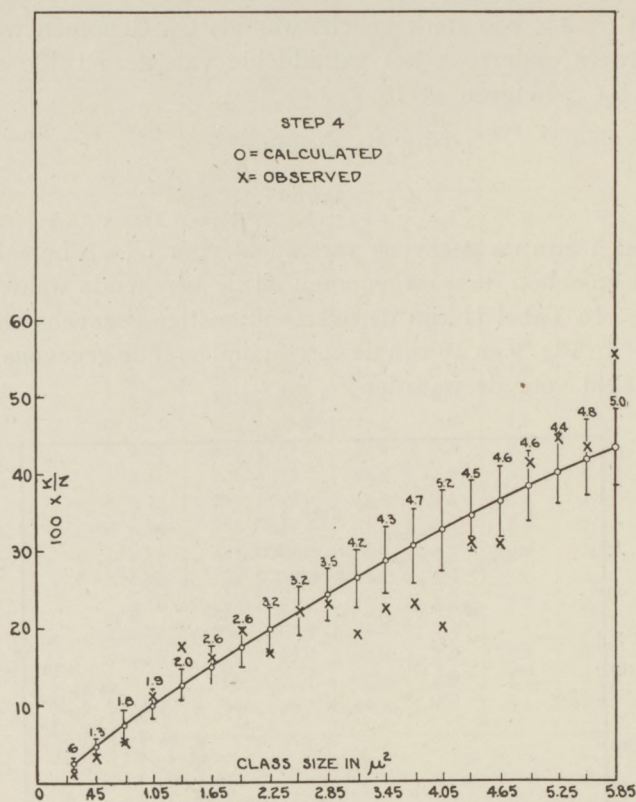


Fig. 10. Waargenomen en berekende gegevens van de distributie der ontwikkelde broomzilverkristalletjes na eene belichting, die de helft was als gegeven in Fig. 9.

Van de 40 op deze wijze verkregen gegevens, blijken 32 waarnemingen in volkomen overeenstemming met de berekende waarde; 7 waarnemingen zijn bevredigend en een waarneming is fout.

Deze onderzoekingen kunnen dus naast de afleiding van Einstein uit het foto-elektrisch effect, naast de ionisatie verschijnselen van Röntgenstralen en naast het Compton effect beschouwd worden als eene statistische aanwijzing voor de diskrete structuur der Röntgenstralen.

September 15, 1931.

Eastman Kodak Company  
Research Laboratories  
Rochester, N.Y.

# VELD EN IONENCONCENTRATIE NABIJ DE KATHODE VAN EEN BOOGONTLADING

door W. DE GROOT

## Summary:

This paper contains a discussion of observations (published before) on the arc discharge between incandescent spherical tungsten electrodes of 1,8 mm diameter in different gases, especially in Neon. The concentration of the electrons and of the positive ions is evaluated:

- 1) in the layer of positive space charge surrounding the cathode,
- 2) in the field-free parts of the discharge.

The thickness of the positive layer is found to be of the order of  $\frac{1}{200}$  mm (in the case of *Ne* at 2 Amp.). The concentration of the positive ions close to the cathode is  $3.5 \cdot 10^{13}$  and in the field-free region amounts to about  $5 \cdot 10^{14}$ . This figure is found confirmed by the observation of Stark-broadening of the Balmer series, if a small amount of hydrogen is present.

The electron-concentration amounts to  $10^{13}$  close to the cathode, and in going from the cathode surface through the positive space charge to the field-free part of the discharge probably first diminishes and then rises to the same value of about  $5 \cdot 10^{14}$ . At 4 Amp. the increase of electron concentration causes the positive space charge to break down. The cathode is surrounded by a negative electroncloud and the discharge exhibits the form peculiar to the abnormal low voltage arc.

The amount of heat delivered to the cathode by a single positive ion is equal to  $k_1 V + k_2 V_i$ , where  $V$  is the arc potential,  $V_i$  the ionisation potential. From the fact that  $V$  is so low that each electron leaving the cathode can at most ionise one time the conclusion is drawn that the positive ion current is at most one half of the total current. This sets a lower limit to  $k_1$  and  $k_2$ , namely  $k_2 > 0,25$  if  $k_1 = 1$  and  $k_1 > 0,40$  if  $k_2 = 1$ .

The diffusion of the electrons into the field-free space is discussed from the point of view of loss of energy by elastic collisions. The electrons cannot excite the red neon lines beyond a distance of about 1 mm from the surface of the cathode. This is confirmed by observation. The measurement of anodic heating demonstrates the existence of a large amount of electrons having an energy of a few volts, when reaching the anode. This is in accordance with the diffusion-calculation, it being certain, that  $\frac{1}{3}$  of the electrons that reach the anode, did not lose energy by ionisation, whereas the

part from these electrons, that excites, must be small as follows from observation of the visible spectrum.

An observation is mentioned of a peculiar discharge in Neon, mixed with  $H_2$ , exhibiting a current-density of about 1000 Amp/cm<sup>2</sup>. In this case one would expect ionic concentrations about 100 times as large, as those mentioned before which is confirmed by the enormous Stark-broadening of the Balmer lines.

1. In 1925 werden boogontladingen tusschen wolfraamelectroden in  $Ne$ ,  $Ar$ ,  $Hg$ ,  $N_2$  en  $CO$  door mij onderzocht <sup>1)</sup>.

Voornamelijk werden toen temperaturen van kathode en anode bepaald en daaruit conclusies getrokken over de energiebalans in genoemde ontladingen. Het is echter mogelijk deze waarnemingen nog op andere wijze te benutten en daaruit gevolgtrekkingen te maken over de concentraties van de positieve ionen en electronen, in het bijzonder in de nabijheid van de kathode en over de veldverdeling daar ter plaatse. De concentratie der positieve ionen in verschillende ontladingen werd door mij langs onafhankelijken weg in enkele speciale gevallen bepaald <sup>2)</sup>, met name in ontladingen in mengsels van edelgassen en metaaldampen ( $Ne—Ba$ ,  $Ar—Hg$ ,  $Ne—Hg$ ). Hoewel de interpretatie van deze metingen aan vele onzekerheden onderhevig is <sup>3)</sup> kan men toch veilig deze conclusie er uit trekken, dat in positieve zuilen met een veldsterkte van 1 V/cm en een stroomdichtheid van 10 mA/cm<sup>2</sup> de concentratie van positieve ionen en electroden van de orde  $10^{10}$  per cm is, terwijl in boogontladingen met een stroomdichtheid van 1 A/cm<sup>2</sup> deze concentratie  $10^{12}$  à  $10^{13}$  bedragen. Deze resultaten zijn in bevredigende overeenstemming met resultaten van sondemetingen <sup>4)</sup>, <sup>5)</sup>, <sup>6)</sup>, <sup>7)</sup>, en met schattingen op grond van de theorie der ontladingen <sup>8)</sup>.

1) W. de Groot, *Physica* **5**, 121, 234 (1925).<sup>¶</sup>

2) W. de Groot, *ZS. f. Phys.* **50**, 559 (1928); *ZS. f. Phys.* **60**, 617 (1930); *Physica* **7**, 315 (1927).

3) W. de Groot, *ZS. f. Phys.* **55**, 52, (1929) *Physica* **9**, 263 (1929).

4) I. Langmuir, Mott Smith, *Gen. El. Rev.* **27**, 449, 538, 616, 762, 880 (1924).

5) K. T. Compton, L. Turner, Mc Curdy, *Phys. Rev.* **24**, 597 (1924).

6) K. T. Compton, C. Eckart, *Phys. Rev.* **25**, 139 (1925).

7) M. J. Druyvesteyn, *ZS. f. Phys.* **64**, 781 (1930).

8) M. J. Druyvesteyn, *Physica* **10**, 61 (1930).

M. J. Druyvesteyn, *ZS. f. Phys.* **64**, 781 (1930).

W. de Groot, *ZS. f. Phys.* **60**, 617 (1930).

De aldaar op pag. 623 gebruikte formule moet luiden  $N = 4,2 \cdot 10^{13} i/\sqrt{T}$ .



2. In het volgende wensch ik nog eens een dergelijke schatting uit te voeren en wel voor de eerstgenoemde ontladingen tusschen *Wo* elektroden in verschillende gassen. Opvallend bij deze ontladingen is het regelmatig uiterlijk in de nabijheid van de (bolvormige) kathode. Speciaal in neon is de ontlading buitengewoon symmetrisch en volkomen rustig <sup>1)</sup>. Er is geen sprake van een brandvlek of krater (*Ansatzstelle*). De geheele kathode is op nagenoeg dezelfde temperatuur en het roode glimlicht <sup>2)</sup>, dat de ont-

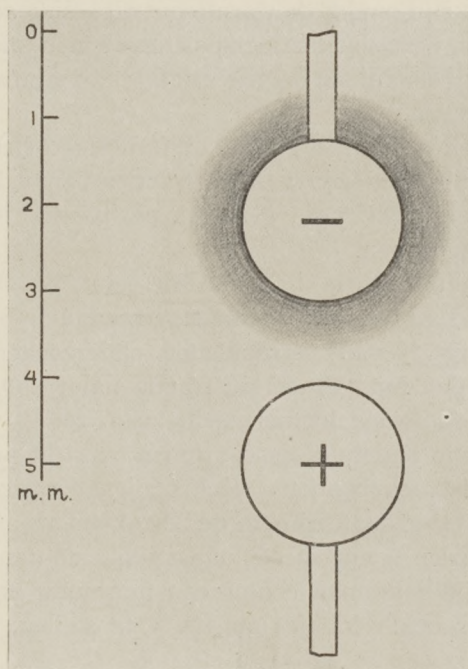


Fig. 1. Ontlading tusschen *Wo*-elektroden in Neon, stroom 2 amp.

1) Ook de anode gloeit in neon rustiger dan in andere gassen m.n. *Ar* en *N<sub>2</sub>*. Als gevolg daarvan kan men deze zonder moeite in half gesmolten toestand houden met een scherpe afscheiding tusschen vast en vloeibaar. De vloeistof is iets donkerder.

2) Dit glimlicht werd in een vroegere publicatie (l.c.) als aureool beschreven. Het schijnt mij logisch toe om hier van glimlicht te blijven spreken. Inderdaad is het hier waargenomen lichtverschijnsel de laatste rest die van het negatieve glimlicht overblijft bij continue overgang van deze ontladingsvorm naar die met spontaan electronen emitterende gloeiende kathode. De benaming aureool kan bewaard blijven voor een ander verschijnsel. Zie b.v. M. J. Druyvesteyn, *Physica* **11**, 129, 1931, pag. 138.

lading begeleidt omhult de kathode als een overal evendikke laag met een radiale afmeting van ca. 1 mm.

Wij mogen aannemen dat de stroomdichtheid aan het geheele oppervlak dezelfde is. De stroom aan de kathode nu is gedeeltelijk electronenstroom, gedeeltelijk positieve ionenstroom en wel staat vast dat de positieve ionenstroom kleiner is dan de helft van de totale stroom omdat elk electron wegens de lage boogspanning ( $< 27$  V) slechts éénmaal kan ioniseeren. Aan den anderen kant kan de positieve ionenstroom niet beneden een zeker minimum waarde gelegen zijn omdat de warmteontwikkeling aan de kathode aanzienlijk is en deze slechts door positieve ionen kan worden veroorzaakt, terwijl electronen omgekeerd bij het verlaten der kathode deze doen afkoelen.

De onzekerheid die op dit punt blijft bestaan berust in hoofdzak op het onbekend zijn van de fracties van veldenergie ( $eV$ ) en ionisatie-energie ( $eV_i$ ) die werkelijk per positief ion aan de kathode wordt afgegeven.

In een vorige publicatie (l.c.) werd de eerste op 50% de tweede op 100% gesteld. Latere overwegingen, gesteund op berekeningen<sup>1)</sup> en waarnemingen<sup>2)</sup> van verschillende onderzoekers maken het waarschijnlijk dat juist de eerste fractie nabij 100% gelegen is, terwijl de tweede wellicht belangrijk van 100% verschilt. Wij willen hier niet in nadere discussie treden over dit punt, dat zeker nog nader onderzoek behoeft. Slechts zij aangestipt dat ook de pogingen die later gedaan zijn om de betrokken grootheden experimenteel te bepalen<sup>3)</sup> nog steeds aanzienlijke foutenbronnen kunnen bevatten. Wij kunnen echter een minimum waarde voor  $i_p$  berekenen door beide fracties op 100% te stellen. Dan is

$$\frac{U_k + i\varphi}{V_i + V} < i_p < \frac{1}{2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

( $U_k$  = uitstraling der kathode,  $i$  totale boogstroom).

Een tabel uit een vroegere publicatie wordt hier herhaald met vermelding van de daaruit berekende onderste grens voor  $i_p$ . Wij

- 
- 1) I. Runge, ZS. f. Phys. **61**, 174 (1930).
  - 2) K. T. Compton, C. C. v. Voorhis, Phys. Rev. **30**, 318 (1927).  
M. L. E. Oliphant, Proc. Roy. Soc. A **132**, 632 (1931) deelt mede, dat hij redenen heeft om de eerste fractie op 100% te stellen, althans voor normale inval.
  - 3) C. C. v. Voorhis en K. T. Compton, Phys. Rev. **37**, 1596 (1931).

zien dat deze  $\frac{1}{3}$  à  $\frac{1}{4}i$  bedraagt. Dientengevolge zullen wij niet ver van de waarheid zijn, wanneer wij stellen:

$$i_p \text{ circa } \frac{1}{3}i \dots \dots \dots (3)$$

waarbij nog in aanmerking te nemen is dat de verhouding van  $i_p$  tot  $i$  met toenemende boogstroom daalt <sup>1)</sup>.

TABEL

Neon $V_i = 21,5$ Volt, opp. kathode 0,110 anode 0,104 cm <sup>2</sup> )							
$i$ (Amp) . . .	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$V$ (Volt) <sup>2)</sup> . .	26,5	23,5	22,5	21,5	20,5	20	20
$T_k$ (°K) . . .	2870	2900	2930	2950	2980	3000	3030
$U_k$ (W) . . .	18	19	20,5	21,5	22	23	23,5
$\frac{U_k + i\phi}{V + V_i}$ (Amp)	0,52	0,63	0,73	0,84	0,90	0,99	1,03
$T_a$ (°K) . . .	2330	2510	2690	2840	2970	3100	3230
$U_a$ (W) . . .	9	11	14	17	21	25	29
$\frac{U_a - i\phi}{i}$ (Volt)	1,3	1,0	1,0	1,2	1,4	1,7	1,0

De positieve ionen die de kathode bereiken worden in de onmiddellijke nabijheid daarvan gemaakt. Bij de gegeven gasvulling (400 mm bij 20° C) en bij de hoge temp. in de boog (3000° K) is de vrije weglengte der electronen in het gas rondom de kathode ongeveer 0,002 cm ( $\frac{1}{50}$  mm). Niet iedere botsing geeft echter aanleiding tot ionisatie of aanslag omdat de snelheid van de electronen na het doorlopen van het veld slechts weinig boven de ionisatiespanning ligt en de ionisatiekans dus gering is, terwijl de aanslagkans vermoedelijk hoogstens enkele % bedraagt). Zoo kunnen wij onder meer begrijpen, dat de electronen ver in het gas kunnen doordringen en daarbij nog steeds atomen aanslaan. Deze verder van de kathode verwijderde plaatsen worden echter door de electronen slechts langs omwegen bereikt, waarop een groot aantal botsingen plaats vinden. Aangezien, ook wanneer geen aanslag of ionisatie plaats vindt, ten gevolge van uitwisseling van hoeveel-

1) Verder volgt in verband met betrekking (1) dat, indien men

$$U_k + i\phi = i_p (k_1 V + k_2 V_i)$$

stelt, dat de gemiddelde waarde van  $k_1$  en  $k_2$  zeker grooter is dan  $\frac{2}{3}$ . Neemt men aan dat  $k_1 = 1$  dan zou volgen  $k_2 > 0,25$ . Dit is een absolute minimumwaarde voor  $k_2$  terwijl voor  $k_1$  aldus een minimum waarde 0,40 gevonden wordt.

2) Gecorrigeerd t.o.v. vroegere waarden voor spanningsverlies in pooldraden.

heid van beweging bij elke botsing een zeer geringe fractie van de energie verloren gaat, is het te begrijpen dat op grotere afstanden de electronen geen energie meer over hebben om nog te kunnen aanslaan. Uit de ontlading blijkt dat de grens voor de aanslag 1 mm bedraagt. Voor de ionisatie moet zij dus nog aanzienlijk minder zijn. De aanslagspanning van het roode neonlicht bedraagt namelijk 18,5 Volt, de ionisatiespanning 21,5 Volt, terwijl de potentiaal aan de grens der veldvrije ruimte ongeveer gelijk is aan de boogspanning. In ons geval ( $i = 2$  Amp) is deze potentiaal dus gelegen tusschen 21,5 en 23,5 Volt. Uit het aan de ruimteladingslaag grenzende deel der veldvrije ruimte requireert de ontlading de positieve ionen die naar de kathode toe bewegen, daarbij tegen de gasatomen botsende.

Geschiedde deze beweging nu in een constant veld  $F$  dan zou de beweging der ionen ten slotte eenparig zijn met een snelheid  $v_p$ , bepaald door

$$v_p = k \cdot F \quad \dots \dots \dots (3)$$

De waarde van  $k$  voor neonionen in  $Ne$  is uit metingen van Druyvesteyn<sup>1)</sup> vrij goed bekend. Wij willen nu eerst aannemen dat (3) blijft gelden, ook al is het veld van punt tot punt variabel. Verder nemen wij aan dat de ruimtelading der electronen te verwaarloozen is. Dan kan men de volgende betrekkingen opschrijven.

$$v_p = k \frac{\partial V}{\partial r} \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$i_p : O = j_p = e_p \cdot v_p \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$-4\pi e_p = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} \quad \dots \dots \dots (6)$$

Hieruit volgt:

$$-8\pi j_p / k = 2 \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} \cdot \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (7)$$

Stellen wij  $x = r_0 - r$ , waarbij  $r_0$  de grens van de veldvrije ruimte aangeeft, dan is

$$\left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 = 8\pi j_p x / k \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = (8\pi j_p x / k)^{1/2} \quad \dots \dots \dots (8a)$$

$$V_0 - V = (32\pi j_p / 9k)^{1/2} x^{3/2} \quad \dots \dots \dots (9)$$

1) M. J. Druyvesteyn, ZS. f. Phys. (Zal binnenkort verschijnen).

en aangezien  $V = 0$  voor  $x = d$ , waarbij  $d$  de dikte der ruimteladingslaag voorstelt

$$d = (9kV_0^2/32\pi j_p)^{1/3} \dots \dots \dots (10)$$

Hieruit vinden wij met  $j_p = 7 \text{ amp/cm}^2 = 2,1 \cdot 10^{10} \text{ E.S.E./cm}^2$ ,  $k = 9 \text{ cm/sec per V/cm bij 1 atm.}$ , dus in ons geval  $6 \cdot 10^4 \text{ cm/sec. per E.S.E./cm}$ ,  $V_0 = 21,5 \text{ Volt} = 0,07 \text{ E.S.E.}$

$$d = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

terwijl de waarde van  $\rho_p$  aan het kathodeoppervlak  $3,3 \cdot 10^3$  zou worden dus de concentratie  $n_p = 7 \cdot 10^{12}$ .

