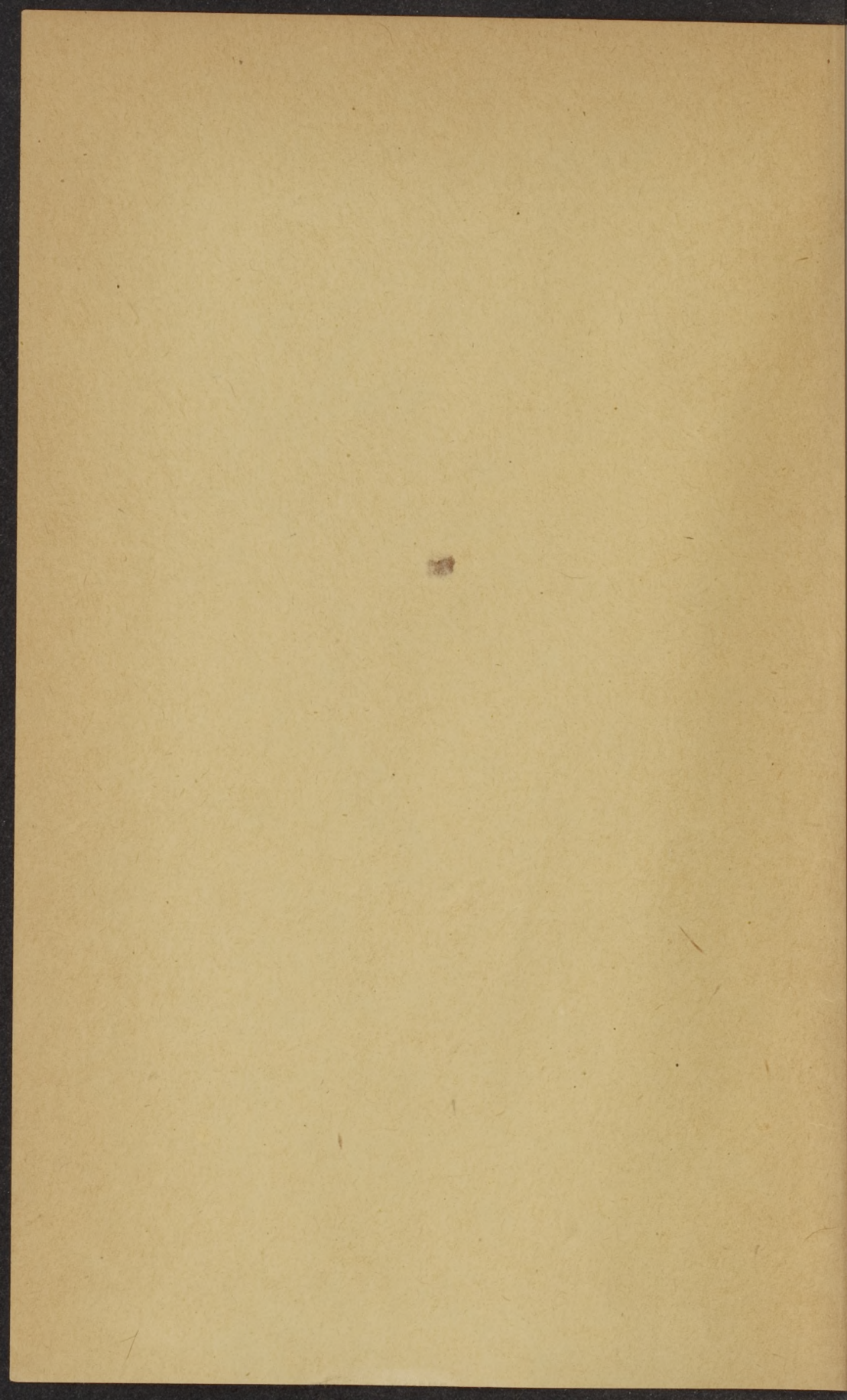


Universiteit Leiden

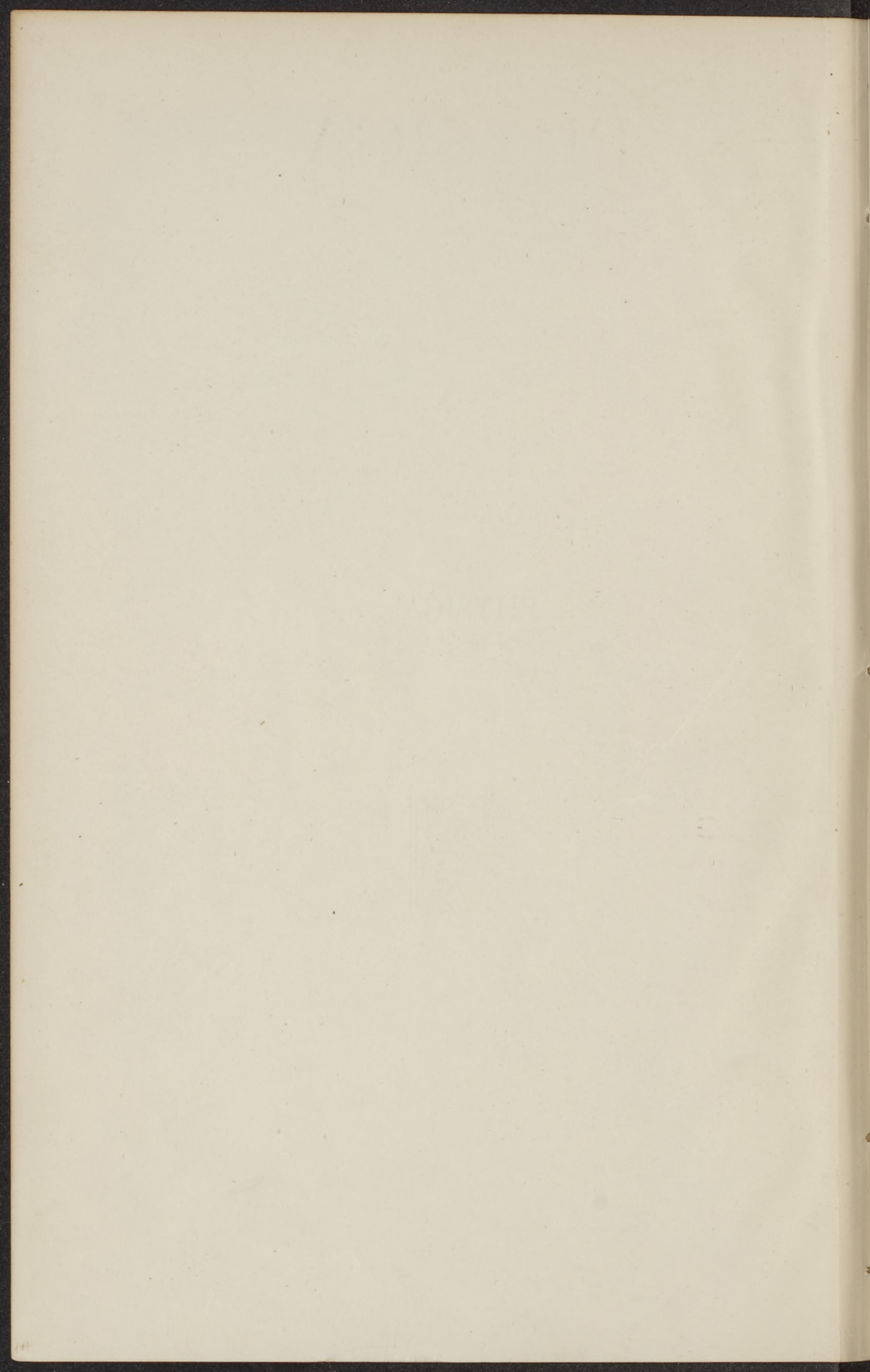


2 039 945 2

A. E. van Arkel



PHYSICA



PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT
VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE

A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS,
B. VAN DER POL, C. ZWIKKER

TWAALFDE JAARGANG



'S-GRAVENHAGE
MARTINUS NIJHOFF
1932

PHYSICS

NEW EDITION OF THE
BOOKS IN THE SERIES

BY
THE AUTHOR

THE UNIVERSITY OF



THE UNIVERSITY OF

INHOUD

VERHANDELINGEN

	Blz.
Arkel, A. E. van en W. de Groot, Een mogelijke verklaring van de addiviteit van kookpunten	211
Bouwers, A. en J. H. van der Tuuk, Secundaire electronen in Röntgenbuizen	274
Clausing, P., Over den temperatuur-coëfficiënt van den weerstand	167
Dekker, J. W., Kinetiese afleiding van de wet van Van 't Hoff voor de osmotiese druk van verdunde oplossingen.	38
Druyvesteyn, M. J. en W. de Groot, Temperatuurstraling bij vlammen en bij ontladingen in gassen. . .	153
Enbaas, W., Over het verband tusschen hysteresekromme en de maagdelijke kromme bij ferromagnetische stoffen	125
Fokker, A. D., Théorie relativiste de l'interaction de deux particules chargées.	145
Groosmuller, J. Th., Over de zichtbaarheid van sterren.	239
Groot, W. de, Die Lichtemission bei Gasentladungen insbesondere von Resonanzlinien	289
Haas, W. J. de, Rede bij de ingebruikneming van den nieuwen electro-magneet in het Kamerlingh Onnes-Laboratorium	113
Hamburger, L., Opmerkingen over variaties in het electrisch gedrag van verschillende stoffen	19
Hamburger, L., Kantteekeningen	169
Jong, W. F. de en H. J. Stek, Bepaling van het soortelijk gewicht van korrels	269
Lely, U. Ph., Proef over de oscillatorische condensatorontlading	33

	Blz.
Mededeelingen	64, 143, 256, 287
Mulder, Antoine, Sur une nouvelle méthode de construction d'un réflecteur de son, donnant des ondes cylindriques	311
Oosting, Dr. H. J. (met portret).	225
Oosting, H. J., Electromagnetisch ingerichte apparaten voor torsietrillingen	60
Oosting, H. J., Proeven met een eenvoudigen physischen slinger en een vraagstuk daarover.	229
Oosting, H. J., Proeven over het traagheidsmoment van torsietrillingen	56
Penning, F. M., Nieuwe metingen over de doorslagspanningen van edelgassen.	65
Prins, J. A. und J. D. Hanawalt, Absolute Wellenlängenmessungen von Röntgenstrahlen I	1
Prins, J. A., Absolute Wellenlängenmessungen von Röntgenstrahlen II	15
Rapport over Ultra-Violetbestraling	83
Rutgers, A. J., Het Neutron.	177
Snoek, J. L., Metingen van di-electrische verliezen aan ricinusolie	234
Vollgraff, J. A. De rol van den Nederlander Casper Calthoff bij de uitvinding van het moderne stoomwerktuig.	257
Wiersma, F. C. and C. J. Gorter, Remarks on the susceptibility of oxygen gas	316
Waals Jr., J. D. van der, Jaarverslag van het Van der Waals-fonds 1930—1931.	133
Wildschut, A. J., Meting van eenige electriche momenten	194
ALPHABETISCH REGISTER	330

BOEKBESPREKINGEN

Bateman, H., Partial differential Equations of mathematical Physics	324
Beth, Dr. H. J. E., Inleiding in de niet-Euclidische meetkunde.	328
Beth, Dr. H. J. E., Newton's Principia.	328
Bergmann, Ludwig, Versuche mit hochfrequenten ungedämpften elektrischen Schwingungen und kurzen elektrischen Wellen	143

	Blz.
Boll, Marcel, L'idée générale de la mécanique ondulatoire.	284
Brillouin, Léon, Die Quantenstatistik	136
Broglie, Louis de, Sur une forme plus restrictive des relations d'incertitude	284
Broglie, Louis de, Théorie de la quantification dans la nou- velle mécanique	325
Broglie, M. de, Les récents progrès de la désintégration artifi- cielle des éléments	141
Coker, E. G. and L. N. G. Filon, A treatise on photo-elasti- city	171
Corbeiller, Ph. le, Les systèmes autoentretenus et les oscilla- tions de relaxation.	175
Darmois, Eugène, L'Hydrogène est un mélange.	327
Debije, P., Polare Molekeln.	111
Debije, P., Leipziger Vorträge 1931.	111
Donder, Th. de, Applications de la gravifique Einsteinienne.	140
Dreyfus, R., La Téléphonie.	137
Dijksterhuis, Dr. E. J., De elementen van Euclides, 2 dln.	328
Encyclopaedisch Handboek van het Moderne Denken.	284
Fleischer, R. und H. Teichman, Die lichtelektrische Zelle und ihre Herstellung	253
Fleury, P., Couleurs et colorimétrie.	138
Gamow, G., Constitution of atomic nuclei and radioactivity.	140
Gerlach, W. and E. Schweitzer, Foundations and methods of chemical analysis by the emission spectrum	138
Hellingman, M. en F. Goudriaan, Practische oefeningen in de natuurkunde.	142
Hobson, E. W., The theory of spherical and ellipsoidal harmonics.	218
Hopf, L., Die Relativitätstheorie.	251
Hume—Rothery, W., The metallic state, electrical properties and theories.	139
Jaffé, George, Zwei Dialoge ueber Raum und Zeit.	176
J Jeans, Sir James, Les étoiles dans leur courses.	175
J Jeans, Sir James, The mysterious Universe.	63
J Jeans, Sir James, Le mystérieux Univers.	64
Kornerup, Thorvald, Die akustische Atomtheorie, ange- wandt auf das Pythagoräische Tonsystem	112
Liempt, J. A. M. van, Afscheiding van Wolfram uit gasvor- mige verbindingen	136
Maxwell, J. C., A commemoration volume.	218
Perard, M. A., La haute précision des mesures de longueur, au laboratoire et dans l'industrie.	138
Perrin, Francis, Fluorescence, durée élémentaire d'émission lumineuse	284
Rapport, uitgebracht door de Commissie inzake de leeraarsopleiding.	223
Report of the Radio Research Board	173
Shaw, Sir Napier, Manual of Meteorology, Vol. 4.	220

	Blz.
Sommerfeld, A., Atombau und Spektrallinien I.	222
Tierie, G., Cornelis Drebbel.	323
Verschaffelt, J. E., Practische Oefeningen in de natuurkunde, Ie reeks, aan de Universiteit te Gent	141
Vigoureux, P., Quartz resonators and oscillators.	174
Vleck, J. H., The theory of electric and magnetic susceptibilities.	254
Zwicker, C., Handleiding voor het propaedeutisch practicum electriciteit	142

ABSOLUTE WELLENLÄNGENMESSUNGEN VON RÖNTGENSTRAHLEN I

von J. A. PRINS und J. D. HANAWALT ¹⁾

Summary:

Absolute measurements of the wavelength of $AlK\alpha$ were made with a plane grating ruled on heavy lead-glass (200 lines to the mm). The results show variations of about 5⁰/₁₀₀; this is too large to be explained by the error of measurement.

These variations depend in a more or less systematic way on the angle of incidence and the order of the spectrum (fig. 1 and 2).

The cause of the variations is first looked for in periodic errors in the ruling of the grating. These are too small to be detected by measuring the position of the grooves under the comparator, but are made evident by optical means, first by examining the ghost lines, second by a modified method (fig. 7). It is shown that these ruling-errors are too small to account quantitatively for the variations found in the X -ray measurements. By way of a trial to get quantitative agreement special assumptions concerning the surface of the grating-elements are made. As an alternative possibility the influence of the satellites at the short-wavelength side of the main line is considered.

§ 1. Zweck und Ergebnisse.

Wellenlängenmessungen von Röntgenstrahlen mit einem Strichgitter sind überaus wichtig weil sie einen absoluten Wert auf-liefern. Dieser kann mit dem aus Kristallmessungen gefundenen Wert verglichen werden, wodurch die Abstände der Netzebenen im Kristall in absolutem Mass ausgewertet werden. Hieraus lässt sich dann die Avogadrosche Zahl mit grösserer Genauigkeit (genauer als auf 1⁰/₁₀₀) ableiten als nach anderen Methoden möglich ist ²⁾. Messungen dieser Art liegen schon von mehreren Autoren u.a. Bäcklin ³⁾ und Bearden ⁴⁾ vor.

Dennoch schien uns eine Untersuchung hierüber nicht über-

1) National research fellow.

2) Eine Komplikation liegt allerdings in der Tatsache, dass jeder Kristall aus vielen mehr oder weniger lose zusammengeführten idealen Stücken besteht, sodass die makroskopische Dichte eine andere ist als die der idealen Stücke, welche hauptsächlich die Röntgen-reflexion bestimmen. Durch Vergleich verschiedener Kristalle dürfte jedoch die hierin liegende Unsicherheit zu heben sein.

3) E. Bäcklin, Upsala Universitets Årsskrift 1928.

4) J. A. Bearden, Phys. Rev. 37, 1211, 1931.

flüssig und zwar schien es uns an erster Stelle angebracht einmal nachzusehen, ob sich vielleicht bei starker Variation des Einfallswinkels und der Ordnung systematische Unterschiede zeigen würden. Als Material schien Bleiglas günstig, erstens weil dieses schwere Material noch bei grösseren Glanzwinkeln reflektiert als leichtere Substanzen, zweitens weil zu erwarten war, dass in dieser weichen Substanz die Diamantspitze beim Ritzen nicht abnutzen würde. Andererseits schien eine grosse Gitterkonstante (neben dem Vorteil vieler Ordnungen) günstig dafür, dass die Gitterelemente alle identisch würden, weil der grösste Teil der Oberfläche als flacher Streifen stehen bleiben sollte. Deshalb sollte auch nur leicht geritzt werden. Ein solches Gitter wurde dann durch die Firma Zeiss in Jena ausgeführt mit 4000 Strichen auf 20 Millimeter Länge und 10 Millimeter Höhe. Das spezifische Gewicht des Glases war 5,93.

Die Röntgenspektren jedoch waren ziemlich schwach und oben drein zeigten die Wellenlängenbestimmungen unerwartet starke Schwankungen, wie weiter unten ausgeführt wird. Als Präzisionsbestimmung der Wellenlänge haben unsere Ergebnisse deshalb nur geringen Wert. Wenn wir sie dennoch hier mitteilen, so geschieht dies an erster Stelle, weil sie einige systematische Eigentümlichkeiten zu zeigen scheinen, deren Kenntniss vielleicht auf die noch nicht vollständig geklärten Umstände der Gitterreflexion von Röntgenstrahlen Licht werfen könnte (siehe § 3).

Das Gitter wurde in der Mitte („Stelle A’”), 5 mm rechts davon (Stelle B) und 5 mm links (Stelle C) benutzt. Dann wurde es in seiner Ebene über 180° gedreht und an denselben Stellen (jetzt A’, B’, C’ genannt) nochmals benutzt. Die Ergebnisse sind für die erste positive und negative Ordnung zusammengestellt in Tabelle I. Die anderen Ordnungen waren nicht immer kräftig genug um einen Überblick zu gewähren.

TABELLE I. DIE WELLENLÄNGE VON $\text{AlK}\alpha$ GEMESSEN AN VERSCHIEDENEN STELLEN DES GITTERS

Stelle des Gitters	Zahl der Platten	— I Ordnung	+ I Ordnung
A	2		8,3045
A'	12	8,3238	3298
B	1	3080	3250
B'	3	3600	3080
C	2		3170
C'	7	3157	3206
	Mittelwert	8,3119	8,3172

Die verschiedenen Platten bei einer Stelle des Gitters sind hierbei gleich gemittelt. Sie zeigen (bei Variation des Einfallswinkels) Schwankungen von derselben Größenordnung wie die aus der Tabelle für verschiedene Stellen ersichtlichen. Der letzten Dezimale der in der Tabelle angegebenen Zahlen legen wir natürlich keine Bedeutung bei.

An zwei Stellen nämlich A' und C' wurde dann eine systematische Untersuchung durchgeführt bei längeren Belichtungen. Am ausführlichsten geschah dies an der Stelle A' , wo u.a. öfters auf genau denselben Einfallswinkel eingestellt wurde um auch experimentell zu zeigen, dass die Schwankungen nicht durch Messfehler verursacht werden. Hierüber waren wir übrigens schon durch die Ausführung der Apparatur usw. ziemlich sicher (siehe § 2). Diese Ergebnisse sind dargestellt in der oberen Fig. 1 und in Tabelle II.

Erstens ist hieraus ersichtlich, dass der Messfehler tatsächlich viel geringer ist als die Schwankungen. Die verschiedenen Messpunkte für denselben (oder nahezu denselben) Einfallswinkel beziehen sich alle auf verschiedene Platten, zwischen deren Aufnahme meistens Aufnahmen bei anderen Winkeln liegen.

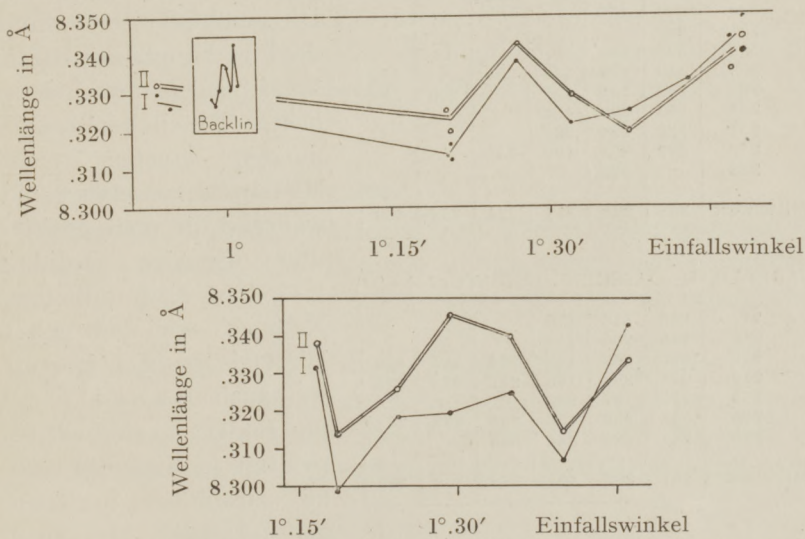


Fig. 1. Abhängigkeit der Wellenlänge von $AlK\alpha$ in erster (I) und zweiter (II) Ordnung vom Einfallswinkel, oben für Stelle A' , unten für Stelle C' des Gitters. Zum Vergleich sind die Messungen Bäcklins in erster Ordnung eingetragen. Die zweite Ordnung hat auch bei ihm ähnlichen Verlauf wie die erste.

Weiter ist zu bemerken, dass die Kurvenzüge, welche die Messpunkte verbinden, wenigstens für die erste und zweite Ordnung mehr oder weniger parallel gehen. Diese Eigentümlichkeit findet sich auch in den älteren Messungen Bäcklins¹⁾, von denen zum Vergleich die erste Ordnung eingetragen ist. Dass bei ihm die Schwankungen nur etwa halb so gross sind als bei uns, während doch unsere Messgenauigkeit der seinigen wenigstens gleichkommen dürfte, liegt wohl entweder an dem Gitter oder daran, dass er den Einfallswinkel (vielleicht auch die Belichtungszeit) weniger stark variiert hat, wie auch aus der Figur ersichtlich ist.

Ähnlichen Charakter haben die Ergebnisse für Stelle C', welche in der unteren Fig. 1 und in Tabelle III dargestellt sind.

TABELLE II.
WERTE VON 10000 ($\lambda - 8,3$) FÜR DIE
STELLE A' ²⁾

Einfallswinkel	Ordnung					
	— I	+ I	+ II	+ III	+ IV	+ V
0,0148		303	323			
224	268	133	253	359	454	
299	320	442	355	328		
225	*984	166				
151	269					
302	390	496				
302	410	403	438	394		466
225	163	125	197		250	254
243	150	399	433			
257	139	224	292			
272	292	253	199	255		
288		329				
Mittelwert	238	298	311	334	352	360

TABELLE III. DASSELBE FÜR STELLE C' ²⁾

214	269	316	379			
249	246	200	461			
279	*993	069	149	224	262	238
219	077	*991	140	231	272	235
235	225	194	260			
265	053	238	403	336	373	364
296	234	429	334	338		
Mittelwert	157	206	304	282	303	279

Aus diesen Tabellen geht noch eine andere Eigentümlichkeit hervor: die höheren Ordnungen zeigen die Tendenz höhere Werte für die Wellenlänge zu geben als die niedrigeren. Die graphische Darstellung der Fig. 2 zeigt diese Eigenschaft vielleicht noch deutlicher. Die höheren Ordnungen ergeben einen Mittelwert von etwa 8,330, während die erste positive und negative Ordnung 8,325 bzw. 8,320 aufliefern. Nehmen wir den ersten Wert als den richtigen an, weil auch Bäcklin l.c. ihn findet, so sind wir berechtigt in diesem Ergebnis zusammen mit dem der Tabelle I einen

schwerwiegenden Beweis zu erblicken, dass wenigstens dieses Gitter in den niedrigen Ordnungen systematisch einen zu niedrigen

1) E. Bäcklin, Upsala Universitets Årsskrift 1928.

2) Ein * bedeutet, dass nicht 8,3 sondern 8,2 diesen Dezimalen vorangeht.

Wert liefert. Es ist interessant, dass auch Söderman¹⁾ bei absoluten Messungen von $OK\alpha$ gelegentlich

einen ähnlichen Anstieg der Wellenlänge mit der Ordnung beobachtet hat. Wenn dieser Effekt

reell ist und sich (wahrscheinlich in geringerem Masse) auch bei anderen Gittern findet, wird hierdurch nicht nur den Absolutmessungen sondern auch den bisher wohl als sicherst geltenden Relativmessungen eine Stütze entzogen, weil man dabei immer stufenweise von höheren Ordnungen bekannter Linien zu niedrigeren unbekannter fortschreitet. Wir werden in § 3 eine Erklärung der hier beschriebenen Phänomene versuchen, doch meinen erst das experimentelle Verfahren kurz beschreiben zu müssen.

§ 2. Apparatur und Verfahren.

Der benutzte Vakuumspektrograph ist in einer früheren Arbeit²⁾ beschrieben worden. Die Methode unterscheidet sich prinzipiell nicht von der Bäcklin'schen (l.c.) und ist ersichtlich aus Fig. 3.

Der Strahl wird begrenzt durch den drehbaren Feinspalt a und den „Gitterspalt“, gebildet durch die Schneide b und deren Spiegelbild in der Gitterfläche. Beide Spalte sind $20\text{--}30\mu$ weit³⁾ (meistens auf etwa 10% genau gemessen). Das Gitter wurde am

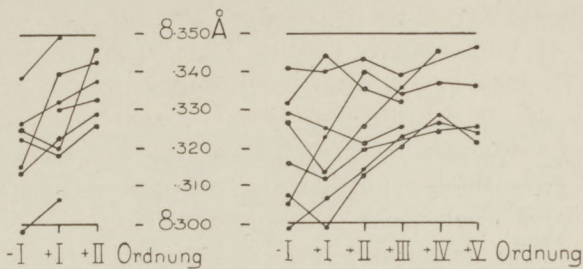


Fig. 2. Abhängigkeit der Wellenlänge von der Ordnung des Spektrums für beide Stellen A' und C' zusammen. Links schwache, rechts kräftige Aufnahmen. Auf beiden herrscht ein Anstieg bei wachsender Ordnung vor.

1) M. Söderman, ZS. f. Phys. **52**, 795, 1929.

2) J. A. Prins, ZS. f. Phys. **69**, 618, 1931.

3) Der Gitterspalt ist so weit zu nehmen, dass die maximale Auflösung erreicht wird (Prins l.c.), der Feinspalt a so weit, dass die hierin stattfindende Beugung eine Divergenz verursacht, welche genügt um den Gitterspalt mit dem Licht eines einzelnen Punktes des Brennflecks ganz auszufüllen. In dieser Weise hat eine eventuelle Struktur des Brennflecks (Cork, Phys. Rev. **36**, 665, 1930) keinen Einfluss. Die benutzten Spaltweiten waren noch etwas geringer als diesen Anforderungen entspricht.

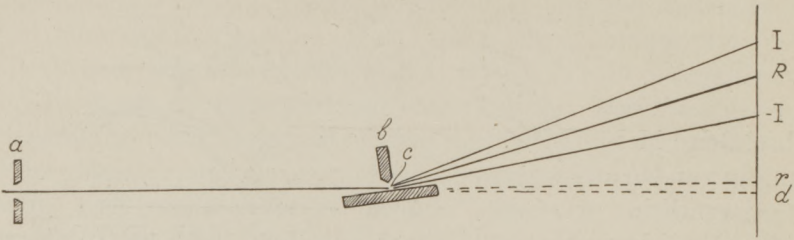


Fig. 3. Strahlengang im Vakuumspektrographen; a Feinspalt, b Schneide, c Achse, R nullte Ordnung, I erste positive Ordnung, $-I$ erste negative Ordnung, d und r direkter bzw. reflektierter Strahl bei Nulllage des Gitters. Ungefähre Abmessungen: $ac = cd = 48$ cm.

Punkt c , der gegenüber der Schneide liegt, unter dem Mikroskop auf etwa 10μ genau in die Drehungsachse des Gittertisches gebracht, nachdem das Gitter mit Fernrohr und Skala dieser parallel gestellt worden war. Eine Neigung der Gitterstriche und der Schneide nach vorn oder hinten wurde beseitigt durch Parallelstellen mit den Seiten des sauber gearbeiteten Gittertisches. Dies dürfte genügen, weil das Endergebnis eine Abweichung nur als Cosinus enthält.

Der Plattenhalter wurde senkrecht auf den direkten Strahl ac gestellt, indem ein Spiegel eingesetzt wurde und der direkte Strahl optisch in sich selbst zurückgeworfen wurde. Die Parallelstellung des Spaltes a mit der Gitterebene wurde unter Benutzung der Röntgenreflexion bei sehr streifender Inzidenz ausgeführt.

Der Abstand cd wurde ausgemessen, indem das Gitter parallel zu der Platte gedreht wurde und dann ein ausschiebbares Endmass an zwei Stellen senkrecht eingepasst wurde. Weil die Platten an der Rückseite anliegen, wurde der Abstand bei eingesetzter Platte gemessen und für andere Platten für Unterschiede in der Dicke korrigiert.

Vor der eigentlichen Spektralaufnahme wird jede Platte nach Einsetzen in den Plattenhalter kurze Zeit belichtet mit harter Röntgenstrahlung, während das Gitter fast in die Nulllage gedreht ist. Dies dient um den direkten Strahl festzulegen. Ein Flügel davon d (siehe Fig. 4 und 5) erscheint dann nämlich auf der Platte zusammen mit dem totalreflektierten Strahl r . Hieraus wird die Lage des Zentrums des direkten Strahls abgeleitet durch leicht ersichtliche Berücksichtigung der Spaltweiten und der Abschir-

mung durch das Gitter. Auch wenn die Gitterebene nicht genau in der Drehungsachse läge, würde der Einfluss hiervon auf das Endergebnis bei dieser Methode vernachlässigbar sein.

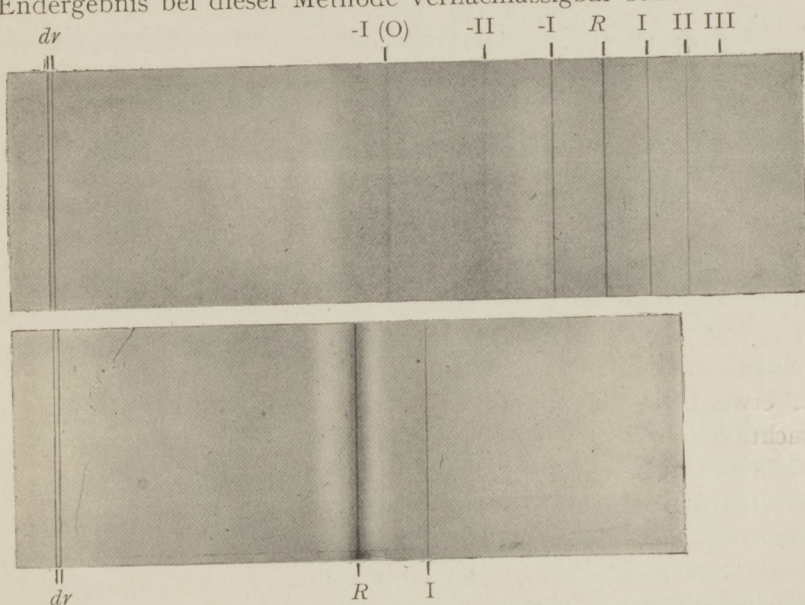


Fig. 4. Typische Aufnahmen mit 5μ Gitter bei grossem und kleinem Einfallswinkel. Vergrößerung $2,4 \times$. Einfallswinkel $0,0302$ und $0,0164$.

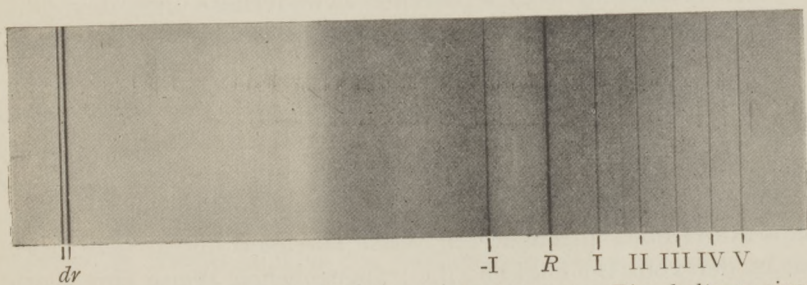


Fig. 5. Aufnahme mit 5μ Gitter, reproduziert unter Einschaltung einer schwachen Zylinderlinse. Hierdurch sieht die Aufnahme in der Reproduktion genau so aus, wie sie unter dem Komparatormikroskop bei Einschaltung der Zylinderlinse erscheint. Vergrößerung $2,4 \times$. Einfallswinkel $0,0265$.

Bei der Ausmessung der Platten liegt die grösste Fehlerquelle in der vergleichenderweise kleinen Distanz Spektrum — Nullte Ordnung (z.B. IR). Glücklicherweise scheint ein *systematischer* Fehler hier kaum zu befürchten. Der zufällige Fehler wurde be-

stimmt durch Wiederholung der ganzen Ausmessung der Platten. Er überstieg für die erste Ordnung nicht 1μ , und war für die anderen etwas grösser. Relativ bleibt dieser Fehler jedoch weit unterhalb $10/100$. Jede Platte wurde an drei verschiedenen Höhen ausgemessen. Hierbei ergaben sich bisweilen Schwankungen von etwa 5μ , die jedoch keine systematische Abhängigkeit von der Höhe erkennen liessen. Da immerhin die kleinst vorkommende Distanz IR grösser als 2500μ ist, meinen wir sicher zu gehen, wenn wir angeben, dass der zufällige Messfehler in IR (und also im Endergebnis) kleiner als $10/100$ ist.

Der benutzte Komparator wurde geeicht mit demselben Normalmeter, womit auch die Distanz cd (das oben genannte Endmass) verglichen war. Es ist zu bemerken, dass durch eine derartige Eichung ein eventueller periodischer Fehler des Komparators nicht leicht ans Licht kommt, weil der Normalmeter nicht feiner als in Millimeter geteilt ist. Ein periodischer Fehler wurde tatsächlich ans Licht gebracht bei der Ausmessung des Gitters (siehe § 3, zweite Fussnote), betrug jedoch nur 1μ . Dieser Fehler wird bei den obigen Messungen noch herabgedrückt, weil jede Platte an einigen Stellen des Komparators gemessen wurde. Es wurde selbstverständlich sorgfältig darauf geachtet, dass die Linien senkrecht zu der Schlittenbewegung des Komparators sind. Bei dem Ausmessen der schwächeren Linien war die Verwendung einer schwachen Zylinderlinse unter dem Objektiv des Mikroskops angenehm. Die Achse dieser Zylinderlinse wird genau parallel den Linien gedreht, sodass die Schwärzung in dieser Richtung ausgeschmiert wird (siehe Fig. 5). Die ganze Platte wurde dann mit der Zylinderlinse durchgemessen; an den stärkeren Linien wurde festgestellt, dass diese die Ergebnisse nicht fälscht.

Nach Ausmessung der Platten und Mittelung wurde die Lage von d in der oben angedeuteten Weise korrigiert und an den Spektren in der von Bäcklin (l.c.) angegebenen Weise eine Korrektur für die Abschirmung durch die Schneide angebracht, welche übrigens hier nur einige μ beträgt. Der solcherweise korrigierte Abstand dR sei B , d -Spektrum A , die Grösse cd (Fig. 3) L , die Ordnung des Spektrums n , die Wellenlänge λ , die Gitterkonstante d . Dann gilt, wie durch Reihenentwicklung aus der bekannten Gittergleichung hervorgeht:

$$n\lambda = \frac{d}{2} \frac{A(A-B)}{L^2} \left[1 - \frac{6A^2 + 2AB + B^2}{8L^2} \right] \dots \dots (1)$$

Diese Gleichung führt bei der Berechnung mit der Rechenmaschine schnell zum Ziel, wenn man eins für immer das quadratische Korrektionsglied graphisch als Funktion von A und B dargestellt hat. Es wurde bei einem Teil der Ergebnisse auch durch direkte Anwendung der Gittergleichung mittels einer siebenstelligen Tafel gerechnet.

Eine noch nicht erwähnte Fehlerquelle könnte darin liegen, das die Emulsion der Platte (Imperial-Eclipse) sich beim längeren Verweilen im Hochvakuum verzerrt. Deshalb wurde eine Glasskala auf einem Teil derselben Platte abgedruckt und der Abdruck bei einer langen Belichtung eingeschlossen und zusammen mit der Spektralaufnahme entwickelt. Es konnte kein Unterschied mit dem Original festgestellt werden.

§ 3. Versuch die Ergebnisse zu der Gittergestalt in Beziehung zu setzen.

Wir nehmen an, dass die in § 1 mitgeteilten Schwankungen der Ergebnisse im Wesentlichen nicht auf Messfehler oder andere triviale Ursachen zurückzuführen sind¹⁾. Dann muss die Ursache im Gitter liegen d. h. dies benimmt sich, *alsob* die Gitterperiode nicht konstant wäre, sondern vom Einfallswinkel und Austrittswinkel (Ordnung des Spektrums) stark abhängt.

Es ist nun erstens zu bemerken, dass eine derartige Variation der Gitterkonstante nicht gefunden wurde bei Ausmessung der Lage der Gitterfurchen mit dem Komparator: Die Ablesungen jeder zehnten Linie wurden graphisch abgetragen und ergaben eine gerade Schaulinie²⁾ (Fig. 6) mit geringen Schwankungen (Größenordnung $0,1\mu$). Bei den Röntgenmessungen waren jeweils etwa 200 Elemente wirksam und die relative Schwankung in deren Periode wäre also etwa $0,1/200 \times 5 = 0,1^0/_{00}$. Die experimentell gefundenen Schwankungen der Wellenlänge dagegen sind etwa $5^0/_{00}$ d.h. das fünfzigfache. Aus den Komparatorablesungen bestimmt sich die mittlere Gitterkonstante zu $4,9985 \pm 0,0002\mu$.

Das Gitter wurde weiter optisch untersucht, weil diese Methode

1) Sieh jedoch am Ende dieses Paragraphen.

2) Anfangs ergab sich eine Schwankung von etwa 1μ mit der Periode 2 mm. Wenn jedoch das Gitter an einer anderen Stelle des Komparators gelegt wurde (am besten 1 mm verschoben), kehrt dieser Fehler nicht bei denselben Gitterstrichen sondern bei denselben Komparatorablesungen zurück. Es handelt sich also um einen periodischen Fehler der Komparatorschraube (Ganghöhe 2 mm); dieser wurde eliminiert durch Mittelung der Ablesungen an zwei sich um 1 mm unterscheidenden Stellen des Komparators.

in vielen Hinsichten feiner ist. Bei senkrechter Inzidenz ergaben Messungen mit der grünen Quecksilberlinie in den ersten drei Ordnungen den Wert $4,998 \pm 0,001\mu$. Die Übereinstimmung mit dem vorangehenden Wert ist genügend, sodass keine grössere Genauigkeit angestrebt wurde. Wichtiger ist das Aussehen der Spektrallinien. Diese erscheinen auch bei Gebrauch eines starken Okulars scharf; fokale Eigenschaften¹⁾ zeigten sich nicht. Dagegen treten auf beiden Seiten der Hauptlinie symmetrisch ziemlich kräftige Geister auf. In der ersten Ordnung ist nur ein Paar ersichtlich, in den höheren Ordnungen zeigen sich weitere in der doppelten usw. Distanz. In der sechsten Ordnung ist das erste Geisterpaar fast so stark wie die Hauptlinie. Die diesen Geistern entsprechende Periode im Gitter ist 0,5 mm. Es ist von vorn herein wahrscheinlich, dass es sich hier um einen periodischen Fehler in der Lage der Gitterfurchen handelt und dass somit etwa die Schraube, mit der das Gitter geschnitten worden ist, eine Ganghöhe von 0,5 mm hat. Man kann derartige Gitterfehler (und übrigens auch andersartige) direkt sichtbar machen nach einer sinnreichen Methode, die in roher Gestalt schon öfters benutzt sein dürfte, deren Präzisierung wir jedoch Herrn Prof. F. Zernike verdanken: Das Okular des Spektrometers wird abgeschraubt und an dessen Stelle die Linse des Auges, oder besser eines Fernrohrs oder einer Kamera gebracht. Das auf der Linse aufgefangene kohärente Gebilde der Hauptlinie mit allen Geistern wird derweise auf der Netzhaut oder der photographischen Platte zur Interferenz gebracht („Wiedervereinigung der Geister“). Das Interferenzbild ist bei geeigneter Einstellung eine Abbildung des Gitters, in deren Intensitätsverlauf gerade der Fehlerverlauf des Gitters zum Ausdruck kommt (Fig. 7), ungefähr wie bei der Abbeschen Abbildungstheorie des Mikroskops.

Die solcherweise sichergestellte Teilungsfehler des Gitters können übrigens auch nachher in den Komparatorablesungen (Fig. 6) mit einiger Phantasie erkannt werden. Es ist naheliegend hierin die Ursache der bei den Röntgenmessungen gefundenen Abweichungen (§ 1) zu suchen. Aber wie schon am Anfang des hiesigen Paragraphen bemerkt wurde: dazu genügt die Grösse der Teilungsfehler bei weitem nicht.

1) Dies bedeutet, dass kein langsamer Verlauf der Gitterkonstante vorhanden ist. Siehe z.B. S. Fagerberg, ZS. f. Phys. **62**, 457, 1930.

Wir wollen diese Grösse sicherheitshalber noch einmal aus dem Intensitätsverhältnis der Geister zu der Hauptlinie abschätzen. Wir berücksichtigen hierbei nur das erste (stärkste) Geisterpaar und setzen, in Anschluss an den Beobachtungen, an, dass dies in etwa siebenter Ordnung eben so stark wie die Hauptlinie wird. Dann behaupten wir, dass das „Streuvermögen“ des Gitters als Funktion einer in der Gitterebene laufenden Koordinate x (gemessen in μ) ungefähr durch folgenden Ausdruck dargestellt werden kann:

$$\sum A_k \cos \left[\frac{2\pi k \left(x + 0,2 \cos \frac{2\pi k}{500} \right)}{5} \right].$$

Hierbei ist der Übersichtlichkeit wegen zweimal \cos anstatt einer linearen Kombination von \cos und \sin geschrieben. Die Zahl 5 im Nenner ist die Gitterkonstante, die Zahl 500 im Teilnenner die Periode der Teilungsfehler, welche das erste Geisterpaar erzeugt, die Zahl 0,2 die maximale Grösse der Abweichung der Gitterstriche von der richtigen Stelle in Folge dieser Teilungsfehler. Es wurde hierfür oben schon aus den Komparatormessungen die Grösßenordnung $0,1\mu$ festgestellt. Dass wir jetzt genau den Wert auf $0,2\mu$ festgelegt haben, dient um die richtige Intensität der Geister zu erhalten. Um diese zu finden ist nämlich der obige Ausdruck nach Fourier zu entwickeln¹⁾, was in elementarer Weise ergibt:

$$\sum A_k \left[\cos \frac{2\pi k x}{5} - \frac{2\pi k \cdot 0,2}{5 \cdot 2} \left\{ \sin 2\pi \left(\frac{x}{5} + \frac{x}{500} \right) + \sin 2\pi \left(\frac{x}{5} - \frac{x}{500} \right) \right\} \right].$$

Die hinter A_k stehenden drei Terme stellen die Hauptlinie bzw. die beiden Geister in k -ter Ordnung dar. Die Intensität der Geister wird der der Hauptlinie gleich wenn:

$$\frac{2\pi k \cdot 0,2}{2 \cdot 5} = 1$$

$$\text{d.h. } k = \frac{10}{0,4\pi} = 7.$$

Dies tritt also, wie beabsichtigt war, etwa in siebenter Ordnung ein. Es steht also fest, dass der Teilungsfehler $0,2\mu$ nicht viel übersteigt und dies lässt die Abweichungen bei den Röntgenmessungen uner-

1) Die Fourierkoeffizienten der Entwicklung des Streuvermögens stellen bekanntlich in erster Näherung die Intensitäten der Spektren dar. Sieh z. B. M. Minnaert, Kon. Ak. Amsterdam **30**, 257, 1921.

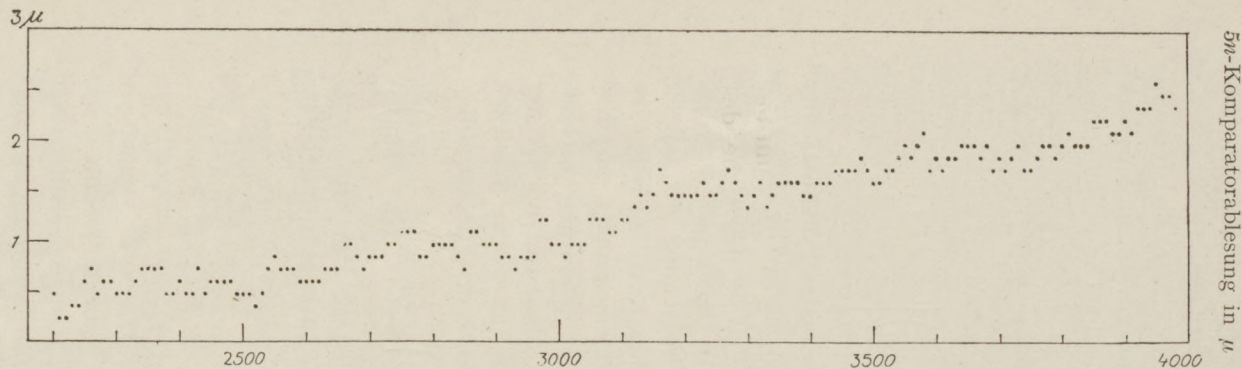
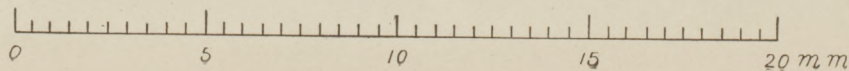
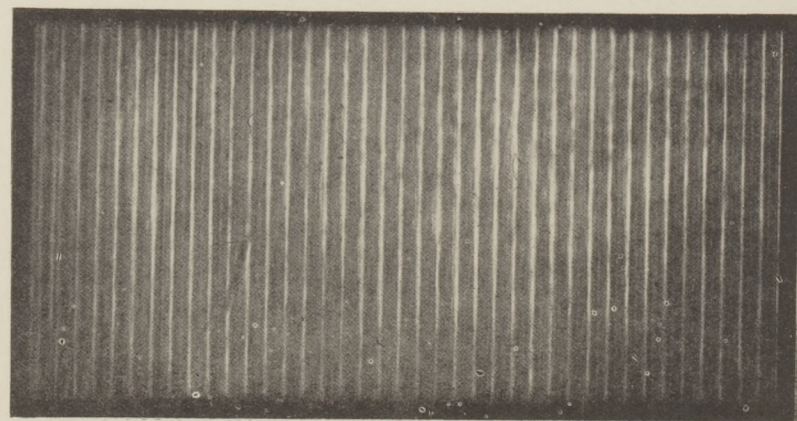


Fig. 6. Die Abweichungen der Komparatorablesungen von Vielfachen von 5μ abgetragen gegen der Laufzahl (n) der Linie (horizontal abgetragen) für die eine Hälfte des Gitters.

Fig. 7. Aufnahme des 5μ Gitters durch „Wiedervereinigung der Geister“ um die Teilungsfehler (Hauptperiode $0,5$ mm) sichtbar zu machen. Auch andere Gangunterschiede z.B. die durch eine Schramme an der Hinterseite verursachten, zeigen sich hierbei.



klärt¹⁾. Es wurde deshalb das Gitter auch in Reflexion optisch untersucht, doch änderte sich hierdurch nichts an den obigen Schlüssen; z.B. blieben auch dann, wenn die Strahlung ziemlich stark streifend ein oder austrat, die Geister zu beiden Seiten der Hauptlinie ungefähr gleich intensiv.

Eine Möglichkeit, welche noch übrig zu bleiben scheint, wäre vielleicht folgende: Vielleicht werden bei Röntgenspektren in Folge der *stark* streifenden Inzidenz neue Gesichtspunkte geltend: Nicht auf der Tiefe der Furchen sondern auf der äussersten Oberfläche der Elemente kommt es an und zwar sehr genau. Dass dies nun gerade den beobachteten Effekt haben könnte, möchten wir durch folgende Spezialisierung plausibel machen: Denken wir uns, dass die Diamantspitze wie ein Pflug wirkt und zu beiden Seiten der Furche einen „Deich“ aufwirft. Die Höhe dieses Deiches braucht nicht grösser als etwa 500 Å angesetzt zu werden um bei einem Einfallswinkel von 0,01 Bogen die ganze Oberfläche des Gitterstreifens abzuschirmen. Die Streuung findet dann allein an dem vorderen und hinteren Deich dieses Streifens statt. Dies könnte erstens die beobachtete geringe Intensität erklären²⁾. Wesentlich ist natürlich, dass der Deich genügend stark absorbiert, doch schätzt man leicht ab, dass bei der hier benutzten weichen Strahlung und dem schweren Material ein Unterteil der Breite des Streifens hierzu genügt. Nun werden im allgemeinen der vordere Deich und der hintere *ungleiche* Höhe haben³⁾ und der Unterschied wird sich wahrscheinlich von Element zu Element kontinuierlich oder diskontinuierlich ändern. Ist der vordere Deich hoch, dann wird der hintere hierdurch stark abgeschirmt und umgekehrt. In dieser Weise wird die Möglichkeit geschaffen das Streuvermögen des Elements, dass sich aus denen der beiden Deiche zusammensetzt, über die ganze Oberfläche des Elements wandern zu lassen. Nehmen wir nun z.B. an, dass beim Fortschreiten über die etwa 200 wirksamen Gitterelemente nach hinten das Streuvermögen der aufeinander folgenden Elemente sich in dieser

1) Eine ähnliche Rechnung würde gelten, wenn nicht die Lage sondern das Streuvermögen der Gitterelemente die periodischen Fehler zeigte.