De vrije weglengte der pos. ionen is in ons geval  $3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ . Op de voor  $d$  gevonden afstand vinden dus slechts weinig botsingen plaats. Wij zullen laten zien dat hierdoor de berekening van onwaarde wordt. Berekenet men namelijk de snelheid der pos. ionen aan het oppervlak der kathode, dan vindt men

$$(8\pi j_p k d)^{1/2} = 6 \cdot 10^6 \text{ cm/sec.}$$

Nu moet dit kleiner zijn dan de waarde die zou volgen uit

$$\frac{1}{2} M v_p^2 = e (V_0 - V) \dots \dots \dots (11)$$

hetgeen met  $M = 20M_H$  oplevert

$$v_p = 3 \cdot 10^5 \sqrt{V_0 - V} (\sqrt{\text{Volt}}) \dots \dots \dots (12)$$

dus met  $V = 0$ ,  $V_0 = 21,5 \text{ Volt}$

$$v_p = 1,3 \cdot 10^6 \text{ cm/sec.}$$

Hieruit blijkt dat de berekening volgens (4) tot (6) onmogelijk juist kan zijn en dit als gevolg van het feit dat het aantal botsingen te gering is voor het tot stand komen van een stationnaire beweging van het ion.

Een betere schatting voor  $n_p$  en  $d$  vinden wij met de formule van Langmuir<sup>1)</sup>.

Volgens deze is de dikte van de positieve ruimteladingslaag aan een sonde

$$d^2 = \sqrt{\frac{2e}{M}} \cdot \frac{V_0^{3/2}}{9\pi j_p} \dots \dots \dots (13)$$

1) I. Langmuir, Phys. Rev. 2, 450, 1913 (zie noot 5, pag. 2).

De formule is op ons geval toepasselijk, wanneer de botsingen in de ruimteladingslaag te verwaarlozen zijn. Uit (13) volgt nu voor  $d$  de waarde

$$2,8 \cdot 10^{-4} \text{ cm.}$$

Er is wel reden dit voor een vrij juiste waarde te houden. De concentratie der pos. ionen vlak bij het oppervlak van de kathode bedraagt volgens deze berekening  $3,5 \times 10^{13}$  per  $\text{cm}^3$ , het veld aan de kathode ca. 80.000 V/cm. Wij willen nu nagaan in hoeverre de ruimtelading der electronen storend werkt. De electronen-emissie van de kathode bedraagt:

$$i - i_p = 1,3 \text{ amp.}$$

Er worden dus bij een oppervlak van  $0,1 \text{ cm}^2$   $13 \text{ Amp/cm}^2$  geëmitteerd, hetgeen goed overeenstemt met de thermische emissie bij de temperatuur der kathode ( $7,6 \text{ Amp/cm}^2$  bij  $2900^\circ \text{K}$ ), wanneer men het aanzienlijke Schottky-effect bij  $80.000 \text{ V/cm}$  in aanmerking neemt<sup>1)</sup>. Vlak aan het oppervlak der kathode is dus de concentratie:

$$4,2 \cdot 10^{13} j_{\text{Amp/cm}^2} / \sqrt{T} = \text{ca. } 10^{13}.$$

In de ruimteladingslaag der pos. ionen is de snelheid der electronen

$$5,95 \cdot 10^7 \sqrt{V}$$

waarin  $V$  het potentiaalverschil met de kathode voorstelt en dus de concentratie

$$n_e = \frac{j_{el.} \cdot 3 \cdot 10^9}{6 \cdot 10^7 \sqrt{V} \cdot e} = \text{ca. } 10^{11} \frac{j_e}{\sqrt{V}}$$

bij  $j_e = 13 \text{ Amp/cm}^2$  en  $V = 1,5 \text{ Volt}$  is  $n_e$  dus reeds tot  $10^{12}$  gedaald.

Men moet echter in aanmerking nemen dat uit de aangrenzende veldvrije ruimte electronen in de ruimteladingslaag doordringen. Al is dus de ruimtelading der electronen merkbaar geringer, zij is voornamelijk vlak voor de kathode niet te verwaarlozen.

1) C. Zwickler, Diss. 1925; Arch. Néerl. IIIA, 9, 207, 1925. Met een veld van  $80000 \text{ V/cm}$  zou hieruit volgen  $11,6 \text{ Amp/cm}^2$ .

Bij toenemende boogstroom neemt, ten gevolge van de relatieve daling van  $i_p$  de invloed der electronen toe. Dit blijkt o.a. uit het volgende verschijnsel. Wanneer men de boogstroom tot 4 Amp. opvoert begint de roode glimlichtlaag van de kathode los te laten <sup>1)</sup> (Fig. 2).

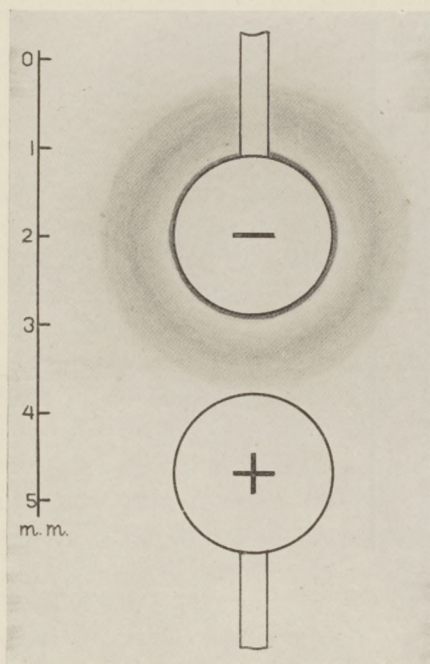


Fig. 2. Ontlading tusschen  $W_0$ -electroden in Neon, stroom 4 amp.

Dit verschijnsel lijkt zeer veel op hetgeen men waarneemt bij een kunstmatig verwarmde kathode (oxydkathode) wanneer men daarvan de temperatuur hoog opvoert. Men ziet dan bij voldoende sterke ontladingsstroom het glimlicht zich van de kathode ver-

1) Er blijft echter nog een zeer dun helder rood laagje op het oppervlak van de kathode bestaan. Vroeger (*Physica* 5, 121 (1925)) werd dit door mij gehouden voor de ruimteladingslaag zelf. De dikte van ongeveer 0,01 mm was daarvoor van de goede grootte orde. Thans meen ik dat het laagje een andere oorzaak moet hebben en wellicht samenhangt met de metastabiele atomen die bij de neutralisatie der pos. ionen in groote hoeveelheid moeten ontstaan (*Oliphant*, *Proc. Roy. Soc. A* 124, 228 (1929)). Dat metastabiele atomen verder een rol spelen wordt door hooge gasdruk en -temperatuur onwaarschijnlijk gemaakt.

wijderen terwijl de ontlading overgaat in een abnormale laagspanningsboog<sup>1)</sup>).

Met behulp van deze gegevens komen wij tot het beeld van de ontlading dat door fig. 3 wordt weergegeven.

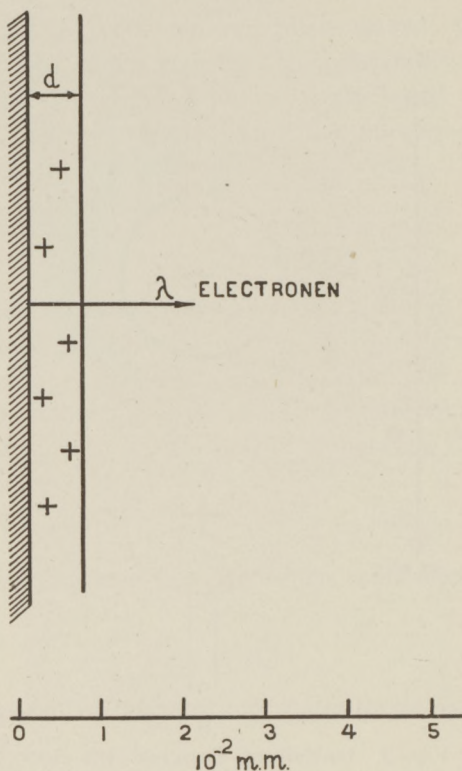


Fig. 3. Ruimteladingslaag en vrije weglengte der electronen.

De concentratie der pos. ionen is rechts van de ruimteladingslaag natuurlijk niet nul, maar de positieve ruimtelading wordt daar grootendeels opgeheven door de negatieve ruimtelading der electronen. De pos. ionenstroom gaat hier geleidelijk geheel over in electronenstroom. De ionensnelheden moeten in deze ruimte ook aanzienlijk zijn. Niet alleen hebben de pos. ionen minstens een snelheid beantwoordende aan de temperatuur van het gas ( $< 3000^\circ$ ),

1) M. J. Druyvesteyn, ZS. f. Phys. **64**, 781 (1930).



maar bovendien wordt hun een deel van de kinetische energie der electronen overgedragen<sup>1)</sup>). Het is niet onwaarschijnlijk dat in de ruimte buiten de ruimteladingslaag ionensnelheden van 1 Volt ( $3 \cdot 10^5$  cm/sec) heerschen. De concentratie der pos. ionen moet daar dan nog grooter zijn dan in de ruimteladingslaag zelf, en wel zoodanig, dat

$$\frac{1}{4} q_p v_p < i_p < q_p v_p$$

waaruit volgt:

$$n_p = 2 \text{ tot } 8 \times 10^{14}.$$

De ruimteladingslaag ontleent haar lading vergeleken met de veldvrije ruimte dus niet aan een teveel aan positieve, doch aan een tekort aan negatieve lading dat zelf weer wordt veroorzaakt door de groote snelheid waarmee de zeer lichte electronen deze laag doordringen.

De gevonden waarde wordt bevestigd door waarnemingen over het Stark-effect in de boog, wanneer men aan het Neogas een spoor waterstof toevoegt. Deze wordt nabij de electroden gedissocieerd, zoodat met de Balmerlijnen waarneemt, die t.o.v. de andere lijnen in het spectrum duidelijk verbreed zijn, ook reeds bij waarneming met een glasspectrograaf van matige dispersie. De lijn  $H_\beta$  ( $4101 \text{ \AA}$ ) heeft b.v. een breedte van 1 à 2  $\text{\AA}$ . Uit de berekening van H o l t s m a r k<sup>2)</sup> leidt men af dat de concentratie der ionen en electronen gezamenlijk bedraagt:

$$n = 10^{15} (\Delta / \Delta_1)^{3/2}$$

$\Delta$  is de waargenomen halfwaardebreedte,

$\Delta_1$  de halfwaardebreedte bij  $n = 10^{15}$ . Deze bedraagt voor de opvolgende nummers der Balmerreeks<sup>3)</sup>.

No.	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Delta_1 (\text{\AA})$	1,0	1,4	2,0	2,9	4,1	5,1	6,2	7,7

In ons geval volgt hieruit:

$$n = 3 \cdot 10^{14} \text{ ongeveer.}$$

1) Jane Dewey, Nature **123**, 681 (1929).

2) Phys. ZS. **20**, 162, 1919.

3) Daarbij heeft  $H_\alpha$  (6563) No. 1,  $H_\beta$  (4861) No. 2 enz. De waarden voor 5 tot 8 geëxtrapoleerd volgens Stark.

Gaan we nu de structuur van de aan de ruimteladingslaag grenzende veldvrije ruimte verder na. De electronen, wier vrije weglengte de dikte van de ruimteladingslaag eenige malen overtreft, maken in de veldvrije ruimte een diffusieproces door. Daarbij verliezen zij, ook wanneer zij niet aanslaan of ioniseeren, geleidelijk hun energie door elastische botsingen, en wel zoodanig dat per botsing

$$-\frac{\Delta E}{E} = \alpha \left(1 - \frac{E_{\text{gas}}}{E}\right)^1.$$

Verwaarloozen wij  $E_{\text{gas}}$  dan is

$$-\frac{dE}{E} = a db \dots$$

waarin  $b$  het aantal botsingen voorstelt, of

$$\ln \frac{E}{E_0} = -ab.$$

De grootheid  $a$  is afhankelijk van de richtingsverdeling na de botsing. Zij is gelijk aan  $2 m/M$  wanneer deze symmetrisch is t.o.v. een vlak loodrecht op de oorspronkelijke bewegingsrichting.

Voor neon is  $2 m/M = 1/18500$ . Het principe van de „drunkmans' walk” (zigzagweg)<sup>2)</sup>, brengt mee dat het electron zich na  $b$  botsingen op een afstand van de orde  $= \lambda \sqrt{b}$  van de kathode bevindt. Terugkeer naar de kathode is wegens het sterke veld in de ruimteladingslaag uitgesloten.

Uit een diffusieberekening<sup>3)</sup> kan men afleiden dat electronen met energie  $E$  in aantal 99% zijn afgenomen op een afstand

$$x = 480 \lambda \sqrt{1E_0/E}.$$

In ons geval is dit 1,7 mm. Deze uitkomst stemt wat grootte orde betreft met de waarneming overeen. In werkelijkheid vindt men, zooals reeds medegedeeld werd, ca. 1 mm. Het verschil tusschen dit bedrag en het berekende kan aan vele oorzaken worden toegeschreven, als: afname van  $\lambda$  door afname gasttemperatuur,

1) J. S. Townsend, Proc. Roy. Soc. A **120**, 511 (1928).

F. B. Pidduck, Proc. Roy. Soc. A **88**, 196 (1913).

2) Rayleigh, Theory of Sound.

3) Vergelijk gelijktijdige publicatie.

afwijking tusschen bolsymmetrisch en vlak probleem, extra verliezen door botsing met ionen en langzame electronen, het verloop van de aanslagfunctie.

Wij kunnen bovengenoemde beschouwingen nog verder toetsen door de verschijnselen aan de anode nader te bezien. In de besproken ontleding is de anode eveneens een wolfraambolletje waarvan het middelpunt zich op 2 mm afstand van het kathodeoppervlak bevindt; ofschoon voor dergelijke afstanden het diffusieprobleem der electronen niet meer als vlak mag worden beschouwd, kunnen wij met de voor dit geval berekende gegevens uitmaken, dat de electronen die zonder ionisatie en aanslag door het glimlicht heen zijn gekomen (voor de ionisatie zijn dit zeker  $\frac{1}{3}$  van de totale stroom, terwijl uit de sterkte van het aanslaglicht is te schatten dat slechts een klein deel van deze electronen nog door aanslag energie verliest), op deze afstand een energie over hebben van enkele Volts. Met deze energie komen zij dus op de anode aan.

In dit verband is het opmerkelijk dat wanneer men de straling

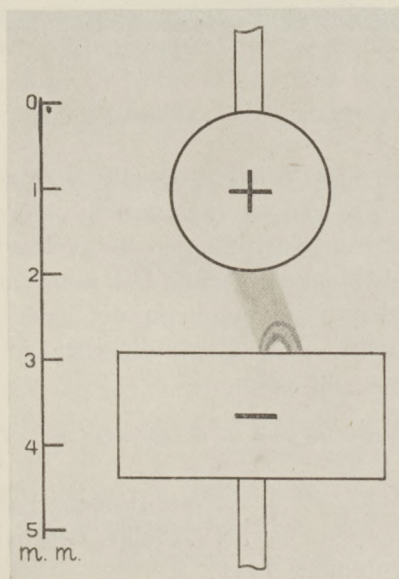


Fig. 4. Ontlading met hoge stroomdichtheid in  $Ne + H_2$ .

van de anode ( $U_a$ ) met het bedrag  $i \cdot \varphi$  (intreearbeid) vergelekt, men een bedrag overhoudt, dat inderdaad in Volts uitgedrukt voor alle waarden van  $i$  1 à 2 Volt bedraagt. Ook dit feit wordt dus door onze berekening goed weergegeven.

Tenslotte willen wij nog een geval bespreken dat toevallig eenmaal werd waargenomen. Bij een boogontlading in  $Ne$  tusschen een vlakke kathode van  $Wo$  en een bolvormige anode op ca. 1 mm afstand daarvan gebeurde het dat op de kathode een knobbeltje groeide, waarop de ontleding zich concentreerde. De stroomsterkte was 5 Amp. de stroomdichtheid kon op 1000 A/cm<sup>2</sup> worden geschat (fig. 4).

Aan het gas was een weinig waterstof toegevoegd. Nu vertoonde het spectrum van de ontleding, wanneer het punt waar deze zich concentreerde, op de spleet werd afgebeeld, een sterke verbredening der Balmerlijnen (fig. 5)<sup>1)</sup>.

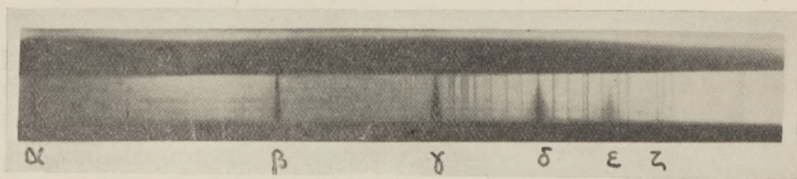


Fig. 5. Verbredening Balmerlijnen door ionenvelden.

Voor  $H\delta$  bedroeg de halfwaarde-breedte, voor zoover deze uit de opname is te schatten, 20 à 30 Å. In verband hiermee moet de concentratie van ionen en electronen in het veldvrije deel der ontleding ca.  $3 \cdot 10^{16}$  hebben bedragen. Dit komt goed overeen met het boven gevondene. Immers is in dit geval de concentratie 100 × grooter, terwijl ook de stroomdichtheid in deze verhouding grooter was.

1) Een dergelijke waarneming voor  $He$  is beschreven door T. Suga, *Astrophys. Journ.* **70**, 201, 1929.

Natuurkundig Laboratorium der  
NV. Philips' Gloeilampenfabrieken.

Eindhoven, 10 September 1931

## WERKELIJKHEID EN BEGRIPPENVORMING<sup>1)</sup>

door H. A. KRAMERS

Onze wereld is vol tegenstellingen. Dat ligt zoo in haar aard, en wij zijn er dus ook aan gewend. Die tegenstellingen zijn echter van velerlei soort, en over de eene soort denken we heel anders dan over de andere. Waar het mij heden vergund is te spreken in het hoogste instituut voor technisch onderwijs en technisch onderzoek hier te lande, is er één tegenstelling, die zich met kracht aan mij opdringt: *daad en gedachte*. Ik wenschte wel, dat ik deze antithese tot onderwerp, tot leidraad voor mijn rede had kunnen kiezen. Doen en denken, deze twee zoo fundamenteele werkzaamheden van den mensch hier op aarde, zijn in menig opzicht elkaars tegenstelde, sluiten elkaar in zekeren zin uit. Maar eveneens, wat ware de één zonder de ander? Wie harmonie en eenheid in zijn wereldbeschouwing nastreeft, ziet hij niet in ons menschelijk bestaan gaarne een synthese van daad en gedachte, of — althans — een poging daartoe? En is niet de techniek het schoonste voorbeeld van het gelukken dezer synthese? Misschien is ze er ook wel het eenige voorbeeld van, maar als zoodanig wekt ze dan toch in ons de hoop, dat de menschheid het eens tot een bevredigende synthese van daad en gedachte zal kunnen brengen, ook op zulke gebieden waar onze gemoedsaandoeningen, waar onze naastenliefde, een rol spelen.

Ja, over de tegenstellingen en het harmonisch samengaan van daad en gedachte in de techniek zou ik gaarne tot U gesproken hebben. Gij zult al wel gegisd hebben, waarom juist deze twee mij zoo na aan het hart liggen; dat het de vereering is, de ongelukkige liefde, welke zoo menig theoreticus van vak voelt voor de daad, die hier om den hoek komt kijken. Ik wil U eerlijk bekennen dat het er inderdaad zoo mee staat; mijn eerlijkheid gaat zelfs zoo ver, dat ik beken, dat die liefde voor mij steeds ongelukkig, steeds onbeantwoord zal blijven. Al moge dit nog zoo treurig zijn, ik wil de consequentie aanvaarden en bescheiden wezen; mijn hart heb ik gelucht en over daden zal ik zwijgen.

Er is echter een andere tegenstelling, die nauw verwant is aan de vorige waarover ik den mond wel durf te openen; *werkelijkheid en theorie*. Niet lang geleden, tijdens een gesprek met een hoog-

1) Intreerede te Delft, 30 October 1931.

leeraar aan een technische hoogeschool in 't buitenland, kwamen zekere wijsgeerige theorieën ter sprake. Welke theorieën dat waren doet er in dit verband minder toe, vooral ook, omdat wij ze geen van beide begrepen. Mijn vriend liet een gullen lach hooren, sloeg zich op de knie, en verzekerde: „Wel, ik houd mij liever aan de werkelijkheid”. Hij had er aan toe kunnen voegen: „daar kan ik tenminste wat mee doen”, want dat bedoelde hij. De zaak was echter voldoende afgedaan met de weinige woorden, die hij gezegd had. Wij waren ons beide op dat oogenblik scherp bewust van de diepe kloof tusschen het spelen der theorie eenerzijds en het werken in de werkelijkheid anderzijds.

Geachte toehoorders, ge zult onmiddellijk begrijpen, dat van alle aardbewoners een theoretisch natuurkundige de laatste zal zijn, om zich bij het bestaan van een dergelijke kloof neer te leggen. Natuurlijk, welhaast ieder beoefenaar der wetenschap beschouwt het als zijn levenstaak iets bij te dragen tot de synthese van theorie en werkelijkheid, maar wie zich gaarne theoretisch natuurkundige genoemd ziet is het reeds aan dien naam verplicht met hand en tand voor de mogelijkheid, ja voor de natuurlijke noodzakelijkheid, der synthese in quaestie te strijden. Beteekent niet natuurkunde het onderzoek van de kenbare werkelijkheid, en duidt niet de toevoeging „theoretische” erop, dat dit onderzoek hand in hand gaat met het opstellen van theorieën?

Nu ben ik dan zoover gekomen, dat ik U de titel van deze rede kan verklappen. *Werkelijkheid en begrippenvorming* heb ik haar genoemd en niet *werkelijkheid en theorie*. De beteekenis van het woord „theorie” dekt zich natuurlijk niet met die van het woord „begrippenvorming”. Dit laatste is slechts een onderdeel van wat we in 't algemeen theorie noemen, maar voor den natuurkundige is het de essentiele grondslag van de theorieën, die hij opstelt om de natuur te begrijpen. *H e l m h o l t z* heeft dit zoo prachtig uitgedrukt in zijn beroemde uitspraak: „Begreifen heisst Begriffe bilden”. Van de werkelijkheid, van de natuur, nemen we kennis door onze ervaringen. Aan de hand van deze stellen we de begrippen op, die ons de verschijnselen der natuur doen begrijpen, die ze „verklaren”. Zoo gezien blijft er tenslotte niet heel veel over van een tegenstelling tusschen werkelijkheid en begrippenvorming; wij komen er vanzelf toe, de werkelijkheid, voor zoover we over haar denken en spreken, zelve als een begrip aan te zien, opgesteld naar

aanleiding van onze ervaringen in 't algemeen. Het theoretiseeren van den natuurkundige bestaat dan in het beschrijven en rangschikken van bepaalde groepen van ervaringen, aan de hand van de invoering van daartoe geschikte bijzondere begrippen.

„Daar hebben we nu eerst recht den theoreticus aan 't spelen”, zullen velen Uwer wellicht bij zichzelf denken, „nu mogen we al niet meer gelooven, dat werkelijkheid iets anders is dan een theorie”. Van die aantijging, dat ik mij aan woordenspel schuldig maak, wil ik mij geenszins vrijpleiten. Ons denken, en de taal waarin we onwillekeurig onze gedachten formuleeren, zijn zoo gebonden aan de niet altijd even scherpe beelden en analogieën, die naar aanleiding van elementaire ervaringen van ons voorgeslacht en van ons zelf zich in ons bewustzijn hebben vastgezet, dat als zoodanig bedoelde diepzinnigheden vaak met den besten wil ter wereld niet dan als woordenspel kunnen worden gekenmerkt. Maar men vergete ook niet, dat algemeene beschouwingen als de bovenstaande, uitgesproken door een physicus, door hem bedoeld zijn als een uittreksel, waarin hij de in zijn vak opgedane ervaringen zoo eerlijk mogelijk tracht samen te vatten.

Over één dier ervaringen wilde ik heden gaarne wat nader in detail treden. Wij zullen onze aandacht vestigen op het in de natuurkunde zoo belangrijke begrip der *energie*; in 't bijzonder willen wij nagaan hoezeer dit begrip in den loop der tijden verandering, verscherping en verdieping heeft ondergaan, en tevens hoever we nog verwijderd zijn van een alleszins bevredigend inzicht in de natuurverschijnselen, die bepaaldelijk met de wet van het behoud van energie samenhangen.

Vooreerst, wat is energie, of — om de vraag bescheidener en precieser te formuleeren — wat verstaan we onder energie? Ach, ge moet U niet tot een natuurkundige wenden, vooral niet tot een theoreticus, om een ook maar eenigszins kort en klaar antwoord op die vraag te krijgen. Ge kunt haast nog beter aan een serieus medicus vragen, wat ziekte is, of aan een serieus wiskundige, wat hij onder een verzameling verstaat.

Laat ons eens hooren wat de vader van het energieprincipe in Duitschland, Robert Mayer, er van zegt. In 1842 had hij zijn verhandeling doen verschijnen, waarin hij de aequivalentie van warmte en mechanischen arbeid in het licht stelde en drie jaren later schreef hij een uitgebreid stuk, waarin hij deze aequivalentie

als een bijzonder geval van een algemeen geldend principe opvat. Hij zegt daarin o.a. „Er bestaat in de natuur een zekere grootheid van immaterieelen aard, die bij alle veranderingen, welke tusschen de waargenomen objecten plaats grijpen, dezelfde waarde behoudt, terwijl de vorm, waarin zij zich aan ons voor doet, op allerlei wijzen kan wisselen”. Deze grootheid is wat wij thans de „energie” noemen, maar werd toentertijde gewoonlijk „kracht” genoemd; één van de vormen waarin zij zich aan ons kan voordoen is „mechanische arbeid”. Gij ziet, dat uit Robert Mayer's uitspraak wel valt af te leiden, *dat* er volgens hem een constante grootheid bestaat, welke we energie kunnen noemen, maar dat ze ons niet duidelijk maakt *wat* we onder energie hebben te verstaan; de eenige mededeeling is, dat energie een grootheid van „niet-materieelen” aard is, en deze verzekering is vrij vaag, omdat de onderscheiding van „materieel” en „immaterieel” nog op verschillende wijzen kan worden opgevat. Van dit gebrek aan klaarheid en precisie mogen we Robert Mayer echter in 't geheel geen verwijt maken; veeleer staat dit gebrek in het nauwste verband met de vruchtbaarheid van het energiebegrip.

Wat toch is het geval? Op het gebied der mechanica was het principe van 't behoud van energie sinds lang bekend. De begrippen „arbeid” en „levende kracht” waren in de 17e en 18e eeuw allengs tot klaarheid gerijpt; in de nog jonge techniek der stoomwerktuigen werden reeds systematische metingen van de prestatie der machines verricht. Reeds Huygens had in verband met zijn onderzoekingen over den slinger het principe van de onmogelijkheid van een *perpetuum mobile* opgesteld, en de invoering van het potentiaalbegrip door Euler en Lagrange in de 18e eeuw had het mogelijk gemaakt het energieprincipe op eenvoudige wijze wiskundig te formuleeren. Tegenwoordig zeggen we: voor een mechanisch systeem blijft de som van kinetische energie en potentiële energie constant; deze terminologie is echter pas door Rankine in de vijftiger jaren ingevoerd.

Mayer nu veronderstelde in 1842 dat een bepaalde hoeveelheid warmte steeds aan een bepaalde hoeveelheid mechanische energie aequivalent is, en berekende — zij het ook onnauwkeurig — de grootte van het „mechanisch warmteaequivalent”. In 1845 generaliseerde hij deze opvatting, door aan te nemen, dat alle gebeuren in de doode en levende natuur mocht worden opgevat als een



grootsch wisselspel der energievoorraden, die in verschillende gedaanten in de natuur voorkomen. Men zou dus chemische energie, elektrische energie enz. mogen onderscheiden. Deze gedachtegang beteekende klaarblijkelijk een *programma van onderzoek*; men trachte in elk bijzonder geval aan de hand der waarneming vast te stellen of het energieprincipe te handhaven is, en — zoo ja — den vorm, waarin de energie zich voordoet, nader kwalitatief en quantitatief te karakteriseeren.

Inderdaad, het vraagstuk van de definitie der energie is steeds een wetenschappelijk programma geweest; ook in den modernsten tijd is het dat nog. *Helmholtz*, die in 1847 zijn beroemde artikel over de „*Erhaltung der Kraft*” publiceert en ook *Joule*, de vader van het energieprincipe in Engeland, die in 1843 zijn eerste bepaling van het mechanisch warmte-aequivalent verricht heeft, plaatsen zich bewust op dit standpunt, meer bewust dan *Robert Mayer* zelf. *Helmholtz* stelt zich in zijn zoo-even genoemde artikel ten doel van alle te dien tijde bekende verschijnselen, welke met mechanischen arbeid of met warmteontwikkeling samenhangen, na te gaan of ze soms ook in tegenspraak met het energieprincipe zouden zijn, en hij vindt dat dit niet het geval is. De eigenschappen van galvanische elementen, de wetten van *Ohm* en *Joule*, de warmteontwikkeling bij overgang van den electrischen stroom van één metaal op een ander, de door *Franz Neumann* quantitatief geformuleerde wetten van *Faraday's* inductiestroom, onderwerpt hij in dit verband aan een nauwkeurige analyse. Ten aanzien van de warmte deelt hij met *Joule* de reeds door *Fr. Bacon*, *Boyle*, *Euler* en *Rumford* verdedigde opvatting, dat dit verschijnsel als een beweging der kleinste materiele deeltjes moet worden opgevat; in tegenstelling met *Robert Mayer*, die 20 jaar later nog de stelling verdedigt, dat warmte een vorm van energie is, welke zich kwalitatief van mechanische energie onderscheidt.

Toen *Helmholtz* op 25-jarigen leeftijd zijn artikel schreef, kende hij *Robert Mayer's* werk niet; later heeft hij echter diens groote verdienste in den ietwat onverkwikkelijken strijd om de prioriteit met geleerden, die *Joule's* beteekenis verre boven die van *Robert Mayer* verheven achtten, op overtuigende wijze in het licht gezet. Interessant is wat hij later over zijn eigen artikel schreef: „Toen ik deze onderzoeking aanving heb ik haar

steeds slechts opgevat als zijnde van kritischen aard en geenszins als een oorspronkelijke ontdekking over de prioriteit waarvan er strijd zou kunnen ontstaan". Hieruit blijkt wel hoezeer het principe van het behoud van energie in dien tijd in de lucht hing; wat daar ook op wijst is het feit, dat de Parijsche Academie al sinds jaren ingezonden ontwerpen tot constructie van een perpetuum mobile terzijde placht te leggen.

Hoogst belangwekkend in de geschiedenis van de ontwikkeling van het energieprincipe zijn de beschouwingen van algemeen wijsgeerigen aard, welke de genoemde onderzoekers in hun artikels ten beste geven en die oogenschijnlijk van groote beteekenis voor hen zijn geweest. Robert Mayer had in 1841 reeds een verhandeling aan de *Annalen der Physik* gestuurd; de uitgever Poggendorff weigerde echter haar op te nemen en men kan hem daarin moeilijk ongelijk geven. Terwijl in dit artikel met geen woord van het mechanisch equivalent der warmte gerept wordt, vindt men er daarentegen beschouwingen als de volgende: „Alle verschijnselen kunnen we uit een oerkracht afleiden, welke er naar streeft bestaande verschillen op te heffen en al het zijnde tot een homogene massa in een mathematisch punt te vereenigen". Het jaar daarna publiceerde hij de berekening van het warmte-equivalent. Ik geloof dat wij in dezen van een natuurlijk, ja misschien wel een noodzakelijk ontwikkelingsproces in Robert Mayer's geest moeten spreken. Joule schreef in 1843: „ik wil den tijd niet voorbij laten gaan zonder deze proeven te herhalen, want ik ben er van overtuigd, dat de geweldige natuurkrachten tengevolge van het machtwoord van den schepper onvernietigbaar zijn, en dat steeds, waar mechanische arbeid wordt verricht, een nauwkeurig equivalent aan warmte ontstaat". Helmholtz betoogt in de inleiding van zijn geschrift van 1847, dat het begrijpen van de natuur neerkomt op het opsporen van de onveranderlijke oerkracht, die zich achter de veranderlijkheid der verschijnselen verbergt en hij is er niet ver vanaf de energie als die oerkracht aan te zien. Hij voegt er echter voorzigtiglijk aan toe, dat men er niet zeker van kan zijn, dat de natuur begrijpelijk is op de wijze der causaliteit, dat er geen plaats zou zijn voor spontaneïteit en vrijheid; slechts het voortgezette onderzoek zal hierover uitsluitsel kunnen geven. Ofschoon alles wat er op die inleiding volgt zeer zakelijk en kritisch is, werd ook deze verhandeling door Poggendorff gewei-

gerd. Helmholtz zelf stelt in latere jaren deze weigering als zeer begrijpelijk voor; „men wilde in 't algemeen van het nieuwe principe niet weten en kantte zich tegen alles wat op de natuurphilosophie van Hegel geleek”.

In de tweede helft der 19e eeuw heeft het energieprincipe allereerst een groote rol gespeeld bij de ontwikkeling der warmteleer of thermodynamica. Hier wordt dit principe gewoonlijk als „de eerste hoofdwet” aangeduid; aan hare zijde staat de „tweede hoofdwet”, die in 1850 door Clausius en in 1851 door W. Thomson werd geformuleerd, en wel op grondslag van Carnot's beroemde onderzoekingen uit 1824 over de „bewegende kracht van het vuur”. Wij willen heden bij de thermodynamica niet lang stilstaan en alleen wijzen op een eigenaardigheid, die ons treft, wanneer wij de rol bezien, die het energiebegrip speelt bij de zoo uiterst veelzijdige belangrijke toepassingen van deze discipline. Ik denk hier aan de omstandigheid, dat men uit deze toepassingen niets nieuws leert omtrent de vormen, waarin de energie verschijnt; in de thermodynamica verschijnt energie eenerzijds als opgenomen of afgegeven warmtehoeveelheden, anderzijds als verrichte mechanische of electriche arbeid of als stralingsenergie, en de tweede hoofdwet brengt het bestaan van een fundamenteel verband tusschen deze twee groepen van energieuitwisselingen aan het licht, een verband dat tevens een essentieele verdieping van het begrip temperatuur brengt. Men kan echter niet zeggen, dat ons inzicht in het wezen der genoemde energiesoorten daardoor is verruimd of dat we van de verschillende soorten van latente energie, die ingevoerd moeten worden, iets meer kunnen zeggen, dan dat deze soort „betrekking heeft” op de verandering in chemische samenstelling en gene op de inwendige veranderingen der materie, die optreden bij oplossing of verdamping of anderszins. Heden plegen we dit zoo uit te drukken; de klassieke thermodynamica is slechts een „phenomenologische” theorie, ze gaat niet nader op het „mechanisme” der warmteverschijnselen in en wij stellen daar tegenover de moderne atomistische theorieën, welke het onderscheid tusschen de verschillende energiesoorten in quaestie nader tracht te omschrijven en die — niettegenstaande hare gebreken en onvolmaaktheden — een bevredigende vertolking van de begrippen warmte en temperatuur en van de tweede hoofdwet in 't algemeen hebben gebracht. Wij kunnen echter best begrijpen, dat meer dan

dertig jaar geleden het succes der thermodynamica Ostwald van een algemeene leer der „energetiek” deed droomen; in 't licht der energetiek zouden hypothetische, aan de hand van de ervaring oncontroleerbare, atoomtheorieën overbodig blijken om tot een juiste en volledige beschrijving van alle wisselingen der energie in de natuur te geraken. Al moge we heden ten dage het standpunt der energetiek als verouderd beschouwen, toch herinnert het ons op leerzame wijze aan de geweldige vruchtbaarheid, welke het energieprincipe als leidraad bij het natuurkundig onderzoek bezit, ondanks het feit dat we op de vraag: „wat hebben wij onder energie te verstaan” het antwoord vaak schuldig blijven. Ik behoef nauwelijks te vermelden, dat vele takken van techniek ons die vruchtbaarheid op andere en misschien nog wel zoo sprekende wijze onder 't oog brengen.

We willen thans de aandacht vestigen op de ontwikkeling van de leer der electriciteit en van het magnetisme. Vooral door het werk van Faraday en Maxwell heeft de natuurkunde zich hier een nieuw inzicht verworven. De oude theorie van werking op afstand is verlaten ten gunste van een *veldtheorie* der electricische en magnetische verschijnselen. Het vraagstuk, in hoeverre de resultaten der veldtheorie toch ook in het kader van een theorie, die alleen werking op afstand aanneemt, kunnen worden afgeleid, willen we daarbij in het midden laten: op volledigheid kan ook de veldtheorie niet bogen, en we kunnen er ons mee tevreden stellen, dat het electromagnetisch veld een begrip bleek te zijn, dat zich op natuurlijke wijze leent ter verklaring van vele verschijnselen. Niet het minst waar het geldt de vertolking van het energieprincipe, heeft de veldtheorie ons duurzame voordeelen gebracht. Maxwell toonde aan, dat men zich bij electromagnetische verschijnselen de energie continu verdeeld mag denken over die deelen van de ruimte, waar electricische en magnetische krachten heerschen, en wel zóó, dat ze opgebouwd is uit een „electricische energie”, waarvan de dichtheid evenredig is met het kwadraat der electricische veldstrekke en een daaraan analoge „magnetische energie”. Zoowel de energiewerkingen, die op electrostatische of magnetostatische krachten betrekking hebben, als die welke bij de typisch electromagnetische verschijnselen (inductie en straling) optreden, worden daardoor op schoone wijze vanuit eenzelfde gezichtspunt beschreven.

Bij vroegere toepassingen van het energieprincipe speelde alleen de vraag „hoe groot is de energie van een systeem” een essentiële rol en was er geen behoefte aan een preciese beantwoording van de vraag: „waar in het systeem, en hoe is die energie gelocaliseerd?” Stelde men zich die vraag toch, dan scheen het wel, alsof ze soms een allereenvoudigst antwoord toeliet, en alsof ze in andere gevallen geen zin had. De kinetische energie van een bewegend massapunt kon men zich zonder gevaar als geconcentreerd in het massapunt voorstellen, maar waar was b. v. de chemische energie van een *Daniel*-element gelocaliseerd; in het zink of in het koper of in de oplossing, of soms in alle drie tegelijk? Het eene antwoord is hier oogenschijnlijk al even zinloos als het andere.