2) Hiermit ist eine Besonderheit in Einklang, die öfters gemacht wurde und z.B. in Fig. 5 unten noch eben sichtbar ist: An einigen Stellen reflektiert das Gitter an einem Ende der Linien viel stärker als gewöhnlich.

3) Eine Asymmetrie zeigte sich auch bei senkrechter Inzidenz in den optischen Spektren, wo links die dritte und fünfte, rechts die vierte und sechste Ordnung stark waren.

Weise regelmässig nach vorn verschiebt, dann wird die effektive Gitterkonstante kleiner sein als die unter dem Komparator gemessene. Und zwar beträgt die maximale Verkürzung (oder Verlängerung) der Gitterkonstante durch diese Ursache gerade die Breite eines Streifens. Dies ergibt einen relativen Einfluss von $5\frac{0}{100}$ d.h. gerade die experimentell gefundene obere Grenze der Schwankungen. Auch die grosse Empfindlichkeit der effektiven Gitterkonstante für Änderung des Eintritts- und Austrittswinkel ist nach dieser Auffassung zu verstehen, weil die Streuung und Abschirmung der einzelnen Deiche hierfür sehr empfindlich ist. Dagegen scheint es schwierig ohne zusätzliche Annahmen zu verstehen, weshalb die niedrigen Ordnungen die Tendenz haben zu kleine Werte aufzuliefern. Man könnte geneigt sein, die Erklärung dieser Abweichung in einem etwaigen Einfluss des Brechungsindex des Gitters zu suchen (ungefähr wie bei Kristallen), doch meinen wir, dass diese Möglichkeit bei eingehender theoretischer Prüfung unbedingt zu verwerfen ist.

Eine andere Erklärung für die Abweichungen könnte in dem Einfluss der (hier meistens nicht abgetrennten) kurzwelligen Satelliten (hauptsächlich bei 8,254 und 8,266 Å) liegen. Hierdurch könnte, namentlich bei starker Belichtung, der Schwerpunkt der Linie nach kurzen Wellen verschoben werden. In den *intensiven* niedrigen Ordnungen wird dies stärker stattfinden als in den höheren Ordnungen. Obendrein wirkt die starke Ablenkung in den höheren Ordnungen ungünstiger auf die Intensität der Satelliten als auf die der *langwelligeren* Hauptlinie (siehe Prins l.c.). Es ergibt sich aus dieser Betrachtung also gerade die experimentell gefundene Abhängigkeit von der Ordnung (Ende § 1). Dass in den negativen Ordnungen bisweilen ein Umkehr des Effekts gefunden wurde, kann bei näherer Betrachtung der Aufnahmen daran liegen, dass hier ausnahmsweise die Satelliten mehr oder weniger abgetrennt sind. Wir meinen schliessen zu dürfen, dass der hier besprochene Einfluss der Satelliten bei Absolutmessungen immer in Betracht zu ziehen ist.

Zum Schluss möchten wir Herrn Prof. D. Coster danken für sein Interesse und die entgegenkommende Bereitwilligkeit, wodurch er uns diese Arbeit ermöglicht hat.

Groningen, Oktober 1931.

Naturkundig Laboratorium
der Rijks-Universität.

ABSOLUTE WELLENLÄNGENMESSUNGEN VON RÖNTGENSTRAHLEN II

von J. A. PRINS

Summary:

Absolute measurements of the wavelength of some soft *X*-ray lines were performed with a grating ruled on ordinary glass (50 lines to the mm). Perhaps in accordance with the fact that this grating did not show appreciable ghost lines, the *X*-ray measurements did not show a systematic influence of the angle of incidence or the order of the spectrum. Measurements at two different places however did show a difference of about 3⁰/₁₀₀. This might be due to a slow change of the grating-constant or of the shape of the grooves along the grating, but comparator-measurements and optical behaviour do not indicate a sufficient error of this kind. The conclusion is drawn from this result and those of the preceding part that the peculiarities of *X*-ray reflexion at ruled gratings are not yet completely understood.

In derselben Weise wie im vorhergehenden Teil wurden einige Wellenlängenmessungen mit einem groberen Gitter gemacht. Dies war auf gewöhnlichem Glas geritzt und vor dem Gebrauch längere Zeit mit Chromschwefelsäure behandelt. Ausmessung mit dem Komparator ergab für die Gitterkonstante $20,10 \pm 0,01\mu$; die Unterschiede an verschiedenen Stellen betragen etwa 1⁰/₁₀₀ (wahrscheinlich Messfehler). Geister zeigte dies Gitter auch in höherer Ordnung nicht. Ebensowenig zeigten sich fokale Eigenschaften. Doch ist zu erwähnen, dass die Gitterfläche nicht ganz eben war.

Fig. 1 zeigt eine Aufnahme mit diesem Gitter nach dem in § 2 von Teil I beschriebenen Verfahren. Aluminiumpulver war hierbei in eine Kupferantikathode eingerieben, als Kathode diente jetzt nicht eine Oxydkathode wie bei den vorigen Untersuchungen, sondern Wolframglühdraht; Sauerstoff und in geringerem Maasse Stickstoff treten als Verunreinigung auf. Die Spannung (50 Perioden Wechselspannung) war hier etwa 14 kV, bei den in Teil I beschriebenen

Experimenten etwa 8 kV, die Stromstärke in beiden Fällen zwischen 10 und 30 mA.

In seiner ersten Stellung ergab dies Gitter die in Tabelle I angegebenen Werte. Dann wurde es in seiner Ebene über 180° gedreht und an einer vielleicht etwas anderen Stelle wieder benutzt. In dieser Stellung wurde nur eine Aufnahme (Fig. 1) gemacht, weil aus den Ergebnissen von Tabelle I kein starker Einfluss des Einfallswinkels hervorgeht. Diese Platte liegt an Tabelle II zu Grunde.

TABELLE I. WELLENLÄNGEN VON $OK\alpha$, $CuLa$, $WM\alpha$, $WM\beta$ IN DER ERSTEN STELLUNG

Einfallswinkel	Ordnung							Zeilenmittel
	- IV	- III	- II	- I	+ I	+ II	+ III	
0,007		$OK\alpha$			23,48	23,65	23,57	23,57
14					63	62	65	63
22				23,66	52	60	58	59
25			23,63	70	63	72	46	62
30		23,60	53	56	67	54		58
Spaltenmittel		60	58	64	59	63	57	23,60
0,007		$CuLa$				13,34		13,34
22		13,39	13,32	13,37	13,23	21	13,31	31
25		38	41	28	23			32
Spaltenmittel		38	36	33	23	28	31	13,32
0,007		$WM\alpha$			6,998	6,961	6,974	6,977
14			6,960	6,999	15	74	95	69
22	6,959	7,007	58					75
Spaltenmittel	59	*07	59	99	57	67	85	6,973
0,007		$WM\beta$			6,755	6,729	6,755	6,746
14			6,747	6,764	6,794	6,786		73
Spaltenmittel			47	64	75	57	55	6,759
Linie			$OK\alpha$		$CuLa$	$WM\alpha$	$WM\beta$	
Absolutwert im Mittel . . .			23,60		13,32	6,973	6,759	
Wert in Calcitskala. . . .			23,58		13,30	6,963	6,740	
Unterschied			0,8 $\frac{0}{100}$		1,5 $\frac{0}{100}$	1,4 $\frac{0}{100}$	2,8 $\frac{0}{100}$	

Die in diesen Tabellen in Calcitskala angegebene Werte stützen sich auf: Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen, zweiter Druck sie stehen mit Messungen im hiesigen Institut in gutem Einklang. Die Werte für $WM\alpha$, $WM\beta$, $CuLa$ habe ich etwa

TABELLE II. WELLENLÄNGEN VON $OK\alpha$, $AlK\alpha$, $WM\alpha$ IN ZWEITER STELLUNG
(EINFALLSWINKEL $0,016$)

Ordnung	$OK\alpha$	$AlK\alpha$	$WM\alpha$
— III		8,359	6,996
— II		65	98
— I	23,69	63	
+ I	68	61	
+ II	65	72	90
+ III	67	19	40
+ IV	65	67	95
+ V	65		
Mittelwert . .	23,66 ⁵	8,358	6,985
Calcitskala . .	23,58	8,323	6,963
Unterschied . .	3,6 ⁰ / ₀₀	4,2 ⁰ / ₀₀	3,2 ⁰ / ₀₀

$0,5^0_{00}$ niedriger genommen als gewöhnlich angegeben wird um dem Einfluss der hier nicht abgetrennten kurzwelligen Satelliten einigermassen Rechnung zu tragen. Doch ist diese kleine Korrektion bei der erreichten Genauigkeit kaum wesentlich.

Bei Tabelle I ist zu bemerken, dass der Wert für $WM\beta$ relativ ungenau ist. Während nun die Unterschiede Absolutwert-Kristallwert in derselben Tabelle für verschiedene Linien ungefähr dieselbe sind, unterscheiden sich die Werte in beiden Tabellen (etwa $1,2^0_{00}$ bzw. $3,7^0_{00}$) stärker als erwartet war. Man könnte als Erklärung einen Verlauf der Gitterkonstante oder der Furchengestalt vermuten, aber die Komparatorausmessungen und das optische Verhalten, namentlich das Fehlen von Fokussierung, machen diese Erklärung höchst unwahrscheinlich.

In Zusammenstellung mit den Ergebnissen des vorhergehenden Teils, könnte man eher vermuten, dass auch hier noch unbekannt Einflüsse im Spiel sind. Diese scheinen jedoch in beiden Fällen nicht gleichartig zu sein, was bei dem ganz verschiedenen Aussehen der Gitter nicht verwundert.

Groningen, Oktober 1931.

Naturkundig Laboratorium
der Rijks-Universiteit.

OPMERKINGEN OVER VARIATIES IN HET ELECTRI SCH GEDRAG VAN VERSCHILLENDE STOFFEN

door L. HAMBURGER

Summary:

Considering the variability of a quantity X as a function of a variable Y , the wide applicability of the relation $\ln X = k \ln Y (+ \text{const.})$ is demonstrated for description of variations in the electrical behaviour of the condensed state. Even in cases where this relation does not apply exactly, its application is useful for sake of „uniform” comparison over wide ranges of variation between divergent fields of research. It is suggested to use as significant coefficient of variation: $\varphi = d \ln X / d \ln Y$ or $\Delta \ln X / \Delta \ln Y$, the too much used coefficient $\Delta X / X_0 \cdot 1 / \Delta T^1$ being considered as rejectable in every respect.

§ 1. Variaties der geleidbaarheid van coherente, kristallijne metalen.

Voor de meeste zuivere metalen is de door de absolute temperatuur (T) gedeelde weerstand (R) in het gebied van lage temperaturen ²⁾ bij goede benadering evenredig met de specifieke warmte ³⁾. Waar deze laatste volgens D e b y e ⁴⁾ evenredig is met T^3 , volgt:

$$1/R \cdot dR/dT = 4/T \text{ of } d \ln R / d \ln T = 4 \dots \dots \dots (a)$$

In het volgende zullen wij het linker-lid van formule (a) met het teeken φ aanduiden.

Eenzoo kan men voor temperaturen boven (ongeveer) $T = 100$ afleiden ⁵⁾, dat voor de meeste vaste zuivere metalen geldt:

$$\varphi = d \ln R / d \ln T = 1 \dots \dots \dots (b)$$

Weliswaar wijken de gemeten waarden veelal van (b) af, doch de verschillen blijven toch binnen enge grenzen. Voor elk zuiver metaal

1) $X_0 = X$ at 0°C .

2) Doch boven een ev. sprongpunt der supra-geleiding.

3) E. Grüneisen, Verh. d. deutsch. phys. Gesellschaft XV, 186 (1913).

4) Ann. d. Physik XXXIX, 789 (1912).

5) Zie bijv. P. W. Bridgman, Phys. Rev. (2) XVII, 173 (1921).

geldt intusschen bijkans steeds (en over een zeer aanzienlijk temperatuur-traject binnen de fouten der waarneming):

$$\varphi = \text{constant} = k \dots \dots \dots (c)$$

waarin k een slechts weinig van de eenheid (resp. in het gebied van lage temperaturen: 4) verschillende constante voorstelt. Dit blijkt ook uit de grafische voorstelling met logarithmische coördinaten voor R en T , welke men in fig. 1 voor wolfram als voorbeeld weergegeven vindt ¹⁾. Uit de helling der lijnen volgt voor lage tempe-

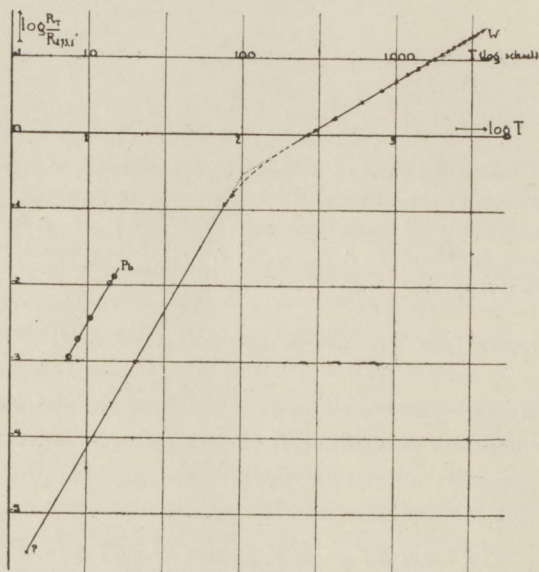


Fig. 1. De weerstand van zuiver wolfram (R) als functie der temperatuur (T) bij gebruik van logarithmische coördinaten (R bij $0^\circ\text{C} = 1$ gesteld) ²⁾

1) Waarden voor R bij lage temperatuur ontleend aan W. Meissner, Ann. d. Phys. (5) VII, 775 (1930) en wel voor „ R_{ter} ”, dus o.a. na aftrek van een kleinen restweerstand. Bij hooge temperatuur zijn de waarden van W. E. Forsythe en A. G. Worthing benut (Astrophys. Journ. LXI, 146 (1925), omdat deze zich over een groot temperatuur-gebied uitstrekken, terwijl de fraaie waarnemingen van C. Zwicker een analogo beloop vertoonen, zoodat ook deze uitkomsten door een rechte verbonden kunnen worden.

2) Men ziet gemakkelijk in, dat φ onafhankelijk is van de keuze van R_0 en T_0 zulks in tegenstelling met den helaas nog zoo veelvuldig toegepasten coëfficiënt $\Delta R/R_0 \cdot 1/\Delta T$.

raturen $\varphi = 3,7$, voor hooge temperaturen $\varphi = 1,23$. Men neme daarbij nog in aanmerking, dat de metingen niet bij constant volume verricht zijn.

Hoewel zich bij de metingen aan wolfram nog moeilijkheden en lacunes ¹⁾ voordoen, is dit element o.a. als voorbeeld gekozen, omdat de grenzen van het onderzochte temperatuur-gebied bij dit metaal zeer wijd zijn. Twee groote gebieden, waarvoor een lineair verband binnen de grenzen der waarnemingsfouten geldt, worden hier door een betrekkelijk kort overgangsstuk verbonden. Voor vele andere metalen (goede geleiders), waarbij de dissociatie-energie der geleidende valentie-electronen in den gecondenseerden toestand nul (of althans zeer gering is), geldt hetzelfde ²⁾.

De schrijver acht de betrekking

$$\varphi = d \ln R / d \ln T \dots \dots \dots (1)$$

om verschillende redenen, welke in dit stuk slechts ten deele aan de orde gesteld kunnen worden, aanbevelenswaardig als grondslag voor den *temperatuur-coëfficiënt* van den weerstand ³⁾. Men vergelijkte, in tegenstelling daarmede, de wisselende waarden, welke bijv. voor den temperatuur-coëfficiënt bij den bovensten tak moeten aangegeven worden, wanneer deze op conventioneele wijze berekend wordt. Zoo geeft Grüneisen ⁴⁾ op grond van waarnemingen van W. Meissner en L. Holborn de volgende reeks van temperatuur-coëfficiënten voor wolfram op:

Temperatuur traject

— 78/0° ; 0/+ 100° ; + 100/200° ; + 200/300° ; + 300/400°

Temperatuur coëfficiënt

0,445 ; 0,465 ; 0,493 ; 0,536 ; 0,547.

Dus voor een betrekkelijk klein temperatuur-gebied reeds een verandering van ca. 25%!

Dergelijke betrekkingen als (1), respectievelijk

$$\ln R = \varphi \ln T + \text{const.} \dots \dots \dots (1a)$$

1) Zie hiervoor de volgende noot.

2) In fig. 1 is dit voor zuiver lood op grond van Leidsche metingen in een temperatuur-gebied aangegeven, waarin voor wolfram slechts weinig punten zijn vastgesteld, terwijl tevens bij dit lood een rest-weerstand afwezig was.

3) Op dezen grondslag voor een temp.-coëfficiënt van den weerstand wees ik voor het eerst in een korten noot, Ann. d. Phys. (5) X, 907 (1931).

4) Handb. d. Phys. (Geiger-Scheel) XIII, 19 (1928).

dellijk het verband, zooals dit in fig 2—3 tot uitdrukking is gebracht ¹⁾.

In verband met de groote beteekenis der dichtheid voor de metallische geleiding zij tevens aan de door W. Hume—Rothery ²⁾ gevonden *betrekkingen tusschen dichtheid (atoom-afstand), atoomnummer en voor den atoom-bouw fundamenteele energie-niveaus* herinnerd. Ook deze betrekkingen zijn alle door rechte lijnen in een diagram met logarithmische coördinaten weer te geven ³⁾.

De invloed van λ en N komt ook op zeer karakteristieke wijze tot uiting bij *dunne, refractaire, coherente metaal-lagen*, waarbij in verband met abnormale atoom-afstanden in dergelijke dunne lagen ⁴⁾ een sterk negatieve temperatuur-coëfficiënt aan den dag treedt en waarbij men een „rechtlijnig” logarithmisch verband theoretisch kan afleiden ⁵⁾, voor zoover omkeerbaarheid te verwelijken is. Bij deze dunne lagen treedt ook de invloed der vrije weglengte als functie van laag-dikte en structuur duidelijk aan den dag ⁶⁾.

Het gedrag van *alliages* is niet eenvoudig. Wel zou men a priori een veelal eenvoudig beloop van den weerstand met de temperatuur verwachten op grond van een zekere mate van geldigheid der wet van Matthiessen en haar recente uitbreidingen. Bij vele *alliages* is evenwel de „toegevoegde weerstand” buitengewoon groot en deze kan bij optredende modificatie-veranderingen, structuur-wijzigingen, dissociatie-verschijnselen e. a. m. grillige en belangrijke wijzigingen ondergaan. Toch kan ook hier toepassing van formule (1) voor vergelijkend werk goede diensten bewijzen. Dit geldt mede voor het gebied der *variabele geleiders*, hetwelk overigens voor zuivere een-kristallen recht klein begint te worden, en ook op theoretische gronden aan beteekenis voor onze inzichten inzake de electriche geleiding verliest (vergel. W. Hume—Rothery „The Metallic State”, pp. 309/10, Oxford 1931).

1) Voor een nadere discussie van fig. 3 vergelijkte men L. Hamburger, Ann. d. Phys. (5) X, 817 (1931).

2) Phil. Mag. X, 217 (1930), XI, 649 (1931).

3) Meer in het algemeen kan men zeggen, dat voor vele andere physische, resp. physisch-chemische werkingen analoge, fundamenteele, variatie-wijzen geldigheid bezitten, waarop evenwel elders ingegaan zij.

4) W. Reinders en L. Hamburger. Rec. d. Trav. chim. d. Pays Bas L, 486 (1931).

5) L. Hamburger, Ann. d. Phys. (5) X, 908 e.v. (1931).

6) L. Hamburger, Ibid. p. 917 e.v.

§ 2. *Werkingen van warmte, licht, magnetisch veld.*

Behalve de boven beschouwde werking der temperatuur op den electricen weerstand kan men ook de consequenties van een wijziging der temperatuur op andere electriche grootheden na-gaan, zooals *thermokrachten*, electromotorische krachten, thermo-ionenstromen. Voor de eerste vinden wij in belangrijke gevallen wederom een eenvoudig verband met de temperatuur, terwijl men ook thans (als in § 2) onderscheid dient te maken tusschen een gebied van zeer lage temperaturen en een bijv. boven 0° C gelegen

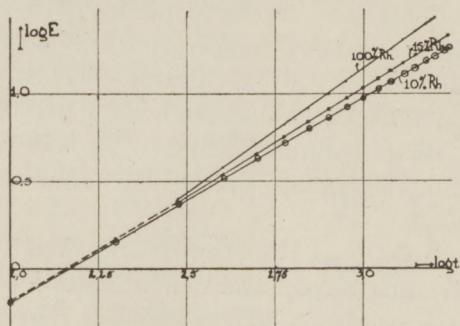


Fig. 4. Logarithme der thermokracht (E) als functie van $\log t^1$) voor de thermokoppels 90 Pt, 10 Rh/Pt; 85 Pt, 15 Rh/Pt en zuiver Pt/zuiver Rh volgens A. L. Day, R. B. Sosman²⁾, F. M. Jaeger en E. Rosenbohm³⁾.

gebied. Voor dit laatste zij naar de in fig. 4 gegeven voorbeelden verwezen, waarbij het rechtlijnig beloop zeer goed over een temperatuur-traject van 1300° à 1500° voldoet.

Ook bij de *thermische-uitzending van electronen* is het gedrag als functie der temperatuur ten slotte vrij eenvoudig gebleken. Men weet echter, dat men deze emissie als een verdamping der voor de geleiding verantwoordelijke electronen uit een metaal kan beschouwen. Hiervoor geldt, wat op alle verdamping, resp. chemische evenwichten als functie der temperatuur, van toepassing is: Het diagram met logarithmische coördinaten heeft een *flauw* gebogen

1) t = temperatuur-verschil tusschen de einden van het thermo-element.

2) Sill. J. XXIX, 93 (1910). Carnegie Publ. 157, 121 (1911).

3) Proc. Kon. Ak. v. Wet. A'dam, XXXIV, 85 (1931).

lijn. In dit verband zij er slechts aan herinnerd, dat bij benadering ¹⁾ geldt:

$$\log X = -A/T + B, \quad \dots \dots \dots (2)$$

waarin A en B constanten zijn. Een grafiek met $\log X$ en $\log T$ als coördinaten zou dus niet tot een rechtlijnig beloop kunnen voeren.

Vergelijking (2) is intusschen in beginsel een benaderende formule en correcties werken in zoodanigen zin, dat de afwijkingen van een rechte in een diagram met logarithmische coördinaten gering blijft ²⁾. Zoo gering, dat het voor proefondervindelijke bepalingen (van den bij een bepaalde temperatuur behoorenden temperatuur-coëfficiënt) vereischte temperatuur-traject $\Delta \ln T$ in die gebieden, waarin het thermoionen-effect duidelijk optreedt, aanvaard kan worden, zonder vrees voor merkbare verschillen bij overgang tot $d \ln X / d \ln T$.

Slechts over grootere trajecten vertoont de temperatuur-coëfficiënt $d \ln X / d \ln T$, welke wij ook hier in het algemeen met φ willen aanduiden, op dit gebied duidelijke verschillen, welke het voordeel hebben, van *kenmerkend* te zijn. Zulks in dien zin, dat de variatie-coëfficiënt bij stijgende temperatuur steeds *afneemt*, om ten slotte zeer gering of nul te worden, *gelijk bij elk proces, hetwelk als groei-proces kan worden opgevat, waarbij merkbare energie-omzettingen in het spel zijn*. In het kader van een dergelijke opvatting is het voor de hand liggend, dat de emissie-waarden evenals de dampdrukken naar een gemeenschappelijk niveau onder extreme condities streven (Z w i k k e r—B e c k e r—A g t e ³⁾).

Bij geringe waarden van den uittree-arbeid onder invloed van *adsorptie-laagjes* wordt, gelijk N. R. C a m p b e l l korten tijd geleden heeft doen zien ⁴⁾, aan de z.g. R i c h a r d s o n-lijn niet meer voldaan. Schrijver dezer opmerkingen vindt dan weder in het diagram met logarithmische coördinaten het optreden van rechte lijnen.

1) Een benadering, welke veelal nog binnen de fouten der waarneming blijft.

2) Men ziet dit voor hooge temperatuur onmiddellijk uit den bekenden vorm der reactie-isochoore: $d \ln X / d T = A / T$. Dus bij hooge temp. inderdaad slechts weinig met T veranderend, voor een gegeven waarde van ΔT , zelfs wanneer A over groote trajecten constant blijft.

3) C. Z w i k k e r, Physica VIII, 242 e.v. (1928); K. B e c k e r, Phys. Z. 1931. p. 490; C. A g t e, Z. f. anorg. Chem. 198, 233 (1931).

4) Phil. Mag. XII, 180 (1931).

Ten opzichte van de „in-“ en de „uitwendige werking van het licht en van magnetische velden mogen wij zeer kort zijn. Op dit gebied zijn fundamenteele wetten bekend, welke in het algemeen ook in overeenstemming met de metingen¹⁾ tot eenvoudige evenredigheden voeren, al bestaan hier onder bepaalde omstandigheden nog niet geheel overwonnen moeilijkheden.

§ 3. *Smelten der zuivere metalen.*

Op het gebied der *smelten van zuivere metalen* komt een enkel geval voor — met name dat van tin — waarbij het gedrag in een T - R -diagram — bij een merkbare variatie van den specifieke weerstand met de temperatuur — fraai door een rechte over een groot temperatuur-traject kan worden weergegeven²⁾. Het diagram met logarithmische coördinaten geeft daarentegen — hoofdzakelijk als gevolg van een bij het smeltproces „toegevoegden” weerstand, die weinig of niet met de temperatuur varieert — een onmiskenbaar, zij het slechts zwak gebogen lijn. Zet men intusschen i.p.v. $\log R$, $\log R'$ tegen $\log T$ uit — waarbij R' de weerstand der smelt voorstelt, verminderd met den weerstandssprong bij het smeltpunt — dan wordt de kromming der lijn zeer gering. Tusschen 900 en 1600° C kunnen zoodoende de waarnemingen wederom uit-

1) Mits onder de noodige experimenteele voorzorgen verricht.

2) Dit is zelfs dermate het geval, dat E. F. Northrup en V. A. Suydam Journ. Franklin Inst. CLXXV, 153 (1913)) voorstelden, dit gedrag als grondslag voor een weerstandsthermometer te gebruiken.

Naar wij meenen, kan men dit verschijnsel van een rechtlijnig T - R -diagram op de volgende wijze plausibel maken. Theoretisch moet, gelijk bekend is, dR_S/dT ongeveer gelijk zijn aan dR_L/dT (S = solidus, L = liquidus), terwijl men normaliter bij het smeltpunt vindt: $dR_L/dT \ll dR_S/dT$. Nu is voor de gewone metalen in het thans beschouwde gebied

$$dR_S/dT = kT^{n_s-1},$$

waarin n_s de eenheid slechts weinig overtreft. Waar $n_L \ll n_s$ (zie beneden) kan men bij metaalsmelten bij benadering hebben, dat $n - 1 = 0$, met als gevolg $dR_L/dT = k$. Hoewel hierop sterke uitzonderingen zijn (kwik!), is evenwel bovendien bij sommige metalen de k -waarde der smelt zeer laag. In dat geval zal zoowel het R - T -diagram als de grafiek voor $\log R - \log T$ een rechte geven.

T. o. v. de invoering $n_L = n_s$ kan opgemerkt worden, dat men in verschillende gevallen bij benadering heeft:

$$R_S = kT^{n_s} + c_S \quad \text{en} \quad R_L = kT^{n_L} + c_L,$$

terwijl normaliter R_L aanzienlijk grooter is dan R_S , als gevolg van een kras verschil tusschen c_S en c_L („Z u s a t z-weerstand” als gevolg van groteren atoom-afstand en ongeordende beweging in de smelt). Vergel. verder bijv. Bridgman, l.c. Differentiatie en combinatie met $dR_L/dT \ll dR_S/dT$ geeft $n_L \ll n_s$.

stekend door een rechte weergegeven worden. Men kan een dergelijke uitkomst ook algemeener afleiden.

Vooral wanneer het om een classificatie gaat, verdient een definitie van den temperatuur-coëfficiënt op grondslag van betrekking (1) ook voor metaal-smelten de voorkeur. Zoo vindt men bijv., bij een vergelijkend overzicht tusschen de temperatuur-coëfficiënten van den weerstand bij smelten en de vaste phase, wel opgegeven, dat o.a. bij zilver de coëfficiënt der gesmolten phase ca. 50% hooger zou zijn dan die voor het vaste metaal¹⁾. Toepassing van φ geeft evenwel een coëfficiënt, die ca. 24% lager is. De uitkomst $\varphi_L < \varphi_S$ geldt hier, zoowel als voor de geheele klasse der smelten van metallische elementen²⁾. Dit is een uitkomst, welke ook theoretisch te verwachten valt³⁾.

Een consequentie van het voorgaande is, dat in geval voor een metaalsmelt de weerstandssprong bij het smeltpunt gering is in verhouding tot den weerstand in de liquidus⁴⁾, wederom een recht-

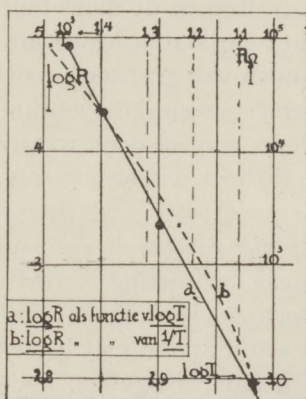


Fig. 5. $\log R$ als functie van $\log T$ voor vloeibaar selenium.

1) Zie A. Schulze „Die elektr. Leitfähigkeit.“ in W. Guertler's Metall. II, 141 (1923).

2) Slechts bij kalium en natrium vindt men in verband met hun groot thermisch uitzettingsvermogen, dat φ_S en φ_L ongeveer gelijk zijn. Bij constant volume worden ook hier volgens Bridgman de verschillen karakteristiek(er).

3) Schulze's conclusie ontstaat door toepassing der reeds op p. 1 (noot 6) verwerpelijke geoordeelde formule voor den temp. coeff.: $\Delta R/R_0 \cdot 1/\Delta T$. Toepassing van $dR/R \cdot 1/dT$ is reeds veel beter.

4) Resp. „ zeer aanzienlijk van de eenheid afwijkt, of de absolute waarde van k niet klein is.

lijn beloop in het $\log R$ - $\log T$ -diagram te vinden zal zijn, terwijl het daarop in het T - R -diagram niet lijkt.

Een sprekend voorbeeld hiervan levert het vloeibare selenium (fig. 5), waarin wij ons tot het temperatuur-traject beperkt hebben, waarbij de verschijnselen volkomen omkeerbaar zijn, waarbij niet-temin de weerstand tot ca. één duizendste der begin-waarde daalt ¹⁾.

§ 4. *Geleidbaarheid van smelten, oplossingen en kristallen der niet-metalen als functie der temperatuur.*

Over het gedrag van *smelten* en van *oplossingen der niet-metalen* (resp. zouten enz.) mogen wij kort zijn. De metingen strekken zich meestal over een zeer beperkt temperatuur-traject uit. Bij smelten kan men de metingen in het $\log R$ - $1/T$ -diagram met bevredigende nauwkeurigheid door een rechte weergeven. Doch dit geldt in verband met de korte trajecten en de meet-fouten evenzeer voor het diagram, waarin beide coördinaten logaritmisch uitgezet worden. Daarom zij van het geven van grafische voorbeelden op dit gebied afgezien. Bij oplossingen — vooral de waterige — doen zich voorts veelal complicaties voor, zoowel door wijzigingen van het milieu met de temperatuur, als door wisselende solvatatie- en dissociatie-verschijnselen.

De bij *kristallen der niet-metalen* (resp. zouten enz.) tot nog toe bereikte nauwkeurigheid der meting is veel geringer dan bij sommige metalen verkregen is. Dit maakt, dat men een groot deel der waarnemingen in een diagram met logaritmische coördinaten nog door rechte lijnen kan weergeven, hoewel men bij sommige der in dit diagram opgenomen stoffen eerder een beloop verwachten moet, hetwelk een weinig van een rechtlijnige voorstelling afwijkt. Aangezien evenwel de waarden van den specifieke weerstand bij verschillende verbindingen uitermate uiteenloopen ²⁾, biedt de dubbel-logaritmische wijze van voorstelling hier bij uitstek het voordeel, tot een algemeen aanschouwelijk overzicht in staat te stellen, dat de relatieve waarden van R en T op passend gelijk-

1) In de nabijheid van het smeltpunt treden complicaties op.

2) Terwijl R_0 veelal niet bekend is, zoodat ditmaal $\log \sigma$ moest uitgezet worden (σ = spec. weerstand) in plaats van $\log R/R_0$.

matige schaal over het geheele onderzochte gebied weergeeft ¹⁾).

In fig. 6 is de volgorde van nummering zoo gekozen, dat no. 1 een metaal is, terwijl bij opklimming via eenige metallisch geleidende verbindingen ²⁾ en een enkele alliage overgang plaats vindt tot die kristallijne stoffen, welke slechter geleiden en een sterk negatieven temperatuur-coëfficiënt bezitten. Het diagram laat voor de laatste groep van stoffen, die overigens onderling een groot verschil vertoonen, wat het chemische karakter betreft, een merkwaardig gelijksoortig beloop zien ³⁾. Bijkans steeds ontbreekt de behoefte, het variatie-gedrag door een twee-tredige formule in den zin van *S m e k a l* ⁴⁾ (of in anderen zin) weer te geven, zoolang niet-omkeerbare veranderingen uitgesloten worden ⁵⁾. Grafiek 6 steunt de opvatting, dat wanneer het om een overzicht van het geheel gaat, eenheid en eenvoud in het grondverschijnsel overheerschen. Tevens kan opgemerkt worden, dat voor zoover geleiding door electronen tot stand komt, paralleliteit blijkt te bestaan met den temperatuur-coëfficiënt der *thermische electronen-uitzending*, welke coëfficiënt dus zeer groote waarden kan aannemen. Deze paralleliteit ⁶⁾ ligt overigens tamelijk wel voor de hand.

Inmiddels zijn er bezwaren tegen fig. 6 aan te voeren. Op sommige der daarin verwerkte metingen valt critiek uit te oefenen ⁷⁾,

1) Wegens het sterke uiteenloopen van den specifieke weerstand der verschillende in fig. 6 opgenomen stoffen, waren herhaaldelijk verschuivingen der ordinaat-as noodig. Dit doet evenwel niet ter zake t. o. v. de helling der lijnen, waarom het thans in hoofdzaak gaat. In verband met deze verschuivingen is bij de ordinaat-as een toegevoegde x -waarde opgenomen, welker getalwaarde in enkele gevallen-van-toepassing in het onderschrift van fig. 6 is aangegeven.

2) Van metalen met metalloïden, die een klein atoom-volume bezitten; resp. onverzadigde verbindingen (vergel. E. Friederich, Techn.wiss. Abh. Osramkonzern, I. 335 (1930).

3) Vergel. ook N. Ussataja en B. Hochberg, Z. f. Physik XLVI, 88 (1927).

4) Zie bijv. Z. f. Phys. XXXVI, 289 (1926); Z. f. Elektrochem. XXXIV, 472 (1928).

5) Resp. de invloed daarvan verwaarloosbaar is. Uiteraard zijn ook afwijkingen te duchten, waar modificatie-veranderingen optreden. Het valt echter op, dat deze afwijkingen — vooral wanneer de zuivere stof bij de fase-verandering slechts een geringe wijziging in volume ondergaat — van ondergeschikte betekenis blijven. Dit is o.a. met G. v. Hevesy's opvatting in overeenstemming, dat zelfs het smeltpunt vanuit het standpunt der electriche constitutie van de stof niet een bijzonder opmerkelijk punt is (Handb. d. Phys. Geiger-Scheel XIII, 276 (1928)).

6) Vergel. Reimann en Murgoci, Phil. Mag. (5) IX, 440 (1930).

7) Vergel. A. Joffé, Z. f. Phys., LXII, 730 (1930). Er worde ook opgemerkt, dat weliswaar de invloed van geringe verontreinigingen bij slechte geleiders zeer groot is, maar voor een gegeven verontreinigd specimen is het variatie-gedrag der geleidbaarheid als functie der temperatuur veelal betrekkelijk eenvoudig.

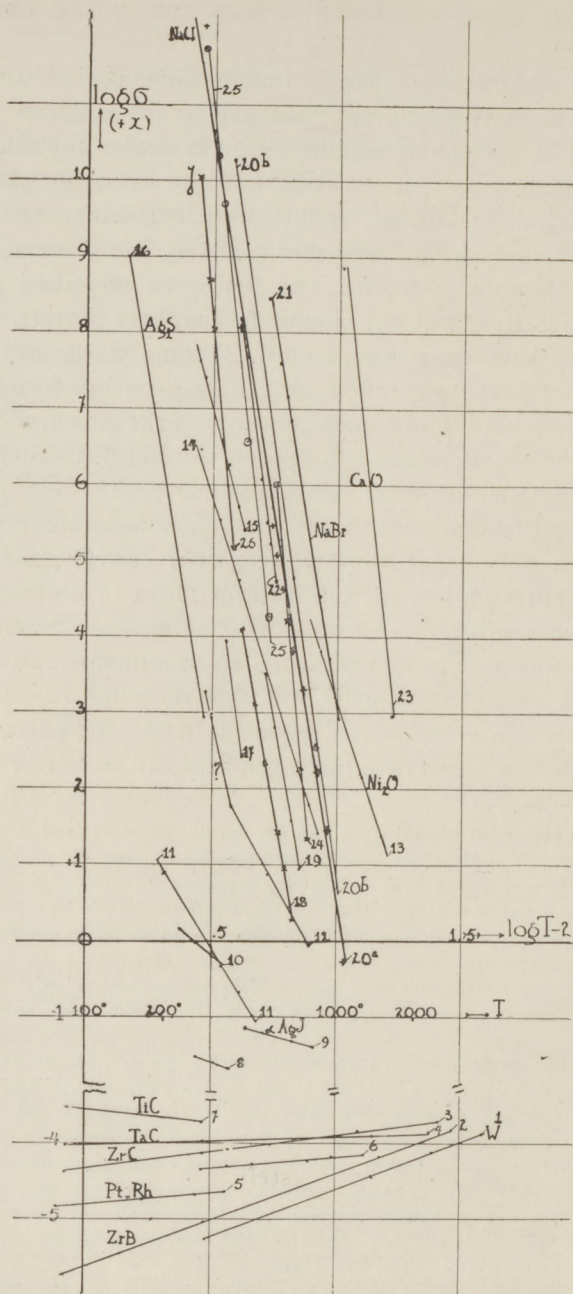


Fig. 6. Het gedrag van den elektrischen weerstand van kristallijne niet-metalen als functie der temperatuur in een diagram met \log . coördinaten. 1. W. 2. ZrB. 3. ZrC. 4. TaC. 5. Pt-10% Rh. 6. Alliage (28% Cu, 68% Ni, 2.4% Fe). 7. TiC. 8. Zwarte P, bij 12000 atm. 9. α -AgJ. 10. Zwarte P bij atm. dr. 11. MoS_2 . 12. Sb_2Se_3 . 13. Ni_2O . 14. CuO. 15. Cu_2S . 16. Ag_2S . 17. β -AgJ. 18. AgBr. 19. AgCl. 20a. NaCl (Hochberg'en Walther) ($x = -3$). 20b. NaCl, oudere metingen ($x = -3$). 21. NaBr. 22. $NaNO_3$. 23. CaO. 24. BaO. 25. Kristallijn kwarts ($x = -1$). 26. Jodium.

terwijl daarentegen bij enkele andere stoffen metingen zijn uitgevoerd met een nauwkeurigheid, waaraan fig. 6 — ingevolge de toegepaste gedrongen schaal — niet het volle recht laat wedervaren. Deze metingen wijzen in gevallen van groote dissociatie-energie der voor de geleidbaarheid verantwoordelijke electriciteitsdragers op een gedrag, dat ook theoretisch, beter door formule (2) kan worden weergegeven. Niettemin meen ik, dat opneming van fig. 6 voor het verkrijgen van een overzicht gerechtvaardigd is.

Aan fig. 6 kan men de opmerking verbinden, dat de hellingshoek der „rechten” een duidelijken „gang” vertoont, naar gelang men van stoffen met lagen weerstand tot verbindingen met hoogen weerstand voortschrijdt. Karakteristieke verschillen in het gedrag van φ als functie der temperatuur met datgene, wat bij metalen gevonden wordt, kan men ten deele aan de omstandigheid wijten, dat bij de laatste de dissociatie-energie der geleidings-electronen in den gecondenseerden toestand nul of althans uiterst gering is. Het ligt meer algemeen voor de hand, dat in de voorgaande bladzijden gemaakte opmerkingen van belang kunnen zijn voor een beoordeeling en interpretatie van den empirischen regel van Biltz¹⁾ omtrent een verband tusschen het electricische geleidingsvermogen van zeer uiteenlopende groepen van stoffen en den temperatuur-coëfficiënt daarvan. Doch dit vereischt een afzonderlijke behandeling, hetgeen evenzeer geldt voor meer principieele overwegingen omtrent den meest doelmatigen en karakteristieken grondslag voor de definitie van een fundamenteelen variatie-coëfficiënt. Dan zal er ook gelegenheid zijn, op een dieperen zin van het op den voorgrond gestelde „dubbel-logarithmische” verband in te gaan.

Ter wille van het — overigens zeer summier gehouden — overzicht²⁾ herinneren wij ten slotte aan de beteekenis der laag-dikte voor de *doorslag-spanning* bij zeer dunne lagen der niet-metalen. Ook hier kan men in het diagram met logarithmische coördinaten een universeel, lineair beloop vaststellen³⁾.

1) Z. f. anorganische Chem. CXXXIII, 306 (1924).

2) Waarbij wij ons bovendien tot essentieel normale gevallen bepaalden.

3) Vergel. A. Joffé, The Physics of Crystals, p. 168, fig. 57; New York (1928).

Den Haag, October 1931.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

- P. M z u i r, *Traité de Télémetrie*, 329 blz., vele fig. — La Revue d'Optique. Paris. 1931. Prijs frs. 54.
- Report of the Radio Research Board, for the period ended 31st Dec. 1930, 90 blz., 40 fig. — His Majesty's Stationary Office. London. 1931. Prijs 2 sh. net.
- Ronald G. J. Fraser, *Molecular Rays*, 204 blz., 78 fig. — Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 12/6 net.
- Walter Gerlach and Eugen Schweitzer, *Foundations and Methods of Chemical Analysis by the Emission Spectrum*, translate from German, 123 blz., 53 fig. — Adam Hilger. London. 1931.
- P. D e b i j e, *Leipziger Vorträge 1931: Molekülstruktur*, 197 blz., 44 fig. — Hirzel. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 10.
- Leon Brillouin, *Die Quantenstatistik und ihre Anwendung auf die Elektronentheorie der Metalle*, aus dem Französischen übersetzt von E. Rabinowitz, 530 blz., 57 fig. — Julius Springer. Berlin. 1931. Prijs R.M. 42, geb. R.M. 43.80.
- F. T w i j m a n, *The practice of Spectrum Analysis with Hilger Instruments*, including a note on the various types of emission spectra, fifth edition, 53 blz. — Adam Hilger. London, 1931. Prijs 3 sh. 6d. net.
- M. A. P é r a r d, *La haute précision des mesures de longueur, au laboratoire et dans l'industrie*, 31 blz., 14 fig. — Hermann et Cie. Paris. 1931.
- M. de Broglie, *Les récents progrès de la désintégration artificielle des éléments par bombardement de rayons alpha*, 32 blz., 19 fig. — Hermann. Paris. 1931.
- Ludwig Bergmann, *Versuche mit hochfrequenten ungedämpften elektrischen Schwingungen und kurzen elektrischen Wellen*, 87 blz., 94 fig. — Dümmler. Berlin. 1931. Prijs R.M. 2.85.
- Natuur en Mensch, populair geïllustreerd maandblad, gewijd aan de natuurkundige wetenschappen en hare toepassingen, aan de beteekeenis van de natuurwetenschap voor den mensch en aan de verhouding van den mensch tot de levenlooze en levende natuur, voortzetting van „*De Natuur*” onder redactie van Dr. Z. Kamerling, Leiden. — Mees. Santpoort. Prijs per jaargang f 8.—.
- F a r a d a y, *Tijdschrift voor M. O. en V. H. O. in natuur- en scheikunde*, orgaan van de vereeniging van leeraren in natuurkunde en scheikunde, 2de jaargang. — Prijs voor niet-leden f 4.50 per jaargang van 5 afleveringen. Wolters. Groningen.

PROEF OVER DE OSCILLATORISCHE CONDENSATORONTLADING

door U. PH. LELY

Summary.

A modification of Feddersen's experiment for demonstrating the oscillatory character of the discharge of a Leyden jar is given. The Leyden jar is substituted by a set of condensers with paper insulation (cap. 16 MF) charged to 750 Volts; the discharge initiates when the two electrodes are brought into metallic contact. The image of the intense spark, a fraction of a millimeter long, is projected on a screen and extended *in the direction of the line joining the electrodes* into a band of one meter or more; the image is sufficiently clear for an objective demonstration of the oscillatory character of the spark (see fig. 1). A small selfinductance together with the high capacity give a period of about $\frac{1}{1000}$ sec.

In de middelbare scholen of het gymnasium is het moeilijk den leerling iets bij te brengen over het trillende karakter van een condensatorontlading. Wordt het beschreven, dan blijft het een aanschakeling van dorre gedachten; en laten we maar eerlijk zijn: Wij ouderen doorzien het wezen dezer interessante gebeurtenis meestal niet. Daarom is het uitermate nuttig dit verschijnsel experimenteel naar voren te brengen, en liefst zoo, dat de leerling aan een bepaald verschijnsel zijn gedachtengangen kan vastknoopen om zoo geleidelijk tot een inzicht te geraken.

Het karakter van de ontlading is ontdekt aan de vonk; toen Feddersen deze onderzocht had door middel van fotografieën, opgenomen met een zeer snel draaienden spiegel, wist men, dat de ontlading oscillatorisch was. En men kon met dit experiment Kelvin's formule voor den trillingstijd controleeren.

Nu begeerde ik de proef van Feddersen te herhalen, omdat hier, zooals zo dikwijls, de historische lijn voor het onderwijs wel de meest duidelijke en interessante weg zou zijn. Maar het wilde niet lukken, omdat de ontlading te snel verliep en de spiegel te langzaam wentelde. Bezig met een wisselstroomgelijkrichter,

waarin flinke condensatoren voorkwamen, trok sterk de aandacht, dat er bij het ontladen van het toestel een knallende vonk optrad, niettegenstaande de ontlading geschiedde over elkaar aanrakende elektroden.

Blijkbaar borg de ontladingsvonk een groote energie in een klein volumen — wat ook voor de hand ligt — en wel zoodanig, dat ook met deze vonk de proef van Feddersen kon worden gedaan. Bovendien lag er een mogelijkheid in voor een schoolinstrumentarium: De groote condensator zorgde voor een groote trillingstijd.

Toen werd het vlug geprobeerd. Met een gewonen draaienden spiegel op de gebruikelijke handcentrifugaalmachine verkreeg men een beeld van een meter lang, duidelijk zichtbaar voor een grooter gehoor, objectief op het projectiescherm.


De vonk op deze wijze geprojecteerd geeft een ander beeld dan dat, welke Feddersen verkreeg. Want Feddersen rekt het beeld uit in een richting loodrecht op de verbindingslijn der elektroden, hier echter was de uitrekking in de richting der elektroden. Bij Feddersen's foto veroorzaakt de veranderlijke stroomsterkte een veranderlijke helderheid op het beeld. Hier echter kreeg men een reeks lichtvlekken van dezelfde helderheid maar van veranderlijke breedte; de lichtvlekken zijn gescheiden door kleine donkere onderbrekingen en zijn nauwkeurig gelijk van lengte; een goede tijdmeting is mogelijk. Feddersen's proef is in één opzicht voordeelig: Men kan de teekenwisseling der potentialen aan de elektroden herkennen.

De condensatoren hebben een capaciteit van 16 microfarad; de spanning is 750 Volt. Een spoel van \pm 100 windingen van 15 cm-diameter van dik koperdraad geeft de noodige zelfinductie. De zelfinductie vertraagt het verschijnsel aanmerkelijk. De sterke knal is veranderd in een zachter geluid, waaraan men iets van een toon herkent.

De helderheid van het lichtbeeld op het scherm is zoodanig, dat men een foto van de ontladingsvonk kan maken, door zonder meer op het projectiescherm een gevoelige film te plaatsen. De foto van figuur 1 is zoo genomen, in ware grootte gereproduceerd; slechts gedeeltelijk is de foto hier weergegeven.

Is de spanning hooger, dan is het aantal lichtvlekken naar evenredigheid grooter. Bij 750 Volt laadspanning krijgt men ongeveer zes halve ontladingen, bij 1500 Volt ongeveer twaalf; maar

de laatst genoemde spanning is te hoog voor de condensatoren die gegarandeerd zijn op 1000 Volt wisselspanning; zij slaan na verloop van tijd door. Bij de hoogere spanning kan men echter beter een toon herkennen; voor het herkennen van een toon heeft men een zeker aantal trillingen noodig.

Het wil mij voorkomen, dat men de spanning nog verlagen kan; men moet dan echter de capaciteit bij eenzelfde trillingstijd vergrooten en wel quadratisch. Want dan blijft de energie per halve periode gelijk 

De vonk, zeer kort van lengte (0,1 mm?), ontstaat bij de aanraking der electroden, waarvan er een beweeglijk is. De sterke stroom (in den aanvang ongeveer 50 amp) smelt en verdampt het geleidende materiaal en vormt een lichtboog.