Het succes van *Maxwell*'s veldtheorie kon echter de hoop wekken, dat ook bij dergelijke problemen het mettertijd mogelijk zou zijn met vrucht van een ruimtelijke localisatie der energie te spreken, vooral ook, omdat er een onmiskenbaar verband bestond tusschen elektrische en chemische verschijnselen. Intusschen was *Maxwell*'s theorie zelf allesbehalve volledig en in alle opzichten af. Moeilijkheden deden zich speciaal voor bij de beschrijving van den toestand in het inwendige van geëlectriseerde of gemagnetiseerde lichamen; de specificatie van de energie binnen in gemagnetiseerd ijzer vormde een onopgelost probleem, de voortplanting van het licht in doorzichtige media was verre van opgehelderd. Zulke moeilijkheden hingen blijkbaar samen met het feit, dat er zich achter de vaak ingewikkelde wetten, waaraan volgens het experiment de elektriseering en magnetiseering en ook de lichtvoortplanting bleken te gehoorzamen, een mechanisme verschool, dat in *Maxwell*'s theorie niet tot zijn recht kon komen.

Dit mechanisme nader op atomistischen grondslag te verklaren was de doelstelling van *Lorentz*' electronentheorie. De zienswijze, dat zich binnen in de atomen kleine geladen elektrische deeltjes zouden bevinden, werd in de laatste helft der 19e eeuw door vele physci gehuldigd; zoo had b. v. de beroemde *Weber* zich op dit standpunt geplaatst, en hij had een formule opgesteld, die de algemeene wisselwerking tusschen twee bewegende geladen deeltjes zou voorstellen. *Lorentz* „keert tot de opvattingen van *Weber* terug” zooals hij zelf zegt, maar de bewegingen der elektrisch geladen deeltjes, die hij „ionen” noemt, beschrijft hij — in tegenstelling met *Weber* en in navolging van *Maxwell* —

met behulp van een veldtheorie. Zij worden bepaald eenerzijds door het electromagnetische veld, dat door de ionen wordt opgewekt, anderzijds door krachten van niet-electromagnetischen aard. De invoering van zulke krachten is onvermijdelijk in *Lorentz'* atomistische model der materie; voorbeelden ervan zijn de krachten, die de elektrische lading van een ion bijeenhouden en ook de krachten, waarmede de ionen, welke voor de elektrische polarisatie der materie verantwoordelijk zijn, binnen de atomen worden vastgehouden. *Lorentz'* schema veroorlooft nu een nauwkeurige specificatie van de electromagnetische energie, die aan een materieel systeem mag worden toegekend. Naar den vorm komt ze overeen met *Maxwell's* uitdrukking voor de electromagnetische energie in de leege ruimte, maar thans is die uitdrukking ook geldig binnen in de materie. Niettegenstaande de details van de atoomstructuur een dertig, veertig jaar geleden nog geheel onbekend waren kon *Lorentz* een antwoord geven op vele vragen, waartegenover de phenomenologische theorie van *Maxwell* machteloos had gestaan. Als een bijzonder mooi voorbeeld vermeld ik hier *Lorentz'* berekening van de electrostrictie in een inhomogeen gepolariseerd medium, waarop men onlangs weer de aandacht heeft gevestigd in verband met de theorie der electrolyten. *Maxwell* en *Helmholtz* hadden getracht dit probleem met behulp van het energieprincipe algemeen op te lossen; we moeten thans echter besluiten, dat hun resultaten niet juist zijn, en dat een oplossing slechts te verkrijgen is, wanneer men op het atomistische mechanisme van het verschijnsel nader ingaat.

Op een andere consequentie der electronentheorie werd het eerst door *J. J. Thomson* opmerkzaam gemaakt. Hij liet zien, dat een gedeelte van de kinetische energie, die we aan een geladen deeltje in beweging hebben toe te kennen, van electromagnetischen aard is, en wel zoo, dat dit gedeelte gelijk is aan de energie van het magnetische veld, dat het deeltje tengevolge van zijn beweging in zijn naaste omgeving opwekt. Voor niet al te groote snelheden is deze energie evenredig met het kwadraat van de snelheid en geeft daarom aanleiding tot een schijnbare vermeerdering van de massa van het deeltje. Dit was een uiterst belangrijke theoretische ontdekking. In de 90er jaren was de oude strijdvraag omtrent het wezen der kathodestralen allengs beslist ten gunste van een corpusculaire opvatting en sinds 1897 noemde men — *Fitzge-*

rald volgend — de deeltjes waaruit de kathodestralen bestaan „vrije electronen”. Met J. J. Thomson en anderen kon men zich nu afvragen of wellicht niet de geheele massa dezer „electronen” van electromagnetischen aard was, wat dus zou beteekenen, dat de geheele kinetische energie van een electron als electromagnetische energie gelocaliseerd zou zijn in de omgevende ruimte. Een tijd lang hoopte men, dat deze vraag experimenteel beantwoord kon worden. Die hoop moest men echter laten varen in het licht van de verheldering onzer inzichten, die de *relativiteitstheorie* met zich mede bracht. Onafhankelijk daarvan scheen echter het besluit gewettigd, dat men aan een electron, hoe het dan verder ook gebouwd was, eindige afmetingen moest toekennen, die minstens van de orde van grootte  $10^{-13}$  cm zijn. In het tegengestelde geval zou n.l. de schijnbare of electromagnetische massa van het electron grooter wezen dan de gemeten massa. Het kan niet ontkend worden, dat de grondslagen, waarop deze gevolgtrekking berustte, een aantal hypothetische elementen bevatten; ik wil echter volstaan met te constateeren, dat de ingenieuze pogingen van Mie en anderen om een meer bevredigend model van het electron dan dat van Lorentz te scheppen, geen aanwysbaar succes hebben gehad.

Zoeven noemde ik reeds de relativiteitstheorie. De verandering in de opvatting omtrent het resultaat van ruimte- en tijdmetingen, die het uitgangspunt van Einsteins theorie vormt, had niet alleen een verhelderenden en bevrijdenden invloed op de theorie der electromagnetische verschijnselen; zij dwong ons tevens tot een herziening der mechanica, en van het energiebegrip in het bijzonder. Vergun mij enkele gewichtige resultaten van deze herziening aan te stippen. Voorop sta het feit, dat het principe van het behoud van energie niet in tegenspraak is met de principes der relativiteitstheorie en dat het integendeel als gewichtige leiddraad bij het onderzoek heeft kunnen dienen. Vervolgens zij vermeld, dat het energieprincipe nauw bleek samen te hangen met dat andere groote principe uit de natuurkunde, het *behoud van impuls*, dat in de klassieke mechanica gelijkwaardig is met Newton's beroemde wet: actie is gelijk aan reactie. De constante energie van een afgesloten systeem zal in het beschrijvingsraam van den éenen waarnemer niet gelijk zijn aan de energie van dat systeem voor een anderen waarnemer, die zich ten opzichte van den eersten met eenparige

snelheid beweegt. De laatstgenoemde energiewaarde hangt echter op eenvoudige wijze samen met de energie en den impuls van het systeem in het eerste beschrijvingsraam, onafhankelijk van den aard van het systeem; de betrekking tusschen energie en impuls komt daarbij formeel overeen met de betrekking, die er tusschen tijd en ruimte bestaat. Dit verband tusschen energie en impuls hangt ten nauwste samen met het feit, dat de relativiteitstheorie ons in staat stelt op eenvoudige wijze een absolute waarde voor de energie vast te leggen, en wel zóó, dat de trage massa van een systeem in rust, d. w. z. van een systeem, waarvan de impuls nul is, steeds gelijk is aan de energie van dat systeem gedeeld door het kwadraat van de lichtsnelheid. Deze algemeene aequivalentie tusschen energie en trage massa heeft E i n s t e i n wel eens het belangrijkste genoemd van al de nieuwe inzichten, die de relativiteitstheorie ons gebracht heeft.

In verband met onze vroegere beschouwingen is het interessant om te zien, hoe er bij de formulering dier aequivalentiewet geen kwestie is van een specificatie der energie; willen we haar echter toepassen of verifiëren, dan dienen we ons te beroepen op onze vertrouwdheid met één of meerdere vormen van energie, zooals b. v. mechanischen arbeid of warmte, die betrekking hebben op welgedefinieerde ervaringen en experimenten. Het principe van de aequivalentie van energie en massa bracht dus geen verdere uitwerking van het programma van onderzoek, dat het energieprincipe ons stelt, maar het voegde er — zoo te zeggen — een nieuw programmapunt aan toe.

Laat mij thans nog een korte bespreking wijden aan den stand van het energievraagstuk in de jongste ontwikkelingsphase der natuurkunde, in de *quantumtheorie*. Zoo ooit een nieuwe theorie de gebrekkigheid en onvolledigheid van onze menselijke begripvorming ten aanzien van de rijke en mysterieuze werkelijkheid in het licht heeft gesteld, dan is het wel de quantumtheorie. Bij de beschouwingen, die P l a n c k in 1900 tot de ontdekking van het elementaire quantum van actie, de zgn. constante van P l a n c k, voerde, speelde het begrip der energie een vooraanstaande rol. Hetzelfde geldt voor E i n s t e i n s theorie van het photo-electrisch effect en voor zijn beroemde hypothese der lichtquanta, die in het jaar 1905 werden opgesteld. En ook B o h r, in zijn eerste onderzoekingen uit het jaar 1913, waarin hij het begrip der



stationnaire toestanden van het atoom en van de overgangen tusschen zulke toestanden invoerde, opereerde voortdurend met het energiebegrip. De leuze van al deze onderzoekingen laat zich in één formule samenvatten: energie is gelijk aan het product van constante van P l a n c k en trillingsgetal:  $E = h \times \nu$ .

Ik wil er hier nog even aan herinneren, dat de quantumtheorie zich ontwikkeld heeft aan de hand van de studie van zekere verschijnselen, die in het kader van de klassieke physica, waartoe ik hier ook de relativiteitstheorie reken, een eenvoudige verklaring schenen te tartten. P l a n c k s uitgangspunt was het verschijnsel der temperatuurstraling. Hoe zeer dit verschijnsel in tegenspraak met de klassieke theorieën was, kon P l a n c k zelf 30 jaar geleden nog nauwelijks vermoeden, maar E i n s t e i n in 1905 was zich reeds wel bewust van de tegenspraak tusschen zijn hypothese der lichtquanta en de klassieke golftheorie van het licht. Ook B o h r spreekt in zijn geschriften bij herhaling van de „niet-klassieke trek” in de natuur, die zich in de eigenschappen der atomen openbaart. Niettegenstaande de vele paradoxen en moeilijkheden, die men ontmoette, ging de quantumtheorie haar zegetocht; thans hebben de paradoxen, die aanvankelijk de grootste bezwaren opleverden, haar angel verloren en beheerschen we, in principe althans, tot in details zeer vele problemen, die de atoomtheorie ons biedt. In haar huidigen vorm noemen we de theorie gewoonlijk: de *quantummechanica*, omdat ze als een veralgemeening kan worden opgevat van de klassieke mechanica van systemen van massapunten, die krachten op elkaar uitoefenen. Die massapunten dan zijn de electronen en atoomkernen, en de veralgemeening bestaat hierin, dat de theorie is aangepast aan de „grondpostulaten der quantumtheorie”. Welke zijn nu die postulaten, en hoe worden ze toegepast? Het ligt niet in mijn bedoeling het antwoord op die vraag in zijn geheel te schetsen. Ik wil er slechts dat gedeelte uitlichten, dat op de energie betrekking heeft; het komt precies overeen met wat ik zooeven als de „leuze” der quantumtheorie betitelde: energie is trillingsgetal maal constante van P l a n c k. Ter nadere verklaring dient daar dan aan toegevoegd: de toestand, waarin een fysisch systeem zich bevindt, en de fasen, die het systeem in den loop van den tijd doorloopt, worden gekarakteriseerd door een „golfgebeuren”, dat betrekking heeft zoowel op de ruimte-coördinaten van de deeltjes, waaruit

het systeem bestaat, als op den tijd. De energie van het systeem hangt op de door vermelde formule beschreven wijze samen met het trillingsgetal, dat dit golfgebeuren karakteriseert.

Voorwaar een merkwaardige en nieuwe wijze om over energie te spreken. Een wijze, die — als we haar een fysieke beteekenis willen toekennen — tot vreemde consequenties leidt. Maar tevens een wijze, die niets specificceert over den vorm waarin energie zich aan ons openbaart. Evenals het energieprincipe zelve is het een generalisatie, door extrapolatie uit bijzondere gevallen verkregen, een generalisatie, die ons een programma van onderzoek voorlegt. De naam van Louis de Broglie mag hier niet verzwegen worden; hij was de eerste, die de leuze  $E = h \times \nu$  overnam uit de theorie der lichtquanta om haar op materieleel-tjes toe te passen.

Zooeven sprak ik van vreemde consequenties. Laat mij er enkele van noemen. Een golfgebeuren, zooals we er in de klassieke physica zoo vele voorbeelden van kennen, is wat zijn verloop in den tijd betreft in het algemeen niet door een enkel trillingsgetal gekenmerkt. Een trillende snaar zendt in het algemeen een complex van tonen uit; het zonlicht is samengesteld uit de kleuren van het geheele spectrum. In dit opzicht staat het niet anders met het golfgebeuren, waarmede de quantummechanica opereert. Het gevolg hiervan is echter, dat we in onze algemeene beschrijving van den toestand van een systeem naast elkaar verschillende waarden in het oog vatten, die aan het trillingsgeval en dus ook aan de energie van het systeem moeten worden toegekend. Inderdaad, in de quantumtheorie heeft het in het algemeen geen zin om van een bepaalde waarde van de energie van een systeem te spreken; we hebben hier te maken met één dier nieuwe inzichten, die een bevrijdenden invloed gehad hebben ten aanzien van de paradoxen, waarin de quantumtheorie ons zoo lang verstrikt hield. Hoe vreemd het ook moge klinken, uist met dit inzicht hangt samen, dat we een verband kunnen leggen tusschen den ons welbekenden vorm van energie, die we arbeid noemen, aan den eenen kant en onze voorstellingen omtrent dan bouw van het atoom aan den anderen kant.

Thans een ander punt. Laat ons eenvoudigheidshalve eens het geval beschouwen, dat het trillingsgetal van het golfgebeuren in een systeem *wel* bepaald is; een atoom of een molecuul, dat zich in zijn normalen toestand bevindt, den zgn. grondtoestand, kan als

voorbeeld dienen. De energie van het systeem bezit dan een heel bepaalde waarde; nu is echter een trillingsgetal een grootheid, die alleen beteekenis heeft, als men het golfgebeuren in quaestie gedurende een oneindig langen tijd in het oog vat. Dit beduidt, dat het bepaald zijn van de energie ook betrekking heeft op dien langen tijd in zijn geheel, dat men niet een welgedefinieerd tijdstip in het oog kan vatten, en beweren, dat het systeem die bepaalde energie juist op dat tijdstip bezit. „Wat zou die bewering mij schaden”, zult ge vragen. Het antwoord daarop luidt, dat het woord energie daarmee zijn beteekenis verliest als een speciaal voorbeeld van die universeele grootheid, die volgens het energieprincipe onveranderlijk is. Met de vertolking van het principe van het behoud van energie in de quantumtheorie is het namelijk een eigenaardig geval. Stellen we ons eens voor, dat er tusschen twee systemen een wisselwerking plaats grijpt, die slechts een eindigen tijd duurt, en dat men zich interesseert voor de energieuitwisseling, welke daarbij heeft plaats gevonden. Volgens de klassieke opvatting der physica heeft dit probleem een welgedefinieerden physischen zin; ook in de quantumtheorie kunnen we er een zin aan toekennen, maar de analyse leert, dat we hier met een merkwaardige restrictie rekening moeten houden. Wil het bedrag van de uitgewisselde energiehoeveelheid een welgedefinieerde waarde bezitten, dan zal het onmogelijk wezen een welgedefinieerd tijdstip, of een eindigen welgedefinieerden tijdsduur, voor de wisselwerking aan te geven. De omgezette energie is met een zekere mate van onbepaaldheid behept; zoo ook de vaststelling van het tijdstip der wisselwerking, en de eene van deze onbepaaldheden kan slechts verkleind worden ten koste van de andere. Haar product is namelijk eindig, en wel van de orde van grootte van het elementaire quantum van actie. We hebben hier een voorbeeld van de „onbepaaldheidsbetrekkingen van Heisenberg”. Bohr spreekt in dit geval van de „complementariteit in de definitiemogelijkheid van energie en tijd”. Die onbepaaldheidsbetrekkingen of die complementariteit schijnen een noodzakelijke consequentie te zijn, wanneer men aan het grondpostulaat  $E = h \times \nu$  een natuurkundigen zin wil toekennen. Men kan de situatie ook zoo beschrijven; de energie is een grootheid, die bij het gebeuren in de natuur niet van waarde verandert, voor zooverre die grootheid op grond der waarneming definieerbaar, te bepalen is; die definieerbaarheid verhoudt zich complementair tot

de definieerbaarheid van het tijdstip waarvoor de energiebepaling geldt.

In het voorafgaande heb ik getracht iets van de rol van het energieprincipe te schetsen, voor zooverre we die rol op het oogenblik meenen te begrijpen. Maar zelfs, als wij het met dat begrijpen bij het rechte eind hebben, dan zijn er toch nog quaesities, die met het energieprincipe samenhangen en welke we niet begrijpen; quaesties waar nieuwe begrippen gevormd of oude begrippen vervormd dienen te worden. Groote verrassingen staan ons daarbij wellicht nog te wachten, maar met het oog op het succes der huidige quantummechanica in hare veelvuldige toepassingen op de werkelijkheid behoeven we nauwelijks te vreezen, dat die verrassingen van onaangename aard zullen zijn. Van de toekomstige ontwikkeling der quantumtheorie hebben we in de eerste plaats te hopen, dat ze ons in zal lichten omtrent de juiste behandeling van het electromagnetische veld. Voor dagelijksch gebruik zijn de methodes, die Dirac hier schiep, toereikend; de lichtquanta van Einstein zijn op een voor de meeste doeleinden voldoende wijze in de theorie verwerkt. Maar het principieele probleem, dat tenslotte neerkomt op het probleem van een volledige synthese van quantumtheorie en relativiteitstheorie is nog onopgelost. Op de vraag, wat dienen we van de electromagnetische massa, wat van de ruimtelijke uitgebreidheid van het electron te denken, moeten we ten eenen male het antwoord schuldig blijven. Eveneens onopgelost is het probleem van de structuur van de atoomkernen, welks oplossing ons de experimenten over de radioactiviteit en over de atoomgewichten zal moeten verklaren. Wellicht zal de oplossing dezer problemen ons de grondslagen, waarop onze huidige theorieën gebouwd zijn, als naieve — zij het ook dienstige — benaderingen doen kennen; misschien zullen we hetzelfde moeten zeggen van het principe van behoud van energie. Onder de verschijnselen op het gebied der radioactiviteit is er één, dat van het continue spectrum der  $\beta$ -stralen, dat twijfel aan de algemeene juistheid van dit principe heeft doen rijzen. Dit is wederom een brokje werkelijkheid, en aan de hand der werkelijkheid zullen we steeds onze begrippen blijven vormen.