Om het verschijnsel nader te onderzoeken werd op een fietswiel een bioscoop-film gespannen, en bij snelle wenteling een foto van de vonk gemaakt. Het beeld der vonk was tweemaal verkleind. Fig. 2 is een reproductie in ware grootte, fig. 3 een vergrooting daarvan.

Een stemvork zorgde voor de tijdsindicatie op de film. Een halve trilling duurt 0,00038 sec. De foto laat zien, dat uit het heldere midden (de eigenlijke boog) gassen, die slechts weinig lichten, weggedreven worden; aan de geleiding doen deze gassen blijkens deze foto (en andere) niet mede; de

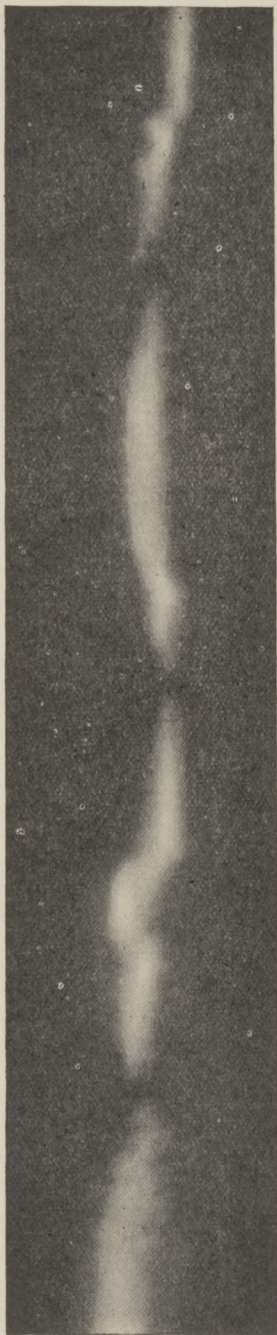


Fig. 1. Uitgerekt Vonkenbeeld.

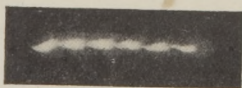


Fig. 2. Foto op een bewegende film.

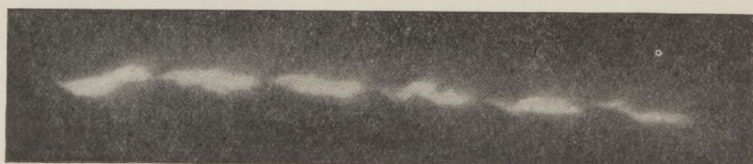


Fig. 3. Vergrooting van fig. 2.

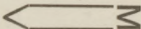
snelheid, waarmede de gassen weggedreven worden, is ongeveer 20 à 30 m/sec. De grootste breedte der lichtvlek is wat naar het einde toe verplaatst. De boog staat niet stil tusschen de electroden, maar verplaatst zich soms onregelmatig en grillig.

Over de demping laat de proef iets zien. De eerste oscillaties geven een dikkere lichtvlek dan de latere. Legt men een metalen plaat op de zelfinductie-spoel, dan ontstaan vonken met kleiner aantal onderbrekingen. Dit wijst op een toenemende demping. Door te probeeren bij welke aanvangsspanning slechts één lichtvlek verkregen werd, zou men de grootte der demping kunnen bepalen.

Eindelijk nog een opmerking: Bij het eerste contactmaken is de vonkbreedte nul; de zelfinductie belet het plotseling aangroeien van den stroom.

Alles bij elkaar geeft de proef een duidelijke aanwijzing omtrent den aard van een condensatorontlading. En men heeft den weg geopend voor een vollediger inzicht.

N a s c h r i f t. Wellicht vraagt de schoolman: Hoe komt men aan 750 Volt? Deze wordt verkregen met een lampengelijkrichter en transformator, voor een gering bedrag aan geld te maken.

De snelheid, waarmede de weinig lichtgevende gassen weggedreven worden uit het midden van de vonk bepaalt men uit den vorm van den lichtendruk op de foto. De heldere kern is omgeven door een tamelijk flauwe vlek, welke dezen vorm heeft: 

De linkerkant ontstaat bij het begin, de rechterkant bij het einde. De breedte van den band is onafhankelijk van de breedte van de heldere middenstreep; de kern van de vonk regeert dit randphenomeen; het begint tegelijk met de kern en evenzoo de beëindiging, maar hoe verder uit het midden, hoe later het begin en hoe later het einde. Uit de helling van de pooten der liggende V kan men in verband met de bewegingssnelheid der film en de verkleining van het beeld van de vonk de snelheid van beweging der gassen bepalen.

Gereflecteerd licht van de kern op de electroden kan het niet zijn: Dan zou de rand van de lichtvlek tegelijkertijd den licht indruk geven met en niet later dan de kern.

Aanwijzingen, dat deze gassen pulseerend uitgedreven worden, met een pulseeringsfrequentie, die aanzienlijk kleiner is dan de vonkfrequentie, zijn er niet. Een dergelijke pulseering is ook niet wel mogelijk, daar de explosieruimte bestaat uit een schijfvormige ruimte aan alle zijden open, die sterk dempend op dergelijke oscillatorische gasbewegingen zou werken. Maar hoe het alles physisch gebouwd is kan niet met de thans ten dienste staande gegevens uitgemaakt worden. Een spectroscopisch onderzoek van den rand der vonk is noodig, maar hiertoe ontbreken mij de mogelijkheden.

De sterke knal bij een snel verloopende vonk bij kleine zelf-inductie is te wijten aan de enorme stroomsterkte (geschat op 1000 Amp.) en de kleine vonkruimte. De energiedichtheid kan ik echter niet taxeeren, daar mij de demping bij de snellere vonk niet bekend is. Wel is het een feit, dat het handvatje van de beweeglijke electrode met een merkbare kracht bij het overspringen der vonk terug drukt, een kracht, die vermoedelijk niet geheel geweten kan worden aan electro-dynamische werkingen.

Den Haag, 31 Juli 1931.

Christ. Gymn.

KINETIESE AFLEIDING VAN DE WET VAN VAN 'T HOFF VOOR DE OSMOTIESE DRUK VAN VERDUNDE OPLOSSINGEN.

door J. W. DEKKER

Zusammenfassung.

Es wird eine kinetische Ableitung der Van 't Hoff'schen Formel für den osmotischen Druck verdünnter Lösungen gegeben ohne irgendwelche besondere Annahme über die Wirkungsweise der halbdurchlässigen Wand. Das Problem wird erst nach Van der Waals-Boltzmann'scher Methode gelöst für einen einfach konstruierten Fall einer Gasmischung und dann nach der Methode von Gibbs und Ornstein für den Fall einer Flüssigkeitslösung.

§ 1. *Inleiding.*

De eenvoudige wet voor de osmotiese druk van verdunde oplossingen, door Van 't Hoff¹⁾ ontdekt en samen te vatten in de formule

$$P = \frac{RTx}{V},$$

waarin P de osmotiese druk voorstelt, V het volume van de oplossing, T de absolute temperatuur, R de gasconstante voor een grammelecuul en x het aantal grammeleculen opgeloste stof, is aanmerkelijk minder gemakkelijk verklaarbaar dan de analoge wet van Boyle-Gay Lussac-Avogadro voor de druk van een ideaal gas.

De eerste poging tot een theoretiese verklaring werd reeds dadelik gedaan door Van 't Hoff zelf²⁾. Hij beschouwde de krachten, die de semipermeabele wand ondervindt, welke de oplossing van het zuivere oplosmiddel scheidt. Het verschil tussen de van weerszijden uitgeoefende drukkingen is de osmotiese druk.

1) J. H. van 't Hoff, Zeitschr. f. physik. Chem. 1, 481, 1887.

2) l.c.

Van 't Hoff meent nu, dat de opgeloste stof wegens zijn verdunde toestand op de semipermeabele wand dezelfde druk uitoefent als een even groot aantal gasmoleculen in eenzelfde volume en bij dezelfde temperatuur, terwijl het oplosmiddel, dat de wand vrij kan passeren, er in het geheel geen kracht op uitoefent. Zo wordt dan de osmotiese druk even groot als de druk van een verdund gas.

Deze beschouwing is op het eerste oog zeer aantrekkelijk door zijn eenvoud. Zodra men echter iets dieper in de zaak doordringt, doen zich moeilijkheden voor. Weliswaar kan men dadelik toegeven, dat bij een verdunde oplossing de onderlinge beïnvloeding van de moleculen van de opgeloste stof evenals die van de moleculen van een verdund gas verwaarloosd kan worden, maar het is niet zonder meer in te zien, waarom dit ook het geval zou zijn met de aantrekking en de verdringing, die deze moleculen ondervinden van die van het oplosmiddel. Reeds spoedig na Van 't Hoff's publicatie wijdden dan ook Boltzmann¹⁾ en Lorentz²⁾ meer in biezonderheden afdalende beschouwingen aan het probleem, maar ook hun verklaringen waren niet geheel bevredigend.

Na die tijd hebben nog verscheidene andere auteurs zich met het vraagstuk beziggehouden. Van de door deze gegeven beschouwingen zijn voor de oplossing van de zoëven genoemde moeilijkheid, die van Kohnstamm³⁾ en Ehrenfest⁴⁾ van belang.

Kohnstamm gaat uit van een semipermeabele wand, die de moleculen van het oplosmiddel in het geheel niet in hun beweging stoort. De druk, die de moleculen van de opgeloste stof op die wand uitoefenen, hangt dan niet van de, door de moleculen van het oplosmiddel uitgeoefende attractie af, doordat, ook in de nabijheid van de wand, deze attractie in alle richtingen gelijkmatig werkt. Verder wordt, door vergelijking van de voor een molecuul van de opgeloste stof midden in de oplossing beschikbare ruimte met die in de nabijheid van de semipermeabele wand, aangetoond dat in het veronderstelde geval ook de verdringing geen invloed op de genoemde druk uitoefent.

1) L. Boltzmann, Zeitschr. f. physik. Chemie 6, 474, 1890; 7, 88, 1891.

2) H. A. Lorentz, Zeitschr. f. physik. Chemie 7, 36, 1891.

3) Ph. Kohnstamm, Versl. Kon. Ak. Amsterdam XIII (2), 788, 1905.

4) P. Ehrenfest, Versl. Kon. Ak. Amsterdam XXIII (2), 1264, 1915.

Ehrenfest bewijst hetzelfde wat exacter met behulp van de viriaalstelling.

Deze beschouwingen, vooral die van Kohnstamm, zijn evenals die van Van 't Hoff, eenvoudig en aanschouwelijk, maar daartegenover staat het bezwaar, dat een wand, die de beweging van de moleculen van het oplosmiddel in het geheel niet beïnvloedt, toch wel wat ver van de physiese werkelijkheid verwijderd is. En zonder de onderstelling van zulk een wand valt het betoog in duigen.

Daar nu de waarde van de osmotiese druk onafhankelijk is van de wijze, waarop de semipermeabele wand zijn functie verricht en men zich hiervan zeer uiteenlopende voorstellingen kan maken, lijkt het mij juister, niet in de eerste plaats de aandacht te vestigen op de krachten, die bij een zeer bijzondere werkingswijze op deze scheidingswand uitgeoefend zullen worden, maar liever met elkaar te vergelijken de gewone uitwendige druk van de oplossing en die van het daarmee in evenwicht zijnde oplosmiddel, dus de drukken, die beide op de overige, in het geheel geen vloeistof doorlatende wanden uitoefenen. Dit is hetzelfde gezichtspunt, als waarvan men bij de thermodynamiese bewijsvoering uitgaat ¹⁾ en het is in zoverre het meest natuurlijke, dat het ook het verschil tussen deze uitwendige drukken is, dat men experimenteel meet.

We willen dus op kinetiese wijze, d. w. z. aan de hand van een mechaniese analogie en zonder gebruik te maken van thermodynamiese begrippen als de entropie en de thermodynamiese potentiaal, trachten in te zien, waarom dit drukverschil wordt weergegeven door de Wet van Van 't Hoff, terwijl we bij onze bewijsvoering geen speciale hypothesen omtrent de werkingswijze van de semipermeabele wand zullen invoeren.

§ 2. Een zeer eenvoudig geval.

Beschouwen we eerst eens een geval, waarin de optredende drukken op doorzichtiger wijze van de beschikbare ruimte afhangen, dan bij een vloeistof het geval is.

We denken ons daartoe in plaats van een vloeistofevenwicht het analogon voor gassen en stellen dan nog het geval zo eenvoudig

1) Zie Van der Waals-Kohnstamm, Lehrbuch der Thermodynamik.

mogelijk, door ons voorlopig te beperken tot de kwestie van de verdringing, waartoe we ons moleculen denken, die geen aantrekkende werking op elkaar uitoefenen.

Een gesloten vat wordt door een semipermeabele wand in twee delen verdeeld. In dit vat bevindt zich een gas A, dat door de scheidingswand diffunderen kan en aan de ene zijde van die wand, zeg in het linkerdeel van het vat, bovendien nog een kleine hoeveelheid van een gas B, dat de scheidingswand niet kan passeren. Beide gassen bestaan uit bolvormige, volkomen elastiese moleculen; tussen die moleculen werken, behalve op de ogenblikken van botsing, geen krachten. Ter verdere vereenvoudiging van de berekening denken we bovendien nog de moleculen van beide gassen even groot. Het gezamenlik volume van de moleculen is klein ten opzichte van het volume van het vat.

Als we nu het viervoudig volume van de moleculen van één Mol b stellen en het door een Mol ingenomen deel van het vat links van de scheidingswand v en rechts v_0 , de drukken links en rechts p en p_0 , dan is, bij verwaarlozing van termen van hogere dan de 2de graad in b/v :

$$p = \frac{RT}{v} \left(1 + \frac{b}{v} + \frac{5}{8} \frac{b^2}{v^2} \right)^1$$

en

$$p_0 = \frac{RT}{v_0} \left(1 + \frac{b}{v_0} + \frac{5}{8} \frac{b^2}{v_0^2} \right),$$

terwijl de osmotiese druk

$$P = p - p_0$$

is.

We willen echter de osmotiese druk uitdrukken uitsluitend in grootheden, die op het mengsel betrekking hebben. Daartoe moeten we dus nog nagaan, hoe v_0 afhangt van v , b en de concentratie van het mengsel.

Stel, dat op 1 Mol van het mengsel x Mol van het gas B voorkomen. x is klein, stel van dezelfde orde als b/v . Voor het bestaan van evenwicht is noodzakelijk, dat de aantallen moleculen A in zekere volumina links en rechts zich verhouden als de voor een

1) Zie Boltzmann, Gastheorie II, 5er Abschnitt.

molecuulmiddelpunt van het gas A in die volumina beschikbare ruimten¹⁾. Nu is links de beschikbare ruimte in een volume v :

$$v - 2b + \frac{17}{16} \frac{b^2}{v}$$

en rechts in een volume v_0 :

$$v_0 - 2b + \frac{17}{16} \frac{b^2}{v_0}$$

terwijl de aantallen moleculen A in die volumina zich verhouden als

$$(1 - x) : 1,$$

dus is

$$\left(v - 2b + \frac{17}{16} \frac{b^2}{v} \right) : \left(v_0 - 2b + \frac{17}{16} \frac{b^2}{v_0} \right) = (1 - x) : 1.$$

Lost men uit deze vergelijking v_0 op, dan vindt men, naar b/v en x ontwikkelende en termen van hogere dan de 2de graad weglatende:

$$v_0 = v \left(1 + x + x^2 - 2 \frac{b}{v} x \right).$$

Hieruit volgt:

$$\frac{1}{v_0} = \frac{1}{v} \left(1 - x + 2 \frac{b}{v} x \right).$$

Substitueert men dit in de voor p_0 gevonden vorm, dan gaat deze over in

$$p_0 = \frac{RT}{v} \left(1 - x + \frac{b}{v} + \frac{5}{8} \frac{b^2}{v^2} \right)$$

en de osmotiese druk $p - p_0$ wordt dus

$$\frac{RTx}{v}.$$

Opmerkelijk is, dat in deze einduitdrukking geen term met $x \cdot b/v$ optreedt. De osmotiese druk is dus niet gelijk aan de partiële druk van het gas B , want deze laatste is

$$x \cdot \frac{RT}{v} \left(1 + \frac{b}{v} \right).$$

1) Zie Boltzmann, Gastheorie II, 5er Abschnitt.

Uit het feit, dat de osmotiese druk kleiner is dan de partiële druk van het gas *B*, volgt verder, dat de partiële druk van het gas *A* in het linkerdeel van het vat kleiner is dan de druk van dit gas rechts van de semipermeabele wand.

§ 3. *Over de methode van de statistiese mechanica.*

We willen nu terugkeren tot de beschouwing van vloeistoffen. We moeten dan een dichte opeenhoping van moleculen aannemen. Verder willen we de attractie in rekening brengen en de onderstelling laten varen, dat de moleculen van oplosmiddel en opgeloste stof even groot zijn. De behandelingswijze van de vorige paragraaf krijgt dan grote bezwaren, o.a. doordat het gebruik van het begrip „beschikbare ruimte” bij dicht opeengepakte moleculen moeilijkheden gaat opleveren. We kunnen echter in dergelijke gevallen geschikt gebruik maken van de methode van de statistiese mechanica van Gibbs¹⁾, op de manier, waarop Ornstein deze op verschillende problemen heeft toegepast²⁾. Het lijkt mij gewenst, voor de niet met deze werkwijze vertrouwde lezers een uiteenzetting van de algemene opzet te doen voorafgaan³⁾.

Wanneer men een lichaam voor zich heeft, dan kan men door meting verschillende grootheden bepalen, die betrekking hebben op dat lichaam als geheel, zoals de temperatuur, het volume, de door het lichaam op omringende lichamen uitgeoefende krachten, enz. Men kan echter nooit precies zeggen, waar zich op een gegeven ogenblik ieder individueel molecuul van het lichaam bevindt en welke snelheid dit heeft. In dit opzicht laat de waarneming tot op zekere hoogte vrij spel aan de fantasie. De werkelijke stand en snelheidsconfiguratie van de moleculen, gezamenlik aan te duiden als de phase van het lichaam, vormen één uit oneindig veel denkbare mogelijkheden. Gibbs kent nu, om bij de mechaniese verklaring van het gedrag van het lichaam met al deze mogelijkheden rekening te houden, aan iedere op bepaalde wijze begrensde groep van configuraties een zekere waarschijnlijkheid toe. Het blijkt hierbij gewenst, het systeem te karakteriseren door de groot-

1) J. W. Gibbs, *Elementary principles in statistical mechanics.*

2) L. S. Ornstein, *Diss. Leiden 1908, Arch. Néerl. S. III A, t. IV, 203, 1918.*

3) Voor uitvoeriger overzicht zie Lorentz, *Lessen over theor. natuurk. VII, Entropie en waarschijnlijkheid.*

heden, die als veranderliken optreden in de algemene mechanische grondvergelijkingen van H a m i l t o n, dus naast de coördinaten niet de snelheden, maar de bij de coördinaten behorende hoeveelheden van beweging als bepalende grootheden te nemen. Zijn nu de coördinaten van een systeem

$$q_1, q_2, \dots, q_n$$

en de hoeveelheden van beweging

$$p_1, p_2, \dots, p_n,$$

dan stelt G i b b s de kans, dat een systeem zich bevindt in een phase-element

$$d\lambda = dq_1 dq_2 \dots dq_n dp_1 dp_2 \dots dp_n$$

gelijk aan

$$\frac{\psi - \epsilon}{e^{\theta}} d\lambda.$$

Hierin zijn ψ en θ van de keuze van het element onafhankelijke constanten, terwijl ϵ de energie van het systeem voorstelt, die van element tot element wisselt. De grootte van ψ en θ hangt op straks nader aan te duiden wijze met de energieën van de systemen in alle phase-elementen samen.

Denkt men zich dus een verzameling (ensemble) van een zeer groot aantal N systemen, alleen verschillend in phase, dan bevinden zich volgens de gemaakte onderstelling

$$N e^{\frac{\psi - \epsilon}{\theta}} d\lambda$$

van die systemen in het element $d\lambda$.

Een verzameling, die aan deze voorwaarde voldoet, noemt G i b b s een *canonies ensemble*.

In zo'n canoniese verzameling blijkt de gemiddelde kinetische energie per vrijheidsgraad $\frac{1}{2}\theta$ te zijn. Hieruit volgt, dat voor een grammolecuul van een stof, bestaande uit ν moleculen:

$$\nu\theta = RT.$$

Bij systemen met zeer veel vrijheidsgraden heeft slechts een zeer klein deel van de systemen uit de verzameling een energie, die merkbaar van de gemiddelde energie van alle systemen verschilt, zodat men gerust kan rekenen, dat de energie van een

waargenomen lichaam met de gemiddelde energie van de systemen van het er bij te denken canonies ensemble overeenkomt. Hetzelfde geldt voor de kinetische en de potentiële energie, elk apart genomen.

Ook de grootte van de krachten, die een systeem van de verzameling op de omgeving uitoefent, is voor de overgrote meerderheid van de systemen niet merkbaar verschillend van de gemiddelde waarde van die krachten, genomen over alle systemen van de verzameling.

De grootte van zo'n door een willekeurig systeem van de verzameling uitgeoefende kracht A wordt weergegeven door de formule

$$A = - \frac{\partial \varepsilon}{\partial a},$$

als a de bij die kracht behorende parameter is, d. w. z. als de door het systeem verrichte arbeid bij verandering van deze parameter met een bedrag da , gegeven wordt door de uitdrukking

$$A da.$$

Zo kunnen we dus bv. de door het systeem uitgeoefende druk vinden met behulp van de vergelijking

$$p = - \frac{\partial \varepsilon}{\partial v}.$$

Nu moet echter de differentiatie van ε plaats vinden bij constante p 's en q 's. Daar de berekening van het differentiaalquotient onder deze voorwaarde moeilijkheden oplevert, is het gewenst, voor de gemiddelde krachten een uitdrukking af te leiden, waarin de p 's en q 's geen expliciete rol meer spelen. Blijkens de bovenstaande formule voor A , is

$$\bar{A} = - \int \frac{\partial \varepsilon}{\partial a} e^{\frac{\psi - \varepsilon}{\theta}} d\lambda.$$

Nu is ψ , en ook $\frac{\partial \psi}{\partial a}$, een grootheid, behorende bij de gehele verzameling, dus voor ieder element $d\lambda$ even groot, en daar

$$N \int e^{\frac{\psi - \varepsilon}{\theta}} d\lambda = N$$

(het linkerlid stelt de som van de aantallen systemen in alle elementen $d\lambda$ voor, dus is gelijk aan het totale aantal systemen), dus

$$\int e^{\frac{\psi - \epsilon}{\theta}} d\lambda = 1,$$

kan men schrijven

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \int \frac{\partial \psi}{\partial x} e^{\frac{\psi - \epsilon}{\theta}} d\lambda$$

en dus is

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \bar{A} &= \int \frac{\partial (\psi - \epsilon)}{\partial x} e^{\frac{\psi - \epsilon}{\theta}} d\lambda \\ &= \theta \frac{\partial}{\partial x} \int e^{\frac{\psi - \epsilon}{\theta}} d\lambda \\ &= 0, \end{aligned}$$

dus

$$\bar{A} = - \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Is A de door het systeem uitgeoefende uitwendige druk p , dan is a het volume v , dus

$$\bar{p} = - \frac{\partial \psi}{\partial v}.$$

ψ wordt bepaald met behulp van de vergelijking

$$\int e^{\frac{\psi - \epsilon}{\theta}} d\lambda = 1,$$

waaruit volgt:

$$e^{-\frac{\psi}{\theta}} = \int e^{-\frac{\epsilon}{\theta}} d\lambda.$$

Om de waarde van de laatste integraal volkomen nauwkeurig te berekenen, zou men de waarde van ϵ in elk phase-element moeten kennen, maar deze is ons niet bekend; we kunnen ons zelfs, uitgezonderd in het allereenvoudigste geval van puntvormige mole-

culen, niet eens een nauwkeurig beeld van de gehele phaseruimte vormen.

Teneinde nu toch tot een resultaat te komen, voerde *Ornstein* het begrip van *het meest frequente systeem* in.

Wanneer men het volume van het systeem verdeelt in elementen dV en de ruimte van de hoeveelheden van beweging in elementen dW , dan hoort bij iedere verdeling van het totaal aantal moleculen over de elementen dV en dW een aantal systemen van de verzameling, die onderling slechts verschillen door infinitesimale verschillen in de plaats en snelheid van de moleculen, of doordat gelijke moleculen met elkaar verwisseld zijn, en die dus ten opzichte van de uitwendige waarneming equivalent zijn.

Bij een bepaalde verdeling nu zal een maximaal aantal systemen behoren. Een systeem, dat aan deze verdeling beantwoordt, noemt *Ornstein* een meest frequent systeem.

Bij een gas in een beperkte ruimte zonder krachten is dit bv. een systeem, waarvan de moleculen gelijkmatig over die ruimte verdeeld zijn en waarbij de snelheidsverdeling van *Maxwell* heerst. Bij systemen met een groot aantal vrijheidsgraden is het aantal systemen, die merkbaar van het meest frequente verschillen, zeer klein. De verdeling van de moleculen en van hun snelheden bij het meest frequente systeem is de gemiddelde verdeling over de gehele verzameling en de energie van het meest frequente systeem is tevens de gemiddelde energie van alle systemen van de verzameling.

Wanneer we nu dat meest frequente systeem kunnen vinden — en dat blijkt inderdaad in vele gevallen mogelijk — en verder aannemen, dat ϵ hierin een zekere bekende functie van de parameters

van het systeem is (dus bv. van het volume) en dat we om $\int e^{-\frac{\epsilon}{\theta}} d\lambda$

te berekenen, ϵ mogen vervangen door de energie van het meest frequente systeem, dan kunnen we op die manier ψ als functie van die parameters bepalen en daarna door differentiatie de krachten vinden.

Op deze wijze zullen we dus nu het probleem van de osmotiese druk behandelen.

§ 4. *Berekening van de osmotiese druk met behulp van de statistiese mechanica.*

We stellen ons een vat voor, dat door een semipermeabele wand verdeeld wordt in een linker- en een rechterhelft, die elk een volume V hebben.

In dit vat bevinden zich 2 grammoleculen van een oplosmiddel, waarvan de moleculen de scheidingswand vrij kunnen passeren en in de linkerhelft bovendien q grammoleculen van een opgeloste stof, voor welke die wand ondoordringbaar is; q is een klein getal ten opzichte van de eenheid.

De eerste vraag, die we ons stellen, is nu: hoe zullen de moleculen van het oplosmiddel zich over de beide helften van het vat verdelen?

Om dit uit te maken, denken we ons een canoniese verzameling van systemen als het hier beschrevene en vragen, hoe de gezochte verdeling zal zijn in het meest frequente systeem van die verzameling.

Teneinde deze vraag te beantwoorden, berekenen we het aantal systemen, waarbij er links $1 - p$ en rechts $1 + p$ Mol van het oplosmiddel zijn en onderzoeken daarna, voor welke waarde van p dit aantal systemen maximaal is.

Stel, dat er ν moleculen in een grammolecuul gaan. Dan zijn er links, in een volume V , $q\nu$ moleculen opgeloste stof en $(1 - p)\nu$ moleculen oplosmiddel en rechts, ook in een volume V , $(1 + p)\nu$ moleculen oplosmiddel.

Het aantal systemen, waarbij dit het geval is, wordt weergegeven door de vorm

$$N \int e^{\frac{\psi - \epsilon}{\theta}} d\lambda,$$

waarin de integraal moet worden uitgestrekt over alle fasen, die het systeem bij de vooropgestelde verdeling kan innemen.

Ieder element $d\lambda$ is het produkt van een aantal coördinaat-elementen en een aantal elementen van hoeveelheid van beweging. Stellen we de coördinaten van de moleculen van het oplosmiddel voor door $x_1 \dots z_{2\nu}$, die van de opgeloste stof door $x'_1 \dots z'_{q\nu}$ en de snelheden door $\dot{x}_1 \dots \dot{z}_{2\nu}$ en $\dot{x}'_1 \dots \dot{z}'_{q\nu}$, dus de hoeveelheden van beweging door $m\dot{x}_1 \dots m'\dot{z}'_{q\nu}$, dan is

$$d\lambda = dx_1 \dots dz'_{q\nu} m^{2\nu} (m')^{q\nu} d\dot{x}_1 \dots d\dot{z}'_{q\nu}.$$

Met betrekking tot de fluxies moet nu geïntegreerd worden van $-\infty$ tot $+\infty$, met betrekking tot dx'_1 tot en met dz'_{qv} over de ruimte V en daarna met betrekking tot dx_1 tot en met dz_{2v} over het door de moleculen van de opgeloste stof overgelaten deel van de ruimte $2V$.

Splitsen we de energie ϵ in de kinetische energie ϵ_{kin} en de potentiële energie ϵ_{pot} , dan valt de integrand uiteen in de factoren

$$e^{\frac{-\epsilon_{pot}}{\theta}} \text{ en } e^{\frac{\psi - \epsilon_{kin}}{\theta}},$$

waarvan de eerste alleen van de coördinaten en de laatste alleen van de fluxies afhangt, terwijl de grenzen van de integratie naar de fluxies onafhankelijk zijn van die naar de coördinaten. De integraal is dus, afgezien van een factor $m^{2v} (m')^{qv}$, gelijk aan het produkt van twee eenvoudiger integralen,

$$I = \int e^{\frac{-\epsilon_{pot}}{\theta}} dx_1 \dots dz'_{qv}$$

en

$$J = \int e^{\frac{\psi - \epsilon_{kin}}{\theta}} d\dot{x}_1 \dots d\dot{z}'_{qv}.$$

De tweede van deze integralen is onafhankelijk van p en we behoeven dus alleen uit te rekenen, voor welke waarde van p de eerste een maximum bereikt.

Bij deze integraal moeten we integreren over alle mogelijke standen, die de moleculen van ons systeem in de ruimte $2V$ kunnen innemen. Hierbij kunnen we ons echter eerst beperken tot die standen, waarbij $(1-p)v$ bepaalde moleculen van het oplosmiddel zich links van de scheidingswand bevinden en de overige moleculen van het oplosmiddel rechts; de waarde van de integraal over die standen zij i . Deze i moet dan nog vermenigvuldigd worden met het aantal manieren, waarop de verdeling van de $2v$ moleculen van het oplosmiddel in 2 groepen van $(1-p)v$ en $(1+p)v$ moleculen mogelijk is, zodat

$$I = \frac{(2v)!}{\{(1-p)v\}! \{(1+p)v\}!} i.$$

De integraal i is nu weer het produkt van twee integralen i_l en i_r , resp. betrekking hebbende op de moleculen links en rechts, van de gedaante:

$$i_l = \int e^{\frac{-\epsilon_{pot, l}}{\theta}} dx_1 \dots dz_{(1-p)_v}, dx'_1 \dots dz'_{q_v}$$

en

$$i_r = \int e^{\frac{-\epsilon_{pot, r}}{\theta}} dx_1 \dots dz_{(1+p)_v}.$$

Werken we de eerste integraal verder uit. Aannemende, dat in de overgrote meerderheid van de systemen ϵ_{pot} prakties dezelfde waarde heeft, schrijven we:

$$i_l = e^{\frac{-\epsilon_{pot, l}}{\theta}} \int dx_1 \dots dz_{(1-p)_v} dx'_1 \dots dz'_{q_v}.$$

Waren de moleculen puntvormig, dan waren de x , y en z van elk molecuul onafhankelijk van die van de overige en werd

$$\begin{aligned} & \int dx_1 \dots dz_{(1-p)_v} dx'_1 \dots dz'_{q_v} = \\ & \int dx_1 dy_1 dz_1 \dots \int dx_2 dy_2 dz_2 \dots \int dx'_{q_v} dy'_{q_v} dz'_{q_v} = \\ & V^{(1-p+q)_v}. \end{aligned}$$

Nu de moleculen elkaar verdringen, is de integraal natuurlijk kleiner. Stel, dat hij nu wordt

$$(V\omega)^{(1-p+q)_v}.$$

Hierin is ω dan een getal, kleiner dan 1 en een functie van de dichtheid, waarmee beide soorten moleculen over de ruimte verdeeld zijn, een functie dus van p en q . Laten we er voor schrijven

$$\omega_{1-p, q}$$

en op dezelfde manier voor de potentiële energie links $\epsilon_{1-p, q}$ (de toevoeging *pot* zullen we gemakshalve achterwege laten) en laten we de uitdrukking $(V\omega_{1-p, q})^{(1-p+q)_v}$ aanduiden door

$$\varphi_{1-p, q},$$

dan wordt

$$i_l = e^{\frac{-\epsilon_{1-p, q}}{\theta}} \varphi_{1-p, q}.$$

Op dezelfde manier kunnen we schrijven:

$$i_r = e^{\frac{-\epsilon_{1+p,0}}{\theta}} \varphi_{1+p,0}.$$

En, daar

$$i = i_l \cdot i_r,$$

wordt tenslotte

$$I = \frac{(2\nu)!}{\{(1-\phi)\nu\}! \{(1+\phi)\nu\}!} e^{\frac{-\epsilon_{1-p,q} - \epsilon_{1+p,0}}{\theta}} \varphi_{1-p,q} \varphi_{1+p,0}.$$

We moeten nu onderzoeken, voor welke waarde van ϕ deze uitdrukking, of, wat op hetzelfde neerkomt,

$$\log I = \log \frac{(2\nu)!}{\{(1-\phi)\nu\}! \{(1+\phi)\nu\}!} - \frac{\epsilon_{1-p,q}}{\theta} - \frac{\epsilon_{1+p,0}}{\theta} + \log \varphi_{1-p,q} + \log \varphi_{1+p,0}$$

maximaal wordt.

Daartoe moet

$$\frac{\partial \log I}{\partial \phi} = 0$$

zijn. Als men nu op de faculteiten de formule van Stirling toepast en de aldus gevonden waarde van

$$\log \frac{(2\nu)!}{\{(1-\phi)\nu\}! \{(1+\phi)\nu\}!}$$

volgens Mac Laurin ontwikkelt naar opklimmende machten van ϕ , dan valt in deze ontwikkeling de term van de 1ste graad weg en de eerste term, die ϕ bevat, wordt

$$- \nu \phi^2.$$

Tot $\partial I / \partial \phi$ levert dus de term met de faculteiten een bijdrage, die, bij verwaarlozing van hogere machten van ϕ ,

$$- 2\nu\phi$$

is.

Voor het meest frequente systeem is dus

$$- 2\nu\phi - \frac{1}{\theta} \frac{\partial (\epsilon_{1-p,q} - \theta \log \varphi_{1-p,q} + \epsilon_{1+p,0} - \theta \log \varphi_{1+p,0})}{\partial \phi} = 0.$$

Beschouwen we de indices bij ε als veranderliken en stellen deze variabele indices door x en y voor, dan is

$$\varepsilon_{1-p, q} = \varepsilon_{1,0} - p \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)_{1,0} + q \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right)_{1,0} + \frac{p^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)_{1,0} - pq \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x \partial y} \right)_{1,0} + \frac{q^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} \right)_{1,0}$$

en

$$\varepsilon_{1+p, o} = \varepsilon_{1,0} + p \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)_{1,0} + \frac{p^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)_{1,0},$$

dus

$$\varepsilon_{1-p, q} + \varepsilon_{1+p, o} = 2\varepsilon_{1,0} + q \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right)_{1,0} + \frac{p^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)_{1,0} - pq \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x \partial y} \right)_{1,0} + \frac{q^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} \right)_{1,0}$$

en dus

$$\frac{\partial (\varepsilon_{1-p, q} + \varepsilon_{1+p, o})}{\partial p} = 2p \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)_{1,0} - q \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x \partial y} \right)_{1,0}.$$

Als we eenzelfde ontwikkeling op de differentiaalquotienten met $\theta \log \varphi$ toepassen, gaat tenslotte de voorwaarde voor het meest frequente systeem over in:

$$-2vp - \frac{1}{\theta} \left(\frac{\partial^2 (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x^2} \right)_{1,0} \cdot 2p + \frac{1}{\theta} \left(\frac{\partial^2 (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x \partial y} \right)_{1,0} \cdot q = 0.$$

Wenden we ons na de opstelling van deze evenwichtsvoorwaarde tot de berekening van de heersende drukkingen.

De osmotiese druk is gelijk aan de druk links, verminderd met de druk rechts.

Om deze beide drukken te vinden, moeten we de volumina links en rechts als veranderlik beschouwen. Noemen we het volume links V_l , dan is de druk links

$$p_l = - \frac{\partial \psi}{\partial V}$$

Nu is

$$\begin{aligned} e^{-\frac{\psi}{\theta}} &= \int e^{-\frac{\varepsilon}{\theta}} d\lambda = \int e^{-\frac{\varepsilon_{kin} + \varepsilon_{pot, l} + \varepsilon_{pot, r}}{\theta}} d\lambda \\ &= C \cdot \int e^{-\frac{\varepsilon_{pot, l}}{\theta}} dx_1 \dots dz_{(1-p), r} dx'_1 \dots dz'_{q, r}, \end{aligned}$$

waarin C een factor is, die niet van V_l afhangt. Voor de laatste integraal kunnen we echter weer schrijven

$$e^{-\frac{\varepsilon_{pot, l}}{\theta}} \cdot \varphi_{1-p, q},$$

zodat

$$-\frac{\psi}{\theta} = \log C - \frac{\varepsilon_{pot, l}}{\theta} + \log \varphi_{1-p, q}$$

en

$$p_l = -\frac{\partial \psi}{\partial V_l} = -\frac{\partial \varepsilon_{pot, l}}{\partial V_l} + \theta \frac{\partial \log \varphi_{1-p, q}}{\partial V_l}.$$

De hierin optredende differentiaalquotienten kunnen nu nog tot een andere vorm herleid worden, die beter bij de boven gevonden evenwichtsvoorwaarde aansluit.

Wanneer men het volume links met een factor α vermenigvuldigt en tegelijk hetzelfde doet met de aantallen x en y van de zich in dat volume bevindende moleculen, dan wordt ook de potentiële energie van dit linkerdeel van de vloeistof, die we nu ter vereenvoudiging maar voorlopig zonder meer door ε_{pot} zullen aanduiden, met α vermenigvuldigd en neemt dus toe met $(\alpha - 1) \varepsilon_{pot}$. Voor $\alpha = 1 + d\alpha$ wordt dus die vermeerdering:

$$d\varepsilon_{pot} = \varepsilon_{pot} d\alpha.$$

Maar

$$d\varepsilon_{pot} = \frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial x} dx + \frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial y} dy + \frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial V} dV$$

en

$$dx = x d\alpha, \quad dy = y d\alpha, \quad dV = V d\alpha,$$

dus wordt

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial x} x + \frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial y} y + \frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial V} V \right) d\alpha = \varepsilon_{pot} d\alpha$$

of

$$\frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial V} = \frac{1}{V} \left(\varepsilon_{pot} - \frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial x} x - \frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial y} y \right).$$

Ontwikkelt men het rechterlid volgens Taylor, bedenkende dat $x = 1 - p$ en $y = q$ is, dan gaat deze vergelijking over in

$$\frac{\partial \varepsilon_{pot}}{\partial V} = \frac{1}{V} \left\{ \varepsilon_{1,0} - \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)_{1,0} p - \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right)_{1,0} \frac{p^2}{2} - \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x \partial y} \right)_{1,0} pq \right\}.$$

Bij $\log \varphi$ is de zaak iets ingewikkelder, daar deze grootheid niet zonder meer, tegelijk met V , x en y , met κ vermenigvuldigd wordt. Terwijl nl. oorspronkelijk

$$\varphi = (V\omega)^{(x+y)\nu},$$

wordt dit, daar de dichtheid bij de vermenigvuldiging gelijk blijft en dus ω dezelfde waarde behoudt,

$$\varphi_{\kappa} = (\kappa V\omega)^{\kappa(x+y)\nu},$$

zodat

$$\begin{aligned} \log \varphi_{\kappa} &= \kappa (x+y)\nu \log (V\omega) + \kappa (x+y)\nu \log \kappa \\ &= \kappa \log \varphi + \kappa (x+y)\nu \log \kappa. \end{aligned}$$

Voor $\kappa = 1 + d\kappa$ wordt dus de toename van $\log \varphi$:

$$d \log \varphi = \log \varphi \cdot d\kappa + (x+y)\nu d\kappa.$$

Vervangt men het linkerlid weer door

$$\frac{\partial \log \varphi}{\partial x} x d\kappa + \frac{\partial \log \varphi}{\partial y} y d\kappa + \frac{\partial \log \varphi}{\partial V} V d\kappa,$$

dan krijgt men:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log \varphi}{\partial V} &= \frac{1}{V} \left(\log \varphi - \frac{\partial \log \varphi}{\partial x} x - \frac{\partial \log \varphi}{\partial y} y + (x+y)\nu \right) \\ &= \frac{1}{V} \left\{ \log \varphi_{1,0} - \left(\frac{\partial \log \varphi}{\partial x} \right)_{1,0} x - \left(\frac{\partial \log \varphi}{\partial y} \right)_{1,0} y + \left(\frac{\partial^2 \log \varphi}{\partial x^2} \right)_{1,0} x^2 \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\partial^2 \log \varphi}{\partial x \partial y} \right)_{1,0} xy + (1 - p + q)\nu \right\}. \end{aligned}$$

Wanneer we nu de voor $\partial \varepsilon_{pot} / \partial V$ en $\partial \log \varphi / \partial V$ gevonden waarden in de formule voor p_l substitueren, gaat deze over in

$$\begin{aligned} p_l &= \frac{1}{V} \left\{ (\varepsilon - \theta \log \varphi)_{1,0} + \left(\frac{\partial (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x} \right)_{1,0} x - \left(\frac{\partial^2 (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x^2} \right)_{1,0} x^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial^2 (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x \partial y} \right)_{1,0} xy + \theta (1 - p + q)\nu \right\}. \end{aligned}$$

Op dezelfde manier wordt de druk rechts

$$p_r = \frac{1}{V} \left\{ (\varepsilon - \theta \log \varphi)_{1,0} + \left(\frac{\partial (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x} \right)_{1,0} + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial^2 (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x^2} \right)_{1,0} p + \theta (1 + p) v \right\}$$

en dus

$$p_l - p_r = \frac{1}{V} \left\{ - \left(\frac{\partial^2 (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x^2} \right)_{1,0} \cdot 2p + \left(\frac{\partial^2 (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x \partial y} \right) q + \right. \\ \left. + \theta (-2p + q) v \right\}.$$

Daar nu volgens de evenwichtsvoorwaarde

$$- \left(\frac{\partial^2 (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x^2} \right)_{1,0} \cdot 2p + \left(\frac{\partial^2 (\varepsilon - \theta \log \varphi)}{\partial x \partial y} \right)_{1,0} = \theta \cdot 2pv,$$

vallen de differentiaalquotienten uit de uitdrukking voor de osmotische druk weg en wordt deze

$$p_l - p_r = \frac{\theta q v}{V}.$$

Nu is $\theta v = RT$, dus

$$p_l - p_r = \frac{RTq}{V},$$

of, in de notatie van de eerste paragrafen:

$$P = \frac{RTx}{V}.$$

PROEVEN OVER HET TRAAAGHEIDSMOMENT MET BEHULP VAN TORSIETRILLINGEN

door H. J. OOSTING

Résumé.

Deux méthodes pour vérifier par des vibrations de torsion que le moment d'inertie d'un point matériel par rapport à un axe est proportionnel à mr^2 , sans que la période de la vibration doive être mesurée.

1. In de Ann. d. Phys. u. Chemie, Neue Folge **33**, 415, 1888, heb ik twee methoden beschreven ter verkrijging van de figuren van *Lissajous*. Bij de eerste methode worden in plaats van de twee stemvorken van *Lissajous* twee gelijke torsie-apparaten gebruikt. Elk apparaat bestaat uit een dunnen staaldraad, waaraan in het midden loodrecht op den draad het midden van een metalen staafje is bevestigd en een spiegeltje in het vlak van den draad en het staafje. De uiteinden van den draad zijn vastgezet tusschen de beenen van een vorkvormig lichaam, dat in een statiefje wordt geplaatst. Geeft men het staafje een afwijking uit zijn stand in een vlak loodrecht op den draad, dan ontstaat een trilling door de torsie van den draad. Staat bij het eene apparaat het trillingsvlak horizontaal, bij het andere verticaal, dan kan men met een lichtbundel op de bekende wijze op een scherm de ellips of een schuine lijn verkrijgen en door het aanbrengen van verplaatsbare gewichtjes op het staafje van het eene apparaat andere figuren van *Lissajous*. Deze apparaten zijn natuurlijk ook te gebruiken voor de combinatie van trillingen in dezelfde richting.

Nadat ik voor de figuren van *Lissajous* een ander torsie-apparaat had bedacht, waarbij één apparaat de beide trillingen geeft ¹⁾, heb ik de twee genoemde apparaten verder alleen gebruikt voor het tweede doel, o.a. voor zwevingen. Dezelfde apparaten, geconstrueerd met langere staven (fig. 1), zijn te gebruiken voor de *demonstratie van de evenredigheid van het traagheidsmoment van een stoffelijk punt ten opzichte van een as met mr^2 , zonder de meting van den trillingstijd* Daarvoor kunnen wij nemen 4 gelijke gewichtjes en 2 met een viermaal grootere massa. Stel, dat de appa-

1) Zs. f. d. physik. u. chem. Unterr. **28**, 126, 1915.

raten zuiver gelijk zijn. Staan de twee trillingen loodrecht op elkaar, dan geven zij, onbelast, bij de projectie een ellips of een schuine lijn. Plaatst men dan bij elk apparaat op de einden der staven gelijke gewichten, dan krijgt men weer een ellips of een schuine lijn, en

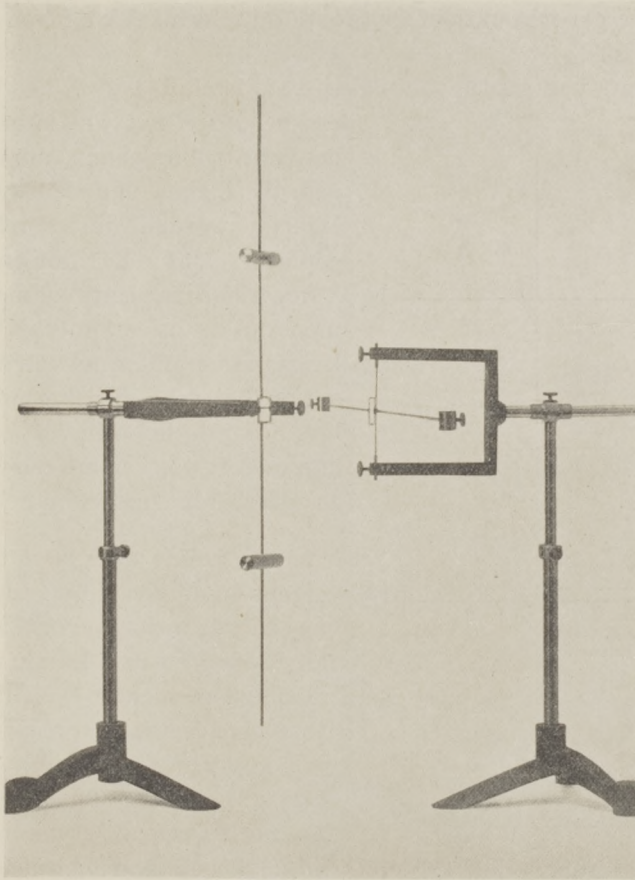


Fig. 1.
Proef traagheidsmoment.

eveneens wanneer bij het eene apparaat de kleine gewichten vervangen worden door die met een viermaal grootere massa met het midden geplaatst op een tweemaal kleineren afstand van de as van den torsiedraad.

Daar de apparaten allicht zonder belasting niet zuiver gelijk zijn,

is het beter bij het eene apparaat eerst de kleine gewichten aan te brengen en bij het tweede apparaat de kleine gewichten zoo te plaatsen, dat men bij de combinatie der trillingen de ellips of de schuine lijn krijgt zonder of met een zeer langzaam verloop. Het tweede apparaat laat men dan onveranderd en bij het eerste vervangt men de kleine gewichten door de groote op tweemaal kleineren afstand van de as.

Inplaats van gebruik te maken van de ellips van *Lissajous*

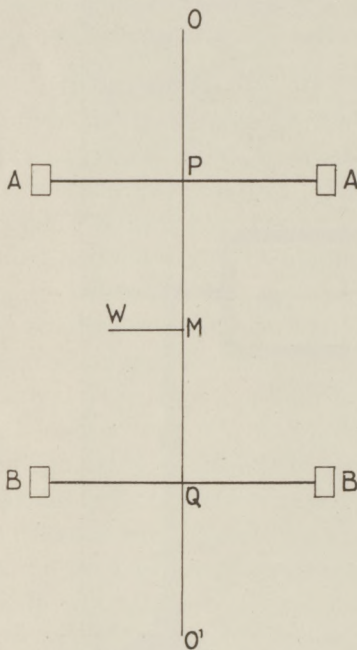


Fig. 2.

Proef traagheidsmoment,

ter beoordeeling van de gelijkheid der twee trillingstijden, kan men ook gebruik maken van de zwevingen. Daartoe worden de toestellen zoo geplaatst, dat de trillingen in dezelfde richting plaats hebben en let men op de onveranderlijkheid (of langzameverandering) van de lengte der op het scherm gevormde lichtlijn. Staat de lichtlijn verticaal, dan kan men er nog een om een verticale as draibaren spiegel bij gebruiken.

2. Hetzelfde doel is te bereiken volgens een andere methode, waarvan ik het principe ontleend heb aan een proef van *Skinner* over traagheidsmomenten¹⁾ en die ik heb uitgevoerd met mijn torsie-apparaat voor koppelingsproeven²⁾. Daarbij is (fig. 2) aan een statief een staaldraad OO' verticaal gespannen. Aan

den staaldraad zijn in P en Q op gelijke afstanden van de einden gelijke horizontale staven aangebracht. Op de einden der staven zijn de gelijke gewichten AA BB geklemd. Geeft men aan de staven gelijke tegengestelde horizontale afwijkingen en laat men ze dan tegelijkertijd los, dan blijft het midden M van den staaldraad in rust, wat men kan constateeren aan een in M aangebrachten wijzer W ,

1) Nature Febr. 5, 1903, p. 333, Physic. Soc. Jan. 23.

2) Zie: Zs. f. d. physik. u. chem. Unterr. 1915; de Natuur 1915 en mijne Handleiding bij het Instrumentarium voor proeven over elektrische trillingen en de grondslagen der Radiotelegraphie, Firma P. M. T a m s o n, 1927.

Vervangt men dan de gelijke gewichten op één der staven door viermaal zwaardere op tweemaal kleineren afstand van $O O'$, dan moet bij herhaling der proef de wijzer weer in rust blijven. Voor de uitvoering der proef is (fig. 3) aan het statief een messingdraad ver-

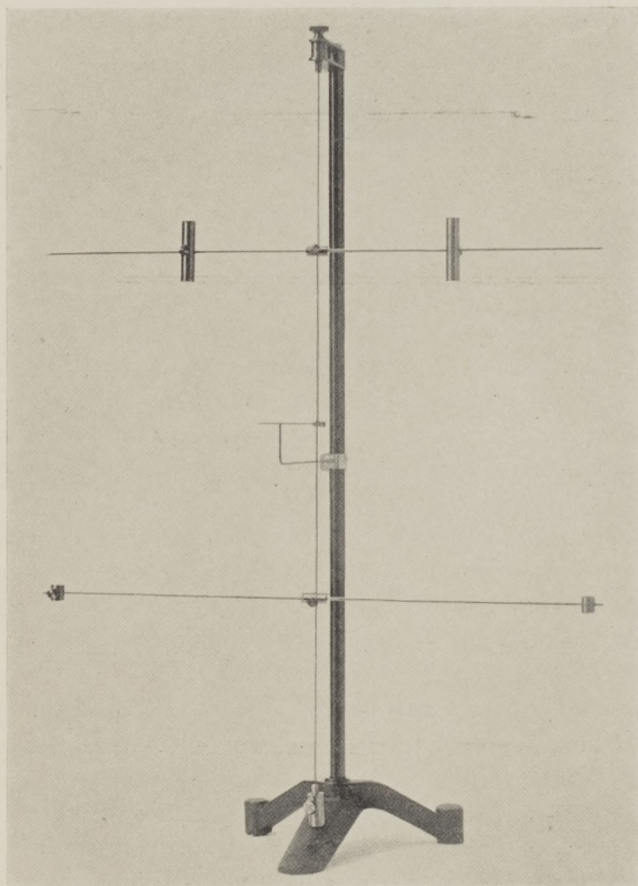


Fig. 3.
Proef traagheidsmonument.

schuifbaar en draaibaar aangebracht, die zoo geplaatst wordt, dat zijn eind juist onder of boven den wijzer staat, zoodat hij een merk vormt voor den stand van den wijzer ¹⁾.

1) De beschreven toestellen worden geleverd door de firma P. M. T a m s o n, Nieuwstraat, den Haag.

ELECTROMAGNETISCH INGERICHTE APPARATEN VOOR TORSIETRILLINGEN

door H. J. OOSTING

Résumé.

Des appareils de torsion dont la vibration est entretenue électromagnétiquement, pour les figures de *Lissajous*, mais surtout pour la combinaison de deux vibrations dans la même direction.

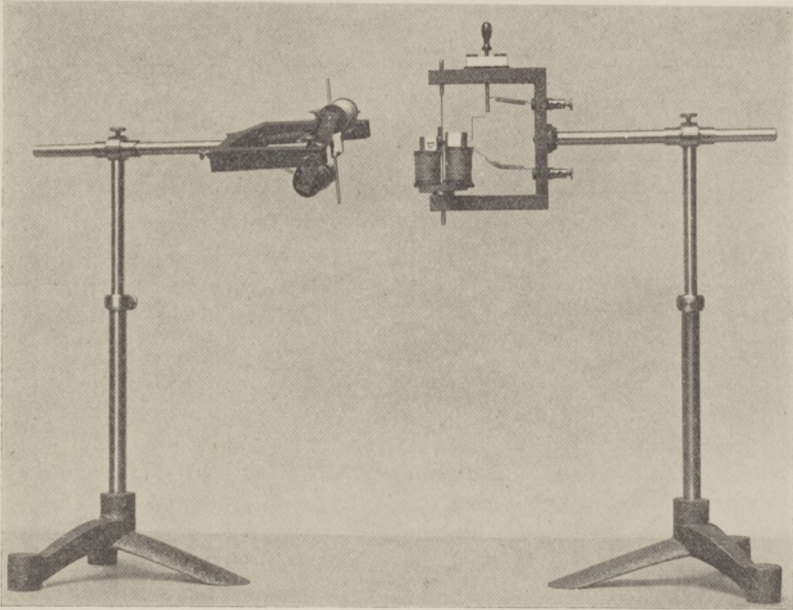
In 1888 heb ik twee methoden beschreven ¹⁾ ter verkrijging van de figuren van *Lissajous*. Bij de eerste methode worden twee gelijke torsie-apparaten gebruikt, die ook geschikt zijn voor de combinatie van trillingen in dezelfde richting. In 1895 heb ik een eenvoudige constructie aangegeven met veeren ²⁾. Later heb ik toestellen met veeren laten maken, waarbij de trilling electromagnetisch onderhouden wordt. Deze hebben mij niet geheel voldaan. Bij deze toestellen wordt de trilling sterk op de tafel overgebracht, waardoor het eene apparaat invloed heeft op het andere. Bovendien trad bij de veeren allicht een zwakke trilling op van groote frequentie loodrecht op de normale trilling.

Ik heb nu de bovengenoemde torsie-apparaten electromagnetisch laten inrichten (zie de figuur) en deze toestellen voldoen zeer goed. Zij brengen hunne trilling praktisch niet op de tafel over, geven een zuivere enkelvoudige trilling en maken zoo goed als geen geruisch. Het contact voor het sluiten en verbreken van den stroom voor den electromagneet is verkregen doordat aan den achterkant van het spiegeltje een platinadraad aangebracht is, die bij de trilling contact maakt tegen een tweeden platinadraad loodrecht geplaatst op den eersten. Het contact is regelbaar door verstelling van den tweeden draad, in de photo zichtbaar bij het rechtsche apparaat. Deze toestellen zijn in 't bijzonder aan te bevelen voor trillingen in dezelfde

1) Ann. d. Phys. u. Chem. Neue Folge 33, 415, 1888. Zie ook het voorgaande stuk Physica 11, 56, 1931.

2) Zs. f. d. phys. u. chem. Unterr. 8, 189, 1895.

richting. Zonder belasting zijn de twee trillingstijden nagenoeg gelijk. Voor zwevingen kan men op het eene staafje een spiraaltje van



koperdraad schuiven. Door het aanbrengen van twee kleine gewichtjes op het staafje van het eene apparaat kan men den trillingstijd daarvan 2 of $\frac{3}{2}$ maal grooter maken ¹⁾.

1) De toestellen worden geleverd door de firma P. M. T a m s o n, Nieuwstraat, den Haag.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN ¹⁾

- J. Postma, Radiogolven en lampen, (Stof en trillingen Dl. 2), 157 blz., 61 fig. — Van Gorkum. Assen. 1932. Prijs f 4.90.
- Sir James Jeans, Les étoiles dans leurs courses, traduit de l'Anglais par A. Sallin, 205 blz., vele fig. — Hermann. Paris. 1932. Prijs frs. 35.
- Pierre Auger, L'effet photo-électrique des rayons X dans les gaz, 27 blz., 14 fig. — Hermann. Paris. 1913. Prijs frs. 5.
- M. J. J. Trillat, Les applications des rayons X à l'étude des composés organiques, 23 blz., 9 fig. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 5.
- Francis Perrin, Fluorescence durée élémentaire d'émission lumineuse, 44 blz. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 5.
- M. J. J. Trillat, L'état liquide et les états mésomorphes, 24 blz., 12 fig. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 5.
- M. René Audubert, Les piles sensibles à l'action de la lumière, leur mécanisme et leurs applications, 47 blz., 17 fig. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 8.
- Eugène Darmois, L'Hydrogène est un mélange ortho et para hydrogène, 23 blz. 2 fig. — Hermann. Paris 1931. Prijs frs. 5.
- Ph. le Corbeiller, Les systèmes autoentretenus et les oscillations de relaxation, 46 blz., 37 fig. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 8.
- F. Bedeau, Le quartz piézo-electrique, ses applications à la T. S. F., 31 blz., 21 fig. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 5.
- Maurice de Broglie, Les récents progrès de la désintégration artificielle des éléments par bombardement de rayons alpha, 32 blz., 19 fig. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 5.
- E. W. Hobson, The theory of spherical and ellipsoidal harmonics, 500 blz. — Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 37/6. net.
- G. Gamow, Der Bau des Atomkerns und die Radioaktivität, ins Deutsche übertragen von C. und F. Houtermans, 147 blz., 41 fig. — Hirzel. Leipzig. 1932. Prijs R.M. 10.
- Sir Napier Shaw, Manual of Meteorology, Volume 4, Meteorological Calculus: Pressure and Wind, 359 blz., 75 fig. — Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 30 sh. net.
- Arnold Sommerfeld, Atombau und Spektralliniën, I Band, 5 umgearbeitete Auflage, 734 blz., 151 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1931. Prijs R.M. 29, geb. R.M. 31.60.
- E. G. Coker and L. N. G. Filon, A Treatise on Photo-Elasticity 720 blz., vele fig. — Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 50 sh. net.

1) De Redactie behoudt zich het recht voor, aan de boeken een bespreking te wijden, of het bij een enkele aankondiging te laten.

Richard Fleischer und Horst Teichmann, Die lichtelektrische Zelle und ihre Herstellung, Wissenschaftliche Forschungsberichte, Naturwissenschaftliche Reihe, Bd. 27, 175 blz., 200 fig. — Steinkopff. Dresden und Leipzig. 1932. Prijs RM. 12, geb. R.M. 13.20.

H. B. G. Casimir, Rotation of a rigid body in quantum mechanics, 112 blz. — Wolters. Groningen. Den Haag. 1931. Prijs f 3.50.

BOEKBESPREKING

Sir James Jeans, The mysterious Universe, 142 blz. — Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 2 sh. net.

Tusschen November 1930 en September 1931 werden ongeveer 100.000 exemplaren van bovenstaand werkje verkocht. Het ligt nu voor ons in een ander gewaad, n.l. in dat van een goedkoopere 2 shilling editie en vraagt opnieuw om een geleidwoord. Eigenlijk spreken de genoemde getallen voor zich zelf en behoeft er niets aan toegevoegd te worden. Onwillekeurig vraagt men zich echter toch af, waaraan het boekje dit, voor een populair-wetenschappelijk werk exceptioneel, succes te danken heeft. Het komt mij voor, dat hier twee factoren in samenwerken. Vooreerst is het werk „zeitgemäss”. Wij hooren in krantenberichtjes en in tal van min of meer geslaagde artikelen in populaire tijdschriften de laatste jaren zoovele wonderlijke uitspraken, die op onze verbeelding werken, over vernietiging der materie, relativiteit, photonen, protonen, golfmechanica, opheffing der strenge causaliteit en wat niet al, vaak vergezeld van beschouwingen over den radicalen omkeer in onze natuurwetenschappelijke inzichten. Niet enkel de ernstige amateur, ook vele afgestudeerde, in de klassieke opvattingen opgegroeide ingenieurs, chemici, leeraren in wis- en natuurkunde e tutti quanti, wien het aan tijd of gelegenheid ontbroken heeft om voeling te blijven houden met de voorposten van het triumpherend leger der mannen van wetenschap, waar zij toch ook toe behooren, wenschen op de hoogte te komen van hetgeen bereikt werd. Wie moet als voorlichter dienen? Liefst een der voormannen. En hiertoe behoort *J e a n s* zonder twijfel. Bovendien — en dit is de tweede factor — *J e a n s* schrijft vlot. Zijn beelden pakken. Hij is nergens onbeduidend. Kortom: *J e a n s* kan geven wat het publiek vraagt en geeft het. De wet van vraag en aanbod verklaart de rest.

Voor mijn indruk van het werk verwijs ik naar mijn bespreking bij het eerste verschijnen, in *Physica*, 11de jaargang, blz. 59. Alleen moet ik vermelden, dat deze nieuwe editie een verbeterde uitgaaf is, die enkele nieuwe bladzijden telt en waarin een aantal min of meer duistere passages door andere vervangen zijn. In het bijzonder hebben de beschouwingen over de doordringende, kosmische straling hierdoor gewonnen. Het eenige minder gelukkige punt lijkt mij de moeite, die *J e a n s* zich geeft, om te ontkomen aan de consequenties voor den tijdschaal, welke voortvloeien uit de theorie van het uitdijend heelal van *L e m a î t r e* en *D e S i t t e r*. De beschouwingen van *Z w i c k y*, waarop hij zich beroept, kunnen niet aanvaard worden en zijn trouwens, naar ik meen, door *Z w i c k y* teruggenomen.

De eerste hoofdstukken vormen a. h. w. een inleiding en voorbereiding tot het laatste, filosofisch getinte hoofdstuk, waarmede *J e a n s*, naar hij zelf opmerkt, buiten zijn eigenlijk terrein komt. Over den inhoud van dit hoofdstuk kan men zeker met den schrijver van meening verschillen, maar nergens zal men hem bewondering kunnen onthouden voor de meesterlijke wijze, waarop hier vraagstukken van de diepste strekking behandeld worden, waardoor het hem gelukt overal leesbaar en boeiend, zcoäl niet origineel te blijven.

Ondanks de lagere prijs voldoen de papiersoort, de druk en de illustratie aan hooge eischen. H. GR.

Sir James Jeans, Le mysterieux Univers, traduit de l'Anglais par M. Billaudel et J. Rossignol, 172 blz. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 35.

De Fransche vertaling van het hierboven aangekondigd werk van *J e a n s* mag zeer geslaagd heeten. Over het algemeen bestaat er geen reden na hetgeen bij de bespreking van de Engelsche uitgave reeds gezegd is, hier iets aan toe te voegen. Alleen moet mij van het hart, dat de platen bij de reproductie, vermoedelijk door de papiersoort, zeer geleden hebben. De beeltenis van *J e a n s*, die voorin prijkt, kan ons hier niet voor schadeloos stellen. De vertaling berust op de 1ste Engelsche editie, er zijn dus nog geen aanvullingen en verbeteringen in aangebracht. H. GR.

MEDEDEELINGEN

NEDERLANDSCH-AMERIKAANSCH FUNDATIE

De Wetenschappelijke Commissie der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie verzoekt studenten aan de Nederlandsche Universiteiten en Hoogescholen (met inbegrip van pas afgestudeerden), die in 1932 gedurende eenige maanden hunne studiën zouden wenschen voort te zetten in de Vereenigde Staten, zich, met opgave van hun tot dusver afgelegde studiën en met een omschrijving van hun studieplan in Amerika, onder overlegging van aanbeveling, vóór 20 Februari a.s. schriftelijk aan te melden bij Prof. Dr. H. A. Brouwer, Geologisch Instituut der Universiteit van Amsterdam, Nieuwe Achtergracht 125.

Aan een beperkt aantal wordt door de Fundatie steun verleend, welke in hoofdzaak uit vergoeding der reiskosten zal bestaan. Ook voor studeerenden, die geen subsidie begeeren, bestaat gelegenheid om van de aanbevelingen der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie gebruik te maken.

In verband hiermede wordt verzocht tevens op te geven of een uitzending al dan niet van het verlenen eener subsidie afhankelijk wordt gesteld.

NIEUWE METINGEN OVER DE DOORSLAGSPANNINGEN VAN EDELGASSEN¹⁾

door F. M. PENNING

Summary:

§ 1. The starting potential V_D of a glow discharge in a noble gas is reduced to a much lower value by the addition of a small amount of another gas if the ionisation potential of this admixture is lower than the first excitation potential of the main gas. In earlier work one exception of this rule was found (*Ar—NO*); more recent experiments show, however, that this discrepancy was due to the absorption of *NO* by the highly outgassed iron electrodes. In fact *NO* decreases the sparking potential of *Ar* considerably.

§ 2. The increase of the starting potential with parallel plane electrodes of a *Ne—Xe* or *Ne—Ar* mixture by irradiation is measured as a function of the percentage of admixture ϱ and of the irradiation intensity \mathcal{L} , the gaspressure being kept constant (Fig. 1). It is shown, theoretically and experimentally, that to a first approximation the curve for $V_D = f(\log \varrho)$ is displaced parallel to itself by irradiation (Fig. 2, Fig. 3). Calling ϱ and ϱ_0 the admixtures for the same value of V_D with irradiation intensity \mathcal{L} , resp. 0, the following relation should hold: $\varrho/\varrho_0 - 1 = \text{const.} \times \mathcal{L}$, the constant being independent of the kind of admixture. Fig. 4 (\mathcal{L} constant, logarithmic in ϱ_0) and Fig. 5 (ϱ_0 constant) show how far this is the case. The same argument holds for the starting potential between a cylinder and a wire if measured in the same tube and at the same pressure independent of the polarity (Fig. 6).

§ 3. The starting potential for neon with about 1% helium between plane iron electrodes of 8 cm diameter (D) and 2 cm distance (d) (Fig. 7) is measured as a function of $p_0 d$ (p_0 = pressure reduced to 0° C) (Fig. 8). The lower values of V_D obtained in earlier (unpublished) measurements ($D = 2,5$ cm; $d = 0,1$ cm) are ascribed at least partly to the larger value of D/d . The distance of 2 cm as used, is probably still too large and new experiments with $d = 0,5$ cm are in course. In Fig. 9 the results of other observers are also given (comp. the Table).

§ 4. Measurements with helium at low values of $p_0 d$ are described (Fig. 10). The curve for $V_D = f(p_0 d)$ has a remarkable form (Fig. 11). This is due

1) Voordracht gehouden voor de Ned. Natuurkundige Vereeniging op 31 October 1931.
Physica XII.

to the presence of a maximum at a certain electron velocity in the ionisation probability. When in the tube used this maximum is surpassed the ionisation decreases and consequently the curve of Fig. 11 has at *B* a minimum with respect to p_0d or d . Between *BC* and *CD* the potential should be *decreased* to start the discharge. The fact, that in this region the discharge may be stopped by increasing the potentiometer voltage is explained in the same way.

§ 1. Inleiding.

Wanneer men aan een edelgas een zeer kleine hoeveelheid (b.v. 0,01%) van een ander gas toevoegt waarvan de ionisatiespanning (V'_i) kleiner is dan de aanslagspanning V_{met} der metastabiele niveau's van het hoofdgas, dus

$$V'_i < V_{met} \quad (1)$$

dan wordt de doorslagspanning bij geschikte waarden van den gasdruk aanzienlijk lager. Deze verlaging komt tot stand, doordat de metastabiele atomen van het hoofdgas de moleculen van het bijmengsel ioniseren¹⁾. Op dezen regel werd tot nu toe slechts één uitzondering geconstateerd, nl. bij de toevoeging van *NO* ($V'_i = 9,5$ Volt)²⁾ aan *Ar* ($V_{met} = 11,5$ Volt). Thans is echter on-dubbelzinnig vastgesteld, dat deze uitzondering slechts een schijnbare was: bij de eerste proeven werd het *NO* door de te voren in vacuum sterk ontgaste ijzerelectroden weggenomen. Wanneer de elektroden evenwel van te voren met *NO* waren verzadigd trad bij toevoeging van *NO* aan het argon de verwachte verlaging van V_D op. In een buisje met vlakke elektroden op een afstand $d = 1$ cm en een *Ar*-druk van 14 mm zakte V_D bij toevoeging van 0,1% *NO* van 500 op 250 Volt³⁾.

Een andere bevestiging van de juistheid der theorie werd gevonden in de verhooging der doorslagspanning van *Ne-Ar*-mengsels door bestraling met het licht van een neonzuil⁴⁾. Dit verschijnsel is vroeger reeds onderzocht als functie van de lichtintensiteit, van den gasdruk en van het bijmengsel. Bij elk dezer drie series metingen werden echter de andere parameters constant gehouden. Gelijk uit het volgende zal blijken was het van belang ook me-

1) F. M. Penning, *Physica* **7**, 321, 1927.

2) F. M. Penning, *ZS. f. Phys.* **46**, 335, 1928.

3) Voor nadere bijzonderheden, zie *ZS. f. Phys.* **72**, 338, 1931.

4) F. M. Penning, *Physica* **8**, 129, 1928; **10**, 47, 1930; **11**, 183, 1931; *ZS. f. Phys.* **57**, 723, 1929.

tingen te doen waarbij zowel de grootte van het bijmengsel als de lichtintensiteit over een groot gebied werden gevarieerd. Over deze metingen zal allereerst iets worden meegedeeld.

§ 2. *Verhoging van de doorslagspanning door bestraling.*

De gebruikte doorslagbuis was van het gewone type: de elektroden waren evenwijdige ijzerplaatjes van $2\frac{1}{2}$ cm diameter op een afstand van 3 cm, het bijmengsel werd gevarieerd door achtereenvolgens uit van te voren gevulde reservoirs („bolcapillairs”) verschillende hoeveelheden *Ar* of *Xe* toe te laten, de lichtintensiteit werd veranderd door van een zuilbuis met 6 windingen, die zich om de doorslagbuis heen bevond, een verschillend aantal windingen te bedekken of den zuilstroom te variëren¹⁾. Om temperatuursverhoging in de doorslagbuis te voorkomen, bevond de geheele opstelling zich in een bak met water die op de potentiaal van de kathode der doorslagbuis werd gehouden. De reservoirs

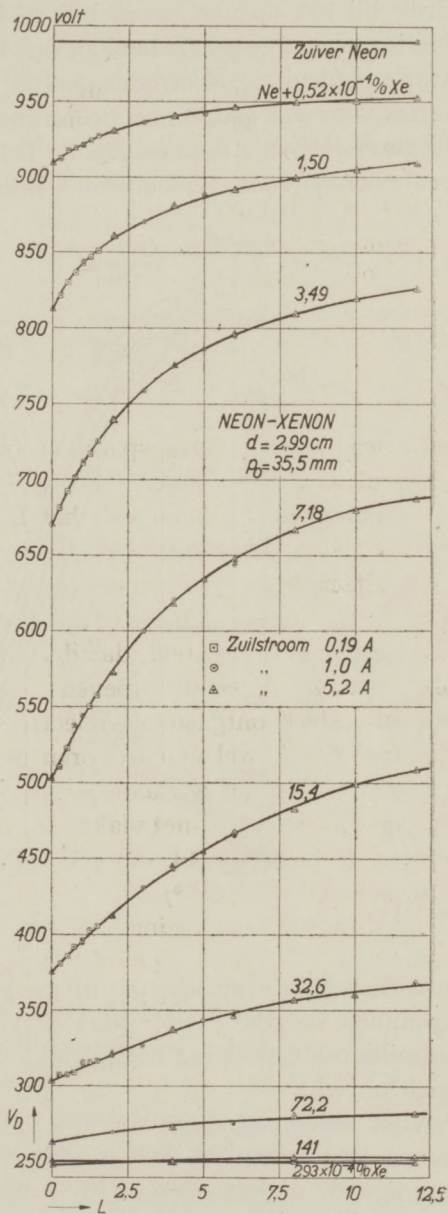


Fig. 1.

1) Voor nadere bijzonderheden zie ZS. f. Phys. 57, 723, 1929.

met bijmengsel waren zoo klein dat de verandering van den neondruk bij het openen ervan buiten beschouwing kon blijven, alle metingen van een serie hebben dus betrekking op dezelfde waarde van $p_0 d$ (druk \times elektrodenafstand). De resultaten van een dezer series voor $p_0 d = 106 \text{ mm} \times \text{cm}$ met Xe-bijmengsels zijn in fig. 1 uitgezet. (V_D als functie van de lichtintensiteit L in willekeurige eenheden¹⁾ voor verschillende bijmengsels). Uit fig. 1 zijn de

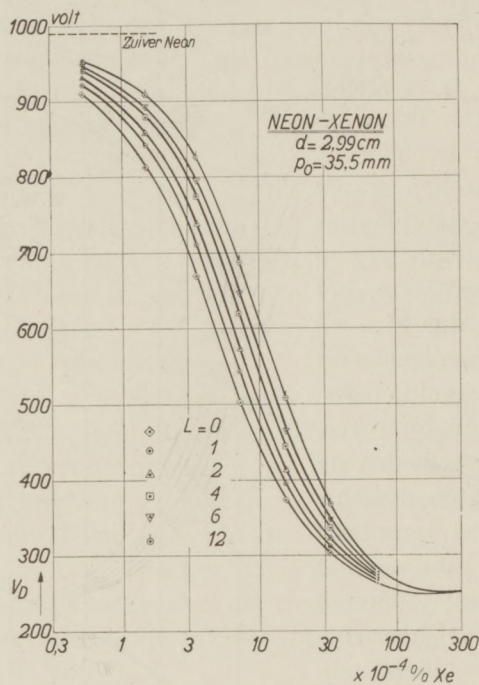


Fig. 2.

krommen van fig. 2 afgeleid (V_D als functie van het bijmengsel ρ in millioenste deelen voor verschillende lichtintensiteiten; semilogaritmisch).

Voor een meer quantitative toetsing van de theorie kan de volgende berekening dienen. We voeren daarbij enkele vereenvoudigende onderstellingen in en wel rekenen we slechts met één metastabiel niveau, terwijl er in werkelijkheid twee zijn, verder nemen we aan dat de in aanmerking komende emissielijnen van de

1) De hier gekozen eenheid is ca. $0,3 \times$ de in de laatstgenoemde publicatie gebruikte.

bestralende zuilbuis zeer breed zijn t. o. v. de overeenkomstige absorptielijnen voor de doorslagbuis.

Metastabiele atomen kunnen op verschillende wijzen in den normaaltoestand terugkeren ¹⁾. Voor elk van de processen voeren we de kans per seconde in; is deze voor een bepaald proces $k \text{ sec}^{-1}$ dan is de kans dat dit proces in een tijd dt optreedt $k dt$. De volgende vernietigingsmogelijkheden komen in aanmerking:

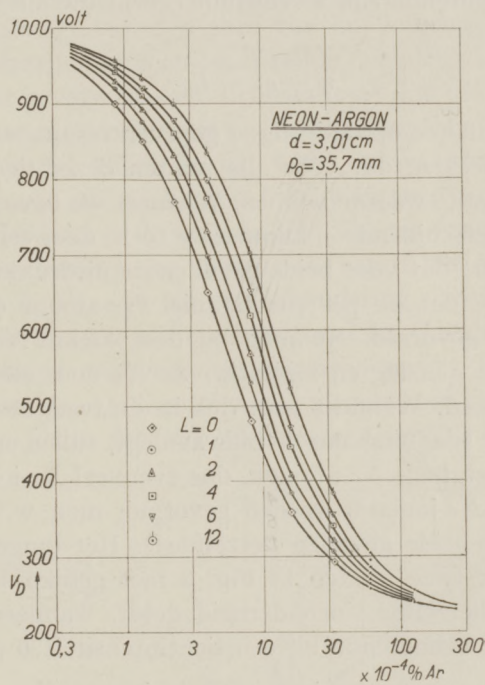


Fig. 3.

- 1) Door stoot tegen de wanden. Bij de gebruikte hoge drukken zal de invloed hiervan gering zijn.
- 2) Door stoot met een ander neonatoom, kans voor de processen 1 en 2 samen: $n \text{ sec}^{-1}$.
- 3) Door stoot met een molecuul van het bijmengsel, kans: $\rho i \text{ sec}^{-1}$ waarbij ρ het bijmengsel (uitgedrukt in millioenste deelen) voorstelt en i de kans voor 1 millioenste deel.

1) Vgl. H. B. Dorgelo en T. P. K. Washington, Versl. Amsterdam **35**, 1009, 1927.

4) Door bestraling met neonlicht, kans: $Ls \text{ sec}^{-1}$, wanneer L de lichtintensiteit is en s de kans voor een lichtintensiteit 1.

Bij vernietiging van een metastabiel atoom door een molecuul van het bijmengsel dat aan voorwaarde (1) voldoet, wordt dit laatste waarschijnlijk geïoniseerd, we stellen de kans op vernietiging door deze oorzaak gelijk aan de kans voor de vorming van een ion van het bijmengsel. De waarschijnlijkheid dat een metastabiel atoom gedurende zijn levensduur een nieuw ion vormt is dus:

$$\frac{qi}{n + qi + Ls} \quad (2)$$

We passen dit toe op de in fig. 2 gegeven resultaten, waarbij we allereerst opmerken, dat voor alle punten dezer figuur n , i en s dezelfde constante waarde hebben. Wanneer we twee gevallen vergelijken met verschillende q , kunnen we toch, door een juiste keuze van L bereiken, dat voor beide gevallen de uitdrukking (2) gelijk wordt, d. w. z. dat er per metastabiel Ne -atoom evenveel Xe -ionen worden gevormd. Nu mag bij deze kleine Xe -percentages rechtstreeksche aanslag en ionisatie van Xe door electronen worden verwaarloosd. Wanneer men dus in de twee beschouwde gevallen dezelfde spanning aan de buis aanlegt, zullen er per electron evenveel metastabiele Ne -atomen, dus evenveel Xe -ionen en eveneens evenveel Ne -ionen¹⁾ worden gevormd, m. a. w. de doorslagspanning is in beide gevallen hetzelfde²⁾. Het omgekeerde geldt eveneens: voor twee punten in Fig. 2 met gelijke V_D is de uitdrukking (2) hetzelfde; inzonderheid geldt, wanneer we met q_0 het bijmengsel behorende bij een lichtintensiteit 0 aanduiden:

$$\frac{qi}{n + qi + Ls} = \frac{q_0i}{n + q_0i}$$

waaruit volgt:

$$\frac{q}{q_0} = 1 + \frac{Ls}{n} \quad (3)$$

zoodat men in de semilogarithmische grafiek (fig. 2) de verschillende krommen door horizontale verschuiving moet kunnen laten

1) We laten hierbij de ladingsoverdracht van neonionen aan atomen van het bijmengsel buiten beschouwing. In verband met de geringe waarschijnlijkheid voor dit effect en de kleine percentages bijmengsel is dit geoorloofd.

2) Het principe van deze methode is reeds vroeger aangegeven: *ZS. f. Phys.* **57**, 723, 1929; vgl. *Physica* **10**, 47, 1930.

samenvallen. Inderdaad blijkt dit ongeveer het geval te zijn. Men kan de door vgl. (3) uitgedrukte eigenschap ook aldus uitdrukken: bestraling met een lichtintensiteit L heeft hetzelfde effect als een verkleining van het bijmengselpercentage met een factor $(1 + Ls/n)$. In het geval van fig. 2 b.v. kan bestraling met een lichtintensiteit 12 beschouwd worden als een vermindering van de hoeveelheid bijmengsel tot op ongeveer de helft van de waarde.

Uit (3) blijkt verder dat de waarde q/q_0 bij een bepaalde waarde van L niet afhangt van den aard van het bijgemengde gas, mits maar V_D in dezelfde buis en bij dezelfde neondruk bepaald wordt, immers in dat geval zijn s en n constant en dus ook q/q_0 . Ook dit komt ongeveer uit, zooals uit de vergelijking van fig. 2 (*Ne-Xe*) met fig. 3 (*Ne-Ar*) blijkt. In fig. 4 zijn de waarden van q/q_0 bij $L = 6$, zooals die uit de figuren 2 en 3 kunnen worden afgeleid, uitgezet. Inderdaad is de waarde van q/q_0 als functie van q_0 ongeveer constant; bij groote bijmengsels wordt het quotiënt echter kleiner, toch is $q/q_0 - 1$ bij een verandering van het bijmengsel met een factor 100 nog niet op de helft gezakt. Ook de waarden voor *Ar* en *Xe* komen ongeveer met elkaar overeen. Tenslotte volgt uit (3) nog dat q/q_0 , als functie van L uitgezet een rechte lijn moet geven. In fig. 5 zijn deze waarden voor *Ar* en *Xe* behorende bij

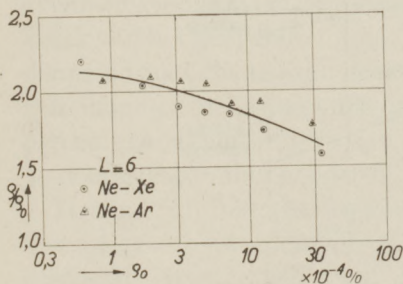


Fig. 4.

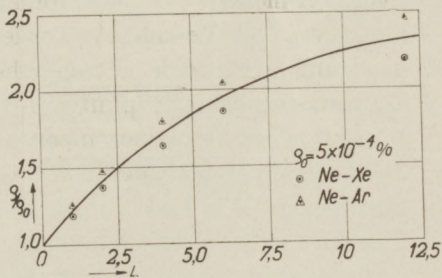


Fig. 5.

$q_0 = 5$ millioenste, zooals die uit vereffende krommen van het type van fig. 4 werden afgelezen, uitgezet. De afwijking van een rechte lijn blijkt, vooral voor groote waarde van L , nogal aanzienlijk.

Bij de vergelijking tusschen de experimenteele en de berekende waarden moet in het oog gehouden worden dat hierbij hooge eischen worden gesteld aan de meting van V_D , een fout van 2%

hierin, die licht kan optreden, geeft in het geval van fig. 4 een fout van 8% in q/q_0 . Verder is de gemaakte berekening heel ruw omdat slechts met één metastabiele toestand rekening gehouden wordt. Toch lijkt het niet waarschijnlijk dat b.v. de kromming van de lijn van fig. 5 geheel op rekening van de vereenvoudigende veronderstellingen kan worden geschoven. Wat dan wel de oorzaak is dient nog nader te worden onderzocht.

Uit hetgeen boven werd opgemerkt volgt reeds, dat we de verhooging der doorslagspanning door bestraling voor verschillende bijgemengde gassen met elkaar kunnen vergelijken zonder dat het noodig is werkelijk bestraling toe te passen. Immers we hebben daartoe niet anders te doen dan V_D als f (bijmengselpercentage) voor die verschillende toevoegingen in eenzelfde buis en voor eenzelfde neondruk te bepalen. De kromme voor een bepaalde lichtintensiteit krijgen we dan door elk der semilogaritmische krommen voor $L = 0$ over eenzelfde bedrag naar rechts te verschuiven. Dát bijgemengde gas waarvoor deze kromme de grootste helling heeft zal dus de grootste verhooging der doorslagspanning door

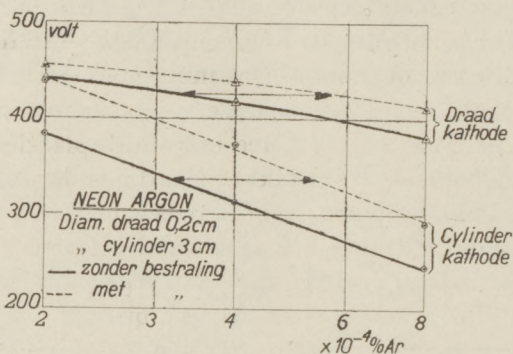


Fig. 6.

bestraling geven; voor het percentage kan men, tenminste bij kleine lichtintensiteiten, het best de waarde kiezen waarbij de semilogaritmische kromme haar buigpunt heeft.

Bij de voorgaande berekening is geen gebruik gemaakt van het feit dat de elektroden vlakke platen zijn, ze moet dus b.v. ook gelden voor een cylinder en een in de as daarvan uitgespannen draad. Voor een dergelijke opstelling blijkt bij hogere druk de doorslagspanning met de cylinder kathode veel sterker door

kleine bijmengsels verlaagd te worden dan met de draad kathode¹⁾; in het eerste geval zal men dus een veel sterkere verhooging door bestraling verwachten. Inderdaad bleek dit het geval. De gebruikte buis had een *Ni*-draad van 0,2 cm en een *Cu*-cilinder van 3 cm diameter als electroden, de cilinder was van gaas teneinde het bestralende licht door te laten. In fig. 6 zijn de semilogaritmische krommen voor de doorslagspanningen in beide richtingen met en zonder licht gegeven. De krommen voor de cilinderkathode hebben veel grotere helling dan die voor de draadkathode, de verschuiving door de belichting is echter voor beide gevallen ongeveer hetzelfde zoodat de verhooging in het eerste geval het grootst is.

§ 3. *De doorslagspanning bij neon tusschen vlakke platen als functie van p_0d .*

Volgens de bekende wet van P a s c h e n is de doorslagspanning V_D van een gas tusschen oneindig groote vlakke platen een functie van het product gasdruk \times electrodenafstand of liever nog van gasdichtheid \times electrodenafstand. Het verloop van deze kromme hangt alleen af van den aard van het gas en het kathodemateriaal. Hierboven en ook in vorige publicaties zijn reeds meermalen resultaten van doorslagspanningsmetingen voor vlakke evenwijdige platen meegedeeld. Deze waren echter steeds afhankelijk van het gebruikte toestel. Meestal werden plaatjes van $2\frac{1}{2}$ cm diameter op 3 cm afstand gebruikt en daarbij is de verhouding van den diameter tot afstand zoo klein, dat een niet te verwaarloozen percentage ladingsdragers aan de glaswand verloren raakt, zoodat de doorslagspanning hooger is dan voor het genoemde ideale geval.

Teneinde dit beter te benaderen en toch bij niet al te hooge drukken tot groote waarden van p_0d te kunnen meten werd het in fig. 7 geschetste toestel gebouwd. De electroden waren vlakke ijzerplaten van 8 cm diameter, 0,2 cm dik. Deze platen werden eerst met de zandstraal schoongemaakt, daarna in een glazen buis (niet die van fig. 7) ingesmolten en hoogfrequent ontgast, vervolgens fungeerde elk der platen geruimen tijd als kathode in een glimontlading door neon van lagen druk waarbij een sterke verstuiwing optrad. Men mag wel aannemen dat het ijzeroppervlak na deze bewerkingen voldoende schoon was. Later werden deze electroden dan ingesmolten in de definitieve glazen ballon die in fig. 7 is

1) F. M. Penning, *Phil. Mag.* **11**, 961, 1931.

afgebeeld. Bij deze bewerking werden de elektroden op de vereischte afstand van 2 cm gehouden door stukjes metaal van de

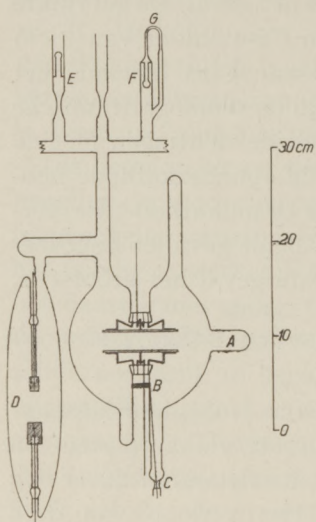


Fig. 7.

een aantal zijbuisjes *E* en *F* die van binnen een dunnen bol vormigen tusschenwand hebben (bolcapillairs). Deze tusschenwand kon door een ijzeren kogeltje worden verbrijzeld. De buisjes *E* dienden om het toestel later weer aan de pomp en vulinrichting te kunnen aansmelten zonder dat er lucht in kwam. De buisjes *F* werden nadat het geheele toestel bij 400°C was geëvacueerd met een zekere hoeveelheid argon gevuld en daarna bij *G* dichtgesmolten; zij dienden voor metingen met neon-argonmengsels, waarop wij in een latere publicatie hopen terug te komen. Na het op temperatuur pompen der buis werden de ijzerplaten en de elektroden der zijbuis hoogfrequent ontgast en het toestel met ca. 250 mm neon gevuld. De laatste sporen onzuiverheid werden uit het gas verwijderd door een boogontlading van 0,5 *A* door de zijbuis *D* te laten gaan (*Ca* kathode), die daarbij ter afkoeling in water stond. Het gelukte op deze wijze voor de doorslagspanning van het neon een constante hoge waarde te krijgen, dat deze inderdaad die voor zeer zuiver neon ¹⁾ was,

1) Onder zuiver neon wordt hier verstaan neon dat geen bijmengsels die aan voorwaarde (1) voldoen bevat. Het eenige gas dat voor zoover mij bekend aan voorwaarde (1)

bleek nog nader uit de genoemde metingen met neon-argonmengsels. Wij gaan hierop echter thans niet verder in.

Bij de eigenlijke metingen stond de buis via een koeler in vloeibare lucht en een kraan met de pompopstelling en een M c L e o d in verbinding. Voor het meten der hoogere drukken bevond zich tusschen de koeler en de kraan een gesloten kwikmanometer.

De spanning werd voor de waarden van V_D beneden 1000 Volt

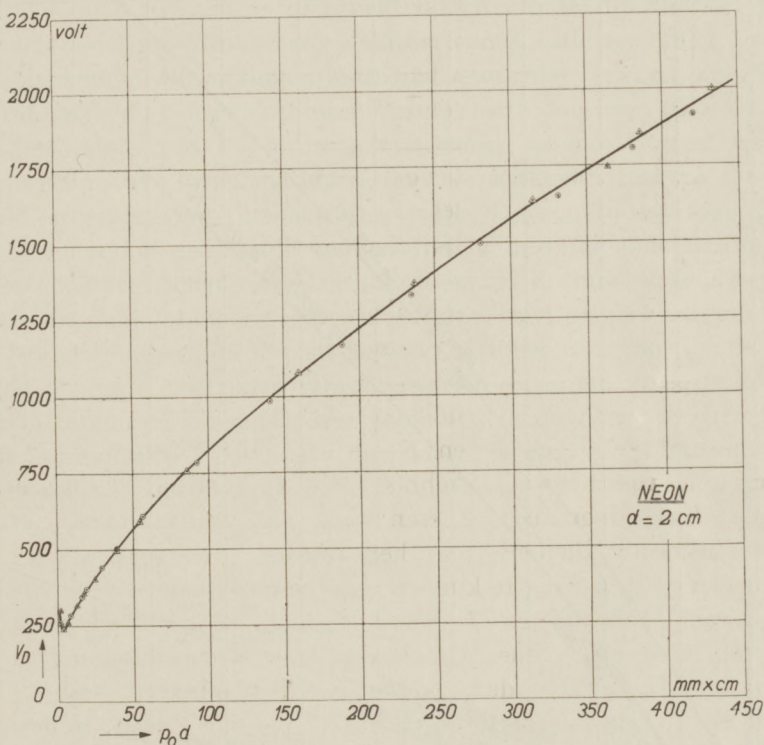


Fig. 8.

door accumulatoren geleverd, daarboven door twee in serie geschakelde gelijkstroom-dynamo's van elk 2000 Volt, de rimpel van de totaalspanning was zeer gering. Aan de buis was een groote weerstand (b.v. 20 MO) voorgeschakeld, de spanning werd afgelezen op een electrostatische voltmeter waarvan de klemmen onmiddellijk met kathode en anode van de doorslagbuis verbonden

niet voldoet is helium, hiervan bevatte het gebruikte neon naar schatting 1%. De invloed hiervan is hoogstwaarschijnlijk te verwaarloozen zooals blijkt naar analogie van het geval 9.9% Ar + 1% Ne (vgl. Fig. 5 in ZS. f. Phys. 46, 335, 1928).

waren. De potentiometerspanning werd zoo lang opgevoerd tot de spanning op de buis door een maximum ging; deze maximum

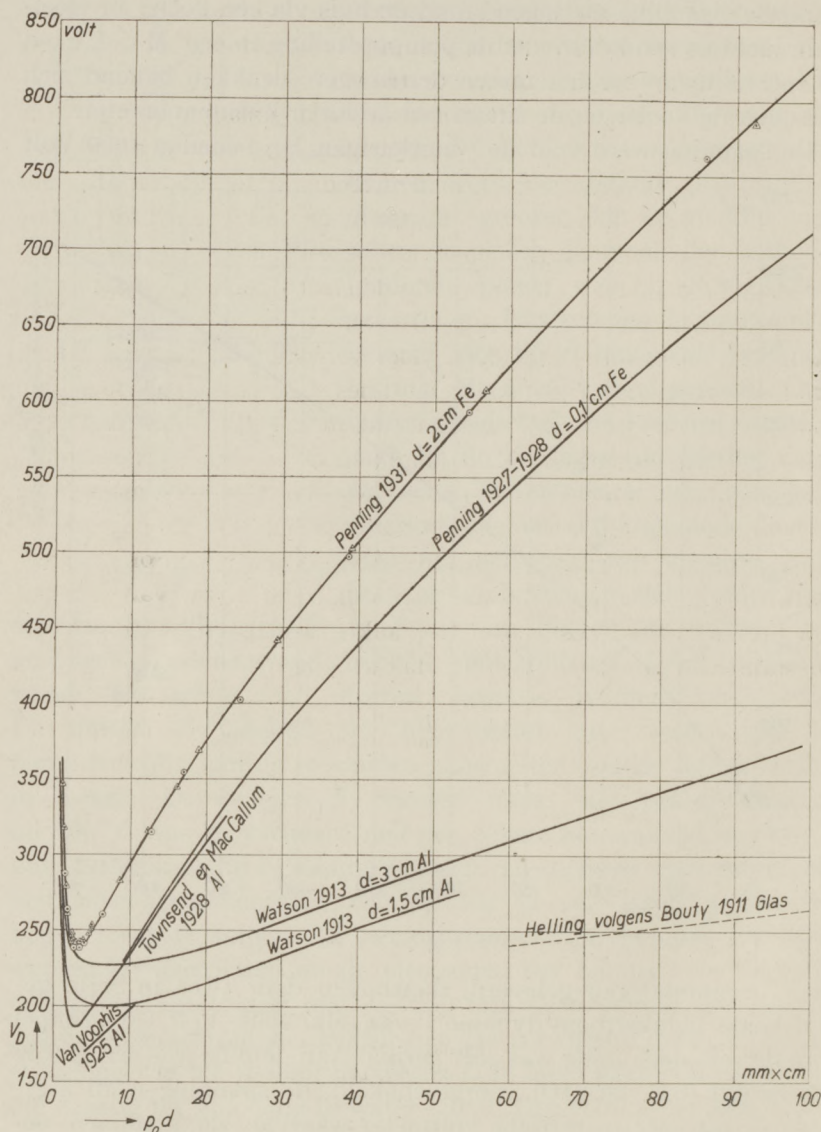


Fig. 9.

waarde is beschouwd als de doorslagspanning. Beneden deze spanning liepen reeds zeer kleine stroomen (10^{-11} tot 10^{-7} A) door de

buis waarvan de oorzaak nog nader onderzocht moet worden ¹⁾. Werden kathode en anode verwisseld dan bleef de doorslagspanning op 1% na hetzelfde. Polarisatie (beïnvloeding der doorslagspanning door een voorafgaande stroomdoorgang in omgekeerde richting) bleek niet op te treden.

De aldus verkregen resultaten voor de doorslagspanning V_D in zuiver neon zijn in fig. 8 als $f(p_0 d)$ uitgezet; p_0 is de druk in mm, herleid op 0° C, dus de dichtheid uitgedrukt in die van het gas bij 0° C en 1 mm druk. Voor waarden van $p_0 d$ kleiner dan 1,6 mm × cm konden de metingen met dit toestel niet worden voortgezet daar de doorslag dan buiten om de elektroden heen plaats had; op bepalingen van V_D in dit gebied komen we in § 4 terug. In de figuur zijn twee series metingen, door verschillende teekens aangeduid, weergegeven; tusschen deze series lag een tijdsverloop van twee maanden gedurende welken tijd in dezelfde buis metingen met neon-argonmengsels plaats hadden, en de buis wegens reparatie eenmaal vol lucht gelaten moest worden. De overeenstemming is bevredigend wanneer men bedenkt dat het zeer moeilijk is bij goed ontgaste elektroden reproduceerbare waarden voor de doorslagspanning te krijgen ²⁾, waarschijnlijk tengevolge van het feit dat het aantal per pos. ion vrijgemaakte electronen sterk van de toestand van het kathode-oppervlak afhangt ³⁾.

Metingen van	Jaartal	D (cm)	d (cm)	D/d	Kathode
Penning . .	1931	8	2	4	Fe
„ ⁴⁾	1927/1928	2,5	0,1	25	Fe
Townsenden					
Mac Callum ⁵⁾	1928	3,5	0,5	7	Ni
van Voorhis ⁶⁾	1925	0,2–0,5			Al
Watson ⁶⁾ . .	1913	5,5	1,5	3,7	Al
Watson ⁷⁾ . .	1913	5,5	3	1,8	Al
Bouty ⁸⁾ . . .	1911				Glas

1) Vgl. Phil. Mag. **11**, 961, 1931.

2) Vgl. B. Frey, Ann. d. Phys. **85**, 381, 1928; F. Levi, Ann. d. Phys. **6**, 409, 1930.

3) F. M. Penning, Proc. Amsterdam **31**, 14, 1928 en **33**, 841, 1930.

4) Niet gepubliceerd.

5) J. S. Townsend en S. P. Mac Callum, Phil. Mag. **6**, 857, 1928. Deze auteurs geven de temperatuur waarbij gemeten werd niet op, bij de omrekening op p_0 voor fig. 9 is gerekend met een temperatuur van 17° C.

6) C. C. v. Voorhis, Phys. Rev. **25**, 583, 1925 (slechts een korte samenvatting).

7) H. E. Watson, Proc. Cambr. Phil. Soc. **17**, 90, 1913.

8) E. Bouty, Ann. de Chim. et de Phys. (8), **23**, 1, 1911.

Met deze omstandigheid dient ook rekening gehouden te worden bij de beoordeeling van fig. 9 waar de metingen van fig. 8 voor kleine waarden van $p_0 d$ vergeleken zijn met vroeger verkregen resultaten. In de tabel vindt men enkele gegevens, o.a. de waarden van het quotiënt van plaatdiameter D en plaatafstand d , hoe grooter dit quotiënt is hoe beter het ideaal van ∞ groote vlakke platen wordt benaderd.

Bij te kleine afstanden dient men echter weer op een ander bezwaar bedacht te zijn, dan kan nl. de veldsterkte aan de scherpe randen der platen te groot worden zoodat men dan daar doorslag kan krijgen bij een spanning die kleiner is dan die voor ∞ groote vlakke platen. Om dit te voorkomen gebruikten Rogowski en Rengier¹⁾ platen waarvan de rand een zoodanig profiel had dat de veldsterkte nergens grooter was dan die tusschen de platen²⁾. Bij de bovenbeschreven metingen was dit niet noodig, visueel kon worden geconstateerd dat de doorslag niet aan den rand maar ergens midden tusschen de platen optrad.