# DIFFUSIE VAN DEELTJES MET INACHTNEMING VAN BOTSINGSVERLIEZEN

door W. DE GROOT

**Summary:**

The diffusion of particles emitted by a plane (which is at the same time reflecting) into a gas is calculated taking into account the loss of energy which at each collision is in the average equal to

$$-\Delta E = \alpha E. \dots \dots \dots (a)$$

The solution is based upon the following principle: At a given moment these particles are considered together which have started at the same time and thus at that moment have the same energy. These particles follow the diffusion equation:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 4 \frac{dn}{dt'} \dots \dots \dots (b)$$

where  $t'$  is a quantity which has the dimension of a time

$$t' = \frac{4}{3\alpha} \int_E^{E_0} \lambda^2 \frac{dE}{E} \dots \dots \dots (c)$$

Whereas the true time  $t$  is related to  $E$  by

$$-dE = \alpha E \frac{v}{\lambda} dt.$$

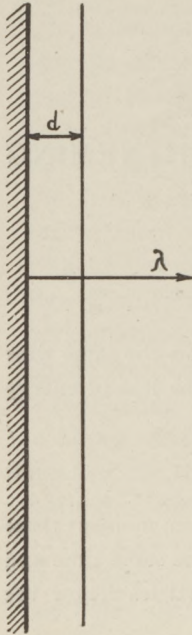
From the differential equation (b) one derives the energy-space distribution:

$$n(E, x) dE \cdot dx = \frac{n\lambda}{\alpha E} \left( \frac{m}{2\pi Et'} \right)^{1/2} e^{-x^2/t'}$$

A graphical representation, of this function is given at the end at the article. A possible failure of the method for low values of  $E$  is discussed in a footnote.

Wij beschouwen het volgende geval van diffusie van deeltjes in een gas. Een plaat zendt deeltjes uit (fig. 1) met een energie

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2.$$



Deze electronen gaan in de ruimte diffundeeren. Wij nemen hierbij aan dat op een afstand  $d$  klein t.o.v. de vrije weglengte  $\lambda$  een krachtveld aanwezig is dat de deeltjes belet naar de plaat terug te keeren. Wij kunnen ons voorstellen dat de deeltjes hun energie  $E_0$  aan dit veld ontleenen. De diffusiecoëfficiënt zal nu zijn

$$D = \frac{1}{3} \lambda v \dots \dots \dots (1)$$

Deze uitdrukking geldt wanneer de richtingsverdeling na de botsing onafhankelijk is van de richting voor de botsing (geen persistentie). Aan deze onderstelling willen wij vasthouden hoewel zij in het geval waarop wij onze beschouwingen zouden willen toepassen, n.l. diffusie van electronen in een veldvrije ruimte zelfs bij geringe snelheden niet geheel vervuld is<sup>1)</sup>.

Fig. 1. Is  $N_0$  een aantal deeltjes, door het vlak op het tijdstip  $t = 0$  uitgezonden, dan vindt men wanneer  $D$  onafhankelijk is van den tijd, deze op het tijdstip  $t$  zoodanig door de ruimte verdeeld, dat

$$n(x) dx = \frac{N_0}{(\pi Dt)^{1/2}} e^{-x^2/4Dt} dx \dots \dots \dots (2)$$

Wij willen nagaan hoe deze uitdrukking is te wijzigen wanneer de deeltjes bij iedere botsing energie verliezen, en wel zoodanig dat *gemiddeld*

$$-\Delta E = \alpha E \dots \dots \dots (3)$$

Aangezien in den tijd  $dt$  het aantal botsingen  $vdt/\lambda$  bedraagt is

$$-dE = \alpha E \frac{v}{\lambda} dt \dots \dots \dots (4)$$

1) C. Ramsauer—R. Kollath. Phys. Z.s. 32, 867 (1931).

Wij schrijven nu de diffusievergelijking

$$D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{\partial n}{\partial t} \dots \dots \dots (5)$$

in den vorm:

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{3}{\lambda v} \cdot \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{3}{\lambda v} \cdot \frac{\partial n}{\partial E} \cdot \frac{dE}{dt} \dots \dots \dots (6)$$

dan geldt wegens (4)

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = - \frac{\partial n}{\partial E} \cdot \frac{3aE}{\lambda^2} = 4 \frac{\partial n}{\partial t'} \dots \dots \dots (7)$$

waarin

$$dt' = - \frac{4\lambda^2 dE}{3a E} \dots \dots \dots (8)$$

zoodat

$$t' = \frac{4}{3a} \int_E^{E_0} \lambda^2 \frac{dE}{E} \dots \dots \dots (9)$$

Wij hebben  $\lambda^2$  onder het integraalteeken laten staan omdat in het algemeen de weglengte  $\lambda$  een functie is van de snelheid en dus van  $E$ .

Is  $\lambda$  een constante, dan geldt

$$t' = \frac{4\lambda^2}{3a} l \frac{E_0}{E} \dots \dots \dots (9a)$$

In beide gevallen ( $\lambda$  constant of niet) is de oplossing van (7):

$$n(x) dx = \frac{2N_0}{(\pi t')^{1/2}} e^{-x^2/t'} dx \dots \dots \dots (10)$$

Zendt het oppervlak constant deeltjes uit en wel  $n$  per tijds-eenheid, dan zal formule (10) tevens de stationnaire toestand voorstellen, waarbij  $N_0$  te vervangen is door:

$$N_0 = n dt = \frac{n\lambda dE}{av E} \dots \dots \dots (11)$$

zoodat wij voor de verdeling naar plaats en snelheid (energie) vinden:

$$n(x, E) dx dE = \frac{n\lambda}{a E} \left( \frac{m}{2\pi t' E} \right)^{1/2} e^{-x^2/t'} dx dE \dots \dots (12)$$

waarbij  $n(x, E) dx dE$  dus voorstelt het aantal deeltjes met energie tusschen  $E$  en  $E + dE$  die zich bevinden op afstanden tusschen  $x$  en  $x + dx$  van het emitterend vlak. Stelt  $n$ , inplaats van de totale stroom, de emissie per oppervlak eenheid voor dan is  $n(x, E)$  de concentratie (aantal deeltjes per  $\text{cm}^3$ ).

Wij willen de functie (12) nader bezien voor het geval dat  $\lambda$  onafhankelijk is van  $E$ .

In de eerste plaats kunnen wij ons afvragen hoe snel de concentratie van deeltjes van bepaalde energie afvalt. Schrijven wij formule (12) in den vorm

$$n(x, E) dE dx = Af(\eta) g(\xi, \eta)$$

waarin

$$A = n \left( \frac{3m}{8\pi\alpha} \right)^{1/2} E_0^{-3/2}$$

$$f(\eta) = \eta^{-3/2} (-l\eta)^{-1/2} \quad \eta = \frac{E}{E_0}$$

$$g(\xi, \eta) = e^{\xi^2/l\eta} \quad \xi = \frac{x}{\lambda} \sqrt{\frac{3\alpha}{4}}$$

dan blijkt hieruit dat de afval steiler is, naarmate  $E/E_0$  grooter. Neemt men als een practische grens van het gebied, waarin nog electronen met energie  $E$  worden aangetroffen aan die waarde van  $x$  of  $\xi$  waarvoor  $g(\xi, \eta)/g(0, \eta)$  gelijk is aan 0,01 zoodat  $\xi^2/l\eta = -4,6$ , dan is dit dus het geval voor

$$\xi = \sqrt{-4,6/l\eta} \quad \text{of}$$

$$x = 3,5 \frac{\lambda}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{lE_0/E}.$$

In een concreet geval, diffusie van 22,5 Volt electronen in neon ( $\alpha = 1/18500$ ,  $3,5/\sqrt{\alpha} = 480$ ) vindt men voor  $E = 18,5$  Volt dus  $lE_0/E = 0,18$ ,  $x = 86\lambda^1$ .

Verder kunnen wij de verdeeling voor een aantal waarden van  $\eta = E/E_0$  aangeven.

1) Vergelijk in volgend nummer verschijnend artikel: „Veld en ionenconcentratie nabij de kathode van een boogontlading”.



Hieronder volgt een tabel van waarden van  $f(\eta)$ :

$\eta$	$\eta^{-3/2}$	$(-l\eta)^{1/2}$	$f(\eta)$
0,1	31,6	1,52	20,8
0,2	11,2	1,26	8,90
0,3	6,09	1,09	5,59
0,4	3,96	0,955	4,15
0,5	2,82	0,832	3,38
0,6	2,16	0,715	3,02
0,7	1,71	0,598	2,88
0,8	1,40	0,473	2,96
0,9	1,17	0,322	3,64
1,0	1,00	0	$\infty$

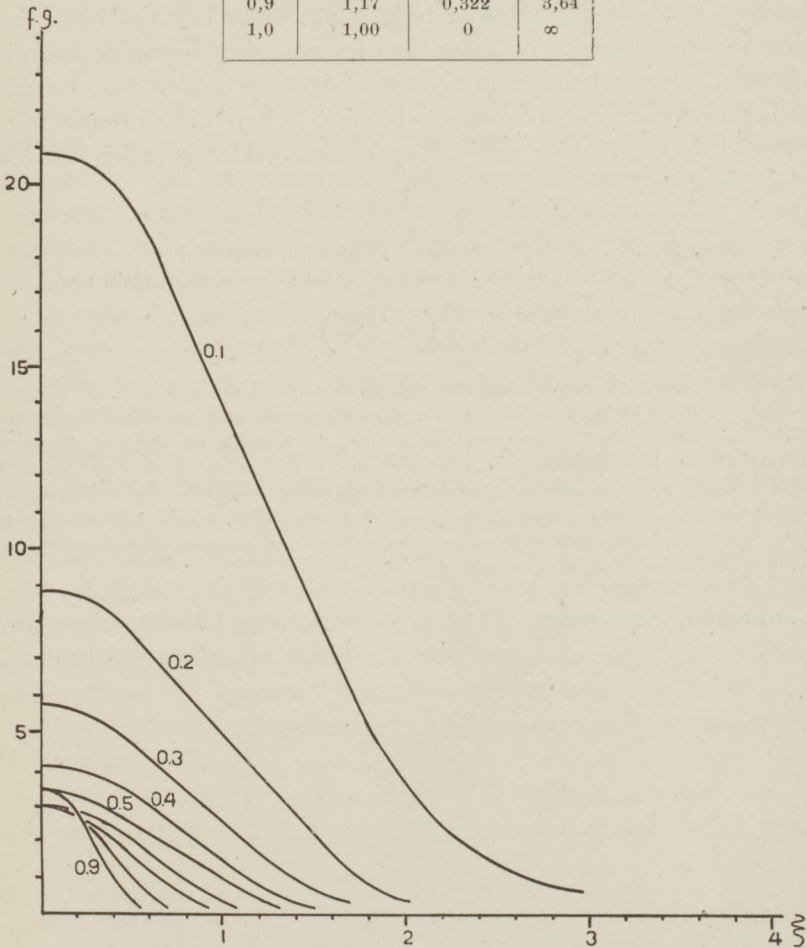


Fig. 2.

Verder geeft fig. 2 de waarde van:

$$f(\eta) g(\xi, \eta) \quad \text{voor } \eta = 0,1 \text{ tot } 0,9, \xi = 0 \text{ tot } 3.$$

Wij zien hieruit nog eens, dat nabij het oppervlak een zeer groote concentratie van deeltjes met onveranderde snelheid optreedt, terwijl daarentegen deeltjes van zeer kleine snelheid met zeer groote concentratie door de heele ruimte verdeeld zijn. (In het geval van electronen kan men zich voorstellen dat deze ten slotte door een anode worden weggenomen).

Wij hebben dit probleem niet alleen gegeven met het oog op de zoeven genoemde practische toepassing, maar ook om het principe van de oplossing waarbij deeltjes van zeer bepaalde energie afzonderlijk zijn behandeld. Naast andere methoden van behandeling der energie-verliezen bij botsing <sup>1)</sup> kan dit principe mits voorzichtig uitgebreid, wellicht op ingewikkelder gevallen worden toegepast.

1) Vgl. b.v. M. J. Druyvesteyn, *Physica* **10**, 61 (1930).

Wanneer men vgl. (6) uit dit artikel voor ons geval vereenvoudigt, vindt men

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{3\alpha}{\lambda^2} \left( n + E \frac{dn}{dE} \right),$$

hetgeen niet geheel overeenkomt met onze vgl. (7). De term  $n$  is echter klein t.o.v.  $E \frac{dn}{dE}$  zoolang  $E/E_0$  niet klein is. De oorzaak van deze afwijkende uitkomst is mij niet geheel duidelijk, maar zij hangt ongetwijfeld samen met de volgende moeilijkheid: Wanneer men het niet-stationnaire geval beschouwt heeft men te maken met  $dn/dx$ ,  $dn/dE$  en  $dn/dt$  en deze laatste twee zijn niet direct afhankelijk van elkaar (hoewel wij bij onze oplossing gedaan hebben alsof dit zoo was) omdat in werkelijkheid twee deeltjes van gelijke snelheid in den zelfden tijd niet evenveel botsingen maken. Er is dus reden om onze uitkomst voor kleine waarden van  $E/E_0$  te wantrouwen.

Eindhoven, September 1931.      Natuurkundig Laboratorium der  
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

## OVER DE EIGENSCHAPPEN VAN HET ZWAARTE- KRACHTSVELD IN EEN WENTELENDE RUIMTE MET ATTRACTIE CENTRUM <sup>1)</sup>

door U. PH. LELY

Is er in een centrum  $O$  een gravitatie middelpunt, waarheen zware voorwerpen getrokken worden met krachten omgekeerd evenredig met het kwadraat van den afstand, en wentelt een systeem om een as  $OY$  door dit middelpunt, dan heeft het dikwijls voordeel een zwaartekrachtveld in te voeren, dat zich voor den zich meebewegenden beschouwer schijnbaar voordoet; de intensiteit van de schijnbare centrifugale zwaartekracht is evenredig met den afstand tot de as  $OY$ , en evenredig met het kwadraat van de hoeksnelheid; de krachtlijnen zijn rechte lijnen gaande door  $OY$  en loodrecht daarop.

Beide zwaartekrachtsvelden geven te zamen een krachtlijnenveld, waarin de krachtlijnen, op enkele uitzonderingen na, gebogen zijn; in het volgende worde nu onderzocht, wat er te vertellen is van de kromming dier krachtlijnen. Immers de kromming speelt een rol bij het paradoxale verschijnsel, dat een voorwerp, drijvend op een vloeistofoppervlak, waarbij de vloeistof met het wentelende stelsel mede wentelt, niet in evenwicht is, maar zich verschuift tengevolge van krachten langs het vloeistofoppervlak. De intensiteit der verschuivingskracht is afhankelijk van de kromming der krachtlijnen.

In figuur 1 is het krachtlijnenveld geteekend. De hoeksnelheid zij zoo groot, dat in  $A$  de centrifugale zwaartekracht gelijk is aan

1) Zie in verband met het bovenstaande:

Physica 1927, blz. 278: U. P. h. L e l y, Een proef die de krachten demonstreert, welke de continentendrift enz.; Physica 1930 blz. 81: Over de continentendrift ect.; Physikalische Zeitschrift: 1 Aug. 1930. Ein Experiment das dei Kräfte etc.

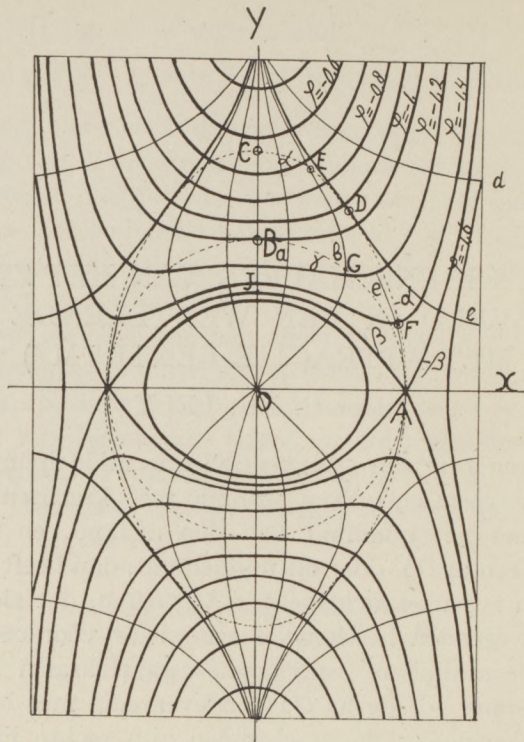


Fig. 1.

de zwaartekracht naar het centrum  $O$  gericht. En laat  $OA$  de eenheid van lengte zijn. De intensiteit van de zwaartekracht kan niet door telling van het aantal krachtlijnen gevonden worden. Dan werd de figuur te ingewikkeld. Want het veld heeft een constante divergentie van de schijnbare zwaartekracht, die door de wenteling wordt veroorzaakt.

Wij stellen de intensiteit der zwaartekracht, veroorzaakt door het attractie centrum  $O$ , bij  $A$  gelijk aan 1. Dan is de intensiteit op een afstand  $r$  van  $O$  gelijk aan  $G_r = 1/r^2$ . In  $A$  is deze intensiteit gelijk aan die van het schijnbare zwaartekrachtsveld, veroorzaakt door de wenteling. Is  $x$  de afstand tot de as  $OY$ , dan is blijkbaar deze intensiteit gelijk aan  $G_1 = x$ ; immers voor  $x = 1$  wordt  $G_x = 1$ .

Men kan nu een potentiaal  $\varphi$  definiëren, welker negatieve gradiënt gelijk is aan de resultante der beide zwaartekrachts-

intensiteiten. Stelt men willekeurig de potentiaal  $\varphi$  in het punt  $B$  op de as  $OY$  op een afstand 1 van  $O$  gelijk aan 1, dan is

$$\varphi = -\frac{1}{r} - \frac{1}{2}x^2,$$

zoals men gemakkelijk kan controleeren.

Volgens de equipotentiaalvlakken stellen zich de vloeistofoppervlakten in. Welke algemeene dingen kan men nu zeggen over deze vlakken?

De parameter  $\varphi$  kan alle waarden tusschen 0 en  $-\infty$  hebben; immers  $-\frac{1}{2}x^2$  is altijd negatief;  $-1/r$  eveneens, want  $r$  kan nooit negatief zijn. Is  $r$  zeer klein ten opzichte van 1, dan nadert het equipotentiaalvlak tot een bol: Want neemt men een bol als eerste benadering, dan varieert over het oppervlak van dezen bol  $x$  slechts weinig, zoodat  $\varphi$  ongeveer constant is; geringe afwijkingen van den bolvorm zijn voldoende om het equipotentiaalvlak voor te stellen: Dit vlak is aageplat bij de polen.

Bij denzelfden  $\varphi$  behoort echter nog een blad van het oppervlak. Immers, is  $\varphi$  groot (negatief), dan moet  $x$  wel groot zijn, als  $r$  niet klein is; als  $x$  groot is, is  $r$  groot,  $1/r$  is daarom klein. De vorm van dit tweede blad is in eerste benadering die van een cylinder met  $OY$  als as; voor een cylinder is  $x$  constant;  $r$  is veranderlijk, maar daar  $r$  steeds groot is heeft  $1/r$  weinig invloed. Nadert men op het cilindervlak  $OX$ , dan wordt  $r$  kleiner,  $1/r$  neemt toe; de toename van  $1/r$  moet goed gemaakt worden door eene afname van  $x^2$ : De werkelijke vorm van het tweede blad is een cylinderachtige figuur, die in de omgeving van het  $XOZ$  vlak (de  $OZ$  as is loodrecht op het vlak van teekening) wat vernauwd wordt. (Fig. 2).

Op de as  $OX$  vindt men bij  $A$  de kleinste (absolute) waarde van  $\varphi$ ; daar is  $\varphi = -1,5$ . Kleinere waarden van  $\varphi$  worden slechts gevonden buiten het  $XOZ$  vlak. Is  $r$  zeer groot, dan bestaat het equipotentiaalvlak uit twee bladen, beide omwentelingsfiguren met  $OY$  als as, die ieder in de onmiddellijke nabijheid van de  $OY$  as bij benadering een omwentelingsparaboloïde zijn, waarvan  $OY$  de as is.