Dichtbij de thans gemeten kromme ligt een andere die het gemiddelde is van vroegere, niet gepubliceerde metingen bij een grootere waarde van D/d ; het neon circuleerde in deze proeven ter zuivering over kool in vloeibare lucht en heet CuO . Waarschijnlijk is het lager liggen van deze kromme, gedeeltelijk althans, aan de grootere waarde van D/d toe te schrijven. In verband daarmee zijn thans nieuwe metingen met $D = 8$ en $d = 0,5$ cm in voorbereiding.

De minimum waarde van V_D hangt sterk af van het kathodemateriaal, bij groote waarden van $p_0 d$ treedt de invloed daarvan hoe langer hoe meer op den achtergrond zoodals b.v. bleek bij niet gepubliceerde metingen met K -kathode³⁾ en zoodals ook theoretisch plausibel te maken is. Bij groote $p_0 d$ wordt de waarde van V_D hoofdzakelijk door de zuiverheidsgraad van het gas bepaald zoodals b.v. blijkt uit de in § 2 gegeven resultaten. Bij de metingen van Bouty (uit wiens publicatie alleen de helling van de lijn is af te leiden) en van Watson moet het gas onzuiver geweest

1) W. Rogowski en H. Rengier, Arch. f. Elektrotechn. **16**, 73, 1926.

2) Berekend volgens J. C. Maxwell, Electricity and Magnetism, 1873, deel I, blz. 246.

3) Vgl. ook E. Bouty, Journ. de Phys. (4), **2**, 401, 1903.

zijn. De resultaten van Townsend en Mac Callum komen goed met de onze voor $d = 0,1$ cm overeen.

§ 4. Metingen bij $p_0 d < (p_0 d)_{min.}$ (Helium).

Voor metingen bij waarden van $p_0 d < (p_0 d)_{min.}$ (de waarde van $p_0 d$ waarbij V_D minimaal is) moet, zooals reeds werd opgemerkt een ander type ontlaadingsbuis worden gebruikt. Deze is in figuur 10 weergegeven. Als electroden dienen de platte eindvlakken van holle ijzeren cilindres C_1 en C_2 die precies in de glazen buis B passen. Beide cilindres kunnen worden verschoven; men kan nu eerst, met de electroden zoo ver mogelijk van elkaar, eenigen tijd een glimontlading laten doorgaan ter reiniging van gas en electroden en daarna voor de eigenlijke metingen, teneinde geen last te hebben van het verschuivingsneerslag op de glaswand, een schoon stuk van de buis uitzoeken. Dank zij het feit dat de cilindres nauw

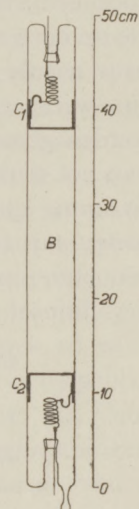


Fig. 10

in de glazen buis passen kunnen inderdaad bij kleine afstanden groote spanningen tot 4000 Volt toe op de buis gezet worden zonder dat doorslag optreedt.

In het algemeen zijn de metingen voor $p_0 d < (p_0 d)_{min.}$ veel slechter reproduceerbaar dan die aan de andere zijde van het minimum. Bij helium varieerden de waarden van V_D in dit gebied soms evenwel op een heel bijzondere manier; V_D was nu eens > 3000 V, dan weer 400 à 500 Volt. Bij nader onderzoek bleek dat de doorslagkromme in dit gebied het in fig. 11 voorgestelde verloop had, d. w. z. bij waarden van d en V rechts van deze kromme treedt doorslag op, bij waarden links ervan niet.

Bij de metingen van fig. 11 was het eenvoudiger d in plaats van p te varieeren; de resultaten voor V_D zijn als $f(d)$ uitgezet. De kromme bestaat uit drie stukken AB , BC en CD . De punten van AB konden op de gewone manier worden bepaald door verhooging van de potentiometerspanning; Het gedeelte CD werd gemeten door te beginnen bij kleine d (b.v. 2 cm) en dan, terwijl de hooge spanning op de buis bleef staan d gaandeweg te vergrooten; voor het optreden van de lage doorslagspanning bestond dan geen gevaar. Daar de doorslag in dit gebied dikwijls sterk vertraagd en daardoor onregelmatig was, werd als doorslagspanning beschouwd de

spanning waarbij een stroom van $1 \mu A$ door de buis ging; de waarde voor een stroom van $0,1 \mu A$ verschilde hiervan slechts weinig. De op deze wijze verkregen resultaten waren vrij goed reproduceerbaar zooals uit de figuur, waarin verschillende reeksen metingen zijn weergegeven, blijkt. De punten op het stuk BC der kromme werden gemeten door eerst op de beschreven manier op een punt van het stuk CD in te stellen, bij verlaging van de potentiometer-spanning ging dan de ontleding uit om bij verdere verlaging opnieuw aan te gaan, de spanning waarbij dit laatste gebeurt geeft een punt op het stuk BC . Men heeft hier dus het merkwaardige verschijnsel dat de ontleding aangaat door *verlaging* der spanning.

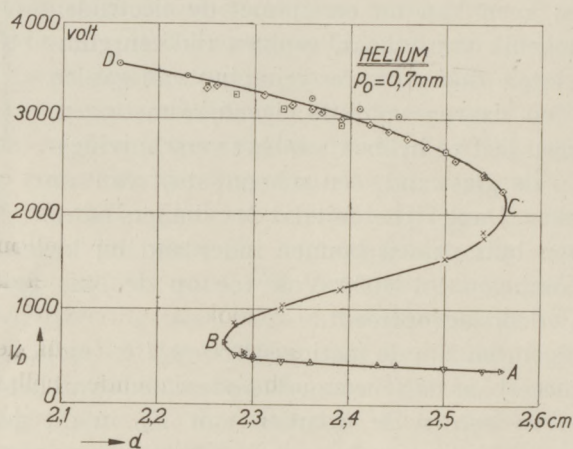


Fig. 11.

De verklaring van het beschreven verloop der doorslagkromme is als volgt. Wanneer een electron de kathode verlaat zal dit op zijn weg naar de anode ioniseeren, de nieuwe gevormde electronen doen dit eveneens, er ontstaat een „electronenlawine”. Zij a het totale aantal electronen dat aan het eene oorspronkelijke electron z'n ontstaan dankt, dan zal volgens Holst en Oosterhuis¹⁾ doorslag optreden wanneer de nieuwgevormde ionen (in totaal eveneens a) samen weer een electron uit de kathode vrijmaken. Is het aantal electronen dat gemiddeld per electron vrijgemaakt wordt γ , dan luidt de voorwaarde voor doorslag dus:

$$a\gamma = 1.$$

1) G. Holst en E. Oosterhuis, Physica 1, 78, 1921; Phil. Mag. 46. 1117, 1923.

Maakt men nu links van het minimum, bij constante druk, d of pd kleiner, dan neemt het aantal atomen tusschen de electroden af en daardoor eveneens het aantal ionisaties a . Om aan de voorwaarde te blijven voldoen zal men dus a moeten vergrooten, wat men alleen kan bereiken door de spanning op de buis te verhoogen, m. a. w. V_D stijgt. Dit gaat echter niet steeds door, want het ioniseerend vermogen der electronen gaat bij een bepaalde waarde der energie door een maximum, bij *He* ligt dit b.v. volgens Compton en Van Voorhis¹⁾ bij ca. 200 Volt. Zoodra nu de spanning op de buis zoo hoog is geworden dat de electronen een maximale hoeveelheid atomen ioniseeren kan een verkleining van pd niet meer door een verhooging der spanning gecompenseerd worden; bij lagere waarden van pd is dus geen doorslag meer mogelijk, de doorslagkromme buigt naar rechts om (punt *B* in fig. 11). Voor grootere waarden van pd krijgt men twee doorslagspanningen overeenkomstig het feit dat daarbij een bepaalde waarde van a zowel rechts als links van het maximum in de kromme voor het ioniseerend vermogen der electronen kan worden verwezenlijkt.

In de boven gegeven redeneering is de zaak te eenvoudig voorgesteld. In werkelijkheid is γ niet constant en verder krijgen de ionen zelf bij lage waarden van pd ook groote snelheden zoodat zij eveneens in het gas gaan ioniseeren. Zoowel aan de kathode als in het gas vormen de ionen bij toenemende snelheid steeds meer electronen en daaraan is het te wijten dat tenslotte, wanneer de spanning maar voldoende verhoogd wordt, ook voor waarden van d links van *B* toch weer doorslag optreedt (tak *CD*). Of nu de kromme werkelijk een minimum t.o.v. pd zal vertoonen hangt af van de wijze waarop de electronenvormende werking der positieve ionen toeneemt terwijl de ioniseerende werking der electronen afneemt. Experimenteel is van deze elementair-processen nog te weinig bekend om bij een bepaald gas een voorspelling daarover te doen. We konden tot nu toe het minimum t.o.v. pd alleen bij helium constateeren, ofschoon ook verschillende andere gassen werden onderzocht.

Een tweede eigenaardigheid die nauw met de besprokene samenhangt is de vorm die de karakteristiek $i = f(V)$ in dit gebied vertoont. Voor bepaalde waarden van pd werd gevonden dat de

1) K. T. Compton en C. C. van Voorhis, Phys. Rev. 27, 724, 1926.

stroom bij toenemende potentiometerspanning eerst aangroeide maar daarna plotseling nul werd om eerst bij veel hogere waarde der spanning, wanneer het stuk *CD* der doorslagkromme bereikt werd, opnieuw door te gaan. Het laatste is na het hierboven opgemerkte duidelijk; het uitgaan van de ontlading kan ook weer door het maximum in de kromme voor de ionisatiekans worden verklaard. Immers bij toenemende stroom verandert, tengevolge van ruimteladingen, de veldverdeling tusschen de electroden; is deze bij kleine stroom voor het ioniseeren der electronen al zoo gunstig mogelijk, dan moet de veldverandering de ontlading kunnen doen ophouden.

Opgemerkt dient nog dat bij de laatstgenoemde metingen de resultaten dikwijls onregelmatig waren, waarschijnlijk tengevolge van wandladingen op het glas. Proeven waarbij deze niet kunnen optreden zijn in voorbereiding ¹⁾.

Gaarne zeg ik de heeren C. J. J. Addink, J. F. H. Kok en J. Moubis dank voor hun hulp bij deze experimenten.

¹⁾ Deze metingen zijn inmiddels elders gepubliceerd (Proceedings Amsterdam, December 1931).

Eindhoven, 26 October 1931. Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken
Eindhoven—Holland.

RAPPORT OVER ULTRA-VIOLETVERLICHTING.

OPGESTELD DOOR HET NEDERLANDSCH NATIONAAL VERLICHTINGS COMITÉ

In den loop van de laatste decennia is men zich meer en meer ervan bewust geworden, dat de straling, die de zon de aarde toezendt voor den mensch ook nog een andere beteekenis heeft, dan dat zij hem verwarmt en in staat stelt te zien. Dank zij uitgebreide medische ervaring en specieele onderzoekingen is men namelijk tot de conclusie gekomen, dat tenminste de straling uit een deel van het zonnenspectrum rechtstreeks nut heeft voor de normale ontwikkeling en goede instandhouding van ons organisme. Deze opvatting, die zich niet alleen vrij snel in de geneeskunde verbreid heeft, is bijna even snel tot het groote publiek doorgedrongen, zoodat men thans met recht mag zeggen, dat zij gemeen goed is geworden. Een ongetwijfeld zeer gunstig gevolg van de snelle verbreiding van de waardeering van de, in ruimen zin, hygiënische beteekenis van de zonnestraling is, dat meer dan vroeger, velen de gelegenheden, die zich voordoen, benutten om van de gunstige werking van de zon gebruik te maken. Daar echter velen, hetzij tengevolge van klimaatomstandigheden, hetzij door levensomstandigheden, slechts onvoldoende in de gelegenheid zijn, de zonnestraling op zich te laten inwerken, heeft zich logischerwijs het probleem voorgedaan of niet door middel van kunstmatige lichtbronnen het tekort kan worden aangevuld.

In principe is dit natuurlijk mogelijk, terwijl in deze richting eveneens reeds practische resultaten bereikt zijn. De wijze waarop thans nog het veelvuldigst kunstmatige lichtbronnen voor hygiënische doeleinden gebruikt worden, is feitelijk zonder meer overgenomen uit de practijk der artsen van de stralenbehandeling van patiënten. Hier had zich n.l. ongeveer hetzelfde probleem voorgedaan: toen men het groote nut van de behandeling van verschillende ziekten met zonnestraling vastgesteld had, en voor uitgebreide practische toepassing van deze behandeling zich verschillende beletselen deden gevoelen, die ten deele van klimatologischen ten deele van practischen aard waren, lag het gebruik van kunstmatige lichtbronnen voor de hand. Daar één van de practische bezwaren voor de toepassing van zonnestraling was, de betrekkelijk geringe intensiteit in het werkzame golflengtegebied, zoodat b.v. poliklinische behandeling door de lange benoodigde bestralingsduur moeilijk was, lag het voor de hand van de kunstmatige lichtbronnen te verlangen, dat de intensiteit van de uitgezonden straling groot

was. De afstand van den patiënt tot de lichtbron werd betrekkelijk gering genomen om den bestralingsduur zoo kort mogelijk te maken.

Toen nu het begrip hygiënische toepassing van kunstmatige lichtbronnen ingang vond, is men er automatisch toe gekomen niet alleen dezelfde lichtbronnen te gaan gebruiken als in de therapie, doch ook dezelfde werkwijze over te nemen, d. w. z. bestralingen van korten duur toe te passen met behulp van sterke lichtbronnen op korten afstand.

Het is zonder meer duidelijk, dat deze wijze van zich kunstmatig te doen bestralen grondig verschilt van de natuurlijke methode, die, zooals men zeggen kan, daardoor gekenmerkt is, dat gedurende niet zeer korten tijd een betrekkelijk geringe intensiteit werkzaam is. Of er principieele bezwaren tegen bedoelde methode van hygiënisch gebruik van kunstmatige lichtbronnen bestaan, in dien zin, dat slechts een minder gunstig effect verkregen kan worden, is niet met eenige zekerheid te zeggen, ofschoon er wel argumenten voor pleiten. Practische bezwaren zijn er zeer zeker echter wel. Om enkele hiervan te noemen:

Wil de hygiënische toepassing van kunstmatige lichtbronnen wezenlijk sociaal nut hebben, dan is vereischte, dat het overgrote deel van de daartoe in aanmerking komende bevolking er van profiteert. Dit sluit in zich, dat het ondoenlijk is, de bestralingen te doen plaats hebben in hiervoor bestemde inrichtingen en onder vakkundige contrôle. Zoo men überhaupt nog kans zou zien dergelijke inrichtingen te verwezenlijken, dan zou toch de doorvoering van bestralingen op ruimen schaal afstuiten op te gering doorzettingsvermogen der menschen. Immers, deze zouden zich vrij veel moeite en tijdverlies moeten getroosten om op regelmatige tijden bestraald te worden. Daar onmiddellijk nuttig effect van deze bestraling, of ongunstige invloed van een keer overslaan ervan, natuurlijk niet waar te nemen is, terwijl ook verder nauwelijks eenige attractie aan het feit der bestraling zelf is toe te kennen, zouden velen, zelfs van diegenen, die er uit overtuiging mede beginnen, spoedig nalaten regelmatig van de bestralingsinrichting gebruik te maken. Ook andere practische bezwaren van dergelijke bestralingsinrichtingen liggen voor de hand.

Tegen het gebruik in huis van de bestralingslichtbronnen (waardoor een aantal moeilijkheden vervallen) door de belanghebbenden zelf, zonder contrôle van bevoegden, wordt in de medische wereld nog vrij veel bezwaar gemaakt. In hoofdzaak zijn deze bezwaren terug te voeren op de gevaren, die bij onoordeelkundig gebruik (b.v. bij te langdurige bestraling) der (sterke) lichtbronnen aan de bestraling verbonden zijn, of kunnen zijn. Dat overigens ook hier de gemakzucht vaak vrij spoedig tot verwaarloozing der bestralingen zal voeren, is zeker. Bovendien zal slechts een vrij gering percentage der bevolking voldoende bemiddeld zijn om zich een privé bestralingsapparaat te kunnen veroorloven, zoodat ook op deze wijze de toepassing der bestraling geen zeer grooten omvang zal aannemen.

Het ligt dan ook voor de hand, dat diegenen, wien een uitgebreide hygiënische toepassing van kunstmatige lichtbronnen ter harte gaat, uitgezien hebben naar toepassingsmethodes, waaraan gemelde bezwaren niet verbonden zijn. Men is daartoe weer bij de zon in de leer gegaan en heeft zich gerealiseerd, dat in natuurlijke omstandigheden de hygiënische werking van de zonnestraling feitelijk automatisch meeverkregen wordt, zonder dat bijzondere maatregelen genomen worden. Door klimaatomstandigheden nu, schiet de zon in vele streken, tenminste in den winter te kort. Bovendien is in de groote steden, door verontreiniging van de atmosfeer het zonlicht ook in den zomer veel minder werkzaam dan op het vrije veld. Voorts zijn van de meeste menschen tegenwoordig de levensomstandigheden zoodanig, dat zij practisch niet op uren dat de zon schijnt in de open lucht komen, doch integendeel vrijwel den geheelen dag vertoeven in ruimten, waartoe het daglicht slechts door vensterglas toegang heeft (waardoor het zijn werking verloren heeft), of die zelfs vrijwel voortdurend op kunstlicht aangewezen zijn.

Daar men er nu zeer goed in geslaagd is op diè plaats en op diè tijden, waar het voor het zien benoodigde zonlicht niet of niet in voldoende mate aanwezig is, een algemeene kunstverlichting te scheppen, die voor dit doel goed voldoet, lag het zeer voor de hand te trachten, ook de voor de gezondheid gewenschte straling op dezelfde wijze te vervangen, zoodat men weer, evenals in de natuur, zonder verdere speciale maatregelen of handelingen automatisch tijdens arbeid of spel de benoodigde straling ontvangt.

De meeste van de zoo juist opgesomde bezwaren voor de toepassing op ruimen schaal van de kunstmatige stralenygiëne zullen op deze wijze ondervangen worden. Inderdaad kan men zeggen, dat men tegenwoordig in steeds meerdere mate tot de opvatting komt, dat deze manier de meest logische en de meest belovende is. Een aantal pogingen in deze richting wordt reeds gedaan.

Men kan het probleem, waartoe men gekomen is, ook aldus formuleeren:

Tot nu toe heeft men bij het beoordeelen van een verlichting slechts gelet op dat deel van de straling, dat voor het zien van belang is. In het vervolg zal men zijn aandacht niet meer hiertoe mogen beperken, doch zal tevens gelet dienen te worden op alle voor de gezondheid van belang zijnde straling. Welke *eischen* zal men nu dus aan de verlichting moeten stellen? In dit stadium is dus het probleem der stralenygiëne gekomen op het gebied van den verlichtingstechnicus. Gezien dit feit heeft dan ook het Nederlandsch Verlichtings Comité, afdeeling van het International Committee on Illumination gemeend goed te doen aan eenige physici en medici te verzoeken een sub-comité te vormen, ten einde voorloopig een rapport over de met de stralenygiëne samenhangende quaesties uit te brengen en te adviseeren of de wenschelijkheid bestaat aan het I. C. I. een voorstel aanhangig te maken om het vraagstuk der van hygiënisch standpunt „volwaardige” verlichting als studieonderwerp te aanvaarden.

Bedoeld sub-comité, bestaande uit de heeren Prof. Dr. H. B. D o r g e l o, Hoogleraar in de Techn. Physica a. d. Techn. Hoogeschool te Delft, Voorzitter; Prof. Dr. E. G o r t e r, Hoogleraar in de Kinder-geneeskunde a. d. Universiteit te Leiden; Prof. Dr. G. H o l s t, Directeur v. h. Natuurkundig Laboratorium der N.V. P h i l i p s, Eindhoven; Bijzonder Hoogleraar a. d. Universiteit, Leiden; Dr. M. M i n n a e r t, Lector in Heliophysica a. d. Universiteit te Utrecht; Prof. Dr. A. K. M. N o y o n s, Prof. in de Physiologie a. d. Universiteit te Utrecht; Prof. Dr. H. J. M. W e v e, Hoogleraar in de Oogheelkunde a. d. Universiteit te Utrecht; Dr. A. v a n W i j k, Physicus a. h. Natuurk. Laboratorium der N.V. P h i l i p s, Eindhoven, Secretaris,

komt op grond van zijn onderzoek en besprekingen eenstemmig tot de volgende conclusie:

In verband met het feit, dat de toepassing van kunstmatige lichtbronnen voor hygiënische doeleinden steeds meer op den voorgrond treedt, en in het bijzonder, nu meer en meer wordt afgestapt van het idee individuele bestraling in den vorm van stralenbehandeling door bevoegde medici, doch overgegaan wordt naar het principe ongedwongen bestraling tijdens werk of spel, zonder bijzondere contrôle door deskundigen, — is het van groot belang te achten, dat zoo spoedig mogelijk bepaalde normen vastgesteld worden, waaraan voor dit doel bestemde verlichtingsinstallaties moeten voldoen. Dit zoowel in het belang der gezondheid der gebruikers, als in dat der constructeurs, die in deze normen een leidraad zullen vinden. Aangezien, alvorens vaststaande normen opgesteld kunnen worden, nog zeer veel problemen opgelost zullen moeten worden, problemen, welke behalve op medisch en biologisch gebied voor een goed deel op dat van de lichtphysica en -techniek liggen, is het ten zeerste wenschelijk, dat ook een internationaal, op deze laatste gebieden deskundig comité zich met de studie dezer vraagstukken bezig houdt. Het I. C. I. zou hiertoe het aangewezen lichaam zijn. De door het I. C. I. te benoemen studiec ommissie zou eenige deskundige medische en biologische medewerkers moeten tellen; samenwerking met een internationaal medisch comité zou gewenscht zijn.

Ingevolge deze conclusie brengt het genoemde sub-comité aan het Nederlandsch Verlichtings Comité het volgende advies uit:

Het komt ons ten zeerste gewenscht voor aan het International Committee of Illumination voor te stellen als studieonderwerpen te aanvaarden: de problemen, die samenhangen met het ontwikkelen eener kunstmatige verlichting, die, wat betreft de directe, voor de gezondheid van den mensch gunstige werking, de zonnestraling kan vervangen resp. aanvullen.

Het sub-comité toont verder nader aan, dat inderdaad op dit gebied voor het I. C. I. werkzaamheden weggelegd zijn. Voorts wordt het probleem der stralenhygiëne nader ontleed en wordt een richting aan-

gegeven, die reeds onmiddellijk tot zekere gevolgtrekkingen leidt. Een aantal gegevens, op het vraagstuk betrekking hebbende, wordt verzameld. Een aantal nog in studie te nemen problemen wordt genoemd.

Op het eerste gezicht schijnen de vraagstukken, die vastzitten aan een hygiënisch volwaardige verlichting uitsluitend van biologischen en medischen aard. Immers men heeft te maken met de reacties van levende organismes op de straling. Het is hiermede echter in beginsel niet veel anders gesteld, dan met de problemen, die met de gewone verlichting te maken hebben. Ook daar gaat het in laatste instantie om een physiologisch effect, n.l. het zien. Zoolang de behoefte om te zien op andere plaatsen en tijden dan waar of wanneer er daglicht was, niet groot was, kon men zonder al te veel bezwaar van een willekeurige, toevallig beschikbare kunstmatige lichtbron gebruik maken, zonder zich nauwkeurig rekenschap te geven van de eigenschappen, die hem in meerdere of mindere mate geschikt deden zijn voor het gestelde doel. Men kon zich vergenoegen met terloops vast te stellen, dat het zien met de eene lichtbron misschien wat beter of prettiger ging dan met de andere. Ook was het van minder belang nauwkeurig na te gaan of de wijze waarop de lichtbron gebruikt werd wel de meest geschikte was. Later, toen de behoefte aan, en gebruik van kunstmatige verlichting steeds steeg, werd het zoowel van oeconomisch belang als in dat der gezondheid, dieper op de problemen der verlichting in te gaan, d. w. z. men had zich nauwkeurig rekenschap te geven.

- a) waardoor het al of niet goed of natuurlijk zien beheerscht werd,
- b) te bestudeeren op welke wijze het volledigst en voordeelgigst voldaan kon worden aan de gevonden eischen.

Dit laatste punt nu ligt geheel en al op het gebied van de lichttechniek en -physica, terwijl het eerste zonder de medewerking van lichtphysici niet opgelost zou kunnen worden. Het I. C. I. heeft in de oplossing der problemen, op deze beide punten betrekking hebbende, een zeer belangrijk aandeel gehad en heeft dit nog. Dank zij zijn arbeid is men o.a. gekomen tot vaststelling van objectieve meetmethoden ter beoordeeling van lichtbronnen en verlichtingsinstallaties en tot het scherp formuleeren van eischen, waaraan een goede verlichting behoort te voldoen.

Werkzaamheden van denzelfden aard zijn nu ook op het gebied der hygiënisch volwaardige verlichting te verwachten. Na bestudeering van de eischen, waaraan de straling heeft te voldoen om een zoo gunstig mogelijke werking uit te oefenen, een onderzoek, dat moet leiden tot het vaststellen van objectieve eenheden en meetmethodes, heeft men ook hier als problemen op welke wijze aan de gestelde eischen het best en meest economisch voldaan kan worden.

De belangrijkste grondslag van de geheele verlichtingstechniek voor het uitsluitende doel van zien, wordt gevormd door de ooggevoelheidskromme. In analogie hiervan zou men voor de hygiënisch volwaardige verlichting verlangen moeten in de allereerste plaats vast te

stellen de golfengteafhankelijkheid van het gewenschte effect. Hierin schuilt echter reeds een cardinale moeilijkheid, daar men nog niet nauwkeurig weet te formuleeren wat precies verlangd wordt.

„Het in stand houden der gezondheid” kan men namelijk nauwelijks als een scherpe, voor waarneming en meting toegankelijke formuleering van den eisch, dien men aan het licht stelt, aanzien. Het is zeer wel mogelijk, zelfs waarschijnlijk, dat de gunstige werking van het zonlicht plaats vindt via één of meer photochemische processen in de uiterste huidlaag; echter, omtrent den aard dezer processen en de daarbij gevormde stoffen is nog zeer weinig bekend. Zouden deze wel bekend zijn, dan behoefde men in principe slechts de golfengteafhankelijkheid er van waar te nemen en metingen te doen omtrent de opbrengst aan de gewenschte stoffen per energie-ëenheid der straling om te kunnen besluiten welke eischen, wat samenstelling en intensiteit betreft, aan het licht te stellen zijn. Ofschoon langs dezen weg wel al reeds een enkel resultaat te bereiken zal zijn, (hierop komen wij nader terug) moet men in het algemeen wel zeggen, dat het vraagstuk nog niet voor een dergelijke behandeling rijp is.

Is het daarom echter beter het voorloopig nog geheel te laten rusten tot tijd en wijle de medische en biologische wetenschap meer kennis heeft gebracht omtrent de primair-processen, die aan de algemeen aanvaarde gunstige werking van de straling ten grondslag liggen? Dit is niet noodig, noch gewenscht. Niet *gewenscht*, omdat de zaak hiervoor reeds te ver gekomen is. Men heeft rekening te houden met het feit, dat kunstmatige lichtbronnen voor gezondheidsdoeleinden gevraagd en gebruikt worden. Verreweg beter dan te zeggen: de kennis, die wij van de gewenschte werking hebben, is nog te onvolledig, dan dat het ons mogelijk zou zijn de eischen op te stellen, waaraan de ideale stralingsbron voor hygiënische doeleinden moet voldoen, we houden er ons buiten en laten alles kalm op zijn beloop, — is: laat ons trachten de ontwikkeling van de stralencygiëne in de goede banen te leiden, door op grond van de thans reeds bekende feiten zoo scherp mogelijke conclusies te trekken en de opvattingen, waartoe wij na rijp beraad komen, zooveel mogelijk verbreiden. Dit is daarom temeer gewenscht, daar de gevaren, die aan het gebruik van kunstmatige lichtbronnen verbonden kunnen zijn, niet denkbeeldig zijn. Al was het dus alleen om deze gevaren, dan zou een nader bezien van het vraagstuk reeds dringend zijn. Het is niet *noodig* voorloopig het vraagstuk te laten rusten, daar al wel zooveel feiten vaststaan, dat met vrucht enkele eischen opgesteld kunnen worden, waarvan de verwezenlijking bij de verlichting positief gunstige gevolgen zal hebben.

Noemden wij straks het „instandhouden der gezondheid” in het algemeen een niet goed voor waarneming en meting toegankelijke eisch, een enkele uitzondering moet hier echter wel gemaakt worden. De oorzaak namelijk, waarom genoemde eisch in het algemeen slecht voor meting toegankelijk is, is daarin gelegen, dat de storingen, die

ontstaan, zelfs bij totale afwezigheid van straling, in de meeste gevallen zeer weinig duidelijk zijn. De afwezigheid van voldoende straling leidt slechts in een enkel geval tot de ontwikkeling van een duidelijk herkenbare ziekte; in de andere gevallen beperkt men zich meestentijds tot het „vaststellen” van een verbetering van het algemeene gevoel van welzijn en andere weinig zeggende effecten bij het opheffen van het stralente kort. Het is daarbij steeds moeilijk, zoo niet onmogelijk, psychische effecten van reële te onderscheiden. De enkele bedoelde uitzondering is de rhachitis bij kleine kinderen. Het is namelijk zoowel experimenteel bewezen, als uit de rhachitisfrequentie over de aarde in afhankelijkheid van plaats, levensomstandigheden en jaargetijde afgeleid, dat de rhachitis veroorzaakt kan worden door gebrek aan zonlicht. Voorts is gebleken, dat niet het ontbreken van het geheele zonlicht aansprakelijk gesteld moet worden voor het optreden der rhachitis, doch slechts het ontbreken van het allerkortgolvigste deel ervan. Zooals bekend reikt het zonnenspectrum in de gunstigste omstandigheden tot ca. 290 $m\mu$ in het ultraviolet. Daar zonnestraling door vensterglas gefilterd (grens doorlating ca. 330 $m\mu$) voor de verhoeding (en genezing) van rhachitis onwerkzaam bleek, stond reeds vast, dat de rhachitisprophylactische werking van het zonlicht aan de golflengten tusschen 330 en 290 $m\mu$ moet worden toegeschreven. Bij de studie van de rhachitisproblemen deed zich het gelukkige feit voor, dat men in staat was van dierproeven gebruik te maken, daar namelijk bij jonge ratten experimenteel rhachitis verwekt kan worden, door geschikte keuze van de voeding. Op dezelfde wijze als de kinderrhachitis is de rattenrhachitis door straling, en wel ultraviolette straling van golflengte $< 330 m\mu$ te genezen en te voorkomen. Bijzonderheden omtrent den invloed van het ultraviolette licht op de rhachitis konden daardoor voor een groot deel door middel van proeven op dieren onderzocht worden. Hierbij bleek, dat de langgolvige grens van het spectraalgebied, dat voor de genezing van rhachitis in aanmerking komt, bij ca. 320 $m\mu$ ligt. Ook golflengten $< 290 m\mu$ (de grens v. h. zonnenspectrum) blijken werkzaam te zijn. Daar de proeven op ratten zoodanig ingericht kunnen worden, dat zij zich leenen voor quantitative metingen en bovendien voor het genezen der rattenrhachitis slechts zeer kleine doses U. V. licht noodig zijn, kon ook het probleem aangevat worden, op welke wijze het therapeutische of prophylactische effect van de golflengte van het voor de bestraling gebezigde licht afhangt. Zeer uitvoerig is dit vraagstuk nog niet behandeld. De erover verschenen publicaties (Sonne & Rehl in¹) geven in het gebied 310—250 $m\mu$ een werking, die practisch niet van de golflengte afhangt. Deze kwestie verdient wegens haar groote principieele belang een zeer nauwgezette bestudeering, vooral ook omdat langs anderen weg (bestudeering van het probleem in vitro zie verder) tot bepaalde conclusies te geraken is, welke geldigheid in vivo gecontroleerd dient te worden.

1) *Strahlentherapie*, 25, pag. 552 (1928).

Neemt de rhachitis al door de vermelde, reeds vrij omvangrijke kennis omtrent den invloed daarop van straling en van de mogelijkheden voor verder experimenteeren in aangeduide richting, een zeer bijzondere plaats in onder de afwijkingen, die door stralingstekort kunnen ontstaan, deze plaats is nog uitzonderlijker wegens het feit, dat het photochemische primaire proces, via hetwelk de straling invloed uitoefent, bekend is en in vitro bestudeerd kan worden.

Rhachitis was namelijk bekend als één van de typische deficiëntieziekten, wier ontstaan en genezing beheerscht worden door afwezigheid of aanwezigheid van voldoende (zeer kleine) hoeveelheden van specifieke organische stoffen (vitamines) in de dagelijksche voeding. Door de boven beschreven herkenning van den samenhang tusschen rhachitis en ultraviolet licht bleken dus het voor de rhachitis kenmerkende vitamine, het vitamine-*D*, en ultraviolet licht tot op zekere hoogte door elkaar vervangbaar te zijn. Nader onderzoek bevestigde dit geheel. Tevens bleek echter, dat vele voedingsmiddelen, die geen antirhachitische werking vertoonen, dus geen vitamine-*D* bevatten, door bestraling met ultraviolet licht antirhachitisch actief kunnen worden. Dit beduidt dus, dat tengevolge van de bestraling in deze voedingsstoffen vitamine-*D* ontstaat. Door een uitgebreid onderzoek, waaraan Amerikaanse, Duitse en Engelsche onderzoekers hebben samengewerkt, is komen vast te staan, dat slechts dié stoffen, welke ergosterine bevatten, door bestraling antirhachitisch kunnen worden en dat uit het zuivere ergosterine vitamine-*D* door ultra violet licht gevormd kan worden. Daar ook in de huid van mensch en dier ergosterine aanwezig is, ligt de verklaring van de primaire werking van ultraviolet licht op rhachitis voor de hand: in de huid wordt photochemisch uit de ergosterine vitamine-*D* gevormd, waaraan verder de beïnvloeding moet worden toegeschreven. In overeenstemming met deze opvatting is het feit, dat genezing (of voorkoming) van rhachitis ook bereikt kan worden door een vitamine-*D* preparaat in de huid in te wrijven (L a z a r e w).

Dit photochemische primaire proces van de rhachitis-prophylaxis door ultraviolet licht is de laatste jaren een onderwerp van veel en uitgebreide studie geweest. Voor een groot deel had deze studie ten doel nadere kennis omtrent het vitamine-*D* te verkrijgen. Wat in verband met de rechtstreeksche bestraling het meest van belang is, is wel de vraag naar de afhankelijkheid van de golflengte van het proces. Ofschoon dit probleem nog niet als geheel opgelost mag gelden, zijn reeds een aantal feiten bekend. In overeenstemming met de grondwet der photochemie, dat slechts straling die geabsorbeerd wordt, tot omzetting kan leiden, is het feit dat practisch slechts licht van golflengte korter dan ca. 320 $m\mu$ tot vitamine-*D*-vorming uit ergosterine leidt. Het absorptiespectrum van ergosterine (gemeten aan oplossingen) vertoont n.l. ongeveer bij deze grens een sterke stijging naar de kortere golflengten, terwijl voor langere golflengten de absorptie practisch gelijk nul is. Dat niet alle licht met golflengte $< 320 m\mu$ tot dezelfde omzetting

van de ergosterine voert is, behalve door dierproeven, met grotere scherpte en duidelijkheid te constateeren door waarneming van het absorptiespectrum van bestraalde ergosterine-oplossingen. Het principe, dat aan deze methode van onderzoek ten grondslag ligt (op dit gebied ingevoerd door het baanbrekend werk van H e s s) is het triviale feit, dat verschillende stoffen verschillende absorptiespectra bezitten, zoodat dus de λ of niet gelijkheid van 2 stoffen (of van 2 mengsels van verschillende stoffen) aan al of niet gelijk zijn van de absorptiespectra is te constateeren. Of deze methode in een bepaald geval eenvoudig tot sprekende resultaten voert, hangt ervan af of de stoffen in kwestie in een gemakkelijk toegankelijk spectraalgebied een karakteristieke absorptie vertoonen van voldoende sterkte. Bij ergosterine en omzettingsproducten ervan blijkt aan dezen eisch voldaan te zijn. Op grond van de veranderingen in het absorptiespectrum tengevolge van de bestraling van ergosterine-oplossingen kan men besluiten ¹⁾:

1. dat bij gebruik van licht van golflengten $>$ ca. 284 $m\mu$ in eerste instantie slechts één enkele nieuwe stof (gekaracteriseerd door een bepaald absorptiespectrum) gevormd wordt, welke stof door langdurig voortgezette bestraling zelf (langzamer) in een volgende stof wordt omgezet,
2. dat bij gebruik van licht van korter golflengte, met name b.v. van $\lambda = 253 m\mu$, het proces ingewikkelder verloopt, in dien zin, dat reeds bij geringe ergosterineomzetting meerdere nieuwe stoffen gevormd zijn. Eén van deze stoffen is dezelfde als het primairproduct van de bestraling met licht van $\lambda > 284 m\mu$.

Echter kan thans slechts een betrekkelijk gering percentage van de ergosterine in deze stof worden omgezet, terwijl verreweg het grootste deel in een andere stof met totaal ander absorptiespectrum overgaat. Door langdurige bestraling zet zich ook deze stof weer in een volgend product om.

Op grond van proeven op dieren, blijkt het primaire product der bestraling met licht van $\lambda > 284 m\mu$ met het vitamine-*D* te identificeren te zijn. (De werkzaamheid van bestraalde oplossingen wordt gevonden evenredig te zijn aan het door middel van het absorptiespectrum berekende gehalte aan dit primaire product).

In overeenstemming met dit resultaat blijken de met $\lambda = 254 m\mu$ bestraalde oplossingen eveneens antirhachitische werkzaamheid te vertoonen, echter steeds in geringer mate dan langolvig bestraalde. De werking stemt overeen met de door middel van de absorptiespectra berekende gehalten aan het meergenoemde primaire product. Het blijkt niet noodzakelijk te zijn aan een van de andere omzettingsproducten een antirhachitische werking toe te kennen. In vitro is dus straling van golflengte tusschen 310 en 284 $m\mu$ het meest geschikt voor vitamine-*D*-vorming. Aanwezigheid van korter golflengten leidt tot verkleining van de opbrengst. Andere gepubliceerde resultaten (K o n, D a n i e l s,

1) Reerink en Van Wijk, *Bioch. J.* XXIII, 1294 (1929).

Steenbock¹⁾) waarbij de vitamine-*D*-opbrengst per lichtquant onafhankelijk was van de golflengte in het geheele gebied 254 m μ — 293 m μ behoeven niet in tegenspraak met het juist vermelde te zijn. Bij deze proeven werd n.l. ergosterine in vasten toestand bestraald, en slechts een uiterst gering percentage omgezet. Bij dergelijke zeer geringe omzetting wordt ook door middel van de absorptiespectra gevonden, dat bij kortgolvlige bestraling slechts één product, en wel uitsluitend vitamine-*D* ontstaat.

Of, en in hoeverre, het vermelde feit, dat in vitro de vitamine-opbrengst gunstiger wordt door slechts licht van $\lambda > 284$ m μ te gebruiken, overgebracht mag worden op bestralingen in vivo hangt van verschillende factoren af. In de huid zullen zich ongetwijfeld verscheiden complicaties voordoen. Zoo bevindt zich in de huid het ergosterine niet in een optisch leeg oplosmiddel, doch zij is ingebed in- en achter stoffen, die zelf voor de in aanmerking komende golflengten een absorptie vertoonen. In de eerste plaats zullen deze stoffen dus als een soort lichtfilter werken. Volgens metingen van Hasselbach²⁾) neemt van $\lambda = 300$ m μ naar $\lambda = 280$ m μ de absorptie van de menselijke hoornhuid toe. Volgens latere metingen van Hausser en Vahle³⁾) neemt voorts naar kortere λ tot $\lambda = 250$ m μ de absorptie weer af. Door Bachem⁴⁾) is een samenvattend werk over dit onderwerp geleverd. De invloed van deze absorptie zal men om te beginnen al in rekening moeten brengen. Voorts heeft men met een mogelijken invloed van fluorescentie rekening te houden. Het zou namelijk denkbaar zijn, dat het in sommige stoffen van de huid geabsorbeerd licht van korte golflengte tot fluorescentie in langer golflengte aanleiding geeft. Vervolgens heeft men na te gaan, tot welken graad de in de huid aanwezige ergosterine door de straling wordt omgezet en of het gevormde vitamine-*D* al of niet onmiddellijk aan verdere inwerking van de straling onttrokken wordt.

Zoolang al deze punten nog niet quantitatief opgehelderd zijn, zal de kennis van de ergosterine-omzetting in vitro niet volledig toegepast kunnen worden op bestralingen in vivo. Wel kan men echter bepaalde kwalitatieve conclusies trekken en wel b.v.:

1. lichtbronnen, te gebruiken voor rhachitisprophylaxe (of therapie) moeten straling uitzenden van golflengte < 310 m μ en moeten bij voorkeur geen licht uitstralen van $\lambda < 280$ m μ ; dit licht kan n.l. geen specifiek gunstige werking hebben, wel is het daarentegen waarschijnlijk, dat het de gewenschte vitamine-*D*-vorming tegen gaat.
2. bestraling met kleine lichtsterkte gedurende langeren tijd zal voor

1) *J. Amer. Chem. Soc.*, **50**, 2573 (1928).

2) *Strahlentherapie*, **2**, 403 (1913).

3) *Wiss. Veröff.*, Siemens, Konz. 6, 101 (1927).

4) *Strahlentherapie*, **39**, 30 (1930).

de vitamine-*D*-vorming gunstiger kunnen blijken dan toediening van dezelfde lichtdosis in korten tijd, daar in het eerste geval het lichaam meer gelegenheid heeft de gevormde vitamine-*D*-aan verdere inwerking van de straling te onttrekken dan in het laatste.

Natuurlijk moet explicite nagegaan worden of deze verwachtingen in overeenstemming met de werkelijkheid zijn. Dit kan voor een groot deel door dierproeven geschieden.

Op grond van zekere kennis betreffende het photochemische primaire proces konden dus voor een „antirhachitis verlichting” enkele eischen opgesteld worden, waarvan de bevrediging slechts voordeelen met zich brengen kan. Daar het veelvuldig ontstaan van tetanie bij kinderen in de lente eveneens aan een tekort aan ultraviolet licht gedurende den winter direct of indirect moet worden toegeschreven, en tetanie evenals rhachitis van vitamine-*D* toediening een gunstigen invloed ondervindt, zullen dezelfde eischen met vrucht aan een „antitetanie-verlichting” moeten gesteld worden.

Indien de verlichting der toekomst zoo ingericht zal kunnen worden, dat zij de kinderen het geheele jaar door een voldoende vitamine-*D*-vorming in de huid verzekert en daardoor het ontstaan van rhachitis voorkomt en dat van de tetanie sterk vermindert, kan men reeds met recht van een belangrijke hygiënische beteekenis spreken. Een zeer aanzienlijk percentage van de kinderen maakt namelijk een, zij het dan ook vaak niet ernstige rhachitis door. Zeer waarschijnlijk heeft het tijdelijke vitamine-*D* tekort, dat hiervan oorzaak is, een blijvende schadelijke invloed op de weerstandskracht en stevigte van het in vorming zijnde gebit.

Of ook bij volwassenen tekort aan vitamine-*D* door gebrek aan zonlicht ontstaat is niet bekend. Wel kan men zeggen, dat het zonlicht een van de belangrijkste hulpmiddelen is, die de natuur ten dienste staan om den mensch vitamine-*D* toe te voeren, daar het aantal gebruikelijke voedingsmiddelen, dat vitamine-*D* bevat, vrij gering is. Zoo de volwassen mensch inderdaad behoefte aan vitamine-*D* heeft, zal het ontbreken van een van de belangrijkste bronnen zeker een verhoogde kans tot tekort kunnen geven.

Over de intensiteit der voor rhachitisprophylaxis benodigde straling is nog geen definitieve uitspraak te doen. Een onderzoek naar de minimale waarde ervan door bestralingsproeven in vivo is gewenscht. In afwachting hiervan zal men tot een plausibele waarde komen, door te eischen, dat de vitamine-*D* vormende werking van de straling vergelijkbaar is met die van de zomerzon. Volgens desbetreffende experimenten bleek in het begin van de maand Juni 1930 op heldere, wolkelooze dagen de sterkte van het werkzame zonlicht plus hemellicht in Eindhoven zoodanig te zijn, dat in een cirkelronde kwartscuvette van 4 cm ϕ en 1 cm dikte, gevuld met een oplossing van ergosterine in hexaan (conc. 55 mgr/l) bij bestraling gedurende de uren omstreeks den middag

(10 u. 30' tot 2 u. 30') in 4 uur 0,12 mgr. vitamine-*D* gevormd werd ¹⁾. In Februari van hetzelfde jaar werd te Davos onder dezelfde omstandigheden (hier echter uitsluitend met het directe zonnelicht) gevonden 0,12 mgr. in 6½ uur ²⁾. Rekening moet hierbij dan nog gehouden worden met den tijdsduur, dien men in de zonnestraling (in gunstige omstandigheden) verwijlt en met dien gedurende welken men zich in de kunstmatige straling bevindt.

Op gronden, die boven nader uiteengezet zijn, is het niet zonder meer geoorloofd de benodigde metingen van de vitamine-*D*-vorming in vitro te verrichten. Echter mag wel als plausibel aangenomen worden, dat deze metingen in vitro tenminste bij eenige benadering in staat zijn de waarde van een lichtbron voor rhachitisbestrijding aan te geven, vooral als het slechts gaat om lichtbronnen, die voornamelijk licht van langer golflengte (> ca. 284 m μ) emitteeren. Een aantal verwickelingen wordt hierdoor namelijk vermeden. In ieder geval heeft men het principiele voordeel de lichtbron te kenmerken door een effect, dat een vaststaande, met gebruiksdoel der lichtbron rechtstreeks samenhangende physiologische beteekenis heeft, waardoor men grooter kans heeft de waarheid te benaderen, dan wanneer men als maat een absoluut willekeurige kiest, zooals een photo-electrische stroom in een bepaalde apparatuur (cadmiumcel) of een bepaalde chemische reactie (acetonmethyleenblauw).

Hetzelfde bezwaar, dat voor de laatstgenoemde methodes van waardebepaling eener lichtbron geldt, geldt ook voor de zeer gebruikelijke bepaling door middel van de erytheemvorming. Volgens de kromme van Hausser en Vahle ³⁾ valt een maximum van erytheemeffect bij een golflengte van ca. 295 m μ d. w. z. inderdaad in het gebied, dat voor de vitamine-*D*-vorming interessant is. Voorts is de langgolfige grens voor erytheemvormende straling bij ca. 310 m μ gelegen. Verder gaat echter de overeenkomst niet. Bij korte golflengten vertoont de erytheemkromme een tweede maximum, nl. bij ca. 250 m μ , een gebied, dat voor de vitamine-*D*-vorming totaal ongeschikt is. Er is geen enkel aanhoudingspunt bekend, waaruit zou kunnen blijken, dat het erytheem eenige beteekenis voor de gezondheid heeft. Het is zelfs niet eens zoo, dat een gunstige werking van het ultraviolet licht gepaard moet gaan met optreden van erytheem. Zoo kan bijvoorbeeld rhachitis zeer wel door straling genezen worden, zonder dat erytheem waar te nemen is.

Ook van de pigmentatie, die na sterkere bestralingen met ultraviolet licht kan ontstaan, is geen physiologische beteekenis bekend. Pigmentatie volgt vaak in aansluiting op een erytheem, doch kan ook optreden zonder voorafgaande erytheemvorming. Waarschijnlijk zijn de elementaire processen verschillend, doch vallen de werkzame golflengtege-

1) vgl. Van Wijk en Reerink, *Strahlentherapie*, 40, 739, (1931).

2) vgl. Van Wijk, Reerink, Mörkofer, *Strahlentherapie*, 39, 80 (1930).

3) *Wiss. Veröff. Siemens, Konz.* 6, 101 (1927).

bieden ten deele over elkaar. Het gebied 290—310 $m\mu$ in het zonnespectrum speelt bij de huidpigmentatie een belangrijke rol. Echter schijnen toch ook langere golflengten werkzaam te kunnen zijn. Kortere golflengten van kunstmatige lichtbronnen kunnen zeer sterk pigmentvormend zijn.

Het kortgolvlige deel van het zonnespectrum, dat niet door gewoon vensterglas wordt doorgelaten (290 $m\mu$ —310 $m\mu$) is van stralenbiologisch standpunt bezien ongetwijfeld zeer belangrijk. Behalve, dat straling in dit gebied de antirhachitische werkzaamheid van het zonlicht veroorzaakt, zijn ook de erytheemvorming en een belangrijk deel der pigmentvorming door het zonlicht eraan toe te schrijven. Bovendien echter kan uit de ervaring der artsen met zonlichtbehandeling besloten worden, dat van dit deel van het zonnespectrum in practisch alle gevallen een zeer belangrijke functie toekomt. Dit kan o.a. blijken uit het feit, dat allerlei genezingen onder invloed van zonbestraling veel beter en sneller geschieden in het hooggebergte, waar dank zij de zuivere atmosfeer het zonnespectrum zich merkbaar verder naar de korte golflengten uitstrekt dan in het laagland. (Grens Davos b.v. wel tot 289 $m\mu$, in het laagland ten hoogste tot ca. 296 $m\mu$. Het korter worden der grensgolflengte gaat natuurlijk met toeneming van de intensiteit in het aangrenzende golflengtegebied gepaard). Opmerkelijk is, hoe snel vaak onder invloed van bestraling in het hooggebergte de algemeene gezondheidstoestand van zwakke en zieke personen verbetert.

Voorts is een algemeen erkend ervaringsfeit, dat in den winter (tenminste in het laagland) slechts zeer weinig hygiënische waarde aan de zonnestraling is toe te kennen. Nu is het onderscheid in het zonnespectrum in zomer en winter, ook wat intensiteit betreft, in het algemeen gesproken slechts betrekkelijk gering. Bij de kortste golflengten echter is ook weer dit onderscheid aanzienlijk. In den winter komt de grens practisch niet beneden 300 $m\mu$.

Op grond van een en ander kan voorloopig (in afwachting van nadere onderzoekingen vooral naar de golflengteafhankelijkheid van verschillende effecten) veilig aangenomen worden, dat wat in de eerste plaats van de kunstmatige lichtbronnen verwacht moet worden is: een aanvulling te geven van straling in dit golflengtegebied 290—310 $m\mu$, welke straling in gunstige omstandigheden in het zonnespectrum voorkomt, in ongunstige omstandigheden echter hierin te zwak is, en welke niet door vensterglas wordt doorgelaten, zoodat binnenshuis van het zonlicht geen straling uit dit gebied kan doordringen.

Om tot een dergelijke aanvulling te kunnen geraken is in de eerste plaats een zoo goed mogelijke bestudeering van de samenstelling der zonnestraling, zooals de mensch die in normale omstandigheden ontvangen kan, gewenscht. In het bijzonder boezemt ons het ultraviolette deel van het zonnespectrum belang in, terwijl hiervan in het bijzonder, wegens bovenstaande, de allerkortste golflengten van groote beteekenis zullen zijn. Wij gelooven niet, dat een groote nauwkeurigheid in de intensiteitsopgaven vereischt is; wanneer men bedenkt aan hoeveel

schommelingen de ultraviolet-straling onderhevig is, hoe de mensch zich in tal van verschillende klimaten en levensomstandigheden gezond kan voelen, dringt de overtuiging zich op, dat b.v. een fout van 10% in de opgegeven intensiteiten geen belangrijke rol kan spelen. Des te voorzichtiger moet men zijn met de opgaven der golflengte, aangezien in het biologisch belangrijke gebied een fout van enkele Angströmeenheden in het zonnenspectrum al gauw een factor 2 op de intensiteit uitmaakt.

Een dergelijke studie zal dus noodzakelijk moeten steunen op spectrografische onderzoeken, omdat alleen langs dien weg een voldoende scherp oplossen der verschillende golflengten mogelijk is. Onderzoeken met de fotocel, met den bolometer, met filters integreren altijd over een te groot gebied. Biologische ijkingen van de werkzaamheid der ultraviolette stralen hebben slechts betrekking op één enkele biologische reactie en zijn weer niet bruikbaar voor andere gevallen, waarin de λ -afhankelijkheid een andere is. Ze zijn dus niet als fundamenteel te beschouwen. Het groote aantal oorzaken, dat invloed uitoefent op de hoeveelheid ultraviolet licht, dat ons op aarde bereikt, en het kleine aantal beschikbare metingen, maken het wenschelijk, dat niet de direct gemeten waarden voor de op aarde opgevangen ultraviolette stralen worden medegedeeld, maar veeleer de fundamenteele gegevens, waaruit men die stralen berekenen kan voor elken stand der zon en voor elken toestand van onzen dampkring. Toch dient men rekening te houden met de mogelijkheid, dat deze methode gevaarlijk is, omdat men misschien onvoldoende ingelicht is omtrent de verzwakkingsoorzaken; vergelijking met rechtstreeksche waarnemingsreeksen is daarom zeer wenschelijk.

De straling der zon buiten den dampkring is bepaald door A b b o t met den spectrobolometer¹⁾; terwijl hij vond, dat in het zichtbare het zonnenspectrum ongeveer dezelfde intensiteitsverdeling heeft als een zwart lichaam van ca. 5700°, vond hij in het violet en ultraviolet een snel afvallende intensiteit, die theoretisch moeilijk te verklaren was. P l a s k e t t²⁾ liet zien, dat althans tot 4000 A.E. deze afwijking te wijten was aan het te geringe oplossend vermogen, waarmee A b b o t werkte, terwijl de achtergrond tusschen de F r a u n h o f e r -lijnen vrij goed aansloot bij een zwarte-lichaams kurve ($T: 6700^\circ$). Dit was wat de theorie van de zonnestraling laat verwachten. F a b r y en B u i s s o n bevestigen dit door waarnemingen van het ultraviolet tot aan de grens van het zonnenspectrum³⁾. De door hen aangegeven temperatuur van ongeveer 6000° kan gelden als de beste kleurtemperatuur, die men voor dit gedeelte van het spectrum kan aannemen⁴⁾. Uit de totale straling van de zon leidt men een effectieve temperatuur van

1) *Ann. Smiths. Instit.*, 4, 203. — *Smiths. misc. coll.*, 74, nr. 7, 1923.

2) *Publ. Dom. Astroph., Obs.*, 2, 242, 1924.

3) *Astroph., J.*, 54, 297, 1921.

4) *C. R.*, 175, 156, 1922.

5740° af; bedenkt men echter, dat de Fraunhoferlijnen een aanzienlijk gedeelte uit het spectrum wegnemen, vooral in de blauwe en violette spectraalgebieden, dan ziet men dat de ware effectieve temperatuur zich weinig van de kleurtemperatuur zal onderscheiden ¹⁾, en dat men wel mag rekenen alsof de zon straalde op de wijze van een geheel zwart lichaam van 6000°. Uit de wet van Planck vindt men dan de uitstraling van elken cm², en hieruit de hoeveel straling in ergs, $I d\lambda$, die invalt op 1 cm², van het aardoppervlak gedurende 1 sec., en in een golflengte-interval tusschen λ en $\lambda + d\lambda$ (Tabel I, 2e kolom).

TABEL I. ²⁾

λ (A. E.)	$\log_{10} (I\lambda)$	$\log_{10} (I\lambda)_{gecorr.}$
4000	10.299	10.160
3700	10.253	10.116
3340	10.170	10.068
3143	10.100	10.000
3052	10.076	9.979
3022	10.065	9.968
2997	10.056	9.959
2963	10.041	9.943
2956	10.037	9.940
2946	10.033	9.936
2936	10.029	9.932
2931	10.025	9.928

De invloed der Fraunhoferlijnen maakt dat de werkelijke straling, die de zon over een zeker λ -gebied uitzendt nogal wat kleiner is dan de hier opgegeven getallen. G. F. W. Mulders bepaalde op verzoek van Minnaert die verzwakking, uit metingen, die te Utrecht zijn uitgevoerd en uit statistische tellingen. Hij vond:

3000 — 3100	20 %
3350 — 3450	21 %
3700 — 3800	27 %

Door ruwe interpolatie voor de naburige golflengten vindt men dan de correctiefactoren noodig om $(I d\lambda)$ gecorr. te bepalen: kolom 3 der tabel. Men ziet, dat de afwijking tusschen Abbott eenerzijds, Fabry en Perot anderzijds slechts ten deele door den invloed van de Fraunhoferlijnen verklaard kan worden.

1) Dit wordt bevestigd door de theorie van de stralingsuitwisseling in den dampkring der zon.

2) Noot, toegevoegd bij de correctie van de drukproef. Zoowel de metingen van Fabry en Buisson als die van Plaskett hebben betrekking op het centrum van de zonnenschijf. Omdat de rand van de zon zwakker straalt, is de I in dit artikel te hoog opgegeven en wel moeten in de tabellen I tot VI alle waarden van I gedeeld worden door 1,5. (Minnaert, Bull. Astr. Inst. Netherl., 2,75, 1924).

De verstrooiing der lichtmoleculen volgens Rayleigh is evenredig met λ^{-4} . De hierdoor veroorzaakte verzwakkingsfactor kan men schrijven als $10^{-\sigma H}$, waarin H de grootte van de doorloopen luchtmassa aangeeft. Voor verticalen inval is $H = 1$ gesteld. De coëfficiënten σH , berekend voor lucht, voor waarnemingsstations op de hoogte van den zeespiegel en voor verticaal invallende stralen ($H = 1$) zijn gegeven in Tabel II, 2e kolom

TABEL II.

λ (A. E.)	σ	K	K	K
		0,24 cm	0,30 cm	0,34 cm
4000	0.13	—	—	—
3700	0.19	—	—	—
3340	0.28	—	—	—
3143	0.36	0.17	0.21	0.24
3052	0.40	0.55	0.69	0.78
3022	0.42	0.82	1.02	1.16
2997	0.43	1.13	1.41	1.60
2963	0.44	1.78	2.22	2.52
2956	0.45	1.94	2.43	2.75
2946	0.46	2.24	2.79	3.16
2936	0.46	2.52	3.15	3.35
2931	0.47	2.69	3.36	3.81

De verzwakking door ozon-absorpties is bepaald door metingen in 't laboratorium en vergeleken met die van den dampkring. Hieruit is de dikte van de ozonlaag berekend, herleid op $p = 760$ mm en $T = 273$. Van de gevonden resultaten vindt men de beste samenvatting in de verhandeling van Dobson, Harrison en Lawrence.¹⁾ waarbij men die van Buisson voegen kan ²⁾. Voor Europa vindt men:

1. Het maximum der maandgemiddelden valt in Maart—Juni en bedraagt ca. 0.34 (voor niet-bergstations).
2. Het minimum der maandgemiddelden valt in September—October en bedraagt ca. 0.24 (voor niet-bergstations).

De absorptiecoëfficiënten van ozon vindt men insgelijks in tabel II aangegeven; zij zijn zóó bepaald, dat $i = i_0 \cdot 10^{-KH}$; K is berekend voor drie verschillende aequivalenten dikten der ozonlaag, de minimum- en maximum-dikte en een gemiddelde dikte. Noteeren wij nog, dat in de tropen de hoeveelheid ozon eer kleiner is dan in Europa en wel ca. 0.20 cm bedraagt, hetgeen overeenstemt met de groote intensiteit van het ultraviolet licht die Prof. Clay daar gemeten heeft ³⁾.

1) *Proc. R. Soc.*, 122, 466.

2) *C. R.*, 188, 647, 1929.

3) *Proc. R. Soc.*, 122, 485.

De algemeene verzwakking door den dampkring.

Deze is te wijten aan stof, nevel, wolken; men kan ze beschrijven als de som van een verstrooiing, die niet van de λ afhangt en van een andere, die omgekeerd evenredig met λ^4 is; deze laatste zou dan te voegen zijn bij de verstrooiing van de lucht. Fabry en Buisson geven aan, dat op een zeer mooien dag te Marseille de niet-selectieve extinctiecoëfficiënt 0.25 bedroeg ¹⁾ en nemen aan, dat er geen selectieve verstrooiing is buiten die der lucht. Dobson en Harrison ²⁾ vinden op een zomerdag te Oxford 0.05 en uit hun getallen voor dien dag vindt men ook, dat de selectieve verstrooiing ontbreekt. Kron ³⁾ vindt voor den algemeenen extinctiecoëfficiënt 0.03, maar krijgt daarnaast een aanzienlijke selectieve verstrooiing, die gemiddeld ongeveer ^{3/4} van de luchtverstrooiing bedraagt; hij schrijft dien toe aan den invloed van de waterdamp en vindt zijn resultaten bevestigd door die van Fowle ⁴⁾. Voorloopig zullen wij deze verzwakkingsfactoren buiten beschouwing laten, omdat ze nog te weinig bekend zijn.

Bijdrage van het diffuse hemellicht.

Deze is nooit behoorlijk gemeten; daarom zullen wij ze theoretisch berekenen. We vergenoegen ons met een ruwe benadering ⁵⁾. De ozonlaag ligt bij 45 km hoogte ongeveer; we verwaarloozen wat verstrooid wordt door hogere lagen, verder nemen we aan, dat de verstrooiing naar alle richtingen gelijkelijk gebeurt en verwaarloozen de polarisatie. De totale gereduceerde dampkringsdikte stellen we 1, de gereduceerde diepte van een bepaald punt onder de buitengrens noemen we x . Noem ψ den invalshoek der zonnestralen met de verticaal, ϑ den hoek van de waarnemingsrichting met de verticaal, gebruik k en s voor $2.303 k$ en 2.303σ , zoodat $i = i_0 e^{-kH}$ en $i = i_0 e^{-sH}$. De verlichting der luchtlagen op diepte x is dan gegeven door $e^{-k \sec \psi}$, $e^{-s x \sec \psi}$. Het verstrooide licht, waargenomen binnen het ruimtehoekje $d\omega = 1$ bedraagt:

$$I = \frac{s}{4\pi} e^{-k \sec \psi} \int_0^1 e^{-s x \sec \psi} \cdot e^{-s(1-x) \sec \vartheta} dx \cdot \sec \vartheta =$$

1) *Ap. J.*, 54, 1921.

2) *Proc. R. Soc.*, 110, 673.

3) *Ann. d. Phys.*, 45, 377, 1914.

4) *Astroph. J.*, 38, 392, 1913.

5) Een analoge berekening, maar met ietwat andere uitgangspunten, vindt men bij Pernter—Exner, *Meteorologische Optik*, 2e Aufl. blz. 822.

$$= \frac{s}{4\pi} \sec \vartheta \cdot e^{-k \sec \psi} \int_0^1 e^{-s x (\sec \psi - \sec \vartheta)} - s \cdot \sec \vartheta dx =$$

$$\frac{s \cdot \sec \vartheta e^{-k \sec \psi - s \sec \vartheta}}{4 \pi s \cdot (\sec \psi - \sec \vartheta)} (1 - e^{-s (\sec \psi - \sec \vartheta)})$$

Integreer dit over alle ruimtehoeken. We nemen aan, dat een gegeven stralingsstroom, die ons treft, even sterk inwerkt, uit welke richting hij ook komt; de niet-bekleede lichaamsoppervlakken van den mensch zijn zoo onregelmatig verdeeld, dat het moeilijk zou zijn te schatten hoeveel er in iedere richting georiënteerd zijn.

$$2\pi \int_0^{\frac{1}{2}\pi} I \sin \vartheta d\vartheta = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{tg \vartheta}{2} \cdot \frac{e^{-k \sec \psi - s \cdot \sec \vartheta}}{\sec \psi - \sec \vartheta} (1 - e^{-s (\sec \psi - \sec \vartheta)}) d\vartheta$$

$$= \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{tg \vartheta}{2 (\sec \psi - \sec \vartheta)} 10^{-K \sec \psi - \sigma \sec \vartheta} - 10^{-K \sec \psi - \sigma \sec \psi} d\vartheta$$

Vergelijkt men dat met de rechtstreeksche, ons toegezonden zonne-straling $10^{-K \sec \psi - \sigma \sec \psi}$, dan is de verhouding:

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{tg \vartheta}{2 (\sec \vartheta - \sec \psi)} (1 - 10^{-\sigma (\sec \vartheta - \sec \psi)}) d\vartheta.$$

Deze integraal is eenvoudig grafisch te bepalen. De uitkomsten zijn:

VERSTROOID LICHT
RECHTSTREEKSCH LICHT

ψ	$\lambda = 3000 \text{ A.E.}$	$\lambda = 3340 \text{ A.E.}$	$\lambda = 4000 \text{ A.E.}$
0	0.57	0.45	0.27
30°	0.60	0.48	0.28
60°	0.85	0.57	0.37
80°	10.0	2.53	0.53

De maximale hoeveelheid Ultraviolette-stralen, die wij van de zon krijgen.

Bij optimale omstandigheden is de hoeveelheid Ultravioletlicht nu gemakkelijk te schatten: station op zeeniveau, zon nabij 't zenith, geen algemeene verzwakking, ozonlaag 0.24 cm. Eenheid: $\frac{\text{erg}}{\text{sec cm}^2}$. De diffuse straling is bij de directe opgeteld.

TABEL III.

λ (A. E.)	I_{λ}
4000	13600.10 ⁶
3700	11500
3340	8920
3143	4470
3052	1660
3022	842
2997	395
2963	82,7
2956	56,2
2946	27,6
2936	14,1
2931	9,4

In de tropen en op uitzonderlijk gunstige dagen in Europa kan de intensiteit nog iets grooter zijn.

De lichtsterkte der verschillende Ultraviolette-stralingen als functie van de zonshoogte en van den tijd van het jaar.

Wij beschikken nu over alle gegevens om de intensiteit van elke ultraviolette straling aan te geven als functie van de zonshoogte. Onze getallen zijn berekend voor drie verschillende laagdikten van het ozon; als uitgangspunt dient tabel I. In tabel II vindt men dan welk breukdeel van elke soort straling de aarde bereikt; het verstrooide licht is daarbij op te tellen.

Om tegelijk rekening te houden met de veranderlijke zonshoogte in den loop van het jaar en van den dag, alsook met de veranderlijke dikte van de laag ozon, kiezen we nu 5 typische dagen uit:

21 Maart	Declinatie der zon:	0°	Dikte ozonlaag:	0.30 cm
1 Mei	„	+ 15°	„	0.34 „
1 Juli	„	+ 23 ⁵⁰	„	0.30 „
21 September	„	0°	„	0.24 „
21 December	„	— 23 ⁵⁰	„	0.27 ⁵ „

Voor elke golflengte bepalen we, uur per uur, hoeveel straling 1 cm² van het aardoppervlak in den loop van die dagen opvangt en we integreeren deze krommen grafisch. Aldus verkrijgen we tabel IV, die de energieën in erg per cm² en per dag opgeeft. Deze berekeningen zijn gebeurd voor de breedte van Utrecht.

TABEL IV.

λ	21 Maart	1 Mei	1 Juli	21 Sept.	21 Dec.
4000	17800.10 ¹⁰	24500.10 ¹⁰	28300.10 ¹⁰	17600.10 ¹⁰	5220.10 ¹⁰
3700	12400	18100	21200	12400	2580
3340	7880	11900	14600	7880	1010
3143	2020	3490	4840	2380	182
3052	218	98	942	391	—
3022	55,9	142	333	120	—
2997	10,6	36,9	101	45,2	—
2963	0,2	1,87	9,85	2,2	—
2956	—	0,93	5,00	0,71	—
2946	—	0,30	1,89	—	—
2936	—	0,088	0,68	—	—
2931	—	0,040	0,35	—	—

Totale hoeveelheid Ultraviolette-straling per jaar.

Ten slotte stellen we deze hoeveelheden straling voor als functie van het oogenblik van het jaar en integreeren weer, zoodat we de totale hoeveelheid ultraviolette-straling vinden, die per jaar op 1 cm² der aarde valt. Om rekening te houden met de bewolking, die zoowel het directe als het verstrooide licht ten deele tegenhoudt, vermenigvuldigen we (voor Nederland) met een factor 0,40; we houden geen rekening met het feit, dat er een dagelijksche en een jaarlijksche periodiciteit in de wolkenbedekking is, omdat die invloeden gering zijn.

De eindresultaten zijn in tabel V te vinden; de energie is hier uitgedrukt in ergs per cm², per jaar, voor $d\lambda = 1$ cm. Vraagt men dus b.v. naar de jaarlijksche hoeveelheid U. V. tusschen 3000 A. E. en 2990 A. E., dan vindt men uit onze tabel:

$$10620.10^{10}. 10^{-7} = 10.62. 10^6 \text{ ergs.}$$

TABEL V.

4000	5060000.10 ¹⁰
3700	3640000
3340	2320000
3143	678000
3052	108400
3022	34400
2997	10620
2963	30
2956	388
2946	125
2936	38
2931	20

De hier opgegeven getallen zijn maximumwaarden, omdat wij geen andere verzwakkingsoorzaken hebben in aanmerking genomen dan de luchtverstrooiing, de ozonabsorptie en de wolken. Onze verzwakkingsfactoren kloppen dan ook beter met die van het hooggebergte (op $p = 760$ mm omgerekend), dan met die van de vlakte waar de lucht onzuiver is.

Wij willen nog de verandering schatten welke aan onze getallen aangebracht moet worden, indien de selectieve verstrooiing van *Kron* en *Fowle* bevestigd mocht blijken. De extinctiecoëfficiënt 0.25 bij $\lambda = 3140$, door *Fabry* en *Buisson* toegeschreven aan niet selectieve verzwakking, dient dan beschouwd te worden als de verstrooiing aan andere deeltjes dan de luchtmoleculen en klopt niet slecht met wat *Kron* voor diezelfde golflengte opgeeft. De waarden van σ worden nu vermenigvuldigd met een factor van ongeveer 1,75 (vgl. blz. 14). Iedere golflengte zal verzwakt worden op dezelfde wijze als wij eerst berekend hadden voor een ietwat kortere golflengte; alleen wordt het bedrag aan verstrooid licht een beetje anders. Tabel VI geeft de voornaamste uitkomsten weer, nadat de berekening in dien zin gewijzigd is.

TABEL VI.

λ	Max. hoeveelh. U.V. straling	Totale hoeveelh. per jaar
4000	22800.10 ⁶	2680000.10 ¹⁰
3700	16560	1722000
3340	10800	1040000
3143	5280	320000
3052	1846	53600
3022	910	16400
2997	418	4680
2963	83	364
2956	56	188
2946	27	59
2936	14	19
2931	6	10

De nauwkeurigheid van deze tabel is niet zoo groot als die van de tabellen III en V, maar toch vermoeden wij, dat voor ons laagland deze laatste resultaten dichter bij de werkelijkheid zijn. Voor de golflengten, die voor ons het meeste belang hebben, zijn de uitkomsten nu ongeveer de helft van de vorige.

Deze boven verzamelde gegevens zullen een steeds bruikbaren grondslag leveren om objectief te kunnen beoordeelen of een kunstmatige lichtbron in bepaalde gevallen in staat is de zon te vervangen. Van

elke te gebruiken lichtbron zal de energieverdeeling in het spectrum nauwkeurig bekend moeten zijn, ten einde vergelijking met de zon en van verschillende lichtbronnen onderling mogelijk te maken. Noodzakelijk blijft echter om volkomen betrouwbare conclusies te kunnen trekken: het verwerven van zooveel mogelijk kennis omtrent de golflengteafhankelijkheid van een zoo groot mogelijk aantal voor de stralenhygiëne belangrijke biologische processen. Als zoodanig komen in de eerste plaats nog in aanmerking:

- a) de voorbehoedende werking bij allerlei infecties (in het bijzonder die van de ademhalingsorganen).
- b) de invloed op het glyucosegehalte van het bloed,
- c) de invloed op de leucocytenverdeeling van het bloed,
- d) de invloed op plaatselijke huidontstekingen,
- e) de invloed op het basaalmetabolisme,
- f) de invloed op de groei.

In vele gevallen zal door de medische wetenschap nog beslist moeten worden, of beïnvloeding in de eene of de andere richting gunstig genoemd mag worden.

Zoo naders omtrent deze golflengteafhankelijkheden bekend zal zijn, zal men tevens kunnen beoordeelen of de wenschelijkheid bestaat in kunstmatige lichtbronnen voor hygiënisch gebruik straling toe te laten van wezenlijk korter golflengte dan in de zon voorkomt. Voorloopig doet men echter veilig hiervan af te zien, daar rekening gehouden moet worden met de mogelijkheid van antagonistische werking van deze kortere golflengten (zie b.v. vitamine-D-vorming) maar vooral wijl de gevaren der ultraviolet-bestraling schijnen toe te nemen naarmate de golflengte korter wordt (of dit algemeen juist is, valt op het oogenblik, wegens gebrek aan feitenmateriaal niet uit te maken). Men heeft zich er bovendien rekenschap van te geven, dat men, zoodra ook kortergolvig licht gebruikt wordt voor hygiënische doeleinden, het veilige standpunt: geven wat de natuur in goede omstandigheden ook zou geven, min of meer verlaat en meer op het zuivere terrein van den arts komt, die na voorafgaand onderzoek voor herstel of behoud der gezondheid middelen kan voorschrijven, die men in normale omstandigheden niet gebruikt.

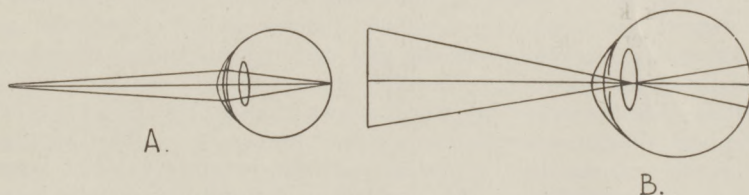
Zoo in het algemeen omtrent de schadelijke werking van kortere golflengten weinig definitiefs bekend is, anders is dit met de werking op de oogen en wel in het bijzonder op de conjunctivae en de corneae. Ofschoon ook hier nog, zoover ons bekend, geen quantitative metingen gedaan zijn omtrent de invloed van de golflengte op de resulterende prikkeling, is het op grond van algemeene ervaring wel als zeker te beschouwen, dat van korte golflengten kleinere doses reeds schadelijk zijn, dan van de langere bij ca. 300 $m\mu$.

Over de schadelijke werking op de oogen is het volgende op te merken:
Op drie plaatsen kunnen stralen van korte golflengte het oog voor-
namelijk schaden:

1. Aan de oppervlakte, dus bindvlies (conjunctiva) en hoornvlies (cornea)
2. Aan de lens
3. Aan den oogachtergrond (dus netvlies en vaatvlies).

Als algemeene regel geldt ook hier, dat slechts straling, die geabsorbeerd wordt, invloed uitoefent. Daar infrarode stralingen ook afwijkingen in het oog teweeg kunnen brengen, vooral in de lens (glasblazersstaar bijv.) geldt het navolgende alleen voor stralingsbronnen, die weinig of geen infrarode stralingen bevatten.

Voorts zijn er individueele verschillen in gevoeligheid, die bijvoorbeeld afhankelijk kunnen zijn van den leeftijd. Lenzen van oude menschen hebben bijvoorbeeld een andere chemische samenstelling dan die van jonge en kunnen daardoor gevoeliger zijn voor uitwendige invloeden. In het algemeen schijnt de doorlaatbaarheid der oogmedia voor ultraviolette-stralen afhankelijk van hun proteïnegehalte en vergelijkbaar met waterige oplossingen van proteïne (Shoji 1922). De intensiteit der straling in de diepere deelen van het oog is afhankelijk van de wijde, der pupil. Daar de intensiteit van de straling voorts afhankelijk is van de concentratie, door de brekende werking der oogmedia teweeggebracht, zal ook de vorm van de lichtbron grooten invloed uitoefenen.



De fig. A en B illustreeren dit (ontleend aan W. Stuart Duke Elder *Recent Advances in Ophthalmology*). Fig. A toont hoe bij zien in een kleine lichtbron de grootste stralende energie zich ophoopt in het netvlies (zien in zon of lamp). Fig. B leert hoe bij een groote lichtbron bijv. de hemel en een zonlicht weerkaatsende oppervlakte zooals sneeuw of water de grootste concentratie plaats vindt in de lens. Op deze wijze kan voor geval B bij gelijke bestraling van het netvliesmidden in de lens een stralenconcentratie optreden, die in een orde van eenige miljoenen grooter is dan in geval A. De werking der stralingen is in het algemeen een drievoudige

a) een thermische

b) een photo-chemische en photo-electrische, de z.g. *abiotische*.

Practisch kan men aannemen, dat de warmtewerking beperkt is tot stralingen langer dan 7700 A. E. en de abiotische tot stralingen korter dan 3000 A. E.

Voor het tusschen beide grenzen gelegen zichtbare spectrum kunnen thermische en abiotische werking verwaarloosd worden, behalve voor zoover betreft de gepigmenteerde weefsels, die alle opvallende energie vastleggen en in warmte omzetten.

c) Een bijzondere werking van het licht treft men vooral aan in de lens namelijk fluorescentie. Omtrent de biologische beteekenis der fluorescentie weten we nog niets. Men houde ook rekening met de mogelijkheid, dat ultravioletstraling in de lens wordt omgezet in stralen van andere golflengten, die evenmin voor ons zichtbaar zijn. Deze mogelijkheid kan van praktische beteekenis zijn, daar we zullen zien, dat er groote verschillen zijn in de abiotische werking van stralen, die oogenschijnlijk slechts weinig in golflengte verschillen. Op grond van ervaringen omtrent de schadelijkheid of onschadelijkheid, opgedaan in weefsels, die niet fluoresceeren (bijv. hoornvlies) zou men in dat geval geen conclusies mogen trekken omtrent de schadelijkheid resp. onschadelijkheid van dezelfde stralingen in weefsels, die fluorescentie vertoonen (bijv. lens).

1. *Bindvlies en Hoornvlies.*

D u k e E l d e r toonde aan, dat voor praktische doeleinden slechts stralingen beneden 3.000 A. E. abiotische werking vertoonen en wel in een intensiteit van ongeveer 2.000.000 (twee miljoen) ergseconden per cm^2 . De reactie varieert evenredig met den expositietijd en omgekeerd evenredig met het kwadraat van den afstand van de lichtbron (indien de reflexie aan het oppervlak wordt verwaarloosd). Het effect van herhaalde bestralingen is even groot als dat van een enkele bestraling gedurende de som der bestralingsfracties, mits het interval niet langer duurt dan ongeveer 24 uur. Als dan komen factoren van herstel in het spel. De abiotische gevolgen van bestraling treden eerst op na een latente periode van 6 tot 8 uur.

D u k e E l d e r heeft door anatomisch onderzoek aangetoond, dat ze van geheel anderen aard zijn als de thermische werking. (De voorvlakte der cornea, het epithelium lijdt o.a. het sterkst terwijl bij thermische werking de achtervlakte- het endothelium, de sterkste veranderingen vertoont).

De verschijnselen zijn: pijn, tranen, lichtschuwheid, lidkramp, troebeling van het hoornvliesepitheel, waardoor ook het zien van kleurenringen om lichtbronnen veroorzaakt kan worden (halo). We mogen vermoedelijk aannemen, dat de absorptie der ultraviolette stralen in het hoornvlies parallel loopt met die in de huid. Al is het natuurlijk niet uitgesloten, dat het traanvocht, dat na elken lidslag als een film de cornea bedekt, nog wat extra reflectie en resorptie veroorzaakt.

Uit de onderzoeken van Luckiesh, Holladay en Taylor weten we, dat de ongebruinde huid van een blanke circa 50 % van het opvallende licht van een wolframdraadlamp reflecteert, doch slechts 3 tot 5 % van het ultravioletlicht tusschen 2400 en 3100 A. E. m.a.w. uit het gebied, dat ons therapeutisch interesseert, wordt bijna alles geabsorbeerd.

Bij hun onderzoek over erytheemverwekkende werking, vonden zij een top om de 2967 A. E. (zelfde als Hausser en Hausser en Vahle). Dan volgt een diepe daling om 2800 en een nieuwe top vanaf circa 2700, die bij 2400 bijna even hoog is als het eerste maximum (kleinere golfengten werden niet onderzocht). Indien dit ook voor het hoornvlies en het bindvlies mocht gelden, wat o.i. wel waarschijnlijk is, daar de opperste cellenlaag een huiderivaat is, dan zou althans wenschelijk zijn de stralen van korter golfengte van het therapeutisch werkzame gebied zooveel mogelijk te elimineeren.

Nauwkeurige energiemetende methodes van onderzoek, zooals ze door bovenstaande auteurs voor de huid zijn toegepast, zijn ons voor het oog niet bekend. Het zou van nut kunnen zijn ze te verrichten.

Nog op één punt moge de aandacht gevestigd worden. Bij de huid kan door pigmentatie een wijziging (beperking van den invloed der bestraling) veroorzaakt worden. Aan het menschelijk oog ontbreekt een dergelijke reactie.

Werking op de lens.

Voorheen heeft men aan het ultraviolette licht een gevaarlijke werking op de lens toegeschreven. Vermoedelijk is dat zeer overdreven. Grootendeels blijkt het ontstaan van lenstroebeligen (cataract of staar) bij bestraling een gevolg van de donkere warmtestralen. Om door directe bestraling met ultraviolet licht ernstige veranderingen in de lens te veroorzaken moet men enorme intensiteiten gebruiken, die in de practijk zelden voorkomen. De sterke absorptie in de cornea en het kamervocht is stellig van groote beschuttende waarde. Het is echter niet uitgesloten en wordt door recente schrijvers aangetoond, dat ultravioletstralingen, die op zichzelf niet sterk genoeg zijn om zichtbare veranderingen te weeg te brengen niettemin de lens gevoeliger maken voor schadelijke invloeden van anderen aard, zooals de zoutconcentratie in de lichaamsvochten (sensibiliserende werking bijv. van kalkzouten op coagulatie van proteïne door licht). Sommigen meenen, dat de werking van het ultravioletlicht op de lens indirect is (via beschadiging van het corpus ciliare door stralen, die in de lens diffuus verspreid worden). Veel ahang heeft deze opvatting niet. Toch is het theoretisch echter volstrekt niet uitgesloten, dat een schadelijke werking van ultravioletstralen op de lens pas op den langen duur tot uiting komt en bij de beoordeeling van de gevaren dier stralenmengsels zooals ze door kunstlampen geleverd worden, is dan ook eenige reserve geboden, zelfs al blijkt niets van onmiddellijke schadelijkheid in het experiment. De lens fluoresceert vrij

sterk en houdt op deze en andere wijze veel ultravioletlicht tegen, veel meer dan hoornvlies en kamervocht en ongeveer evenveel als het glasachtig lichaam.

De werking op het Netvlies.

Het netvlies wordt tengevolge van de absorptie in de oogmedia normaliter slechts door een ombelangrijke hoeveelheid ultraviolette-stralen bereikt. Dit wordt dan nog grotendeels geabsorbeerd in de voorste netvlieslagen. Door intensieve bestraling is dan ook juist hier duidelijke verandering op te wekken (Birch Hirschfeld, bevestigd door Duke Elder). Het feit, dat men bij de proeven wel steeds een aantal passeerende zenuwvezels treft, verklaart vermoedelijk waarom het letsel niet beperkt blijft tot het gedeelte van het netvlies, waar de lichtbron wordt afgebeeld. Bij den mensch dreigt in het algemeen slechts gevaar voor letsel van de foveastreek, zooals bij het lang zien in de zon (zonsverduistering) of in een elektrische lichtboog. Ook hier vindt men echter, zooals door Jess werd aangetoond, behalve het centrale scotoom, ringscotomen in peripherie. Geheel verklaard is een en ander nog niet. Bovendien schijnen hierbij niet op de eerste plaats de ultraviolette stralen, maar ook de zichtbare stralen en vooral de warmtestralen een rol te spelen. Men vindt dan ook sterke afwijkingen in het pigmentepithelium. Afgezien van deze mogelijkheden loopt de retina in het algemeen weinig gevaar, daar ze door de absorbeerende werking der mediae zeer goed tegen abiotische stralenwerking beveiligd is. De meening, dat senile centrale netvliesdegeneratie op abiotische werking zou berusten, vindt dan ook niet veel verdedigers.

Uit het voorafgaande kan voldoende blijken, dat ultraviolet licht schadelijken invloed kan uitoefenen op het oog. Daarbij loopt in de eerste plaats het oogoppervlak gevaar, doch de daar veroorzaakte afwijkingen zijn in den regel ongevaarlijk en kort van duur, al kunnen ze ook zeer hinderlijk zijn en bij chronische inwerking zelfs blijvend ernstig letsel veroorzaken. De gevaren voor lens en netvlies zijn vermoedelijk te hoog geschat en doen zich slechts voor bij dusdanige intensiteiten als slechts onder bijzondere omstandigheden inwerken, bijv. bij zien in de zon, in een onbeschermd booglamp, kortsluiting, bliksem. Toch blijft het geraden ook terwille van lens en netvlies voorzichtig te zijn met ultraviolet-bestraling van het oog; immers zagen wij, dat er nog onvoldoende bekende omstandigheden kunnen zijn, die sensibiliseerend kunnen werken. Houden we rekening met het ervaringsfeit, dat menschen, levend in een omgeving, die rijk is aan ultravioletlicht, zelfs veel rijker dan voor de vorming van een voldoende hoeveelheid vitamine noodzakelijk is te achten (bergen, tropen), in het algemeen geen schade voor hun gezichtsvermogen ondervinden, dan moet het mogelijk zijn ook kunstmatig een voldoende bestraling te geven zonder de onbeschutte oogten te schaden.

Het beste zou dit doel te bereiken zijn:

1. door de lichtbronnen boven aan te brengen, indien staande of zittend werk verricht wordt en zijdelings of van achteren indien bestraling geschiedt bij liggende personen.
2. door lichtbronnen te kiezen, die een relatief groot stralend oppervlak hebben, zoodat de foveale concentratie niet te groot kan worden wanneer de blik toevallig op de lichtbron gericht wordt, (vooral bij kinderen is zulks te vreezen. Bij bestralingskuren, vooral van kinderen, blijft het gebruik van een beschuttende bril dringend aan te bevelen.
3. Door ernaar te streven de gewenschte bestralingsdosis niet te bereiken door kortdurende intensieve bestraling, doch door langdurige zwakke bestraling, (in scholen, fabrieken, kantoren enz., waar niet genoeg ultravioletlicht doordringt, lampen aanbrengen, die gedurende vele uren daags branden).
4. In het algemeen luidt het voorschrift: nooit rechtstreeks in de lamp kijken. Om de opvolging van dezen raad te verzekeren ware het wellicht in bepaalde gevallen geraden, lampen te benutten, die tevens een groote hoeveelheid zichtbare stralen uitzenden, die door hun verblindende werking reeds het zien in de lamp tegengaan (zooals men bijv. de gevaren van gasvergiftiging bestrijdt door het gas te odoriseeren).

Samenvatting.

Samenvattende komen we dus op grond van verschillende overwegingen voorloopig tot de volgende conclusies:

1. ten einde kunstmatige verlichting te laten voldoen aan hygiënische eischen is in het bijzonder te letten op het spectraalgebied 290—310m μ . In dit gebied zij de straling van een zoodanige sterkte, dat het „effect” vergelijkbaar is met dat van de zonnestraling in dit gebied.
2. Licht van golflengten korter dan in het zonnenspectrum aanwezig, zij zoo zwak mogelijk.
3. De opstelling der lichtbronnen zij zoodanig, dat zoo weinig mogelijk licht in de oogen kan vallen.

Om in de toekomst scherpere eischen te kunnen formuleeren om eventueel tot hoogere economie te komen, is noodzakelijk

- a) dat van een zoo groot mogelijk aantal stralenbiologische processen de golflengteafhankelijkheid opgespoord wordt,

- b)* dat hierbij in het bijzonder bepaald wordt de minimale lichtdosis, die voor het bereiken van een gunstig effect noodzakelijk is,
- c)* dat nagegaan wordt of hogere doses kunnen schaden (zoo ja, de grensdosis bepalen),
- d)* dat onderzocht wordt of licht van andere golflengtegebieden voor bepaalde effecten antagonistisch werkt of een op zichzelf staande schadelijke werking uitoefent. De doses, waarbij deze effecten eventueel optreden, moeten dan bepaald worden.

N a s c h r i f t.

Op het inmiddels gehouden Internationale Verlichtings-Congres te Cambridge is besloten de ultraviolet verlichting als studieobject te aanvaarden en is aan het Nederlandsch Verlichtings Comité het Secretariaat voor deze kwestie opgedragen.

October, 1931.

BOEKBESPREKING

De Redactie wijdt zorg aan de keuze van deskundige recensenten. De verantwoordelijkheid voor het uitgesproken oordeel rust echter op den beoordeelaar.

P. Debije, Polare Molekeln. Uitgever: S. Hirzel, Leipzig. 1929. Prijs 200 blz. 34 fig.

Op uiterst overzichtelijke wijze laat de schrijver zien, welke invloeden een permanente elektrische dipool in het molecuul zal hebben op het fysisch-chemisch gedrag van de stof. In de eerste hoofdstukken worden de dielectrische eigenschappen besproken, en aangetoond, hoe uit de verandering van de dielectrische constante met de temperatuur de grootte van de permanente dipool kan worden bepaald. Dan volgt een beschouwing over dipoolmoment en structuur, waarbij verschillende problemen, als de werking van meerdere partiele momenten in een molecuul, de cis-trans-isometrie, en tenslotte het penta-erythriet en zijn derivaten ter sprake komen. Aan de molecuulmodellen, die volgens de electrostatische valentievoorstelling aan verbindingen als HCl , H_2O , NH_3 , moeten worden toegekend, wordt een aparte paragraaf gewijd.

Hoofdstuk V behandelt de anomale dispersie van elektrische golven. Onder de elektrische verzadigingsverschijnselen (Hoofdstuk VI) neemt de theorie der electrolyten een belangrijke plaats in.

Tot nu toe heeft de schrijver zich geplaatst op het standpunt der klassieke theorie. Eerst in de laatste drie hoofdstukken wordt van de quantentheorie en golvingsmechanica gebruik gemaakt, waarbij het Stark-effect en de eigenschappen der polaire gassen behandeld worden.

Aan het slot is een uitgebreide lijst van alreeds bekende dipoolmomenten toegevoegd, die gedeeltelijk door metingen in damptoestand, gedeeltelijk door metingen in verdunde oplossing verkregen zijn. Dat deze laatste methode in het algemeen goede resultaten geeft wordt aannemelijk gemaakt (blz. 53); deze conclusie geldt echter alleen voor ongekleurde. Tot onjuiste waarden komt men bij sterk absorberende stoffen als trinitrobenzol (blz. 65), en jodium, waaraan in de algemeene tabel een dipoolmoment wordt toegeschreven, wat in hooge mate onzeker is. Deze opmerking is alleen bedoeld om eventueel te ver gaande conclusies te voorkomen, niet om ook maar eenige afbreuk te doen aan dit voortreffelijke boek, dat zoowel voor physici als chemici in een dringende behoefte zal voorzien.

v. A.

P. Debije, Leipziger Vorträge 1931, Molekülstruktur. 197 blz., 44 fig. — Hirzel. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 10.—

Van de jaarlijks door Debije in Leipzig bijeengeroepen congressen worden de voordrachten in boekvorm uitgegeven. Tot nu toe is het onderwerp steeds geweest een onderdeel van de studie der molecuulstructuur (1928: Quantentheorie und Chemie; 1929: Dipolmoment und chemische Struktur; 1930: Elektroneninterferenzen). Vergeleken met de vorige keeren was het onderwerp nu iets meer-omvattend. Dit kan voor de congresdeelnemers een voordeel zijn geweest, voor het nu verschenen boekje is het

zeker een nadeel. De omvang van het onderwerp is te klein om uitvoerige populaire inleidingen te geven en het is aan de andere kant te groot om de zaak compleet te behandelen. Het komt mij voor, dat beter resultaat was verkregen, wanneer men zich beperkt had tot b.v. het R a m a n-effect. Zooals het nu is geweest, wordt elk onderdeel: dipoolmetingen, R a m a n-effect, bandenspectra, quantentheorie enz. door één of twee experts behandeld, die voor de breeden lezerskring te spoedig in details belanden, maar wegens plaatsgebrek deze details onvolledig moeten laten.

Dit heeft het boekje voor mij eenigszins tot een teleurstelling gemaakt. Toch krijgt men bij lezing wel een zoodanig idee van de stand van het moleculstructuuronderzoek op dit oogenblik, dat dit boekje in geen bibliotheek mag ontbreken. De nog niet ter zake deskundige lezer moet er echter voor gewaarschuwd worden, dat niet alle hoofdstukken van het fysisch structuuronderzoek voorkomen. Niet tot hun recht komen de dipoolmetingen, depolarisatiemetingen en de Röntgen- en kathodestraalinterferenties, die echter gedeeltelijk in de Leipziger Vorträge van voorafgaande jaren zijn behandeld.

C. Z.

Thorvald Kornerup, Die Akustische Atomtheorie, angewandt auf das Pythagoräische Tonsystem, 20 blz., 22 fig. — Jorgensen. Kopenhagen. 1931.

In twintig bladzijden en negen paragrafen wordt achtereenvolgens gesproken over: § 1. Der Einfluss der Naturtöne auf die Struktur der Tonsysteme. § 2. Das pythagoräische System, konsequent durchgeführt durch 31 Quinten Schritte. § 3. Die Atome und Serien des pythagoräischen Systems. § 4. Die Formelu für Diatonik, Kromatik und Enharmonik. § 5. Die ältere und jüngere Instrumental-Notation. § 6. Das Seikilos-Lied, der Kalliope-Hymnus, der Orestes-Chor und der Apollo Hymnus. § 8. Wertberugs-Systeme. § 9. Vorschläge zu einer internationalen Musik-Terminologie. Om dat te kunnen moet een zoo gedrongen stijl gebruikt worden, dat het vrijwel onmogelijk is den schrijver behoorlijk te kunnen volgen, — wat, te oordeelen naar hetgeen dan met eenige moeite te begrijpen valt, jammer is. Maar het gaat heusch niet aan bijv. het probleem der Apollo-hymne in een paar zinnen af te doen! En als, na het citaat van Prof. A n g u l H a m m e r i c h: „Man erwartet noch den Fornker, der den Apollon-Hymnus der Wissenschaft fruchtbringend machen, und unsere Kenntnis zu den 30 hoch gepriesenen Eigenschaften der griechischen Tonkunst erweitern kann. Noch gehört dies alles zu dem unbekanten Schönen”, enkel de vraag volgt: „Ob nicht Tab. 7 und § 7 in dieser Abhandlung der Schlüssel zur vollständigen Lösung dieser Aufgabe ist: zu dem unbekanten Schönen hervor zu dringen?” — dan antwoordt de lezer vermoedelijk: „’t kan best zijn, — maar uit hetgeen hier *staat* valt het niet goed op te maken”, hetgeen — nog eens — jammer is.

H. GR.

REDE BIJ DE INGEBRUIKNEMING VAN DEN NIEUWEN ELECTRO-MAGNEET IN HET KAMERLINGH ONNES-LABORATORIUM

door W. J. DE HAAS

Ik heb gearzeld over de vraag of het geschikt zou zijn, den grooten electromagneet van het laboratorium in het openbaar te openen. Immers door verschillende oorzaken die niet ter zake doen heeft de voleindiging van den magneet en zijn schakel-installatie vrij geruimen tijd geduurd. Toch heb ik gemeend, dat eene officieele ingebruik stelling beter is, daar het mij gebleken is door een reeks brieven uit het buitenland, waar het bestaan van een buitengewoon groote magneet aan de Universiteit te Leiden ten deele bij geruchte doorgedrongen is, dat de belangstelling in dit werk in het buitenland groot is en voorts wil ik in deze officieele opening een daad zien van piëteit ter eere van de nagedachtenis van een man, die een zoo overwegend aandeel in het tot stand komen van dit werk gehad heeft; een daad van piëteit tegenover de nagedachtenis van Prof. Kamerlingh Onnes. Want hij had reeds voor 1917 het plan opgezet een grooten magneet te construeeren.

Onder de papieren van wijlen Prof. Onnes bevindt zich reeds een eigenhandige schets d.d. 24 Maart 1917. De plannen bleven na het jaar 1917 een tijd rusten. Een correspondentie met Prof. Weiss dateert uit het jaar 1921. In de daarop navolgende jaren coördineerde Prof. Kamerlingh Onnes een aantal magnetische krachten, Prof. Weiss thans te Straatsburg, Prof. Piccard thans te Brussel, Prof. Woltjer, thans te Bandoeng en mij zelf. Als technisch adviseur raadpleegde Prof. Onnes onzen stadgenoot den ingenieur Blom, en het mag ter dezen plaatse wel eervol vermeld worden, dat de ingenieur Blom geheel belangloos zijn tijd beschikbaar stelde bij de uitwerking van de technische détails, die bij de constructie van den magneet ter sprake kwamen.

Ten slotte kon het werk, nadat de magneet zorgvuldig berekend was volgens de beginselen in de dissertatie van Forrer, een leerling van Weiss, aanbesteed worden in Januari 1924.

Aan de firma Siemens en Halske viel het voorrecht te beurt, het werk uit te voeren. Siemens en Halske heeft de opdracht op voortreffelijke wijze vervuld. Zoowel bij het vervaardigen van den magneet als bij het maken van de schakelinstallatie hadden wij het voorrecht van de groote constructieve ervaring van de ingenieurs van de firma Siemens.

Het type van den magneet is het type van Weiss. De bediening en schakeling van den magneet is in het lokaal zelve ondergebracht. De heer v. Weezel is met het dagelijksche toezicht belast, terwijl de heer Walstra voor het algemeene toezicht en de batterijen zorgt.

Misschien mag ik hier eenige woorden over magnetenbouw in het algemeen zeggen. Van oudsher dateert reeds de magneetvorm van R h u m k o r f f. De R h u m k o r f f electromagneetjes hebben een groote verspreiding gevonden, men vond ze vroeger in alle laboratoria; ook in de Natuurkundige Kabinetten der middelbare scholen kan men nog vaak deze magneetjes vinden. Dit type is zuiver empirisch op zijn sterkste velden geconstrueerd. De magnetenbouw in den meer engeren zin voor wetenschappelijke laboratoria bestemd, is ter hand genomen door D u B o i s en Weiss. D u B o i s construeerde in 1891 zijn volring model, een toroïde gelijkmatig bewikkeld met den koperdraad, waardoor de bekrachtigende elektrische stroom loopt. Deze volring-magneet voldeed niet. Hij vertoont een verzadiging der magnetisatie, daar waar zij niet verlangd wordt, d. w. z. diametraal tegenover de vrije plaatsruimte tusschen de poolspitsen. Bij dezen magneet heeft een groote verspilling van elektrische energie plaats. Weiss, later gevolgd door D u B o i s, heeft er den nadruk op gelegd, dat de bewikkeling der magneten zoo dicht mogelijk bij de luchtspleet der polen behoort te geschieden.

En de moderne Weiss-, ook de D u B o i s-magneet vertoont dan ook een verzadigingsmagnetisatie der poolschoenen, terwijl het magnetische juk, waaraan een grooter doorsnede gegeven wordt dan de poolschoenen magnetisch onverzadigd is. Deze constructie is zoo te zeggen de complementaire van de volring van

Du Bois. Het mag wel merkwaardig heeten, dat de moderne magneet eigenlijk zeer in vorm het oudste emperische model van R h u m k o r f f nadert. De ontwikkelingsgang is eene geweest analoog aan den microscopenbouw. Er zijn oude microscopen empirisch gebouwd, die reeds een groote apertuur hadden, geleerd door de ervaring, dat dit het oplossend vermogen ten goede kwam.