Is men echter op wat grooteren afstand van de  $OY$  as, dan wordt de paraboloidengedaante losgelaten en men krijgt meer den cilindervorm. Immers  $x$  kan de waarde  $\sqrt{3}$  niet overschrijden; gebeurde dit, dan moet het oppervlak ook punten in  $XOZ$  hebben;  $x$  nadert

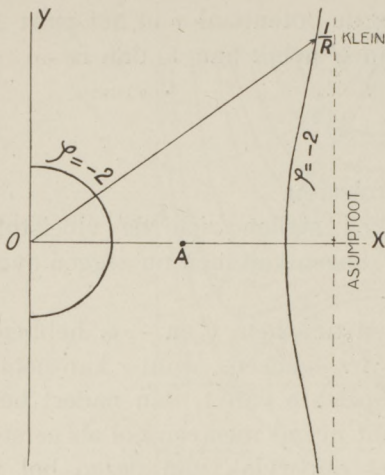


Fig. 2.

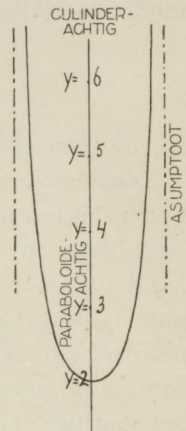


Fig. 3.

daarom een maximum, terwijl  $r$  allerlei groote waarden kan aannemen zonder veel invloed uit te oefenen op de waarde van  $q$ , daar  $1/r$  tot nul nadert. (Fig. 3).

Tusschen beide soorten oppervlakken bestaat een overgang. Dit equipotentiaalvlak heeft een dubbellijn, een cirkel in het  $XOZ$ -vlak gaande door  $A$ . Het meridiaanvlak doorsnijdt dit vlak volgens een lijn met dubbelpunt in  $A$ ; de vergelijking van deze kromme is

$$\frac{1}{r} - \frac{x^2}{2} = 1,5;$$

de raaklijnen aan de takken hebben als richtingscoëfficiënt

$$+ \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ en } - \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

De doorsneden der equipotentiaalvlakken met een meridiaanvlak hebben verschillende buigpunten, maar daar deze door het physische probleem geen overwegende beteekenis hebben, laat ik zé hier terzijde.

De aard der krachtlijnenfiguur is voor de evenwichten der drijvende voorwerpen van beteekenis, wanneer het zwaartepunt van het voorwerp en dat van de verplaatste vloeistof niet samenvallen. Het evenwicht is slechts aanwezig als de krachtlijnen recht zijn, of als ze een buigpunt vertoonen. Maar waar vinden wij de buigpunten?

De differentiaalvergelijking der krachtlijnen is niet moeilijk te vinden. De krachtlijn heeft in elk punt de richting van de zwaartekracht; het differentiaalquotiënt  $dy/dx = G_y/G_x$ , wanneer

$$G_x \text{ en } G_y \text{ de } x \text{ en } y$$

componenten der zwaartekracht zijn.

De zwaartekracht  $G_r$  naar het attractie centrum heeft als componenten:

$$G_{r,x} = G_r \cos a \text{ en } G_{r,y} = G_r \sin a,$$

waarin  $a$  de hoek is tusschen de voerstraal van het centrum  $O$  naar het veldpunt en de  $X$  as. Dan is

$$\cos a = x/r, \sin a = y/r,$$

en, daar  $G_r = -1/r^2$  is, is  $G_{r,x} = -x/r^3$  en  $G_{r,y} = -y/r^3$ .

Het centrifugale zwaartekrachtsveld heeft alleen een  $x$  componente:  $G_1 = x$ . Daaruit volgt voor de beide resulterende componenten:

$$G_x = -\frac{x}{r^3} + x \text{ en } G_y = -\frac{y}{r^3},$$

en voor het differentiaalquotiënt der krachtlijnen:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{G_y}{G_x} = \frac{-y/r^3}{-x/r^3 + x} = \frac{1}{1 - r^3} \frac{y}{x}.$$

Hieruit blijkt, dat  $dy/dx \infty$  wordt voor  $r = 1$ , wat te verwachten is, want voor  $r = 1$  is steeds  $G_x = 0$ . De krachtlijnen zijn bij het snijpunt met den cirkel  $r = 1$  evenwijdig aan  $OY$ ; en de equipotentiaalvlakken aldaar mitsdien evenwijdig aan de  $OX$ -as.

Wordt  $r \ll 1$  dan wordt het differentiaalquotiënt meer en meer gelijk  $y/x$ ; de krachtlijnen worden in de omgeving van  $O$  verwant aan rechte lijnen gaande door  $O$ .

Is  $r > 1$ , dan wordt  $dy/dx$  negatief voor  $y/x$  positieve  $X$  en  $Y$ . Wordt  $r$  zeer groot, en blijft  $x$  eindig, dan nadert  $dy/dx$  tot de waarde  $y/r^3x =$  bij benadering  $r/r^3x = 1/r^2x$ , hetgeen tot  $O$  nadert. Slechts voor zeer kleine waarden van  $x$  kan men eindige en oneindige groote waarden verwachten. De krachtlijnen zijn op grooten afstand van  $O$  dicht bij de  $OY$ -as parallel aan deze, op eenigen afstand loodrecht er op. De equipotentiaalvlakken snijden de  $OY$ -as steeds loodrecht; op grooten afstand van  $O$  zijn de doorsnijdingen met een meridiaanvlak evenwijdig aan  $OY$ .

De integratie van de differentiaalvergelijking kon ik niet tot stand brengen. Maar het lukte eene eenvoudige uitdrukking te vinden voor de meetkundige plaats der buigpunten der krachtlijnen.

Dat er buigpunten zijn kan men besluiten uit den vorm van sommige krachtlijnen. Een krachtlijn door  $O$  buigt zich zoo om, dat deze ten slotte evenwijdig wordt aan  $OY$  en kromt zich verder naar  $OY$  toe. Toch moet zij ten slotte weer evenwijdig aan  $OY$  worden. Ergens in een gebied, waarbij  $r > 1$ , moet een buigpunt zijn. (Fig. 4).

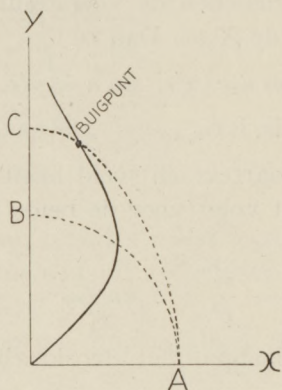


Fig. 4.

Buigpunten zijn daar, waar de uitdrukking voor de kromtestraal  $\infty$  wordt. In ons geval is het 't gemakkelijkste  $y$  als onafhankelijk veranderlijke te kiezen: De kromtestraal  $\rho$  heeft als uitdrukking

$$\rho = \frac{(1 + x'^2)^{3/2}}{x''}.$$

Hierin is:

$$x' = (1 - r^3) x/y \text{ en } x'' = (-4r^3 + 3x^2r^4 + r^6) x/y^2.$$

De noemer in de uitdrukking voor  $\rho$  wordt 0 voor

$$x = 0 \text{ en } y \neq 0.$$

Hieruit volgt: De punten van de  $OY$ -as zijn buigpunten van krachtlijnen, hetgeen onmiddellijk volgt uit de overweging, dat  $OY$  zelf een krachtlijn is.



Ook wordt de teller  $\infty$  voor alle waarden  $x \neq 0$  en  $y = 0$ , behalve wanneer  $x = 1$  is; de noemer is eveneens  $\infty$ . De teller nadert tot  $(1 - r^3)^3 x^3/y^3$ ; de breuk, die  $\varrho$  voorstelt, nadert voor  $y = 0$  tot

$$\frac{(1 - r^3)^3 x^3/y^3}{(-4r^3 + 3x^2r^4 + r^6) x/y^2} = \frac{(1 - r^3)^3 x^2}{(-4r^3 + 3x^2r^4 + r^6) y}$$

of tot  $\infty$  als  $x \neq 0$  en  $\neq 1$ . Dit zegt ons: De  $OX$ -as is eene verzameling van buigpunten; de  $OX$ -as zelf is eene krachtlijn, zooals uit rechtstreeksche overwegingen zonder meer volgt. Het punt  $A$  is echter een singulier punt.

Verder wordt  $x'' = 0$  ook wanneer  $-4r^3 + 3x^2r^4 + r^6 = 0$ , of wanneer  $-4 + 3x^2r + r^3 = 0$ . (Wij laten  $r^3 = 0$  buiten beschouwing, daar  $O$  een singulier punt is). Hieruit volgt:

$$x^2 = (4 - r^3)/3r \text{ en } y^2 = 4(r^3 - 1)/3r. \tag{1}$$

De meetkundige plaats van de buigpunten, die ons eigenlijk interesseert, wordt hier in haar vergelijkingen met den parameter  $r$  gegeven. De meetkundige plaats is een ovaal aan de polen gerekte, of als men de ruimtefiguur neemt, een ellipsoïde-achtige figuur gerekte aan de polen.

Men kan  $r$  gemakkelijk als parameter elimineeren door eerst  $r^3$  te elimineeren en daarna te quadreeren. Men vindt dan een 6e graads kromme:

$$(y^2 + 4x^2)^2 (x^2 + y^2) - 16 = 0.$$

In fig. 5 is de kromme met eene stippellijn aangegeven.

Maar vlugger is de behandeling met de vergelijkingen in parametervorm. Daar  $x^2$  en  $y^2$  beide positief zijn, moet

$$1 < r^3 < 4 \text{ of } 1 < r < \sqrt[3]{4}.$$

De kromme heeft twee symmetrie assen  $OX$  en  $OY$ . Zij snijdt de  $OY$ -as in  $C$  bij  $x = 0$ ,  $y = \sqrt[3]{4}$ , de  $OX$ -as in  $x = 1$  en  $y = 0$ . Hoe kunnen wij nu met behulp van deze meetkundige plaats de gedaante der krachtlijnen beoordeelen?

Eenvoudig is de beoordeeling van de krachtlijnen, die door  $O$  gaan. Wij zagen, dat deze ergens den cirkel  $r = 1$  snijden, alwaar de tangent evenwijdig aan  $OY$  is; en dat ergens buiten dien cirkel een buigpunt gevonden moet worden. Binnen den cirkel keert de

krachtlijn haar hollen kant naar de  $OY$ -as toe, hetgeen gemakkelijk is te constateeren en hetgeen ook volgt uit het teeken van  $x''$ . Daarbinnen is geen buigpunt mogelijk. Deze krachtlijnen hebben slechts één buigpunt. Zie figuur 4.

Er zijn echter krachtlijnen met twee buigpunten. Om dit na te gaan merken wij op: Laten bij een punt  $P$  van de meetkundige plaats de waarde  $r$  en  $x$  behooren. Een punt  $Q$  met dezelfde  $r$  en een grootere  $x$ , ligt buiten de meetkundige plaats (aan de andere zijde als  $O$ ). Voor  $r$  en  $x$  is  $x'' = 0$ , dus voor een punt  $Q$  met grootere  $x$ , wordt  $-4r^3 + 3x^2r^4 + r^6$  zeker positief;  $x''$  is positief. De kromme keert in elk punt buiten de meetkundige plaats haar bollen kant naar de  $OY$ -as. Evenzoo redeneert men voor punten binnen de meetkundige plaats: Alle krachtlijnen keeren binnen de meetkundige plaats den hollen kant naar  $OY$ .

De richtingscoëfficiënt der krachtlijnen is

$$y' = \frac{y}{x} \frac{1}{1 - r^3} \quad (2)$$

die van de meetkundige plaats

$$y' = -2 \frac{x}{y} \frac{2r^3 + 1}{r^3 + 2}. \quad (3)$$

Er is nu een punt te vinden, waar beide gelijk worden. Van dit punt is  $2r^3 = 5$ , zooals uit substituities in (2) en (3) in verband met (1) onmiddellijk volgt. Daarbij is  $y/x = 2$ . In fig. 5 is  $D$  dit punt. De coördinaten van  $D$  zijn  $x = 0,61$  en  $y = 1,21$ .

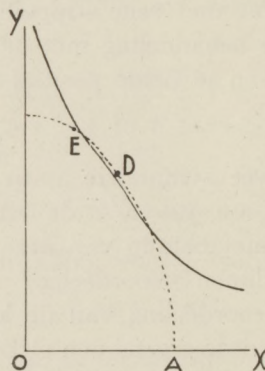


Fig. 5.

De krachtlijn, die door  $D$  gaat, heeft met de meetkundige plaats twee oneindig dicht bij elkaar gelegen punten gemeen; hieruit volgt:

Er zijn krachtlijnen in de onmiddellijke nabijheid, die deze buigpunten kromme tweemaal snijden. Dit zijn krachtlijnen met twee buigpunten. Deze krachtlijn keert overal buiten de buigpunten kromme haar bolle zijde naar de  $OY$ -as, tusschen de twee buigpunten haar holle. Deze krachtlijnen kunnen den cirkel met  $r = 1$  niet snijden. Immers, indien zij dezen sneden, dan zou de raaklijn bij het snijpunt evenwijdig aan  $OY$  zijn. Daar ook daar de holle kant naar de  $OY$ -as gekeerd wordt, kan de krachtlijn binnen den cirkel, waar geen buigpunt mogelijk is, zich niet zoo van richting veranderen, dat weer de meetkundige plaats der buigpunten, die geheel buiten den cirkel ligt, gesneden wordt. Alle krachtlijnen, die de meetkundige plaats tweemaal snijden, hebben één snijpunt tusschen  $D$  en  $A$ , het andere tusschen  $A$  en  $E$ ; de ligging van  $E$  is mij slechts bij benadering bekend.

De krachtlijn, die de meetkundige plaats raakt in  $D$ , heeft daar met haar raaklijn eene aanraking van 4e orde. Het practische resultaat is, dat deze krachtlijn in een groot gebied moeilijk te onderscheiden is van eene rechte lijn. Behalve in dit singuliere punt keert de krachtlijn overal haar bolle zijde naar de  $OY$ -as.

De buigpunten in de doorsnijdingskromme van de equipotentiaalvlakken met de meridiaanvlakken blijven buiten beschouwing. Zij hebben geen beteekenis voor het physische vraagstuk van het drijven van voorwerpen. Men hoede zich voor de valsche voorstelling als zoude het bol of hol staan van een vloeistofoppervlak de verstoring van het evenwicht bij het drijven bepalen. De kromming der krachtlijnen speelt een rol.

Daarom vindt men voor voorwerpen met hoog liggend zwaartepunt bij holle en bij bolle vloeistofoppervlakken, die tusschen  $O$  en  $C$  liggen, poolvlucht en labiel evenwicht bij de pool; bij de vloeistofoppervlakken op grooteren afstand dan  $C$  de  $OY$ -as snijdende vindt men een poolzoeken en stabiel evenwicht. Bij  $B$ , waar de overgang van hol in bol plaats heeft, vindt men poolvlucht.

De doorsnijdingskromme der equipotentiaal vlakken met een meridiaanvlak snijden de meetkundige plaats der buigpunten slechts éénmaal in elk quadrant, als er snijding plaats vindt. Dit kan men aantoonen, maar het blijft den lezer bespaard.

Voor de equipotentiaalvlakken kan gevonden worden:  
 of een tweebladig equipotentiaal vlak, waarbij  $XOY$  symmetrievlak is, met slechts één evenwicht bij de pool, (fig. 6);

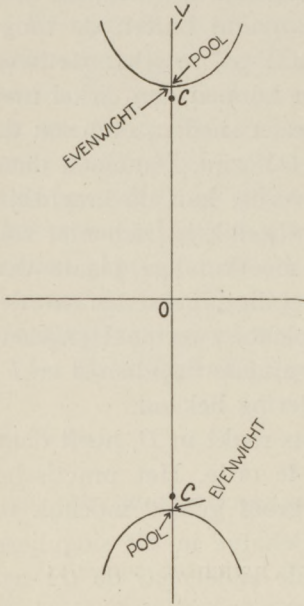


Fig. 6.

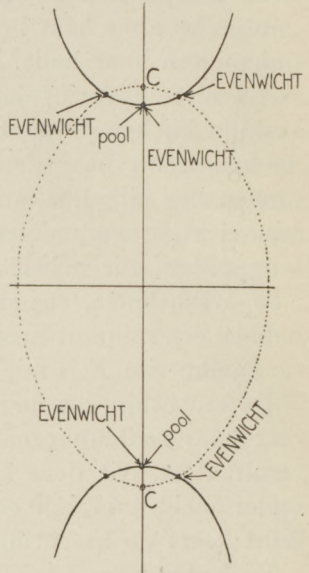


Fig. 7.

of een tweebladig equipotentiaal vlak, waarbij  $XOY$  symmetrievlak is met op elk blad plaatsen van evenwicht bij de polen en ook bij één cirkel, die de meetkundige plaats is van de buigpunten der krachtlijnen (fig. 7);

of een tweebladig equipotentiaal vlak, elk blad met zijn equator, met slechts evenwicht bij de polen en de equatoren (fig. 8).

Van deze equipotentiaal vlakken zijn practisch te verwezenlijken:

1. Eén der beide bladen van fig. 6, met een draaienden waterbak;
2. Eén der beide bladen van fig. 7; practisch heeft de verwezenlijking weinig beteekenis.
3. Het binnenste blad van fig. 8; dit zijn de oceaan oppervlakken.

De verwezenlijking van fig. 7 heeft geen practische beteekenis. Immers de wenteling moet zoo snel zijn, dat de vloeistof een weinig

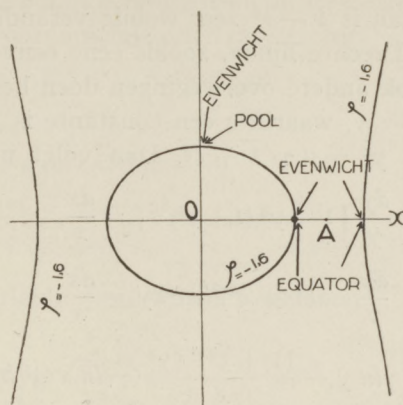


Fig. 8.

hol staat. De kromtestraal heeft een orde van grootte, die vergelijkbaar is met  $OC$ ; in het experiment is  $OC$  gelijk aan den straal der aarde, ruim 6000 km; de kromming is daarom practisch niet te constateeren. Bij de langzame wenteling hiervoor noodig zijn de krachten uiterst gering.

Met de niveaувlakken kan men de evenwichten van het drijvende voorwerp zonder meer niet beoordeelen; dit moge nog uit de volgende paradox geïllustreerd worden:

Er zijn equipotential vlakken, die in een bepaald gebied evenwijdig aan het  $XOZ$  vlak zijn (bijv. het vlak met  $\varphi = -1,4$ ); een drijvend voorwerp heeft hier het zwaartepunt van het voorwerp zelf en het zwaartepunt van de verplaatste vloeistof op gelijke afstanden van de wentelingsas; waarom is er dan hier geen evenwicht? Want de wenteling heeft geen invloed. Het antwoord is echter: Van af het attractie-middelpunt zijn de afstanden ongelijk daarom is er geen evenwicht. De samenwerking der beide velden veroorzaakt de evenwichtsverstoring; elk veld op zichzelf geeft rechte krachtlijnen, de samenvoeging echter gebogen.

De gedaante der krachtlijnen vlak bij  $O$ , en dicht bij de  $OY$ -as op grooten afstand van  $O$ , willen wij nog bepalen.