Men kan veilig zeggen, dat de We i s s -magneet de best bestudeerde en geconstrueerde is, welke bestaat. En het is dan ook geen wonder, dat de groote electromagneet, die u straks beneden zult zien geheel het We i s s -type vertoont. De waterkoeling is geheel dezelfde als bij We i s s. Het water wordt centraal toegevoerd en parallel door het systeem koperen vierkante buizen geleid, waar de elektrische stroom in serie doorgaat. De koeling is zoo effectief, dat bij de zware stroombelasting door de buizen van 400 Amp. het koelwater een 12 gr. in temperatuur rijst. De elektrische stroom wordt toegevoerd over een paar centraal aangebrachte slepringen. Zoowel de centrale water als stroomtoevoering zijn op deze wijze aangebracht op advies van den heer B l o m. Door deze wijze van voeding van den magneet is niettegenstaande het groote gewicht van het geheel, 14.000 kg, een groote bewegelijkheid verkregen. En het kost geen moeite om het geheel dat op een kogellager rust met behulp van een wormwiel om een verticale as te draaien.

Het beginsel van gemakkelijke beweegbaarheid is bij de geheele constructie doorgevoerd. Zoo kunnen de poolkernen, die ieder 900 kg wegen, gemakkelijk met behulp van een paar op den magneet aangebrachte motoren versteld worden. Het is evenzeer mogelijk voor het geval een verticaal magnetisch veld gewenscht is, den geheelen magneet verticaal te zetten op eenige daartoe speciaal aanwezige palen. Het spreekt van zelf, dat gezien het enorme gewicht, de verticaalstelling met behulp van een loopkraan moet geschieden. Deze loopkraan is speciaal voor het kippen van den magneet door den heer B l o m ontworpen en door de firma S t o r k uitgevoerd. De geheele manoeuvre kan binnen het uur geschieden. De poolschoenen, te zwaar om met de hand gehanteerd te worden, worden door middel van de loopkraan op hun plaats gebracht.

Beneden zult gij opgesteld vinden, naast den grooten magneet, den eersten magneet in dit laboratorium gebruikt en die nu terecht

een plaats gevonden heeft in het historisch museum van Dr. Crommelin. Want met dit kleine magneetje, heeft Prof. Zeeman in dit laboratorium zijn beroemde experiment gedaan van den invloed van het magneetveld op het uitgezonden licht der atomen. Het Zeeman-effect is gebleken in den loop van meer dan 25 jaren ontwikkeling van den bouw van het atoom een der meest geschikte leiddraden ter ontwarring der ingewikkelde structuurverschijnselen van het atoom te zijn.

Het verschil in aspect van deze eersten en laatsten magneet is werkelijk verbluffend. U krijgt met het kleine magneetje een soort van medelijden. Het gaat er mee als wanneer men op een grasveld wat heel jonge hondjes ziet spelen, wat katjes of een heel klein kind. Een glimlach trekt over onze ziel. Zoo gaat het ook hier. Daartegen contrasteert de nieuwe magneet als iets massiefs, men kan er bewondering voor gevoelen, maar ik weet niet of het U gaat als mij: in deze groote technische scheppingen voelt men ook iets brutaals, iets als een zich te zeer opdringende techniek en mechaniseering.

Doch ik moet U toch waarschuwen niet te zeer medelijden met het kleine instrument waar Zeeman toch maar zijn groote ontdekking mede gedaan heeft, te hebben. Ik moet, om U dit duidelijk te maken even voortgaan op de theorie van den magnetenbouw, die door Stefan en Ewing ontwikkeld is. Schoon ik deze theorie niet juist kan achten geeft zij een vrij goede benadering. Zij leert ons de sterkte van het magnetische veld tusschen de polen van den magneet, het interferricum genaamd, te berekenen.

De voornaamste deelen, waar het op aankomt zijn de poolstukken. Deze poolstukken hebben den vorm van afgeknotte kegels van ijzer. Zij zijn door den er omheen loopenden stroom geheel gemagnetiseerd. De proeven worden nu als regel gedaan tusschen de twee kleine eindvlakken van de ijzeren afgeknotte kegels, waarvan de eene derhalve Zuid, de andere Noord gemagnetiseerd is.

De sterkte van het veld tusschen de polen wordt nu geleverd door de grootte en afstand van beide eindvlakjes, waarbij opgesteld moet worden de magnetische werking van de mantels der afgeknotte kegels, die zich in magnetischen toestand bevinden. De theorie van Stefan leert nu, dat het aandeel van het conische gedeelte der kegels een bijdrage levert die gelijk is aan de natuurl. log. van de verhouding van de stralen van boven- en grondvlak

der kegels. Dat wil derhalve zeggen, dat indien men een magneet maakt, waarbij men de lineaire afmetingen b.v. met een factor 5 vergroot en men de ruimte waarin de proeven gebeuren hetzelfde laat, de magn. krachten maar met 'n veel kleineren factor vermenigvuldigd worden. Als Prof. Z e e m a n met mijn grooten magneet zijn proeven gedaan zou hebben in dezelfde proefruimte als in 't kleine R h u m k. magn. beneden, zou hij slechts een factor in zijn voordeel, schattenderwijze van twee gehad hebben.

Men ziet derhalve dat men het kleine dat voor Uw voeten komt niet te zeer moet verachten. En dat men geen gevoel van medelijden met een kleinen magneet behoeft te hebben. Kleine magneten zijn vinnige dingen.

We willen nog een opmerking aan het gezegde vast knopen. Daartoe geef ik het volgende voorbeeld. Mijn groote magneet beneden heeft een diameter voor het grondvlak van den ijzeren afgeknotten kegel van 40 cm. Ik zou nu bijzonder graag werken met magneetvelden, die in dezelfde proefruimte ongeveer anderhalf maal zoo groot zijn. Dat lijkt geen overdreven eisch. De berekening leert dat in een bepaald geval ik de lineaire afmetingen van den magneet moet vermenigvuldigen met een factor ongeveer 5. Dat wil derhalve zeggen dat het volume ongeveer met de derde macht, 125, zou groeien. Een dergelijke magneet zou ruw geschat kosten twee millioen gulden. Men ziet hoe onmogelijk het probleem der sterke velden wordt. Laat ik ter geruststelling eraan toevoegen dat geen voorstellen aan curatoren van mij zullen uitgaan om dit te bereiken.

Men kan ook een anderen weg inslaan. Inplaats van den straal van het grondvlak te vergrooten, en derhalve veel grootere magneten te bouwen, kan men den straal van het kleine vlak van den afgeknotten kegel verkleinen. Doch dan wordt de ruimte voor de experimenten uitermate klein en zou men gedwongen zijn een speciale microtechniek te scheppen.

Nu is men in de richting van de microtechniek wel ver gekomen, doch vooral daar waar het gegeven in de natuur daartoe dwingt. Bacteriologen kunnen met behulp van de micromanipulator één bacterie hanteeren. Ik las in een rapport van de malaria-commissie van Prof. S c h ü f f n e r — ik citeer hierbij uit de herinnering — hoe men in een laboratorium te Calcutta bij malariamuggen, die

evenzeer koorts hebben als menschenlijke malaria-patiënten, de lichaamstemperatuur door middel van kleine thermometertjes, thermo-elementjes, registreerde. Doch in de physica zou een dergelijke microtechniek wel uitermate tijdroovend worden, terwijl de nauwkeurigheid van de proeven zeer zou dalen.

Kapitza in Cambridge heeft een gansch anderen weg ingeslagen om sterke magnetische velden van een vrij groote uitgebreidheid te maken. De methode is zeer ingenieus. Een dynamo wordt plotseling kort gesloten door een klos van dikke koperstaaf gemaakt. De bewegingsenergie van de draaiende dynamo wordt dan plotseling uitgeput in het sterke ontstaand magnetisch veld van de klos. Met deze methode zijn de sterkste velden bereikt, die tot dusver op aarde bereikt zijn. De velden worden van de orde van 300 kilo-gauss, de stroom in de klos van de orde van 70.000 Ampère.

Prof. Kamerlingh Onnes heeft mij vroeger erover gesproken ook hier te Leiden een dergelijke inrichting te maken. Maar de methode is extreem kostbaar. En heeft daarbij andere belangrijke nadeelen. De magnetische velden ontstaan en verdwijnen weer in een honderdste seconde en Kapitza is gedwongen voor iedere meting een speciale meetapparatuur te bouwen. Men ziet, dat de moeilijkheid die men voor hooge velden in de ruimte krijgt bij de statische magneten, men hier weer terugkrijgt in den tijd.

Er komt trouwens bij de methode Kapitza nog een andere principieele moeilijkheid. Wil men sterk magnetische substanties meten in het interessantste temperatuurgebied, d. w. z. bij lage temperaturen bestudeeren, dan is te verwachten met de methode Kapitza dat men niet goed zal weten wat men eigenlijk meet. Want het magneetveld verandert de inwendige energie van de substantie. Het opkomend en verdwijnend veld verwarmt en verkoelt de stof en het staat te vreezen dat men een toestand zal meten tusschen den adiabatischen en isothermischen toestand in, die niet al te best gedefinieerd zal zijn.

Samenvattend kan men zeggen, dat het probleem van extreem hooge velden van alle kanten vastloopt en dat noodig is geld en dat geld een van de moeilijkste dingen der wereld is, behoef ik in dezen tijd van overigens schijnbare armoede wel niet te zeggen.

Ik mag dan ook wel zeggen, dat het idee dat bij Prof. O n n e s voorzat bij de constructie van den magneet zeker niet was extreem hooge velden. Het doel is geweest gemiddeld hooge velden van groote uitgebreidheid. En dit probleem lag binnen de grenzen der mogelijkheden. Welke kwesties zijn van belang bij het bestudeeren van de magnetische verschijnselen der stof. Vooral de kwesties van de magnetisatie bij lage temperaturen. Het magnetisme der stof is een temperatuur-gevoelig verschijnsel. Er zijn verschijnselen die dit niet zijn, alles wat met de radioactiviteit samenhangt en waarschijnlijk zeer veel wat met de kern van het atoom te maken heeft voelt niet wat het voor ons zoo familiäre begrip der temperatuur is. Het magnetisme is evenwel een verschijnsel, dat zeer aan de oppervlakte van het atoom ligt. Alleen bij de groep der zeldzame elementen ligt het wat dieper in het atoom. En alles wat aan den rand van het atoom ligt is zeer temperatuurgevoelig.

Het is nu duidelijk, dat wanneer men de temperatuur laat dalen en derhalve de invloed van de temperatuur geringer wordt, uitwendige reguleerende krachten die het atoom aangrijpen, b.v. de magnetische krachten een grooter invloed krijgen en betrekkelijker wijze bij lage temperatuur met een zeer veel grooteren factor vermenigvuldigd, werkzaam zijn. Het is derhalve zaak het magnetisme vooral bij lage temperaturen te onderzoeken.

Maar om dit te doen moet men de stoffen in vloeibaar Helium of waterstof dompelen en heeft men derhalve glazen vaten noodig waar deze vloeistoffen in staan te koken. Dit dwingt ons, daar deze vaten een aanzienlijke ruimte vereischen, over uitgebreide magneetvelden te beschikken, en deze weer liefst zoo sterk mogelijk. Hiermede heb ik het doel aangewezen, dat gesteld was, uitgebreide velden.

En nu wil het geluk, dat aan dezen eisch redelijk wel te voldoen is. Want er is een algemeene regel bij den magnetenbouw; die luidt: vergroot men alle lineaire afmetingen en het aantal ampère-windingen met eenzelfden factor, dan krijgt men in de natuurlijk met denzelfden factor vermenigvuldigde experimenteerruimte, dezelfde sterkte van het magnetische veld. En het is nu zonder meer duidelijk, dat wilde men in het magneetje van Z e e m a n, de glazen onderbrengen waarin de lage temperatuur gemaakt wordt, uitermate zwakke en niet homogene magnetische velden zou krijgen, terwijl dit in een sterk vergrooten magneet nog redelijk wel gelukt.

Ik hoop U duidelijk gemaakt te hebben, dat bij de constructie van dezen magneet geene recordjagerij heeft voorgezeten, geen verlangen den op een na grootsten magneet ter wereld te bezitten, neen deze magneetbouw is de logische consequentie op den weg in staat te zijn den magnetischen bouw der materie te kunnen bestudeeren. Wenscht men zeer sterke velden, zoo zal men moeten wachten op geheel nieuwe verschijnselen, b.v. eene sterk magnetische legering of een Amerikaansch millionair, die zich over ons ontfermt.

Overigens mag ik wel even vermelden, dat de m.i. interessantste poging tot magnetenbouw gedaan is in 1914 door den astronoom Deslandres en Pérot. Misschien ligt daar nog een weg. Ik wil er om niet te uitvoerig te worden evenwel niet over spreken.

Tot zooverre over de algemeene regelen van magnetenbouw, en de overwegingen die tot den bouw van den grooten magneet gevoerd hebben.

Prof. Kamerlingh Onnes heeft den grooten magneet niet meer opgebouwd gezien. Na zijn dood heb ik het werk voortgezet; de bekrachtigings- en schakelingsapparatuur moest nog gemaakt worden. Deze apparatuur is door den heer Blom ontworpen volgens mijne verlangens en aanwijzingen. De firma Siemens en Halske heeft de omvangrijke apparatuur uitgevoerd op uiterst solide wijze. Eenige moeilijkheden die zich voordeden zijn door deze firma zeer coulant opgelost en ik mag hier wel een woord van hartelijken dank uitspreken voor de wijze waarop de firma Siemens haar taak heeft opgevat. Ook nu weer konden wij voordeel trekken uit de rijke technische ervaring dezer firma.

Ik zal U nu eenige getallen geven over de schakeling, die ik overigens kort zal behandelen. Deze opsomming is uit den aard wat dor. Ter bekrachtiging van den magneet dienen 3 accumulatorenbatterijen ieder van 68 cellen, 136 volt. Een batterij kan gedurende een uur een maximalen ontladstroom van 444 Ampère geven. Bij normale ontlading van 216 Ampère duurt de ontlading drie uren. Bovendien is ter bekrachtiging aanwezig een 60 kilo-watt motorgenerator, 115 Volt 520 Ampère.

Op het schakelbord, zijn zeer verschillende schakelingen mogelijk. Men kan een batterij gebruiken of wel kunnen twee of drie batterijen parallel geschakeld worden, bovendien evenzeer bat-

terij I en II, I en III en II en III in serie. De motorgenerator kan in serie met de batterijen gebruikt worden en tevens kunnen de batterijen parallel aan de motorgenerator als bufferbatterijen geschakeld worden.

Het totale aantal wikkelingen op den magneet bedraagt 1000. Het maximale aantal Ampère-windingen is 400.000.

In het kleine interferricum bij een poolvlakte van een diameter van 1,8 mm bij een afstand tusschen de polen van 1,2 mm kan een sterkte van het veld van rond 70 kilo-gauss bereikt worden. Met extra bekrachtigingsspoelen tusschen de klossen kan men op 80 kilo-gauss rekenen.

Uitvoerige automatisch werkende inrichtingen zijn aan de schakeling aangebracht opdat het kostbare instrument door vergissingen niet beschadigd kan worden. In geval van nood kan de geheele zeer groote magnetische energie in het ijzer van den magneet door den druk van één knop op het schakelbord onschadelijk gemaakt worden.

Het zou mij te ver voeren in détails in te gaan op al deze regelen en het waarom bij de schakeling in te gaan, temeer daar een zeer groot deel der aanwezigen niet technisch physisch georiënteerd is.

Het is mijne bedoeling geweest U een ruwe schets van het groote tot stand gekomen werk te geven en daarbij vooral er den nadruk op te leggen, dat eene andere wijze van bestudeering van het magnetisme niet mogelijk is.

Zeker, een werk als dit is kostbaar, en de vraag kan opgeroepen worden: heeft dit alles zin? Het antwoord luidt, alle wetenschappen als geesteswetenschappen hebben gelijken zin. In de natuurwetenschap in engeren zin zie ik de poging tot den vrede van al wat rond ons is, het geschapene, met het sterk contrasteerende andere geschapene, het eigen ik. Een vrede, die voor het individu natuurlijk sterk het moment van den onvrede aan zich heeft, daar de natuur in hare verschijningen oneindig is. Het is duidelijk dat de wetenschap een sterk gemoedsmotief insluit.

Veel gemakkelijker is de vraag te beantwoorden naar de nuttigheid der natuurwetenschap voor onze samenleving, en of de groote uitgaven voor de laboratoria in het algemeen verantwoord zijn.

Herriot heeft in de Fransche Kamer eens gezegd, dat de

groote uitvindingen in de kelders gebeurd zijn, en dat men de beoefenaren der natuurwetenschappen niet te zeer moet verwennen. — Het recept van *Herriot* heeft het groote voordeel der eenvoudigheid. Maar men zou de spits wel eens kunnen omdraaien tegen dezen Franschen politicus, en liever de kelder bij voorkeur aan de politici overlaten. En daar wij beleefd zijn, zou men in vraagvorm wel eens de quaestie kunnen opwerpen, of groote politieke ontdekkingen in den kelder te verwachten zouden zijn. Of minder beleefd zou men de opmerking kunnen wagen, dat het op den leek soms den indruk maakt, dat de politiek zich wel eens langs ondergrondsche wegen beweegt: of de kelders van dit standpunt bezien niet een sympathiek oord van verblijf zouden zijn.

Toch moet men erkennen, dat in de opmerking van *Herriot* een deel van waarheid schuilt. In veel breeder verband heeft d'*Israeli*, Lord *Beaconsfield* de opmerking van *Herriot* eleganter aldus geformuleerd: niet op het stelsel, komt het aan, doch op de menschen.

Inderdaad is dit juist, tot op zekere hoogte. Zelve ben ik geen voorstander van luxe in de laboratoria of overdreven hulpmiddelen. De te groote laboratoria werken vernielend op de beste krachten. En het is de uiterst moeilijke en delicate taak van de overheid, hier met kennis van zaken, regelend in te grijpen. Doch zeker is dat men de spectroscopie niet kan bestudeeren dan met goede spectroscopen, en het magnetisme niet zonder behoorlijke magneten, om een greep uit vele te doen.

Ik kom na deze uitweiding, die gij mij wel vergeven zult terug tot de vraag: zijn de groote uitgaven voor laboratoria gewettigd?

Wij leven op het oogenblik in een uiterst interessanten tijd. Wij zien in het Oosten in de Sovjetunie een extreem Americanisme opbloeien ook ten deele als geestelijke beweging; daarentegen klinkt in Britsch-Indië de roep: terug naar het dorp en snort het spinnewiel van *Gandhi*.

Hoe men nu over deze bewegingen waaraan honderden millioenen menschen deelnemen van sociaal oeconomic standpunt uit bezien, ook moge denken, zeker is dat eene beweging als die van *Gandhi* hoe hoog ook het moreel moge zijn, dat deze beweging draagt, geen enkele kans heeft hier op het Westen te worden overgedragen. Onze Westersche structuur is gestempeld de laatste

honderd jaar door de natuurwetenschappen en hare toepassingen. En elken dag dringt het stempel dieper in.

Men zal mij tegenwerpen, dat dit geen geluk is, want zoo goed staan de zaken van Europa en Amerika toch werkelijk niet. Het antwoord luidt m.i. integendeel de wereld is zeer rijk. Maar men kan aan het productie-apparaat, dat dank zij de natuurwetenschappen voortreffelijk werkt, en rijkdom schept, niet verwijten de fouten die aan algemeene organisatie en distributie stelsel kleven. Er is geen twijfel aan, dat wij moeten doorgaan het productie-apparaat te verbeteren. Wie anders oordeelt stelt zich buiten de tendentie en het belang van het Westen. Het wil mij toeschijnen dat volkomen terecht de regeeringen van alle landen de studie der natuurwetenschappen zooveel mogelijk bevorderen. En dat groote uitgaven van laboratoria allerwegen, volkomen gewettigd en zelfs geboden zijn. Dit alles onder de restrictie, die ik boven uitgesproken heb.

Wat nu dit laboratorium betreft dat door Prof. K a m e r l i n g h O n n e s geschapen is en thans onder beheer staat van collega K e e s o m en mij zelve, ik mag vanaf deze plaats hier wel onzen hartelijken dank uitspreken voor den steun ondervonden van curatoren, voor den steun van de instanties van staat en regeering, een steun, die ons onmisbaar is en die in het pas voltooide werk, wederom zijn bevestiging gevonden heeft.

Een steun, die Prof. K a m e r l i n g h O n n e s ook in een zoo ruime mate ondervonden heeft, en die het hem mogelijk maakt heeft, het Leidsche laboratorium te maken tot wat het nu is.

En het past hier een blik in het verleden te slaan. Want het is vijftig jaren geleden, dat Prof. O n n e s hier te Leiden zijn werkzaamheid begon. Meer dan veertig jaren heeft hij gewerkt met een onverwoestbaren werkdrang.

Naarmate wij ouder worden, gedenken wij meer het verleden. Het land voor ons wordt te klein. Wij zijn niet meer in staat het te zien in het fel witte licht van de jeugd. Wij raken uitgeschakeld langzamerhand uit de loop der gebeurtenissen wijl wij zelve matter worden. En zoo slaan wij liever den blik naar het licht en schaduwspel, van wat geweest is. Maar ik weet niet of het U gaat als mij, hoe verder ik terugblik hoe lichter de schaduwen worden. Het licht valt zachter en milder. Maar ook een weemoed ligt over al wat geweest is. Voor ieder onzer in eigen kring rijzen te veel dierbare gestalten op.

En wanneer ik nu terugdenk in het engere bestek van dit gebouw waar zoo hard gewerkt is en zooveel waardevolle arbeid bekleefd, zie ik hier de ernstige oogen van *L o r e n t z* op mij gericht, voor mij rijst weer het nobele gelaat van *K u e n e n* en ik onderga weder de warme hartelijkheid van *K a m e r l i n g h O n n e s*. Ik zie zijn werken en hoe hij in een meer dan veertig-jarige werkzaamheid, dit laboratorium, dit monument voor zich zelve heeft opgericht, en daarmee den stoot heeft gegeven tot den opbloei der experimenteele physica in geheel Nederland. En ik doorleef weer zoo menig oogenblik, ik zie weer hoe hij bij een wetenschappelijk gesprek, over zijn lorgnet naar mij kijkt, of wel betoogend met de lorgnet even in de lucht tikt. Het geestige gelaat dat eenigszins aan dat van *C l e m e n c e a u* deed denken.

Ik heb U in het begin gezegd, dat ik deze rede hield uit piëteit. Ik voeg er aan toe dat ik naar eigen wijze en op eigen weg den tol heb willen betalen, den tol der dankbaarheid ter eere van de nagedachtenis van de groote figuur die *K a m e r l i n g h O n n e s* was.

15 Maart 1932.

OVER HET VERBAND TUSSCHEN DE HYSTERESEKROMME EN DE MAAGDELIJKE KROMME BIJ FERROMAGNETISCHE STOFFEN

door W. ELENBAAS

Zusammenfassung.

Die jungfräuliche Kurve wird abgeleitet aus der Hystereseurve und der Kurve, die man bekommt, wenn man im Punkte der Remanenz die Feldstärke wieder zunehmen lässt. Die jungfräuliche Kurve liegt ungefähr mitten zwischen letzterer Kurve und der steigenden Ast der Hystereseurve. Dass dies der Fall ist, wird an einigen Materialien gezeigt. Hieraus folgt, dass bei normaler Form der Hystereseurve die Relation von Gumlich

$$\mu_m = \frac{B_r}{2H_c}$$

gilt. Weicht die Form der Hystereseurve stark von der gewöhnlichen ab, dann trifft dies nicht mehr zu. Es wurden Kurven gefunden, wo

$$\mu_m = \frac{B_r}{1,06 H_c}$$

Reeds geruimen tijd is er een merkwaardig verband tusschen de hysteresekromme en de maagdelijke kromme bij ferromagnetische stoffen bekend. Gumlich¹⁾ vond namelijk in 1901, dat met vrij groote nauwkeurigheid voor de meeste ferromagnetische stoffen gold:

$$\mu_m = \frac{B_r}{2H_c}$$

waar: μ_m = maximale permeabiliteit
 B_r = remanentie
 H_c = coërcitiefkracht.

1) Gumlich en Schmidt, Elektr. Zs. 22, 697 1901.

Deze betrekking is zuiver experimenteel. Verklaringen voor dit gedrag zijn voor zoover mij bekend, nooit gegeven. Wel leidt Becker¹⁾ een betrekking af tusschen de beginpermeabiliteit, remanentie en coërcitiefkracht, door de helling der M.Kr. (maagdelijke kromme) bij $H = 0$ gelijk te stellen aan de helling der hysteresekromme in het punt B_r . Becker vindt dan echter een te groote waarde, nl.

$$\mu_0 = \frac{B_r}{1\frac{1}{2} H_c}$$

De op deze wijze berekende beginpermeabiliteit is dus grooter dan de experimenteel bepaalde maximumpermeabiliteit.

Er ligt echter een zeer eenvoudige verklaring voor de betrekking van Gumlich voor de hand. Evenals Becker denken we ons de hysteresekromme opgebouwd door superpositie van de hysteresekrommen der elementair-complexen. De hysteresekromme van zoo'n complex is bepaald door de hoek tusschen de magnetisatievector van het complex (bij afwezigheid van het uitwendige veld) en de richting van het aangelegde veld. De richting der magnetisatievector in het complex wordt bepaald door de spanningstoestand daar ter plaatse. Bij ijzer tracht deze vector zich in te stellen in de richting der grootste spanning, terwijl bij nikkel instelling plaats vindt loodrecht op deze richting (dit is het gevolg van het feit, dat de magnetostrictie bij ijzer positief en bij nikkel negatief is). Door deze beschouwing gelukt het Becker²⁾ de hysteresekromme van nikkel bij sterke spanning te berekenen.

Bekijken we nu een bepaald complex. De hysteresekromme hiervan is door de spanningstoestand bepaald. Een M.Kr. bestaat in dit complex niet. Is het veld nul, dan bevindt het complex zich in de toestand $+ B_r$ of $- B_r$. We veronderstellen dus hier dat het punt in het B - H -diagram, dat de toestand van het complex voorstelt, steeds op de hysteresekromme ligt en er dus nooit binnen komt. Door de superpositie dezer elementair-hysteresekrommen ontstaat de magnetische toestand van het materiaal. Het is duidelijk dat hier door samenwerking der punten op de elementair-

1) R. Becker, Zs. f. Phys. 62, 253, 1930.

2) Zie ook: R. Becker en M. Kersten, Zs. f. Phys. 64, 660, 1930 en M. Kersten, Zs. f. Phys. 71, 553, 1931.

hysterese-krommen wel punten mogelijk zijn binnen de hysterese-kromme.

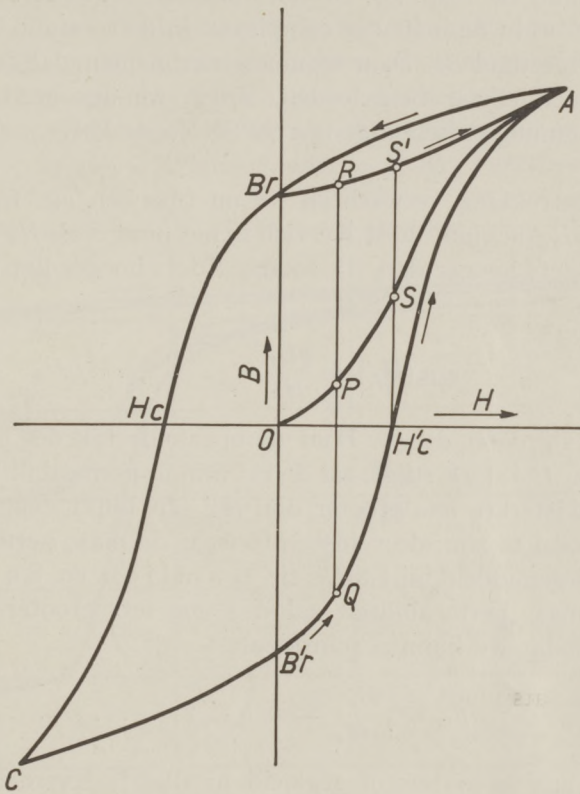


Fig. 1.

In fig. 1 stelt $A B_r H_c C Q A$ een hysterese-kromme voor. Als we vanuit de toestand der remanentie de veldsterkte laten toenemen, dan volgen we de lijn $B_r R S' A$. Vanuit B_r' volgen we de lijn $B_r' Q H_c' A$. Gaan we nu uit van een onmagnetische toestand, waarbij dus evenveel elementaircomplexen zich in de toestand B_r als B_r' bevinden, dan loopen we dus langs een lijn $OPSA$, zoodanig, dat voor elk punt P der kromme geldt:

$$QP = PR.$$

Een nauwkeurig samenvallen der lijn $OPSA$ met de M.Kr. mag

men echter niet verwachten, daar bij het opnemen der kromme $B_r' Q A$ en $B_r R A$ alle elementaircomplexen zich eerst bevinden in de toestand B_r' resp. B_r . Bij het opnemen der M.Kr. bevinden zich in het begin de helft der complexen in de toestand B_r en de helft in de toestand B_r' . Daar we moeten aannemen, dat de elementaircomplexen elkaar beïnvloeden, zullen we dus geen preciese overeenstemming tusschen de lijn $OPSA$ en de M.Kr. mogen verwachten.

Welke betrekking verwachten we nu tusschen μ_m , B_r en H_c ? Voor $H = H_c'$ bevindt de M.Kr. zich in het punt S als $H_c'S = SS'$. Nu ligt S' iets hoger dan B_r , zoodat S iets hoger ligt dan $\frac{1}{2}B_r$. Dus is:

$$\mu(H_c') = \frac{\frac{1}{2}B_r}{H_c} a \dots \dots \dots (1)$$

waar a iets grooter dan 1. Daar de opgaande tak der hysteresekromme bij H_c' sterk stijgt, zal de maximum permeabiliteit liggen bij een veldsterkte iets grooter dan H_c' (dit blijkt experimenteel ook het geval te zijn; de veldsterkte waar de max. perm. bereikt wordt, ligt gemiddeld bij $1,3H_c'$; zie G u m l i c h e n S c h m i d t, l.c.). De max. permeabiliteit zal dus nog iets grooter zijn dan $\mu(H_c')$, zoodat we kunnen schrijven:

$$\mu_m = \frac{B_r}{b H_c} \text{ waar } b < 2 \dots \dots \dots (2).$$

Metingen aan in waterstof gegloeid nicalloy¹⁾ leverden de volgende waarden:

B_r	H_c	μ_m	b
10.000	0,29	17.400	1,98
9.300	0,183	28.000	1,82
8.150	0,100	43.600	1,87
9.200	0,121	41.000	1,86
9.300	0,114	44.000	1,85
8.650	0,088	50.400	1,95
7.300	0,111	32.000	2,05
7.500	0,114	35.000	1,88
10.600	0,180	32.500	1,81
			gem. 1,90

1) Nikkel-ijzer legering met 50% Ni en 50% Fe.

Deze waarden van b kloppen dus goed met wat we volgens bovenstaande beschouwing verwachten.

Om nu een nauwkeurige toetsing te kunnen toepassen, zullen we niet alleen B_r^2 , H_c^2 en μ_m bepalen, doch de geheele hysteresekromme, de kromme $B_r R S'A$ en de M.Kr. van verschillende materialen opnemen en de uit de hysteresekromme en de kromme $B_r R S'A$ afgeleide kromme met de M.Kr. vergelijken.

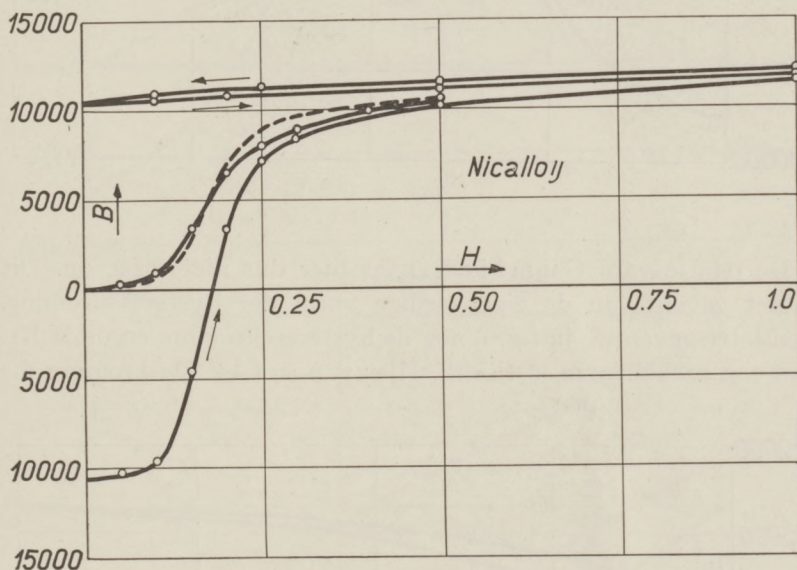


Fig. 2.

In fig. 2, 3 en 4 stellen de getrokken lijnen de gemeten kromme voor, terwijl de gestippelde lijn de afgeleide M.Kr. voorstelt, resp. bij nicalloy, CO-staal en weekijzer. De overeenstemming is bevredigend.

Fig. 5 geeft de waargenomen krommen bij een ijzerlaagje van $1,1\mu$ dik, dat electrolytisch op een rood koperen staafje is neergeslagen (hier is $4\pi I = B-H$ uitgezet tegen H , daar deze grootheid gemeten werd; een uitvoeriger mededeeling over de magnetische eigenschappen van dunne metaallaagjes zal elders geschieden).

De afgeleide kromme valt hier samen met de M.Kr. Hier is b slechts 1,23 (we vonden zelfs bij een zeer dun laagje $b = 1,06$).

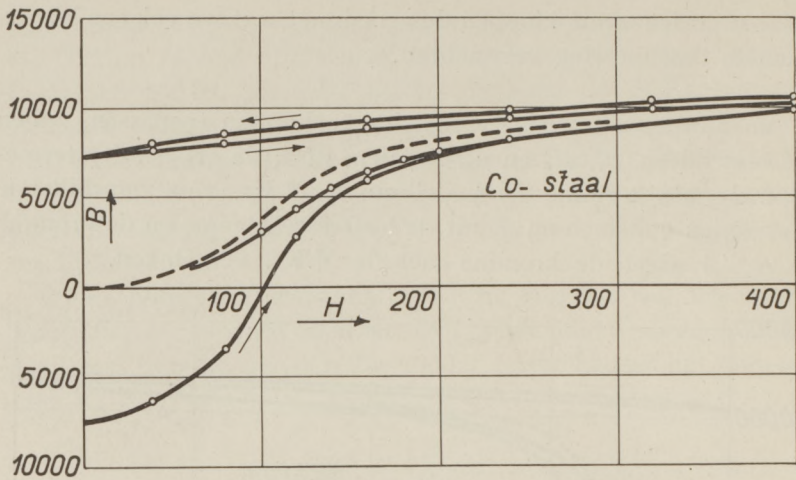


Fig. 3.

De relatie van Gumlich gaat hier dus niet meer op. Dit is het gevolg van de eigenaardige vorm der hysteresekromme. Tenslotte geven we in fig. 6 nog de hysteresekromme en de M.Kr. van een nikkellaagje, $6,4\mu$ dik. Hier is $b = 1,14$. De kromme die

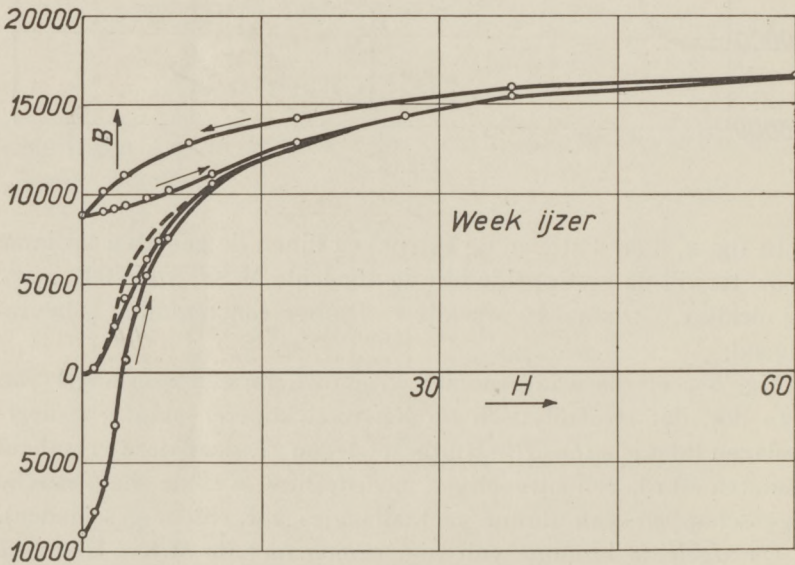


Fig. 4.

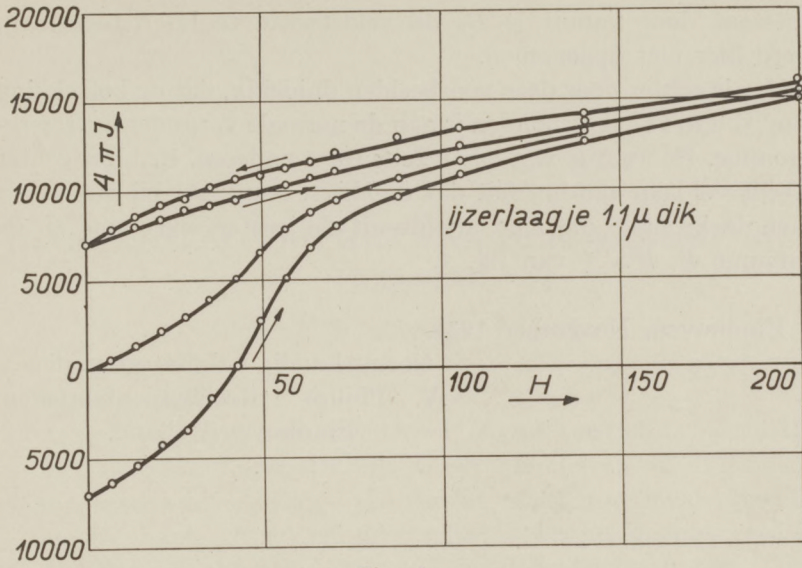


Fig. 5.

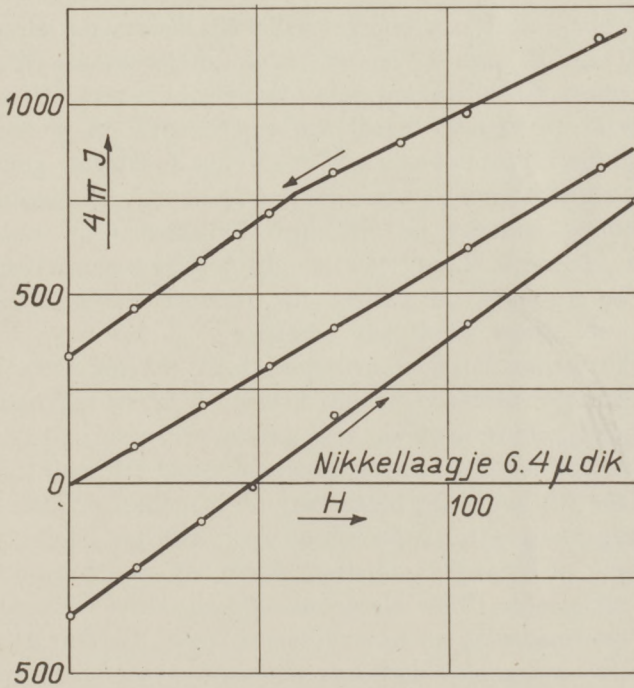


Fig. 6.

ontstaat door vanuit $+B_r$ de veldsterkte te laten toenemen, werd hier niet opgenomen.

Het is echter door deze voorbeelden duidelijk, dat de betrekking van *G u m l i c h* gebonden is aan de normale vorm der hysteresekromme. De waarde van *b* kan zelfs tot 1 naderen. Er blijft echter steeds voldaan aan het feit dat de M.Kr. tennaaste bij samenvalt met de kromme die men afleidt uit de hysteresekromme en de kromme $B_r R S' A$ van fig. 1.

Eindhoven, November 1931.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.
Eindhoven/Holland.

JAARVERSLAG VAN HET VAN DER WAALS-FONDS 1930—1931

door J. D. v. D. WAALS JR.

Werkzaamheden.

- 1) Aan de isotherm-bepalingen voor H_2 tot 1000 atm. bij 0° , 25° , 50° , 75° en 100° door Dr. P. G. Nijhoff en A. Gerver, die reeds in het vorige jaarverslag werden vermeld, werd de laatste hand gelegd en de resultaten werden gepubliceerd in de Ann. d. Physik. als 28ste mededeeling van het Van der Waals-fonds.
- 2) Ook het onderzoek naar den invloed van druk op de viscositeit van N_2 tot 1000 atm. bij 25° , 50° en 75° door R. O. Gibson werd tot een eind gebracht. De publicatie der resultaten had plaats in de Proceedings der Royal Society als 27ste mededeeling van het Van der Waals-fonds. Terwijl bij geringe dichtheid de viscositeit met stijging van temperatuur toeneemt, zowel bij constanten druk als bij constant volumen (wat trouwens, overeenkomstig de wet van Maxwell, geen verschil maakt) verandert dit gedrag bij grootere dichtheden. Niet ver van de kritische dichtheid wordt de temperatuurcoëfficiënt bij constanten druk negatief, zooals dit bij vloeistoffen het geval is, terwijl die bij constant volumen positief blijft. Een dergelijk gedrag was op theoretische gronden voorspeld, doch de experimenteele gegevens lieten tot nu toe niet toe vast te stellen of de viscositeit inderdaad dit verloop had.
- 3) De invloed van den druk op de oplosbaarheid van gassen werd bestudeerd aan het geval methaan oplossend in olie. Ook de viscositeit van dergelijke mengsels werd onderzocht. Behalve het theoretisch heeft de kennis van de oplosbaarheid van gasen onder hoogen druk een practisch belang o.a. voor de constructie van onze hooge druk-compressoren.

- 4) De bouw van het definitieve apparaat voor de studie van de soortelijke warmte van gassen onder hoogen druk werd voort gezet.
- 5) Voor het onderzoek van den brekingsindex van gassen onder druk werd het apparaat voltooid. Voorloopige metingen werden verricht. Het onderzoek wordt voortgezet.
- 6) Het onderzoek naar de diëlectriciteitsconstante van gassen leidde¹⁾ tot voorloopige resultaten, die binnenkort gepubliceerd zullen worden als 29ste mededeeling van het Van der Waals-fonds.

Waar het apparaat geconstrueerd was voor metingen bij hoogen druk, kon de diëlectriciteitsconstante bij 1 atm., die slechts $\pm 1,000573$ bedraagt, er niet zoo nauwkeurig mee gemeten worden als met voor meting bij 1 atm. geconstrueerde toestellen. Uit onze bij drukken van 50 tot 150 atm. verrichte waarnemingen konden echter waarden voor 1 atm. geëxtrapoleerd worden, die met de vroeger gevondene zeer goed overeenkomen.

- 7) Het onderzoek naar den invloed van druk op het electrisch geleidingsvermogen van metalen, werd voor hard en zacht gouddraad voortgezet. Het „hysteresis” verschijnsel na alzijden druk werd definitief vastgesteld. Het onderzoek wordt voortgezet, speciaal om het eigenaardig verloop van den weerstand als tijdsfunctie vast te stellen. Dit onderzoek zal echter veel tijd vragen, daar het verloop van den weerstand slechts langzaam plaats vindt.
- 8) Bij een onderzoek naar den invloed van hooggecomprimeerde gassen op metalen werden voorloopige resultaten verkregen.
- 9) Het onderzoek voor het verkrijgen van beter stempelmateriaal voor het bereiken van de allerhoogste drukken werd voorloopig afgesloten. De maximaal bereikte belasting bedraagt 47 ton per cm².

Als belangrijk voor onze onderzoekingen in het algemeen is te vermelden, dat, door de waterthermostaten door olie te vervangen het normaal bereikbare temperatuurgebied tot 150° kon worden uitgebreid.

In den Westertoren werden twee persen gemonteerd, een secun-

1) Deze waarnemingen werden verricht in Januari 1932 door Mevr. Michels—Veraart.

daire hoogtestandaard werd geplaatst en een installatie voor de temperatuur-contrôle der drie thermostraten werd gebouwd. Ook werd een inrichting aangebracht voor de bevestiging van de gekte invarband.

Huisvesting en financiële toestand.

Uit den aard der zaak zal de huisvesting en de werkruimte gebrekking blijven tot het nieuwe laboratorium voor de afdeeling Thermodynamica, dat thans in aanbouw is, in gebruik genomen zal kunnen worden. Aan het nijpend gebrek aan werkruimte werd gelukkig gedeeltelijk tegemoet gekomen, doordat B. en W. een lokaal in het oude Panoramagebouw ter beschikking stelden, waarin de teeken-afdeeling en de administratie werden ondergebracht, waardoor in het houten hulpgebouw eenige ruimte vrij kwam.

In de werkruimte van de Afdeeling Thermodynamica in het oude Natuurkundig Laboratorium werd de vloerbedekking en de ventilatie verbeterd om het gevaar van kwikvergiftiging tegen te gaan.

Niettegenstaande een subsidie van de Amsterdamsche Kamer van Koophandel en Fabrieken, waarvoor wij dankbaar zijn, werden wij in het afgelopen jaar door de malaise tot aanzienlijke bezuinigingen genoodzaakt. Daar in het thans loopende vereenigingsjaar te vreezen is, dat niet wederom op een subsidie van de Kamer van K. en F. te rekenen valt, en onze andere inkomsten met ten minste f 3000.— zullen dalen, zijn wij tot verdere bezuinigingen gedwongen, die het tempo, waarin de onderzoekingen verricht worden zeer ongunstig beïnvloeden.

Behalve deze door de tijdsomstandigheden noodzakelijk gemaakte vermindering der door ons genoten subsidies bleef onze verhouding tot de verschillende in ons vorig jaarverslag genoemde industriële ondernemingen op dezelfde voet voortbestaan.

BOEKBESPREKING

J. A. M. v. Liempt, **De afscheiding van Wolfram uit gasvormige verbindingen en hare toepassing**, 119 blz., 21 fig. — Muusses. Purmerend. 1931.

Deze dissertatie is geschreven door iemand met vele jaren praktische ervaring op het gebied der wolfraambewerking en heeft daardoor eenigszins het karakter van een monographie over het wolframeeren. Na een bespreking van de moeilijkheden, die optreden bij het electrolitisch wolframeeren en na een uiteenzetting van de techniek van het wolframeeren door ontleding van gasvormige verbindingen aan een gloeilichaam wordt aanzienlijke ruimte gewijd aan de eigenschappen der wolframchloriden en -oxijchloriden.

Hierna volgt een opsomming van de diverse toepassingen: insmelttraden, naadlooze wolfraambuizen, bandspiralen enz. Voor wie onderzoekingen doet bij hooge temperaturen is het van nut, hier een overzicht te hebben van wat de wolframtechniek op het oogenblik voor mogelijkheden biedt.

Voor den physicus van bijzonder belang is het laatste hoofdstuk, dat de diffusie van molybdeen in wolfram behandelt. Des schrijvers metingen zijn in overeenstemming met een diffusietheorie, die gebaseerd is op het begrip van de „Platzwechsel". Dit resultaat is van belang, in verband met de nog voortdurende strijd over S m e k a l's opvattingen van de diffusie.

C. Z.

Leon Brillouin, **Die Quantenstatistik und ihre Anwendung auf die Elektronentheorie der Metalle, aus dem Französischen übersetzt von E. Rabino-witz**, 530 blz., 57 fig. — Julius Springer. Berlin. 1931. Prijs R.M. 42, geb. R.M. 43.80.

In den loop der laatste jaren hebben de statistische theoriën parallel met het ontstaan van de quantummechanica een buitengewoon snelle ontwikkeling doorgemaakt. Het is daarom een verheugend feit, dat de schrijver in dit boek een samenvattend overzicht geeft van de nieuwe methodes en hun toepassingen, die tot nog toe slechts verspreid in tijdschriftartikelen te vinden waren.

Als natuurlijk en historisch uitgangspunt voor de nieuwe vormen van de statistische theoriën dienen de wetten der warmtestraling, die de inhoud vormen van de eerste twee hoofdstukken. In het volgende hoofdstuk worden de verschijnselen besproken, die er toe hebben geleid, om aan het licht behalve zijn golfkarakter ook corpusculaire eigenschappen toe te kennen. Daar vindt men ook een kort résumé van de golfmechanica der materie. Na een samenvatting van de belangrijkste wetten der klassieke statistiek in het vierde hoofdstuk volgt in het vijfde hoofdstuk de behandeling van de statistiek van Bose en Einstein en van Dirac en

F e r m i benevens hun toepassing op de gasonttanding en het magnetisme van de vrije electronen in metalen. De schrijver gaat hierbij uit van de indeeling van de phaseruimte in cellen van de grootte h^3 . Het is te betreuren, dat hij zich bij het nagaan van de samenhang dezer indeeling met de golf-natuur der deeltjes en met het P a u l i-verbod met den Franschen slag van zijn onderwerp heeft afgemaakt. In het zesde hoofdstuk wordt de statistiek van B o s e en E i n s t e i n op de straling en haar fluctuaties toegepast, in het zevende en achtste die van D i r a c en F e r m i op de electronen in metalen (electriche en thermische geleiding, thermo-electriciteit, het uittreden van electronen uit metalen, H a l l-effect). Daarbij worden de electronen eerst volgens S o m m e r f e l d als vrij beschouwd; later wordt de theorie volgens B l o c h verbeterd door electronen in een periodiek krachtveld te beschouwen. De wisselwerking van straling met de electronen in metalen, zooals deze zich uit in het Photoëlectrische effect, in de optische eigenschappen van metalen en in de structuur van de Röntgenabsorptiekanten, wordt helaas niet besproken. Het is te hopen dat in een nieuwe uitgaaf van het boek deze leemte zal worden aangevuld. De laatste twee hoofdstukken behandelen toepassingen van de nieuwe begrippen op de verdeling van de electronen in het enkele atoom volgens T h o m a s en F e r m i en op problemen van het dissociatieëvenwicht. Een handige samenvatting van de grondformules voor combinaties en permutaties vormt het slot van dit zeer lezenswaardig boek.

R. D. L. K.

Robert Dreyfus, La téléphonie, 199 blz., 46 fig. — Armand Colin. Paris. 1931. Prijs frs. 10.50, geb. frs. 12.

In dit werkje wordt een overzicht gegeven van de verschillende problemen, die men bij de telefonie ontmoet. Ondanks de geringe omvang heeft de schrijver er zich niet afgemaakt met een korte beschrijving, maar schenkt voldoende aandacht aan de theoretische grondlagen.