Keeren wij terug tot de differentiaalvergelijking der krachtlijnen:

$$y' = \frac{y}{x} \frac{1}{1 - y^3}. \quad (4)$$

Is  $r$  zeer klein, dan is  $1 - r^3$  zeer weinig veranderlijk; de krachtlijnen zijn vrijwel rechte lijnen, zooals eene eenvoudige integratie leert en zooals ook andere overwegingen doen besluiten. In eerste benadering is  $x = cy$ , waarin  $c$  een constante is. Voor  $r$  kan men schrijven  $\sqrt{x^2 + y^2} = y \sqrt{1 + c^2}$ . Dan volgt uit (4):

$$\frac{dy}{y} \{1 - y^3 (1 + c^2)^{3/2}\} = \frac{dx}{x},$$

of

$$\frac{dy}{y} - (1 + c^2)^{3/2} y^2 dy = \frac{dx}{x},$$

of integreerende:  $\ln y - \frac{(1 + c^2)^{3/2} y^3}{3} = \ln x + \ln c_1,$

waarin  $c_1$  een constante is.

$$\text{Hieruit volgt: } y e^{-\frac{(1+c^2)^{3/2}}{3} y^3} = c_1 x.$$

Voor zeer kleine waarden van  $y$  moet deze uitdrukking overgaan in  $x = cy$ ; daarom moet  $c_1 = 1/c$ . De integraal is nu

$$x = cye^{-\frac{(1+c^2)^{3/2}}{3} y^3}$$

De benadering heeft bijvoorbeeld beteekenis bij de beschrijving van de krachtlijn bij het aardoppervlak.

De krachtlijn op grooten afstand van  $O$  bij de  $OY$ -as laat zich aldus berekenen:

In dit gebied is  $y$  ongeveer gelijk aan  $r$  en (4) gaat over in

$$y' = \frac{y}{x} \frac{1}{1 - y^3},$$

of in:

$$\frac{dy}{y} - y^2 dy = \frac{dx}{x}$$

of, integreerende:

$$\ln c + \ln y - \frac{1}{3} y^3 = \ln x$$

waarin  $c$  een constante is, of:

$$cye^{-\frac{y^3}{3}} = x. \tag{5}$$

Hierin is  $y$  zeer groot,  $x$  eindig en klein; de betrekkelijke variatie van  $x$  ontstaat voornamelijk door den factor

$$e^{-\frac{y^3}{3}} y.$$

Stellen we dus  $y = y_0 + h$ , dan is (5)

$$c (y_0 + h) e^{-\frac{1}{3} (y_0 + h)^3} = x$$

of met eenige herleiding en verwaarloozingen:

$$cy_0 e^{-\frac{1}{3} y_0^3} e^{-y_0^2 h} = x.$$

Door in plaats van

$$cy_0 e^{-\frac{1}{3} y_0^3}$$

een nieuwe constante  $c_1$  in te voeren en door nieuwe keuze van eenheden ( $x$  wordt  $\xi$  en  $y$  wordt  $\eta$ ) gaat de betrekking over in:

$$\xi = c_1 e^{-a\eta} \tag{6}$$

waarbij  $\eta$  van af een willekeurig punt op  $OY$  geteld wordt.

Is  $\omega$  de hoeksnelheid,  $R$  de straal der aarde, en  $g$  de versnelling van de zwaartekracht in c.g.s. eenheden dan vindt men voor  $OA$  de betrekking  $\omega^2 OA = gR^2/OA^2$  of  $OA = \sqrt[3]{gR^2/\omega^2}$ . In de berekeningen is  $OA$  de lengte-eenheid; is  $\eta_0$  de lengte van  $y_0$  in cm,  $\eta$  die van  $h$  in cm, dan zijn de getallen

$$y_0 = \frac{\eta_0}{\sqrt[3]{gR^2/\omega^2}} \quad \text{en} \quad h = \frac{\eta}{\sqrt[3]{gR^2/\omega^2}}$$

of het getal 
$$y_0^2 h = \frac{\eta_0^2 \eta}{gR^2/\omega^2}.$$

Maar bij den waterbak, die wentelt, is  $\eta_0 = R$  dus  $y_0^2 h = \omega^2 \eta/g$ . Hieruit volgt: In (6) heeft  $a$  de waarde  $\omega^2/g$ . Wij hebben dus als vergelijking voor de krachtlijnen met den cm als eenheid:

$$\xi = ce^{-\omega^2 \eta/g}$$

een formule, die evenzeer geldt als  $\xi$ ,  $\omega$ ,  $g$  en  $\eta$  in andere stelsels uitgedrukt worden.

Opmerking verdient, dat de krachtlijnen op deze plaats alle gelijkvormig zijn. Hetzelfde geldt ook voor de equipotentiaalvlakken. Het moet ook wel, want het optillen van den bak geeft geen wijziging in den toestand.

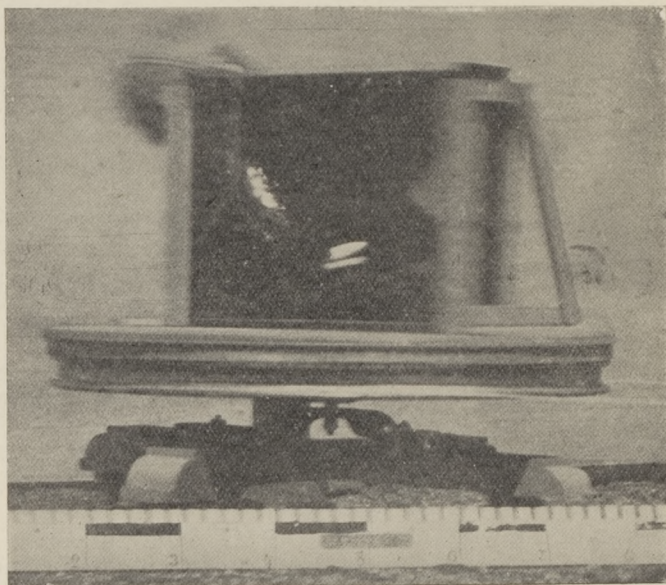


Fig. 9.

In de hierbijgaande foto is aan den draaienden bak met water een bladder van een voetbal verbonden, welke luchtbellens blaast in den hoek van den bak onder water. Men ziet hun spoor; zij volgen ongeveer een krachtlijn.

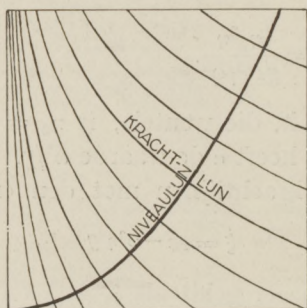


Fig. 10.



Fig. 10 geeft het krachtlijnenveld bij den waterbak aan.

Rest nog één opmerking over het zwaartekrachtveld. Het heeft een constante convergentie. De convergentie ontstaat door het centrifugale veld; de convergentie van het andere is 0. De centrifugale zwaartekracht kan worden voorgesteld door  $w^2 (\bar{i}x + \bar{k}z)$ ; waarin  $\bar{i}$  en  $\bar{k}$  eenheidsvectoren zijn; de convergentie is dan  $-2w^2$ .

De evenwichten van drijvende voorwerpen zijn stabiel, labiel of indifferent.

Bij hoog liggend zwaartepunt:

Als de krachtlijnen in de omgeving van het punt op het niveauvlak, waar de krachtlijn een buigpunt heeft, haar bolle zijde naar het punt keeren, dan is het evenwicht stabiel, in het tegenovergestelde geval labiel. Het kan ook zijn, dat meerdere buigpunten samen kwamen; in dit geval is het evenwicht in eerste benadering indifferent, in tweede benadering stabiel of labiel. Er is in de geheele krachtlijnenfiguur maar één dergelijk punt, namelijk op het niveauvlak door  $C$ , en wel in  $C$  zelf. Het evenwicht is daar indifferent in eerste benadering, stabiel in tweede benadering.

De volgende gevallen doen zich voor:

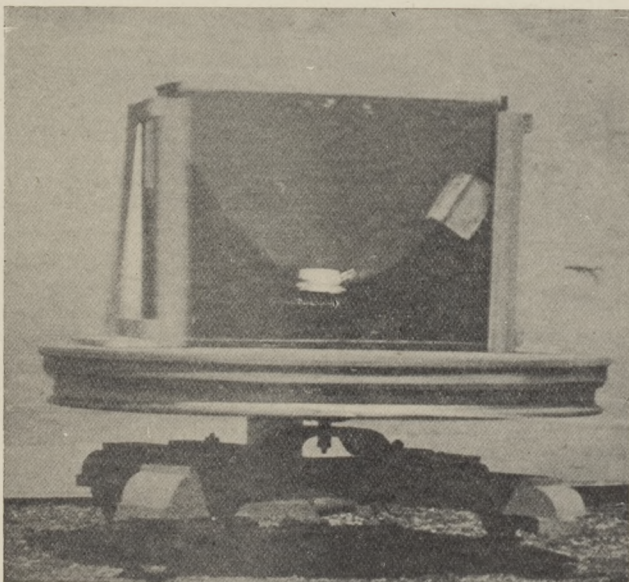


Fig. 11.

Stabiel evenwicht op de as  $OY$  van af  $C$  tot oneindig;

Stabiel evenwicht op de meetkundige plaats der buigpunten ( $a$ );

Stabiel evenwicht op de as  $OX$ ;

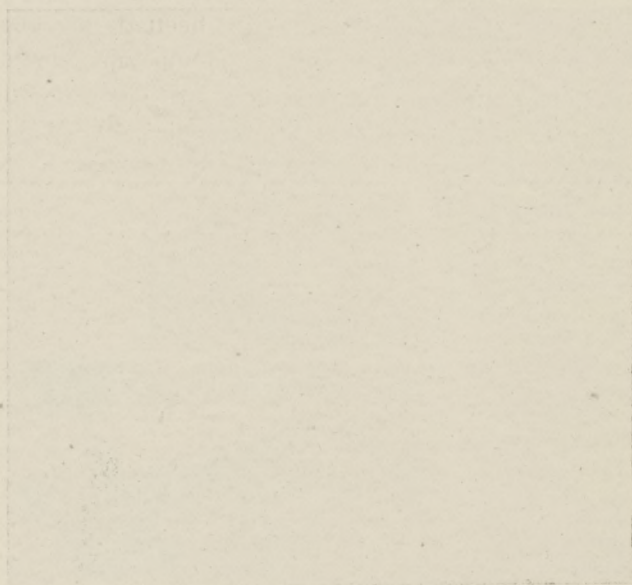
Labiël evenwicht op de as  $OY$  tusschen  $O$  en  $C$ .

Het eerste dezer vier evenwichten heeft beteekenis voor het experiment, de twee laatste voor de drift van continenten.

In fig. 11 is een foto gereproduceerd van den draaienden bak met water en twee bootjes; de kurk met hoog zwaartepunt drijft in het midden, het bootje met laag liggend zwaartepunt drijft aan den rand; het niveauvlak met zijne parabolische gedaante is hier experimenteel verwezenlijkt in dit wateroppervlak.

September 1931.

Christ. Gymn., den Haag.



## DE ISOCHRONE CONISCHE SLINGER VAN CHRISTIAAN HUYGENS

door C. A. CROMMELIN

In het 5e Hoofdstuk van het „Horologium Oscillatorium” beschrijft Christiaan Huygens de constructie van een zuiver isochronen conischen slinger, die hem gediend heeft tot de vervaardiging van een uurwerk; over dit uurwerk zegt hij verder alleen, dat verscheidene zulke uurwerken inderdaad gemaakt zijn, dat de secondewijzer op continue wijze en niet schoksgewijs (zooals bij de gewone slingeruurwerken met echappement) rondloopt, dat de gang geheel geruischloos is, maar dat de constructie niet zoo eenvoudig is als die van de gewone slingeruurwerken<sup>1)</sup>.

Onder de stellingen betreffende de centrifugale kracht, waarmede Huygens zijn Hor. Osc. besluit, heeft de praepositio VI betrekking op dezen conischen slinger en op zijn slingertijd<sup>2)</sup>. In Huygens' verhandeling over de centrifugale kracht vindt men het bewijs<sup>3)</sup>, dat echter niet van de hand van Huygens is, doch van die van De Volder en Fullenius, die deze door Huygens zelf niet is gepubliceerde verhandeling in 1703, na Huygens' dood, in de Opuscula postuma hebben opgenomen.

In de handschriften zijn nog eenige bladzijden gevonden, waarop Huygens beschouwingen over dit vraagstuk ten beste geeft. Deze zijn voor het eerst in de Oeuvres Complètes gepubliceerd<sup>4)</sup>.

De zuiver isochrone conische slinger van Huygens is als volgt geconstrueerd (zie fig. 1).

De metalen stang  $XB$  rust in  $B$  met een stalen punt op een

1) Zie p. 157—159 van de oorspronkelijke uitgave (Parijs, 1673) of p. 187—189 van de uitgave in *Ostwald's Klassiker* (Leipzig, 1913).

2) Zie p. 160 der oorspronkelijke uitgave, p. 190 der uitgave in Ostw. Kl.

3) Oeuvres complètes XVI p. 280 en 281, Ostw. Kl. p. 50.

4) XVI. p. 307 en 308. Vgl. ook VII p. 314, XVI p. 242 en XVII (nog niet verschenen) p. 153.

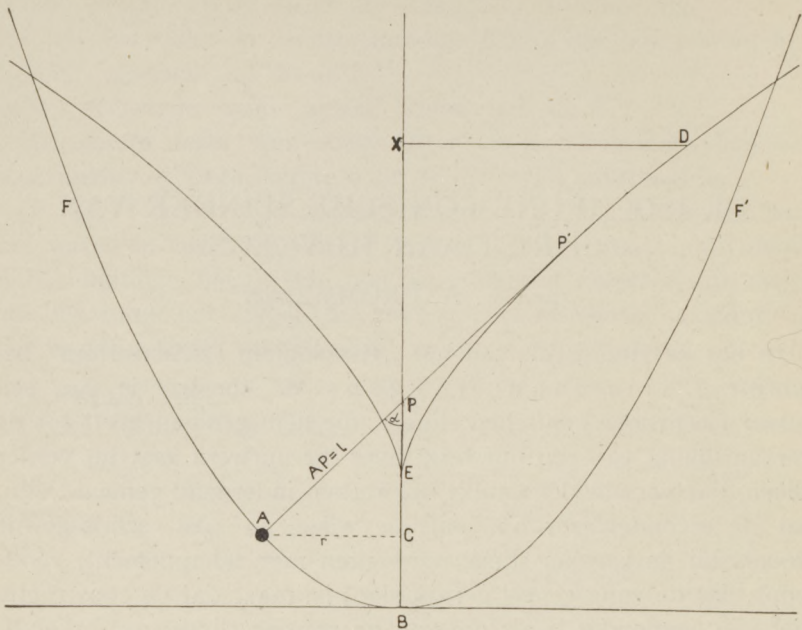


Fig. 1.

diamant en wordt iets boven  $X$  door een leger in zuiver verticalen stand gehouden; zij kan, b.v. door een drijfwerk met gewicht, om hare as in draaiing worden gebracht. De kromme  $ED$ , een smalle strook (loodrecht op het vlak van teekening) en het steunstuk  $XD$  zijn eveneens van metaal en draaien met de as  $XB$  mee. De bol  $A$  hangt aan een koord  $APD$ , dat in  $D$  is bevestigd. Is de as in rust, dan ligt het koord tegen de kromme  $ED$  aan en  $A$  bevindt zich in  $B$ , het laagste punt. Brengt men de as met geschikte hoeksnelheid in draaiing, dan zal de bol  $A$  een horizontale cirkel om de as  $XB$  gaan beschrijven, waarvan de hoogte boven  $B$  b.v. door de elevatiehoek  $\alpha$  gekarakteriseerd kan worden.

De kromme  $ED$  nu is een semicubische parabool en wel de ontwondene van een parabool die  $B$  tot top heeft; de meetkundige plaats van alle cirkels, die  $A$  bij veranderlijke  $\alpha$  beschrijven kan, is dus een omwentelingsparaboloïde om de as  $XB$  met de parabool  $FBF'$  als beschrijvende lijn.

De stelling van Huygens zegt nu, dat de omloopstijden voor al deze cirkels exact gelijk zijn, dus onafhankelijk van  $\alpha$ .

De — naar onze smaak eenigszins omslachtige — bewijzen van De Volder en Fullenius en van Huygens zelf heb ik reeds geciteerd.

Het kan wellicht zijn nut hebben hier een zeer eenvoudig analytisch bewijs van deze mooie maar weinig bekende stelling mede te deelen (zie fig. 1).

Het is duidelijk, dat in den geteekenden stand  $P'$  het eigenlijke ophangpunt van den slinger is en dat dit punt een cirkel om  $XB$  beschrijft; maar evenzeer is duidelijk, dat wij bij de berekening  $P$ , het snijpunt van het koord  $P'A$  met de  $X$ -as als ophangpunt moeten beschouwen, wat men dadelijk inziet door te bedenken, dat er aan de beweging van  $A$  niets verandert, wanneer wij  $P$  vasthouden.

Wij maken nu gebruik van de bekende stelling dat bij de parabool de subnormaal constant en  $= p$  is (verg. parabool  $y^2 = 2px$ ).

Uit de figuur blijkt, dat  $PC = l \cos \alpha$ .

De voor alle waarden van  $\alpha$  exact geldende uitdrukking voor den omloopstijd van den gewonen (bolvormigen) conischen slinger is:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}} \dots \dots \dots (1)$$

Voor den parabolischen slinger geldt dus:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{p}{g}}, \dots \dots \dots (2)$$

onafhankelijk van  $\alpha$ , qu. e. d.

Zij de kromtestraal van de parabool in  $B$ :  $\rho = BE$ , dan is

$$\rho = p = 2f$$

omdat het brandpunt halverwege tusschen  $B$  en  $E$  ligt. Voor den omloopstijd kan men dus ook schrijven:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2f}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\rho}{g}} \dots \dots \dots (3)$$

Past men de formule (1) voor  $T$  van den gewonen conischen slinger toe op den parabolischen slinger roteerende met zéér kleine  $\alpha$ , dan is

$$l = \rho \quad \text{en} \quad \cos \alpha = 1$$

en dan gaat deze formule in (3) over.

De voorafgaande beschouwingen hebben betrekking op het vraagstuk zooals Huygens dit, naar de gewoonte van zijn tijd, stelt. Hij geeft het oppervlak en bewijst vervolgens, dat dit oppervlak juist aan de gestelde voorwaarden voldoet. Moeilijker is het natuurlijk, het oppervlak te zoeken en in dit opzicht den gedachtengang van een man als Huygens, die wel de methoden der analytische meetkunde maar niet die der differentiaalrekening kende, na te gaan, is veelal niet gemakkelijk; Huygens zelf geeft dien gedachtengang in den regel niet aan. Men zou kunnen denken, dat Huygens, die in het oplossen van dergelijke vraagstukken langs zuiver meetkundigen weg een heden ten dage nauwelijks meer geëvenaarde virtuositeit bezat, intuïtief gezien heeft, dat het gezochte oppervlak wel „zooiets als een omwentelingsparaboloïde” moest zijn en dat hij het met verschillende oppervlakken geprobeerd heeft, misschien wel dadelijk met een paraboloïde<sup>1)</sup>.

Thans zou men het vraagstuk als volgt kunnen stellen en oplossen:

Gevraagd een kromme  $y = f(x)$ , die de beschrijvende lijn is van een omwentelingsoppervlak en wel zóó, dat de resultante van de zwaartekracht  $g$  en de centrifugale kracht  $K$ , beide werkende op een in een horizontale cirkel op dit oppervlak roterend materieel punt  $A$  ( $m = 1$ ) steeds in het verlengde van de normaal van dit oppervlak valt, verder aannemende, dat de hoeksnelheid van  $A$  bij het beschrijven van verschillende horizontale cirkels steeds constant is.

*Oplossing:* Uit de fig. 2 volgt, aangezien  $K = \omega^2 y$  is:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 y}{g} \dots \dots \dots (4)$$

waarin  $\omega$  de hoeksnelheid voorstelt.

1) Volgens een opmerking van Prof. Fokker, zou men kunnen denken, dat aan Huygens bij de behandeling van dit vraagsiuk voor oogen gestaan heeft de bekende proef, waarbij in een, om een vaste vertikale as draaiend en half met water gevuld bakje, het wateroppervlak den vorm van een omwentelingsparaboloïde aanneemt. Dit is inderdaad zeer goed mogelijk. Uit een plaats in de handschriften (Oeuvr. compl. XVI p 224) blijkt, dat Huygens deze proef gekend heeft; uit deze plaats blijkt echter niet dat Huygens zich duidelijk heeft gemaakt, dat het wateroppervlak den vorm van een paraboloïde aanneemt.



$$p = g \frac{T^2}{4\pi^2} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{p}{g}}$$

overeenstemmende met vergelijking (2).

Prof. Ehrenfest vestigde mijn aandacht op de omstandigheid, dat dergelijke beschouwingen als hierboven gegeven zijn, veelal zijn terug te brengen tot statische beschouwingen.

Stelt men zich n.l. het volgende vraagstuk: de kromme (of wel het omwentelingsoppervlak) te vinden, op elk punt waarvan een materiaal punt ( $m = 1$ ) zich in statisch evenwicht zal bevinden, wanneer dit punt onderworpen is: 1° aan een door de as horizontaal uitgeoefende afstootende kracht, evenredig aan den afstand tot die as, en 2° aan de zwaartekracht, dan ziet men gemakkelijk, dat aan de gestelde voorwaarde volkomen dezelfde parabool of paraboloïde moet voldoen, als in het geval van den conischen slinger. Immers: in dit laatste geval was de van de as afgerichte kracht  $= \omega^2 y$ , dus ook evenredig aan den afstand, terwijl  $\omega$ , de hoeksnelheid, voor alle punten van de kromme constant moest zijn. Stelt men dus in het geval van het statische evenwicht die kracht eenvoudig  $Cy$ , dan wordt de parabool, naar analogie van (5):

$$y^2 = \frac{2g}{C} x \quad \text{waarin } p = \frac{g}{C} \quad (6)$$

Men kan dit vraagstuk ook oplossen door op te merken, dat de totale potentieele energie van de beschouwde massa op alle punten van de kromme of het oppervlak constant moet zijn. De berekening wordt dan eenvoudiger.

Onderstelt men een door de as uitgeoefende aantrekkende inplaats van een afstootende kracht, dan vindt men voor de parabool

$$y^2 = -\frac{2g}{C} x,$$

dus het spiegelbeeld van de eerstgevondene ten opzichte van de Y-as. Hij raakt in den oorsprong aan de X-as en strekt zich naar de negatieve X-richting uit.



## BOEKBESPREKING

G. P. Thomson, *The wave mechanics of free electrons*, 172 blz., 53 fig. — McGraw-Hill Publishing Co. Ltd. London. 1930. Prijs 12/6 net.

Het boek geeft een reeks lezingen weer over de golfmechanica van vrije electronen en in het bijzonder over het gebied der electronen-diffractie waartoe, zooals bekend is, de schrijver, naast Davisson, Germer en Rupp de belangrijkste bijdragen heeft geleverd. Naar de samenhang tusschen de verschillende hoofdstukken en zelfs tusschen verschillende deelen van eenzelfde hoofdstuk is niet in de eerste plaats gestreefd. Wel treft dat bij elk onderwerp nog eens speciale moeilijkheden en onopgeloste vragen zijn aangestipt, zooals bijvoorbeeld bij het algemeene probleem der golfuitbreiding. De inhoud der achtereenvolgende hoofdstukken moge hieronder zeer kort worden weergegeven:

Inleiding: Dualiteit golven-deeltjes bij licht en materie.

- I. Golfuitbreiding (Huyghens-Kirchhoff). Het voorbeeld van watergolven ter toelichting groepsnelheid schijnt ons minder gelukkig gekozen.
- II. De Broglie's theorie der vrije electronen. Schrödinger-vergelijking.
- III. Buiging van golven door kristaltraliën (algemeen).
- IV. Electronen-diffractie (Davisson — Germer — Rupp — G. P. Thomson — Kikuchi).
- V. Inwendige potentiaal van kristallen, breking van electronengolven. Hierin vindt men ook behandeld de anomale breking als gevolg van periodiciteit van de inwendige potentiaal (Morse).
- VI. Intensiteiten van verschillende reflecties, samenhang met veldverdeling in het atoom (ruimtelading der electronen). Vergelijking met röntgenstralen.
- VII. Golfpakketjes. Onnauwkeurigheid (Heisenberg).
- VIII. J. J. Thomson's theorie. (Zooals bekend is meent deze dat de dispersie der golven, zooals die ook in de ledige ruimte bestaat, moet worden toegeschreven aan subelectronen).
- IX. Theorie van Dirac-Darwin ter verklaring van magnetische eigenschappen (spin, polarisatie).
- X. Onderzoek van geadsorbeerde gaslagen.

Het geheel is ongetwijfeld van groote waarde voor hen die deze lezingen hebben bijgewoond; ook vindt degene die reeds met het onderwerp vertrouwd is, hier de belangrijkste resultaten bijeen. Als leerboek of introductie zouden wij het werk minder durven aanbevelen.

V. A.; D. G.

*Gustave Ribaud. Traité de Pyrométrie optique, no. IV de l'Encyclopédie photométrique*, 485 blz., 163 fig. — *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, Paris. 1931, prijs frs 95,00.

Dit omvangrijke werk over een zeer speciaal onderwerp, deel uitmakende van een reeds tendeele verschenen serie, die, compleet, circa 30 deelen zal moeten omvatten, maakt een zeer verzorgden indruk. Hoofdschotel vormt de bespreking van temperatuurmeting door monochromatische stralingsmeting, die teruggaande op *Le Chatelier* in lateren tijd voornamelijk wordt uitgevoerd met den gloeidraad-pyrometer van *Holborn-Kurlbaum* en *Morse*. De talrijke beschouwingen over de vele subtiële kwesties, die zich voordoen, wanneer men de bepalingen met dit instrument tot precisieingen wil verheffen en die sinds ongeveer twintig jaar in fysische en technische publicaties ter sprake zijn gekomen en gedeeltelijk reeds in samenvattende overzichten in diverse tijdschriften en handboeken waren vereenigd, vindt men hier nog eenmaal in een nagenoeg compleet overzicht bijeen. Het feit, dat de schrijver een geruim aantal jaren de onderzoekingen aan het „Laboratoire de pyrométrie de la fondation Edm. de Rothschild” (Strasbourg) leidt, verleent aan dit overzicht bijzondere waarde, daar toch de belangrijkheid van verschillende détailkwesties slechts beoordeeld kan worden door dengene, die in langdurige praktijk de verschillende moeilijkheden onder het oog heeft gezien. Uit den aard der zaak moest elk onderdeel zoo kort mogelijk worden samengevat. Bij het doorbladeren vond ik dan ook een enkele maal, dat van een bepaald punt iets meer gezegd had kunnen worden, bijv. van de afhankelijkheid van de effectieve doorlating van niet volkomen neutrale rookglazen als functie van de kleurtemperatuur van de lichtbron. Enkele waarnemingen (*Zwikkert*: Afwijkingen Wet van *Lambert* voor *W*, bepaling pseudo emissievermogen van *W*) vond ik niet vermeld. Maar dergelijke kleine lacunes doen weinig af aan de waarde van het geheel. Een overzicht van de temperatuurmetingen in het algemeen en van de stralingswetten in het begin van het boek en een voor industrie en laboratorium belangrijk overzicht van stralingseigenschappen van verschillende licht- en warmtebronnen ronden het werk af tot bruikbaar geheel. Vermeld zij nog, dat ook aan de pyrometrie door meting der totale straling een hoofdstuk van ca. 40 blz. is gewijd.

DE GR.

### TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN<sup>1)</sup>

*James Clerk Maxwell, A commemoration volume, 1831—1832, Essays* by *J. J. Thomson, Planck, Einstein, Larmor, Jeans, Garnett, Fleming, Lodge, Glazebrook, Lamb*, 146 blz. — *Cambridge University Press*. London. 1931. Prijs 6 sh. net.

*L. Hopf, Relativitätstheorie als verständliche Wissenschaft*, 148 blz., 30 fig. — *Springer*. Berlin. 1931. Prijs geb. R.M. 4.80.

1) De Redactie behoudt zich het recht voor, aan de boeken een bespreking te wijden, of het bij een enkele aankondiging te laten.

G. G a m o w, Constitution of atomic nuclei and radioactivity, of the international series of monographs on Physics, general Editors R. H. Fowler and P. Kapitza, 114 blz., 40 fig. — At the Clarendon Press. Oxford. 1931. Prijs 10/6 net.

Sir J a m e s J e a n s, Le mysterieux Univers, traduit de l'Anglais par M. Billaudel et J. Rossignol. 172 blz. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 35.

Sir J a m e s J e a n s, The mysterious Universe, 142 blz. — Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 2 sh. net.

## MEDEDEELINGEN

### BATE UIT HET PIETER LANGERHUIZEN LAMBERTUSZOON-FONDS.

Het Dagelijksch Bestuur van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen heeft besloten, de bate van vermoedelijk f 4500.— die in 1932 door de Maatschappij uit het Pieter Langerhuizen Lambertuszoon-Fonds zal worden verleend, te besteden tot bevordering van de studie der natuurkunde.

Tot het ontvangen der bate komen in aanmerking leden van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen, *zoo voor zichzelf als ten behoeve van derden*, zoo personen als instellingen (al of niet rechtspersoon).

Aanvragen tot het verkrijgen der bate moeten vóór 1 Januari 1932 aan den Secretaris der Maatschappij, Prof. Dr. A. F. H o l l e m a n te Bloemendaal, Parkweg 7, worden gezonden, met inachtneming van het volgende:

De aanvraag geschiedt schriftelijk en moet behelzen:

- a. den naam, voornamen, woonplaats en werkkring van den aanvrager, en zoo de aanvraag niet ten behoeve van den aanvrager zelf is, wanneer deze geschiedt ten behoeve van een fysiek persoon, dezelfde opgaven omtrent deze; wanneer het betreft eene instelling, eene duidelijke aanduiding dier instelling;
- b. het doel, waartoe de bate zal worden besteed;
- c. een zoo nauwkeurig mogelijke begrooting of berekening der kosten;
- d. al datgene, wat de reden van de aanvraag, zoowel als de omstandigheden waaronder de aanvraag geschiedt nader kan in het licht stellen of aannemelijk maken;
- e. eene verklaring door den aanvrager, respectievelijk van dengene, te wiens behoeve de aanvraag geschiedt, dat bij toekenning der bate de resultaten van het onderzoek, waartoe de bate strekt, aan de Maatschappij ter opname in hare werken zullen worden aangeboden en in geen geval binnen zes maanden na de aanbieding zonder toestemming der Maatschappij zullen worden in het licht gegeven; een en ander ten ware de bate zij verstrekt in samenwerking met eenig ander lichaam of genootschap en omtrent die uitgave met zulk lichaam of genootschap eenige andere regeling is getroffen.

## BATAAFSCH GENOOTSCHAP.

Directeuren van het Bataafsch Genootschap maken bekend, dat een bedrag beschikbaar is, waarmede onderzoekers op het gebied der Proefondervindelijke Wijsbegeerte bij hun wetenschappelijk onderzoek kunnen worden gesteund. Zij, die voor een toelage in aanmerking willen komen, worden verzocht vóór 21 December a.s. zich schriftelijk te richten tot den Directeur, ten Secretaris, Dr. H. K. de Haas, Witte de Withstraat 37, Rotterdam, met opgave van het doel, waarvoor de toelage moet dienen, van de reden der aanvraag en van het gewenschte bedrag.

Het strekt in het belang van den aanvrager om daaraan c. q. toe te voegen afdrukken van vroegere publicaties van den aanvrager, voor zoover deze met het onderwerp der aanvraag verband houden.

De namen van hen, die een toelage ontvangen, worden bekend gemaakt. Aanvragers blijven geheel vrij in de wijze, waarop — of het tijdschrift, waarin — zij het onderzoek publiceren, hetwelk met steun van het Genootschap is verricht; slechts zij melding gemaakt van het feit, dat door het Genootschap eenige steun is verleend. Directeuren zullen er prijs op stellen, enkele exemplaren van de desbetreffende publicatie te ontvangen

ZEGT HET VOORT!

## STRIKVRAGEN

**Het antwoord op vraag LIV:** *Op den springtoren in het ven te Oisterwijk kijkt een zwemmer naar de lichtstrepen die de zonneschijn in het heldere water teekent. Waarom ziet hij deze strepen convergeeren naar de schaduw van zijn hoofd?* luidt als volgt: De bundels zonnestrallen loopen in het water, waarin zij zich zichtbaar afteekenen, parallel. Voor een beschouwer hebben zij dus een vluchtpunt, waarheen zij convergeeren. In werkelijkheid is hun richting in het water een andere dan die van den waarnemer naar de schaduw van zijn hoofd. Maar tengevolge der lichtbreking ziet deze laatste een stralenbundel in het water als het verlengde van een bundel in de lucht.

## ALPHABETISCH REGISTER

	Blz.		Blz.
Aardalkali-oxyden, Electronen-emissie en geleidingsvermogen	146	Forces on electrons . . . . .	161
Albricht, W., Electronen-emissie bij aardalkali-oxyden	146	Fotoeffecten bij gasontladingen	183
Argonspectrum. Intensiteitsmetingen . . . . .	275	Fotografische plaat . . . . .	289
<b>B</b> arends, T., Intensiteitsmetingen in Ar-spectrum . . . . .	275	<b>G</b> asontladingen . . . . .	183
Beeldkracht op electronen . . . . .	161	Geleidingsvermogen bij aardalkali-oxyden . . . . .	146
Bouman, J., Eenige proeven met electroscopen . . . . .	45	Glimontlading in edelgassen . . . . .	129
<b>C</b> rommelin, C. A., Opening Nederl. Hist. Natuurw. Museum . . . . .	152	Gorter, C. J., Paramagnetisme van zouten . . . . .	171
—, Isochrone conische slinger . . . . .	359	Grafische behandeling rectificatiekolom . . . . .	33
<b>D</b> emonstratie Peltiereffect . . . . .	83	Groot, W. de, Tabellen voor stralingsformule van Planck . . . . .	265
Diffusie van deeltjes . . . . .	337	—, Veld en ionenconcentratie bij boogontlading . . . . .	307
Dorgelo, H. B., Openingsrede lab. voor techn. physica . . . . .	10	—, Diffusie van deeltjes . . . . .	337
Draagvlaktheorie . . . . .	73	Groot, H., Energieontwikkeling in inwendige der sterren . . . . .	97
Druyvesteyn, M. J., Lichtemissie van glimontlading in edelgassen . . . . .	129	Groot, P. D., zie J. L. van Soest	
Dijk, J. van, Scheiding neon-isotopen . . . . .	203	<b>H</b> aas, M. de, Openingsrede lab. voor techn. Physica . . . . .	1
<b>E</b> igenwaarde probleem waterstofmolecuul . . . . .	227	Huygens, Isochrone conische slinger . . . . .	359
Electronenemissie . . . . .	146, 161	<b>I</b> ntegralen van eigenwaardeprobleem waterstofmolecuul . . . . .	227
Electroscopen . . . . .	45	<b>I</b> ntensiteitsmetingen in Argonspectrum . . . . .	275
Elenbaas, W., Permeabiliteit bij groote amplituden . . . . .	209	Intreerede van H. A. Kramers . . . . .	321
Energiebegrip, historie . . . . .	321	—, van R. de Laer Kronig . . . . .	255
Energieontwikkeling in inwendige der sterren . . . . .	97	Ionenconcentratie in boogontlading . . . . .	307
<b>F</b> aber, J. M., Ligging der spectra bij een vlak tralie . . . . .	65	Isochrone conische slinger . . . . .	359
—, Over zwoevingen . . . . .	197	<b>J</b> ong, W. F. de, Bepaling soort gewicht van korrels . . . . .	150
Fokker, A. D., Rede bij het Lorentzmonument . . . . .	241	<b>K</b> eesom, W. H., Thermodynamica der rectificatiekolom . . . . .	33
		Kegelvormig membraan. Trillingen van — . . . . .	215
		<b>K</b> oning, C., Draagvlaktheorie . . . . .	73

	Blz.		Blz.
Kramers, H. A., Werkelijkheid en begrippenvorming . . .	321	Rede van Prof. H. B. Dorgelo	10
Kronig, R. de Laer, Grondbegrippen der mechanica . . .	255	— van Prof. A. D. Fokker . . .	241
Laboratorium voor tech. physica	1	— van Prof. M. de Haas . . .	1
Lely, U. Ph., Demonstratie Peltiereffect . . . . .	83	— van Prof. H. A. Kramers . . .	321
—, Zwaarteveld in wentelende ruimte . . . . .	343	— van Dr. R. de Laer Kronig	255
Lichtemissie van de glimontlading in edelgassen . . . . .	129	— van Prof. L. S. Ornstein . . .	248
Lichtinwerking op fotografische plaat . . . . .	289	Richtingshooren in de ruimte . . .	103
Lorentz. Rede bij het Lorentzmonument door A. D. Fokker . . . . .	241	Soest, J. L. van en P. D. Groot, Richtingshooren . . .	103
—, Radiorede over Lorentz door L. S. Ornstein . . . . .	248	Soortelijk-gewichtsbepaling van korrels . . . . .	150
Nederl. Historisch Natuurw. Museum te Leiden . . . . .	152	Spectra. Ligging bij vlak tralie . . .	65
Negatieve fotoeffecten bij gasontladingen . . . . .	183	—, Ontstaan . . . . .	117
Neon-isotopen. Scheiding van — . . . . .	203	Sterren. Energie ontwikkeling in	97
Opening laboratorium voor techn. physica . . . . .	1	Stralingsformule van Planck, tabellen . . . . .	265
Ornstein, L. S., Ontstaan der spectra . . . . .	117	Stralingsweerstand bij een kegelvormig membraan . . . . .	215
—, Radiorede over de figuur van Lorentz . . . . .	248	Strikvragen . . . . .	64, 95, 128, 208, 288
Paramagnetisme van zouten . . . . .	171	Tabellen voor de stralingsformule van Planck . . . . .	265
Peltiereffect. Demonstratieproef . . . . .	83	Thermodynamica der rectificatiekolom . . . . .	33
Penning, F. M., Negatieve fotoeffecten bij gasontladingen	183	Tralie. Spectra bij vlak — . . . . .	65
Permeabiliteit . . . . .	209	Trillingen van een kegelvormig membraan . . . . .	215
Petersen, H., Eigenwaardeprobleem waterstofmolecuul . . . . .	227	Trivelli, A. P. H., Lichtinwerking op fotografische plaat	289
Proef ter demonstratie Peltiereffect . . . . .	83	Urk, A. Th. van, Trillingen van een kegelvormig membraan	215
Proeven met electroscopen . . . . .	45	Waterstofmolecuul. Eigenwaardeprobleem van — . . . . .	227
Rectificatiekolom . . . . .	33, 203	Wentelende ruimte met attractiecentrum . . . . .	343
Rede van Dr. C. Crommelin . . . . .	152	Zwevingen . . . . .	197
		Zwaarteveld in wentelende ruimte	343
		Zwicker, C., Repulsive forces on electrons escaping out of a metal . . . . .	161