De verschijnselen, die zich voordoen op lange leidingen in den blijvenden toestand worden zelfs vrij volledig behandeld; in elk geval voldoende om een denkbeeld van de methode te geven.

Dit is wel het best verzorgde gedeelte van het werkje, waaronder dan ook de behandeling van telefonie-versterkers en Pupinkabels valt.

In het tweede gedeelte worden de installaties behandeld, waaronder de automatische telefonie gerangschikt is.

In dit gedeelte kan de stof natuurlijk maar zeer vluchtig behandeld worden. Toch zijn ook hier nog enkele punten bijv. het beginsel van de „ingesprektest” op aardige wijze belicht.

Jammer is het dat de schrijver niet wat meer zorg besteed heeft aan de toepassing van de waarschijnlijkheidsrekening bij de automatische telefonie.

Het geheel maakt een prettigen indruk en is m. i. wel geschikt om belangstellenden het een en ander bij te brengen op dit gebied. De prijs van 10.5 Fr. franc zal wel geen beletsel zijn om het boekje aan te schaffen.

W. Th. B.

M. A. Perard, La haute précision des mesures de longueur, au laboratoire et dans l'industrie, 31 blz., 14 fig. — Hermann et Cie. Paris. 1931.

De schrijver, onderdirecteur van het Bureau international des poids et mesures te Sèvres, behandelt in deze voordracht de verschillende methoden en instrumenten om lengten met den uitersten graad van nauwkeurigheid te meten; methoden, die in laboratoria zooals het National physical laboratory te Teddington, het Bureau of Standards te Washington, het Geodetische Instituut te Potsdam en niet het minst in het Bureau intern. te Sèvres tot groote ontwikkeling zijn gekomen. Deze brochure brengt, voorzoover ik zie, geen nieuwe zaken, maar vormt een aangenaam te lezen overzicht over bekende methoden en instrumenten. Er komt heel wat ter sprake: de verschillende typen der lengte-eenheden, het materiaal daarvoor, Guillaume's nikkel-staal, de doorbuiging der staven, hun profiel, de verschillende soorten comparateurs en hunne opstelling, de meetmethoden, de Johanssoneindmaten en ten slotte de interferometrische methoden, die met begrijpelijke voorliefde beschreven worden.

Een zeer leesbaar geschreven overzicht, waarvan vele physici met belangstelling kennis zullen nemen, doch waaruit de ter zake deskundige weinig nieuws zal leeren.

C. A. C.

P. Fleury, Couleurs et colorimétrie, conférence faite au conservatoire national des arts et métiers, 1e 7 Mai 1930, 33 blz. — Hermann. Paris. 1930. Prijs frs. 5.

Het onderwerp van deze voordracht is de vraag: Is het mogelijk, door enkele getallen de kleur van een lichtbron of van een gekleurd voorwerp vast te leggen, zoodat deze te allen tijde nauwkeurig gereproduceerd kan worden?

De auteur bespreekt achtereenvolgens de verschillende factoren waarmede men rekening moet houden en dan de meest gebruikte systemen: het vastleggen van een kleur door één golflengte, de saturatie en het reflectie of transmissie-vermogen, of het vastleggen van een kleur als mengsel van 3 fundamenteele kleuren, zooals dit door Maxwell is geschied. De schrijver komt dan tot de conclusie, dat men voor een juiste precisieering noodig heeft een bepaling met een spectrophotometer en één met een colorimeter, terwijl alle andere methoden niet tot voldoende zekere resultaten leiden.

G. H.

W. Gerlach and E. Schweitzer, Foundations and methods of chemical analysis by the emission spectrum, translated from German. 123 bladz., 53 fig. — Adam Hilger Limited. London. 1931.

In dit boekje, hetwelk een Engelsche vertaling vormt van het reeds verschenen Duitsche werk van deze schrijvers, geven Gerlach en Schweitzer hunne ervaring weer van een zevental jaren op het gebied van de kwalitatieve en kwantitatieve analyse met behulp van emissiespectra. De op dit gebied alleszins bevoegde schrijvers beginnen met een critisch overzicht van al de moeilijkheden, welke zich in dit gebied voordoen en besdiscussieeren zeer uitvoerig de verschillende factoren, welke de sterkte van

spectraallijnen beheerschen. Daardoor verkrijgt men natuurlijk een juister inzicht aangaande de grenzen, welke ook aan de spectrale methode voor chemische analyse gesteld moet worden. Reeds dit inleidende hoofdstuk maakt, dat ik een ieder, die op een of andere wijze in deze richting werkzaam moet zijn, aanraad kennis te nemen van den inhoud van dit boek.

Dikwijls is betwijfeld, of langs den weg der spectrale emissiemethode een bruikbare methode voor quantitative analyse gevonden kon worden, juist vanwege de vele factoren, welke de intensiteit van spectraallijnen beheerschen, opwekcondities, zelfomkeering, afhankelijkheid van de relatieve concentratiegevoeligheid van een lijn van de basisstof en de bijmengselen enz.

Na een uitvoerige bespreking van de grondslagen, waarop de chemische spectraalanalyse berust, behandelen de schrijvers achtereenvolgens (en dat geïllustreerd aan zelf uitgewerkte voorbeelden) zoowel de kwalitatieve als de quantitative methoden.

De quantitative methode, door Gerlach en Schweitzer gebruikt is als volgt: In het vonkspectrum van een bepaald primair element met verontreinigingen zoeken zij lijnenparen van gelijke intensiteit uit, paren, waarvan de eene lijn behoort tot de primaire stof en de andere tot een bijmengsel. Deze z.g. *homologe lijnen-paren* zijn natuurlijk verschillend voor verschillende concentraties, zoodat eerst een reeks legeringen met bekende concentraties gemaakt moet worden om een tabel voor homologe lijnenparen op te stellen, welke tabel dan later voor de analyse van onbekende mengsels van analoge legeringen gebruikt kunnen worden.

De opwekcondities worden bij deze methode vastgelegd door een z.g. *fixationpair*, d.i. een lijnenpaar van de hoofdstantie en bestaat uit een lijn van het boogspectrum en een in de nabijheid daarvan gelegen lijn van het vonkspectrum. De opwekcondities worden nu vastgelegd daardoor, dat geëischt wordt, dat de intensiteit van de beide lijnen van dit fixationpair gelijk is.

Op deze wijze kunnen voor vele legeringen bepaalde mengverhoudingen met behulp van dergelijke homologe lijnenparen worden vastgelegd. Soms blijkt het noodig te zijn een hulpspectrum van een derde element op te nemen.

De schrijvers beperken zich tot de beschrijving van de door hen zelf gebruikte methoden. De door hen gebruikte apparaten worden beschreven.

Zonder twijfel vormt dit boek een aanwinst voor de literatuur aangaande de methoden der chemische analyse met behulp van emissiespectra.

H. B. D.

W. Hume—Rothery, The metallic state, electrical properties and theories, 371 blz., 66 fig. — At the Clarendon Press. Oxford. 1931. Prijs 25 sh. net.

Het boek valt in twee deelen uiteen, een experimenteel en een theoretisch. In de eerste helft behandelt de schrijver de electriche geleiding in zuivere metalen en legeringen, waarbij de splitsing dezer legeringen in groepen streng is doorgevoerd. Vervolgens de warmtegeleiding, electronenemissie en enkele hiermede samenhangende eigenschappen der metalen. Het geheel is helder en duidelijk uiteengezet. In het tweede geeft de schrijver een over-

zicht over de theorieën dezer verschijnselen, eerst de klassieke theorieën van *D r u d e* en *L o r e n t z* en de wijzigingen die door de kwantentheorie hierin werden aangebracht. De theorie van *S o m m e r f e l d*, waarbij voor de snelheidsverdeling der electronen van de statistiek volgens *F e r m i* gebruik wordt gemaakt, wordt uitvoerig behandeld evenals de nieuwste theorieën van *H o u s t o n* en *B l o c h*, die de electriciteitsgeleiding behandelen als de voortplanting van electronengolven in het periodieke veld van het molecuulrooster. De theorie van *B l o c h* wordt in een appendix in extenso weergegeven. Aan het slot van zijn boek wijst de schrijver er op hoeveel er aan ons inzicht, in wat er inderdaad precies in een metaal gebeurt, ontbreekt. De laatste zin luidt dan ook als volgt: For the present we may say that the problems in connection with the electrical properties of metals remain essentially unsolved. But they are unsolved through the lack of systematic and reliable experimental knowledge — not of the theoretical speculation.

Het geheele boek door poogt schrijver juist uit alle gegevens die uit te zoeken, die voor een systematisch en exact bekijken in aanmerking komen en het maakt den indruk, dat hij daarin over het algemeen zeer goed in geslaagd is. G. H.

G. Gamow, Constitution of atomic nuclei and radioactivity, of the international series of monographs on physics, general editors R. H. Fowler and P. Kapitza, 114 blz., 40 fig. — At the Clarendon Press. Oxford. 1931. Prijs 10/6 net.

Dit boek beoogt een samenvatting te geven van de tegenwoordige theoretische en experimentele kennis der radioactieve verschijnselen, voorzoofer deze tot het inzicht in de constitutie der kern bijdragen. Daar het vanuit het gezichtspunt der theorie geschreven is, vindt men de experimentele methoden er niet in behandeld. De experimentele resultaten zijn ook alleen opgenomen, voorzoofer zij binnen het bereik der theoretische behandeling vallen. Door deze beperking is een niet te omvangrijk werk ontstaan, dat zeker in een behoefte voorziet. Het geeft een zeer duidelijk overzicht over de vorderingen der theorie over dit zoo actueele onderwerp, en brengt zeer veel experimenteel materiaal op overzichtelijke wijze bijeen. De voortdurende confrontatie van theorie en experimentale gegevens doet zoowel de door de theorie nog niet overwonnen moeilijkheden, als de leemten in het experimentele materiaal duidelijk uitkomen. Beschouwingen met een meer speculatief karakter, vooral die met betrekking tot het gedrag der kern-electronen, zijn tusschen aanhalingsteekens geplaatst. Tegenover de groote zorgvuldigheid waarmede in het algemeen ook zeer recente experimentele resultaten zijn verwerkt, trof mij de onjuiste mededeeling dat *RaE* geen spoor van λ -stralen vertoont. (Vgl. hiertegenover: *S. B r a m s o n*, *ZS. f. Phys.* 66, 721, 1930). S.

Th. de Donder. Applications de la gravifique Einsteinienne. Paris. Gauthier-Villars. 1930.

Dit boekje vormt No. 43 van het bekende Mémorial des sc. math. Zooals

de titel aanduidt omvat het een aantal toepassingen in aansluiting aan de bekende vroegere publicaties van denzelfden auteur. In het bijzonder geldt dit van de drie eerste hoofdstukken. In het eerste hoofdstuk worden gravitatievelden berekend voor sferisch symmetrische massaverdeeling. Men ontmoet hier de bekende problemen van Schwarzschild, Brillouin en Eddington alsmede de wereld van Einstein en die van de Sitter. Het tweede hoofdstuk is gewijd aan astronomische toepassingen en geeft een duidelijk overzicht der hier interessante integratieproblemen. Een tabel van de belangrijkste constanten is toegevoegd. In het derde hoofdstuk komt de combinatie van gravitatieveld en elektromagnetisch veld, eveneens voor spherische symmetrie, ter sprake. Toepassingen worden gemaakt op het electron met inwendige spanning en op de geladen bolschaal.

Het vierde hoofdstuk behandelt de golfmechanica in het zwaartekrachtsveld en is zeker het interessantste gedeelte van het boekje. Het is een exposé van de resultaten van een aantal verhandelingen die door den auteur vanaf 1926 in de Comptes Rendus en het Bull. Ac. Roy. Belg. gepubliceerd zijn. Hier komt het bezwaar van het gebrek aan plaatsruimte, dat allen boekjes van het Memorial min of meer aankleeft, sterk op den voorgrond. Den auteur treffe hier geen enkel verwijt, hij heeft werkelijk gedaan wat hij kon, maar het is ten eenenmale onmogelijk in de beschikbare 18 bladzijden een overzicht te geven dat men zou kunnen lezen zonder terug te grijpen naar de oorspronkelijke verhandelingen. Waarom heeft de uitgever niet meer ruimte voor deze werkelijk zeer interessante beschouwingen toegestaan? Of ligt het in het voornemen een apart boekje volledig aan deze materie te wijden? Een dergelijke uitgave zouden wij met vreugde begroeten.

J. A. S.

M. de Broglie, Les récents progrès de la désintégration artificielle des éléments par bombardement de rayons alpha, 32 blz., 19 fig. — Hermann. Paris. 1931.

In deze voordracht, gehouden op 29 April 1931 voor het „Conservatoire national des Arts et Métiers” zet De Broglie op heldere en bevattelijke wijze, de grondslagen, de nieuwste resultaten en het belang van de onderzoekingen over de kunstmatige splitsing der atomen door beschieten met α -deeltjes, uiteen. Nieuwe, in de litteratuur over dit onderwerp nog niet verwerkte resultaten, worden niet medegedeeld. Voor een eerste kennismaking, met dit pas ontsloten veld van onderzoek, dat voor de kennis der kernbouw zoo vruchtbaar belooft te worden, is dit boekje echter zeer aan te bevelen.

G. J. S.

J. E. Verschaffelt, Practische oefeningen in de natuurkunde, 1e reeks, aan de Universiteit te Gent, 80 blz. — Van Rysselberghe en Rombaut, Gent 1931. Prijs frs. 12.50.

Zooals de titel reeds aangeeft, hebben wij hier het natuurkundig practicumboekje voor de eerstejaars studenten aan de universiteit te Gent. Het bevat een twintigtal proeven, welke tot doel hebben „de studenten vertrouwd te maken met het gebruik van toestellen, die voorzichtig behandeld moeten

worden en ook om hun vermogen tot onafhankelijk wetenschappelijk onderzoek te ontwikkelen”.

De aangegeven proeven zijn vrij eenvoudig gehouden, maar toch vindt men telkens in de beschrijving aardige opmerkingen, welke ongetwijfeld met de bedoeling geplaast zijn, om het genoemde vermogen tot onafhankelijk wetenschappelijk onderzoek tot ontwikkeling te brengen. Het is vooral om deze kleine „fijne” trekjes, welke telkens opgemerkt kunnen worden, dat ik dit boekje met genoegen bekeken heb.

Waar thans ook op vele onzer hoogerburgerscholen reeds begonnen wordt met het inrichten van een natuurkundig practicum, zullen ook zij, die daarmede bezig zijn, in dit boekje veel opmerkingen kunnen vinden, welke voor hen van belang zijn.

H. B. D.

C. Zwikker, **Handleiding voor het propaedeutisch practicum electriciteit.**

Waltman. Delft. 1931.

We hebben hier te maken met een zeer handig boekje, dat voor het propaedeutische practicum ongetwijfeld goede diensten zal bewijzen. Het is heel overzichtelijk ingericht. Voor elk der 19 proeven wordt eerst de theorie kort uiteengezet en daarna de methode aangegeven. Dan volgt op een afzonderlijk blad, dat langs een perforatie er uitgescheurd kan worden, het geheele schema, waar de uitkomsten der metingen moeten worden ingevuld. Dit blad kan dan na de proef onderteekend door de practicanten worden ingeleverd. Zijn er voor de uitkomsten grafieken te maken, dan vinden de gebruikers van deze handleiding, daarvoor achterin het benodigde millimeterpapier. De proeven bieden een groote verscheidenheid. Dat naast de meer klassieke proeven ook verschillende meer moderne voorkomen, spreekt haast wel van zelf. Verschillende metingen aan diode en triode zijn er in opgenomen. Het geheel maakt een welverzorgden indruk.

T. v. L.

M. Hellingman en *F. Goudriaan*, **Praktische oefeningen in de natuurkunde,**

eerste deel, tweede druk, 178 blz., 7 fig. — Van Muusses. Purmerend. 1931. Prijs f 2.75.

Deze handleiding is meer bestemd voor het middelbaar Technisch Onderwijs. De oorspronkelijke handleiding is nu bij den tweeden druk in tweeën gedeeld, waarvan het 1e deel nu hier besproken wordt. Een uitvoerige theoretische inleiding gaat vooraf. Hierin wordt het verschil tusschen wiskundige en natuurkundige benadering uiteengezet, de grootte der nauwkeurigheid nagegaan en aangegeven, hoe de procentische fout is te berekenen. Deze uitvoerige uiteenzetting zal voor het middelbaar technisch onderwijs zeker nuttig zijn.

Als de schrijvers echter meenen, dat dit werk ook op de middelbare scholen bij het practicum zou kunnen worden ingevoerd, dan meen ik dat te mogen betwijfelen. Dit practicum stelt weer geheel andere eischen dan het technische practicum.

Na deze theoretische inleiding volgen de handleidingen voor een 25-tal proeven, die tot de algemeene inleiding behooren en daarna nog 32 proeven uit de warmteleer. Voor iedere proef zijn aangegeven: Benodigdheden,

Uitvoering en Verwerking van de waarnemingen. De uitvoering is goed verzorgd. De figuren zijn duidelijk.

Met het tweede deel, dat Electricische proeven zal bevatten, zullen we gaarne kennis maken.

T. v. L.

Ludwig Bergmann, Versuche mit hochfrequenten ungedämpften elektrischen Schwingungen und kurzen elektrischen Wellen, 87 blz., 94 fig. — Dümmler. Berlin. 1931. Prijs R.M. 2.85.

Hier hebben we een werkje, dat ik gaarne ieder collega, die zich interesseert voor het demonstreeren van electricische golven, wil aanbevelen. Het geeft een uitvoerige uiteenzetting hoe alle proeven, waarvoor tot voor eenige jaren geleden een vonkbaan noodig was, kunnen worden uitgevoerd met behulp van een triode als ongedempte zender. Schrijver gaat eerst na, welke methode tot het opwekken van hoogfrequente trillingen voor deze proeven het meest te verkiezen is. Hij vergelijkt de methode door terugkoppeling met de Barkhausen-Kurt-schakeling en de magnetronschakeling en zet uiteen, waarom de eerste methode voor het beoogde doel te verkiezen is.

Op een eenvoudige, heldere manier volgt nu de algemeene theorie van den teruggekoppelden zender, om daarna over te gaan tot een uitvoerige beschrijving, hoe men zich zelf een zender kan bouwen voor golven tot beneden 240 cm golflengte.

Nu volgen er een 68-tal proeven, die men met dezen zender kan uitvoeren, waarvan de eerste 16 behandelen proeven in gesloten trillingskringen. Daarna komen 18 proeven met evenwijdige draden, dan komt de open trillingskring aan de beurt met 10 proeven, terwijl in de volgende 14 proeven het stralingsveld rondom een antenne wordt onderzocht. De laatste 10 proeven laten ons zien, hoe men ook in water electricische golven kan vertoonen. Doordat de golflengte in water maar $\frac{1}{18}$ is van die in de lucht kan men in een aquarium van bijv. $50 \times 30 \times 35$ cm deze proeven al uitvoeren.

De beschrijving van deze proeven is zeer duidelijk, zoodat in dit kleine boekje een schat van materiaal voor den experimentator is geborgen. Ik kan het alleszins aanbevelen.

T. v. L.

MEDEDEELINGEN

INTERNATIONAAL LICHTCONGRES TE KOPENHAGEN.

Van 14 tot 18 Augustus 1932 zal te Kopenhagen het Tweede Internationale Congres voor Licht worden gehouden onder voorzitterschap van Prof. Axel Reyn. Zes-en-twintig landen, waaronder ook *Nederland*, zullen er aan deelnemen.

Men verzoekt ons de aandacht der physici, die zich bezighouden met vraagstukken betreffende de biophysica van het licht, te willen vestigen op de onderwerpen, welke hoofdzakelijk op het congres zullen worden behandeld, inzonderheid de beide laatstvermelde:

1. Op welke wijze is de invloed van het lichtbad bij tuberculose te verklaren?

2. De beteekenis van het pigment voor de biologische eigenschappen van het licht en voor de therapeutische inwerking van het lichtbad.
3. *Grondslagen en organisatie van onderzoekingen betreffende het lichtklimaat in verband met de openbare gezondheidszorg.*
4. *Het rapport van het internationale comité voor bepaling van de eenheid voor metingen van ultraviolet licht.*

De laatste dag van het congres is vrijgehouden voor voordrachten over licht, handelende over andere dan bovenvermelde vraagstukken.

Opgave voor deelneming aan het congres voor 1 Juli 1932 bij den Algemeenen Secretaris van het congres, Dr. A. Kissmeyer, Kronprinsensgade 11, Kopenhagen.

Nadere inlichtingen verstrekt Mej. A. C. Hissink, arts, Emmastraat 14, Amsterdam.

WERTHEIM SALOMONSON STICHTING

PRIJSVRAAG

Het Bestuur van de Wertheim Salomonson Stichting verlangt op grond van literatuurstudie en een experimenteel onderzoek een bijdrage tot de oplossing van het vraagstuk of stralen van een kleinere golflengte dan de K -straling van Uranium ($0,107 \text{ \AA}$), dus Röntgenstralen behoorende bij een hoogere spanning dan 115 KV en γ -stralen, een selectieve chemische, biologische of serologische reactie kunnen geven, of dat deze reacties alleen afhankelijk zijn van de energie.

De bewerking moet geschieden in de Nederlandsche taal, geschreven worden in machineschrift en vóór 1 Sept. 1933 toegezonden worden aan den Secretaris der Stichting. Zij moet geteekend zijn met een kenspreuk en daarbij moet gevoegd worden een verzegeld briefje, dat dezelfde kenspreuk tot opschrift heeft en den naam, het beroep en het adres van den schrijver bevat. Voor het beste antwoord, dat voor bekroning in aanmerking komt, zal het Bestuur der Stichting de gouden medaille der Stichting uitreiken op een nader te bepalen dag en plaats in een openbare vergadering van de Nederlandsche Vereeniging voor Electrologie en Röntgenologie.

De gelegenheid tot mededinging staat open voor Nederlanders en voor in het Rijk en zijn Koloniën gevestigde vreemdelingen.

Het Bestuur der Wertheim Salomonson Stichting:

Prof. Dr. J. van Ebbenhorst Tengbergen, *Voorzitter*,
L. G. Heilbron, (van Breestraat 51, Amsterdam), *Secretaris*,
Dr. L. F. Driessen.

Commissie van Beoordeeling:

Prof. Dr. J. Clay, L. G. Heilbron, Prof. Dr. J. van Ebbenhorst Tengbergen.

THÉORIE RELATIVISTE DE L'INTERACTION DE DEUX PARTICULES CHARGÉES ¹⁾

par A. D. FOKKER

Le but de mon travail a été de trouver une base théorique classique qui fournirait un point de départ certain pour rechercher les équations différentielles qui, dans la mécanique ondulatoire, pourraient représenter l'interaction de deux particules chargées. Jusqu'à présent les progrès de la mécanique nouvelle ont été atteints en traduisant en formules quantiques certaines formules empruntées à la mécanique classique des points matériels. Or, au point de vue de la théorie de la relativité, on a dû s'arrêter au problème d'un seul point matériel dans un champ extérieur donné, parce qu'on manque une théorie pour les mouvements d'un système de deux particules soumises à leurs actions mutuelles.

Rappelons l'équation relativiste, qui a été traduite en mécanique quantique par M. Dirac. Soit eV l'énergie potentielle d'un électron dans un champ électromagnétique, et soient $e\mathbf{a}_x/c$, $e\mathbf{a}_y/c$, $e\mathbf{a}_z/c$ les composantes de sa quantité de mouvement potentielle dans le même champ. Posons p_0 , p_1 , p_2 , p_3 pour les composantes de l'énergie et de la quantité de mouvement totales (la dernière prise en signe contraire). Alors on aura une intégrale du mouvement dans l'équation qui exprime la constance de la masse scalaire de l'électron:

$$mc = K = \sqrt{\frac{(p_0 - eV)^2}{c^2} - \left(p_1 + \frac{e}{c} a_x\right)^2 - \left(p_2 + \frac{e}{c} a_y\right)^2 - \left(p_3 + \frac{e}{c} a_z\right)^2}.$$

1) Communication devant l'Assemblée Générale de l'Union Internationale de Physique, à Bruxelles, 11 juillet 1931.

Cette expression constitue la fonction centrale des équations canoniques. En mettant ds pour la valeur de l'intervalle à composantes dt, dx, dy, dz , les équations de mouvement s'écrivent

$$\begin{aligned} dt &= ds \frac{\partial K}{\partial p_0}, & dx &= ds \frac{\partial K}{\partial p_1}, \text{ etc.} \\ dp_0 &= - ds \frac{\partial K}{\partial t}, & dp_1 &= - ds \frac{\partial K}{\partial x}, \text{ etc.} \end{aligned}$$

C'est de cette fonction centrale pour la masse que découle la théorie de M. Dirac. Il nous faudra retrouver des expressions analogues. Nous anticipons que pour les deux particules chargées il y en aura deux: c. à d. une pour chacune des deux masses constantes.

Définissons le système dont nous traiterons. Les mouvements des deux particules pourront être représentés par deux lignes dans l'univers à $(1 + 3)$ dimensions du temps et de l'espace.

Les instants de la première ligne seront désignés par l'époque, x^0 , et la place x^1, x^2, x^3 , et de même les instants de la seconde ligne seront désignés par y^i , ($i = 0, 1, 2, 3$).

Il nous faudra établir une correspondance des instants sur les deux lignes de mouvement, et il faudra le faire d'une manière univoque et invariante par rapport aux transformations de Lorentz. Nous dirons que les instants correspondants seront liés par un rayon de lumière. Un signal lumineux, partant à un instant de la seconde ligne, atteindra la première dans un instant ultérieur, qui sera nommé l'instant correspondant. Si nous supposons les x^i et les y^i des lignes donnés en fonctions d'un paramètre nous disposerons de ce paramètre de manière qu'une valeur particulière de u marquera deux instants correspondants. Ainsi on aura toujours

$$R^2 = c^2 (x^0 - y^0)^2 - (x^1 - y^1)^2 - (x^2 - y^2)^2 - (x^3 - y^3)^2 = 0,$$

et en différentiant par rapport à u nous en déduisons

$$(R \cdot \dot{x}) = (R \cdot \dot{y}),$$

en désignant par $(R \cdot \dot{x})$ le produit scalaire des vecteurs à $(1 + 3)$ dimensions $R_i = x_i - y_i$ et \dot{x}_i , soit dx_i/du .

Les potentiels électromagnétiques retardés de Liénard, produits dans l'instant x^i , par la charge e'' en mouvement se trouvant à y^i , seront déterminés par

$$\frac{e'' dy_i}{4\pi c (R \cdot dy)}$$

Réciproquement, les potentiels anticipés en y^i , produits par la charge mouvante e' à x^i , sont déterminés par

$$\frac{e' dx_i}{4\pi c (R \cdot dx)}$$

Comme je l'ai montré dans un travail antérieur ¹⁾, on peut se servir de ces potentiels pour formuler le terme, qui, dans les principes de variation de la mécanique, correspondra à l'action mutuelle. C'est bien un terme

$$\frac{e' e'' (dx \cdot dy)}{4\pi c (R \cdot dy)} = \frac{e' e'' (\dot{x} \cdot \dot{y})}{4\pi c (R \cdot \dot{y})} du$$

dont on tirera les expressions pour les forces agissant entre les charges.

Il importe ici de remarquer que ce terme est bien symétrique par rapport aux vitesses des deux charges, parce qu'on peut remplacer à son gré le dénominateur $(R \cdot \dot{y})$ par son équivalent $(R \cdot \dot{x})$.

D'autre part, il nous fait admettre une asymétrie dans la direction, pour ainsi dire, de l'action, la première charge se mouvant sous l'action de potentiels retardés, provoqués par la seconde charge, et celle-ci aux prises avec les potentiels anticipés de l'autre. Je dois avouer qu'on y pourra trouver un inconvénient. C'est le prix que je propose de payer pour avoir un problème distinct et précis et pour être amené à des formules concises.

Les masses des particules seront m' et m'' . Les intervalles définis par dx^i et dy^i seront appelés ds' et ds'' . Les coefficients g_{ij} , qui y figurent:

1) Wederkeerigheid in de werking van geladen deeltjes, *Physica*, 9, p. 33, 1929; Ein invarianter Variationsatz für die Bewegung mehrerer elektrischer Massenteilchen, *Zschr. f. Phys.* 58, p. 386, 1929.

$$\begin{aligned} ds'^2 &= \Sigma_{(ij)} g_{ij} dx^i dx^j = c^2 dx^{02} - dx^{12} - dx^{22} - dx^{32} = \\ &= dx_0 dx^0 + dx_1 dx^1 + dx_2 dx^2 + dx_3 dx^3 \end{aligned}$$

seront constantes, et les produits covariants tels que

$$\Sigma_{(j)} g_{ij} dx_j = dx_i,$$

seront désignés en mettant l'indice en bas.

Les équations de mouvement sont résumés dans le principe variationnel

$$0 = \delta \int_1^2 \left\{ -m' cds' - m'' cds'' + \frac{e' e''}{4\pi c} \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dy)} \right\} = \delta \int_1^2 N du.$$

Pour abrégé nous posons

$$\frac{e' e''}{4\pi c} = \gamma, \quad \frac{1}{(R \cdot \dot{x})} = \frac{1}{(R \cdot \dot{y})} = \varrho.$$

Alors, on trouvera pour les composantes des énergies et des quantités de mouvement:

$$p_{xi} = \frac{\partial N}{\partial \dot{x}_i}, \quad p_{yi} = \frac{\partial N}{\partial \dot{y}_i}, \quad (i = 0, 1, 2, 3).$$

C'est ici qu'on rencontre un trait particulier. Nous avons déjà dit qu'on est libre d'écrire $(R \cdot \dot{x})$ ou bien $(R \cdot \dot{y})$ au dénominateur du terme électromagnétique. Or, si l'on écrit $(R \cdot \dot{x})$ on trouvera une contribution:

$$- \gamma \varrho^2 (\dot{x} \cdot \dot{y}) R_i$$

à l'énergie et à la quantité de mouvement de la première particule. Si, au contraire, on écrit $(R \cdot \dot{y})$ on trouvera la même contribution à l'énergie et à la quantité de mouvement de la seconde charge. Comme vecteur à $(1 + 3)$ dimensions cette partie a une direction suivant le rayon lumineux qui relie les instants correspondants des deux particules. Il n'y a point de raison pour l'attribuer à l'une plutôt qu'à l'autre. On pourrait l'attribuer, à la manière d'une radiation, au champ immatériel, à l'éther pour ainsi dire. Pourtant l'éther n'intervient pas dans notre intégrale d'action. C'est pourquoi nous distribuerons cette partie de l'énergie totale et de la

quantité de mouvement totale parmi les deux particules dans une proportion, α , β , ($\alpha + \beta = 1$), tout en nous réservant de fixer plus tard cette proportion comme bon nous semblera. Ainsi nous écrivons pour nos variables dynamiques

$$p_{xi} = m'c \frac{dx_i}{ds'} + \gamma_0 \dot{y}_i - \alpha \gamma_0^2 (\dot{x} \cdot \dot{y}) R_i, \quad i = 0, 1, 2, 3.$$

$$p_{yi} = m''c \frac{dy_i}{ds''} + \gamma_0 \dot{x}_i - \beta \gamma_0^2 (\dot{x} \cdot \dot{y}) R_i.$$

Il s'agit de trouver des expressions qui donneront les masses scalaires m' et m'' en fonctions des coordonnées relatives et de ces variables dynamiques.

Si nous posons

$$m'c \frac{du}{ds'} = \mu', \quad m''c \frac{du}{ds''} = \mu'',$$

nous aurons

$$m'^2 c^2 = \mu'^2 \frac{ds'^2}{du^2} = \mu'^2 \dot{x}^2, \quad m''^2 c^2 = \mu''^2 \dot{y}^2.$$

Recherchons donc \dot{x}^2 et \dot{y}^2 en fonction des p_x , p_y . Cette tâche est facilitée par le fait que le produit scalaire des parties, de p_{xi} et de p_{yi} , qui contiennent γ , c. à. d. qui découlent de l'action mutuelle, s'annule. En formant p_x^2 , $(p_x p_y)$, p_y^2 nous n'aurons qu'à regarder \dot{x}^2 , $(\dot{x} \dot{y})$ et \dot{y}^2 .

$$\left(\frac{p_x}{\mu'}\right)^2 = \dot{x}^2 + (\dot{x} \cdot \dot{y}) \frac{2\gamma_0}{\mu'} \left\{ \beta - \alpha \frac{\gamma_0}{\mu'} \right\} + \dot{y}^2 \frac{\gamma_0^2}{\mu'^2},$$

$$\left(\frac{p_x \cdot p_y}{\mu' \mu''}\right) = \dot{x}^2 \frac{\gamma_0}{\mu''} + (\dot{x} \cdot \dot{y}) \left\{ 1 - \beta \frac{\gamma_0}{\mu''} - \alpha \frac{\gamma_0}{\mu'} \right\} + \dot{y}^2 \frac{\gamma_0}{\mu'},$$

$$\left(\frac{p_y}{\mu''}\right)^2 = \dot{x}^2 \frac{\gamma_0^2}{\mu''^2} + (\dot{x} \cdot \dot{y}) \frac{2\gamma_0}{\mu''} \left\{ \alpha - \beta \frac{\gamma_0}{\mu''} \right\} + \dot{y}^2.$$

Quant à la quantité ϱ , elle ne figure que divisée soit par μ' , soit par μ'' .

Or, en multipliant les quantités de mouvement par le rayon d'action R_i , on obtient

$$(R \cdot \dot{p}_x) = \frac{\mu'}{\varrho} + \gamma,$$

ou bien

$$\frac{\varrho}{\mu'} = \frac{1}{(R \cdot \dot{p}_x) - \gamma}, \quad \frac{\varrho}{\mu''} = \frac{1}{(R \cdot \dot{p}_y) - \gamma}.$$

C'est maintenant que nous disposons de la liberté de fixer convenablement la proportion α/β . Nous admettrons que

$$\beta - \alpha \frac{\gamma \varrho}{\mu'} = \alpha - \beta \frac{\gamma \varrho}{\mu''} = k,$$

ce qui amène

$$\alpha = \frac{\mu' (\mu'' + \gamma \varrho)}{2\mu' \mu'' + \gamma \varrho (\mu' + \mu'')} = \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{2} (\mu' - \mu'') \gamma \varrho}{2\mu' \mu'' + \gamma \varrho (\mu' + \mu'')}, \quad \beta = 1 - \alpha,$$

et

$$k = \frac{\mu' \mu'' - \gamma^2 \varrho^2}{2\mu' \mu'' + \gamma \varrho (\mu' + \mu'')}.$$

Les nombres α , β , k sont invariants à une transformation lorentzienne.

Cela posé, la solution de \dot{x}^2 , $(\dot{x}\dot{y})$ et \dot{y}^2 par rapport à \dot{p}_x^2 , $(\dot{p}_x \dot{p}_y)$ et \dot{p}_y^2 est beaucoup simplifiée. On trouve

$$\dot{x}^2 = \frac{\left(\frac{\dot{p}_x}{\mu'}\right)^2 - \frac{\gamma \varrho}{\mu'} \left(\frac{\dot{p}_x \cdot \dot{p}_y}{\mu' \mu''}\right)}{1 - \gamma^2 \varrho^2 / \mu' \mu''}, \quad \dot{y}^2 = \frac{\left(\frac{\dot{p}_y}{\mu''}\right)^2 - \frac{\gamma \varrho}{\mu''} \left(\frac{\dot{p}_x \cdot \dot{p}_y}{\mu' \mu''}\right)}{1 - \gamma^2 \varrho^2 / \mu' \mu''}.$$

Enfin, les relations cherchées pour les masses sont

$$m'^2 c^2 = \frac{\left(\dot{p}_x \cdot \left[\dot{p}_x - \frac{\gamma \varrho}{\mu''} \dot{p}_y\right]\right)}{1 - \gamma^2 \varrho^2 / \mu' \mu''}, \quad m''^2 c^2 = \frac{\left(\dot{p}_y \cdot \left[\dot{p}_y - \frac{\gamma \varrho}{\mu'} \dot{p}_x\right]\right)}{1 - \gamma^2 \varrho^2 / \mu' \mu''}.$$

Les racines carrées de ces expressions sont conformes à l'ex-

pression pour une masse seule dont nous possédons la traduction dans la théorie de M. Dirac.

Les rapports γ_0/μ' et γ_0/μ'' nous donnent les rapports de la masse de l'énergie électrostatique aux masses des particules respectives. Ils seront très petits. On voit comme l'action mutuelle entre en premier lieu dans les numérateurs. Il y a d'ailleurs une correction de précision dans le dénominateur.

Indiquons rapidement, pour conclure, l'importance de ces fonctions pour les équations de mouvement canoniques, et la forme de celles-ci. Le principe variationnel peut être mis sous la forme de Maupertuis pour le principe de moindre action. Si nous appelons Q_i les instants et les coordonnées $x^0, x^1 \dots y^3$, et P_i les variables dynamiques correspondantes $p_{x_0}, p_{x_1} \dots p_{y_3}$, (y compris les énergies), le principe de Maupertuis, étendu dans le sens de la théorie relativiste se formule:

$$\delta \int_{\Sigma} (i) P_i dQ_i = 0,$$

où les variations admises des P_i et des Q_i seront conditionnées, par les relations

$$m'c = F(P_i, Q_i), \quad \cdot \quad m''c = G(P_i, Q_i),$$

et, dans notre cas, aussi bien par la relation

$$R^2 = 0.$$

Or, la variation de l'intégrale, après une intégration partielle, s'écrit

$$\int_{\Sigma} \delta P_i dQ_i - \int_{\Sigma} \delta Q_i dP_i = 0,$$

d'où l'on tire, d'après les règles du calcul des variations, à cause des conditions imposées

$$dQ_i = dz \frac{\partial F}{\partial P_i} + d\lambda \frac{\partial G_i}{\partial P_i} + dv \frac{\partial R^2}{\partial P_i},$$

$$dP_i = -dz \frac{\partial F}{\partial Q_i} - d\lambda \frac{\partial G}{\partial Q_i} - dv \frac{\partial R^2}{\partial Q_i},$$

où $d\lambda$, $d\lambda$, $d\nu$ figurent comme des multiplicateurs indéterminés de Legendre, qui peuvent être fonctions du paramètre d'intégration u .

Dans notre cas il vient

$$dx^i = ds' \frac{\partial F}{\partial p_{xi}} + ds'' \frac{\partial G}{\partial p_{xi}},$$

$$dp_{xi} = - ds' \frac{\partial F}{\partial x_i} - ds'' \frac{\partial G}{\partial x_i} - d\nu \frac{\partial R^2}{\partial x_i},$$

et on voit bien que c'est là une généralisation rationnelle des équations canoniques.

Teyler's Stichting te Haarlem.

TEMPERATUURSTRALING BIJ VLAMMEN EN BIJ ONTLADINGEN IN GASSEN

door M. J. DRUYVESTYEN en W. DE GROOT

Zusammenfassung.

Es wird untersucht unter welchen Bedingungen *a*) in einer Metaldampf enthaltenden Flamme, *b*) in einem stromdurchflossenen Gase, die Anzahl der angeregten Atome durch die Boltzmann'sche Formel

$$(1) \quad n_a = n e^{-\frac{\epsilon_a}{kT}}$$

gegeben wird, obgleich von den für das Temperaturgleichgewicht unentbehrlichen Faktoren einige abwesend sind.

Es seien N die Anzahl der Gasatome, n die der Dampfatome, n_a die der angeregten Dampfatome pro cm^3 . Im Hohlraum zerfällt nach Milne das Temperaturgleichgewicht in einer Anzahl gleichzeitig bestehender Gleichgewichte, von denen folgende betrachtet werden:

I) Das Einstein'sche Gleichgewicht zwischen Absorption und Strahlung.

$$(3, 4) \quad n_a (A + B'u(v)) = nBu(v)$$

II) Das Gleichgewicht zwischen Anregung durch Elektronen und Stöße zweiter Art zwischen Elektronen und angeregten Atomen

$$(12, 13) \quad n \cdot n_e \cdot I_I = n_a \cdot n_e \cdot I_{II}$$

n_e ist die Zahl der Elektronen pro cm^3 . Die Integrale I_I und I_{II} sind von der Form

$$\int v q(v) \mu(v) dv$$

$q(v)$ ist der Anregungsquerschnitt, $\mu(v)$ die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilungsfunktion.

III) Das Gleichgewicht zwischen Anregung durch Gasatome und den entsprechenden Stößen zweiter Art.

$$(17, 20) \quad N \cdot n \cdot J_I = n_a \cdot N \cdot J_{II}$$

(aus (1) geht hervor dass

$$J_I : J_{II} = I_I : I_{II} = e^{-\frac{\epsilon_a}{kT}}$$

In einer Flamme spielen die unter III genannten Prozesse die Hauptrolle während bei Abwesenheit von Selbstabsorption das strahlungsgleichgewicht I unvollständig ist. Die Gleichung lautet in diesem Falle

$$(24, 25) \quad N \cdot n \cdot J_I = n_a (A + NJ_{II})$$

Daraus geht hervor, dass

$$(26) \quad \frac{n_a}{n} = e^{-\frac{\epsilon_a}{kT}} \frac{NJ_{II}}{A + NJ_{II}}$$

Aus den Versuchen von Mannkopf über Schwächung von Resonanzstrahlung durch Gaszusatz geht hervor, dass in einer Bunsenflamme

$$(27) \quad A \ll NJ_{II}$$

In einem Edelgas würde das Umgekehrte der Fall sein. *Das Kirchhoffsche Gesetz gilt jedoch unabhängig von Bedingung (27).*

In einer Gasentladung in einem verdünnten Edelgas, gilt falls eine Elektronentemperatur T_e vorhanden ist, in Abwesenheit von Selbstabsorption

$$(37, 38) \quad n \cdot n_e \cdot I_I = n_a (A + n_e I_{II})$$

Temperaturgleichgewicht nach Formel (1) würde fordern

$$A \ll n_e I_{II}$$

wenn $A = 10^8$, $T_e = 10000^\circ K$ ist dies nur der Fall für eine Elektronenkonzentration

$$n_e \gg 10^{16}$$

Selbstabsorption verschiebt jedoch das Gleichgewicht in der Richtung des Temperaturgleichgewichtes. Dasselbe tritt auf wenn A klein ist, wie es bei metastabilen Atomen der Fall ist.

§ 1. In een afgesloten ruimte, waarvan de wanden op een constante temperatuur T zijn gebracht, moge zich een gas bevinden, dat wij ons eenvoudigheidshalve als eenatomig voorstellen. Het aantal atomen per cm^3 zij N . In dit gas en daarmee vermengd bevindt zich een tweede bestanddeel, eveneens eenatomig gedacht. Hiervan zij het aantal atomen per cm^3 n . Wij willen hierbij denken aan een metaaldamp en van dit bestanddeel spre-

ken als „de damp”, terwijl wij het eerste bestanddeel aanduiden als „het gas”.

De atomen van de damp mogen een aangeslagen toestand a (energie $\epsilon_a = h\nu_a$, ν_a frequentie van de resonantielij) bezitten. Wij stellen ons voor, dat dit de eenige in aanmerking komende energietoestand dezer atomen is, behalve de grondtoestand. Het aantal atomen n_a dat per cm^3 in den toestand a verkeert zal gegeven zijn door de formule van Boltzmann¹⁾:

$$(1) \quad \frac{n_a}{n} = e^{-\frac{\epsilon_a}{kT}}$$

De in deze formule uitgedrukte stationnaire toestand wordt in stand gehouden doordat een kinetisch evenwicht bestaat tusschen verschillende processen. Als zoodanig zijn te noemen:

- I. Absorptie van resonantiestraling eenerzijds en anderzijds: spontane plus geïnduceerde emissie (negatieve absorptie).
- II. Indien in de ruimte electronen aanwezig zijn, aanslag door electronen eenerzijds en anderzijds: botsingen van de 2e soort met electronen waardoor deze kinetische energie verkrijgen ten koste van aanslagenergie.
Iets dergelijks geldt voor positieve ionen. Wij laten echter wegens de geringe waarschijnlijkheid van dit proces, aanslag door positieve ionen buiten beschouwing.
- III. Aanslag door atomen van het gas eenerzijds en anderzijds: botsingen van de 2e soort van aangeslagen atomen met gasatomen waarbij eveneens aanslagenergie in kinetische energie overgaat.

In navolging van Milne²⁾ neemt men aan dat niet alleen het aantal aangeslagen atomen dat per cm^3 ontstaat gelijk is aan het aantal verdwijnende, wat betreft de som der onder I, II en

1) Wanneer wij de formule aldus opschrijven is met n bedoeld het aantal dampatomen dat in den grondtoestand verkeert. Het totaal aantal dampatomen is $n + n_a$. Wij stellen ons echter voor dat $n_a \ll n$. Hebben de aangeslagen toestand en de grondtoestand verschillende statistische gewichten, dan luidt de formule:

$$(1a) \quad \frac{n_a}{n} = \frac{g_a}{g} e^{-\frac{\epsilon_a}{kT}}$$

Hierbij is g_a het gewicht van den aangeslagen, g dat van den grondtoestand.

2) E. A. Milne, Phil. Mag. **47**, 209. 1924.

III genoemde processen, maar dat hetzelfde geldt voor ieder der genoemde processen afzonderlijk. Tot welke conclusie dit leidt in de drie genoemde gevallen willen wij in het kort nagaan.

Ad. I. In de beschouwde ruimte moet een stralingsdichtheid heerschen die gegeven is door de formule van Planck

$$(2) \quad u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3/c^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

verder is volgens Einstein het aantal aangeslagen atomen dat per cm^3 per sec. ontstaat gelijk aan:

$$(3) \quad n \cdot B \cdot u(\nu)$$

terwijl het aantal dat per cm^3 per sec. verdwijnt is

$$(4) \quad n_a (A + B' u(\nu))$$

A bepaalt de levensduur τ van de aangeslagen atomen; wanneer deze slechts de frequentie ν_a kunnen uitzenden is¹⁾:

$$(5) \quad \frac{1}{\tau} = A = 3f \cdot \frac{1}{\tau_{\text{klass}}} = \frac{8\pi^2 e^2 \nu_a^2}{mc^3} \cdot f$$

waarin f de „sterkte” is van de resonantielijijn.

De constante B hangt eveneens met f samen en wel is

$$(6) \quad B = \frac{\pi e^2}{mh\nu_a} \cdot f$$

De coëfficiënten van A en B zijn zoo gekozen, dat in verband met (1) bij gelijkstelling van (3) en (4) de formule (2) teruggevonden wordt. Men vindt nl.:

$$(7) \quad \frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu_a^3}{c^3}$$

terwijl overeenstemming met formule (2) nog eischt dat²⁾

$$(8) \quad B' = B$$

1) Vgl. R. Ladenburg, Berl. Ber. 20, 255, 1926.

2) Bij invoering van statistische gewichten luiden (5), (7) en (8) in verband met (1a) als volgt:

$$(5a) \quad A = \frac{3f}{\tau_{\text{klass}}} \times \frac{g}{g_a}$$

$$(7a) \quad \frac{A}{B'} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$$

$$(8a) \quad B = \frac{g_a}{g} B'$$

Met het feit dat de spectraallijn een eindige breedte heeft kunnen wij rekening houden door inplaats van A en B grootheden $a(v)$ en $b(v)$ in te voeren, zoodanig dat:

$$(9) \quad \int a(v) dv = A \quad \int b(v) dv = B$$

terwijl

$$(10) \quad \frac{a(v)}{A} = \frac{b(v)}{B} = f(v)$$

De gedaante van de functie $f(v)$ wordt dan in hooge mate bepaald door de factoren die de lijnbreedte beïnvloeden.

Ad. II. De aanslag door electronen wordt beheerscht door een schijnbare doorsnede

$$q_a(v)$$

de z.g. aanslagfunctie, die in sterke mate van de electronensnelheid v afhangt. Voor $v < \sqrt{2\varepsilon_a/m}$ is q_a nul. Voor grootere snelheden neemt de aanslagfunctie eerst toe en daarna in het algemeen weder af.

In onze ruimte hebben de electronen een snelheidsverdeeling volgens Maxwell. Is n_e het aantal electronen per cm^3 dan is het aantal per cm^3 met snelheden tusschen v en $v + dv$:

$$(11) \quad n_e \mu(v) dv = 4\pi n_e \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

Het aantal atomen in den toestand a dat per cm^3 per sec. ontstaat door aanslag van electronen is:

$$(12) \quad \int_0^{\infty} n v q_a(v) \cdot n_e \mu(v) dv = n \cdot n_e \cdot I_I$$

Is $q_{a'}(v')$ de schijnbare doorsnede voor het omgekeerde proces, dan is het aantal atomen dat per cm^3 per sec. uit den toestand a door botsingen van de 2e soort met electronen naar den grondtoestand terugkeert:

$$(13) \quad \int n_a v' q_{a'}(v') \cdot n_e \mu(v') dv' = n_a \cdot n_e \cdot I_{II}$$

Voor temperatuurevenwicht moet (12) gelijk zijn (13) zoodat ¹⁾

$$(14) \quad \frac{I_I}{I_{II}} = e^{-\frac{\epsilon_a}{kT}}$$

Ad. III. Een soortgelijke overweging als in II geldt voor het geval van aanslag door atomen. Deze wordt bepaald door de relatieve snelheid V der gas- en dampatomen. Voor het aantal aangeslagen atomen dat per cm^3 per sec. ontstaat vindt men:

$$(17) \quad \int_0^\infty n V Q_a^{\sim}(V) \cdot NF(V) dV = N \cdot n \cdot J_I$$

waarbij

$$(18) \quad F(V) dV = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \cdot \frac{1}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{M_1 M_2 V^2}{2(M_1 + M_2) kT}} V^2 dV$$

M_1 en M_2 zijn de massa's der betrokken atomen.

$$(19) \quad \epsilon(V) = \frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} V^2$$

is de relatieve kinetische energie, Q_a is de werkzame doorsnede voor dit proces. Van deze functie is slechts bekend dat zij wanneer $\epsilon(V)$ grooter wordt dan ϵ_a , langzaam toeneemt. Voeren wij voor het omgekeerde proces de werkzame doorsnede $Q_a'(V')$ in, dan vindt men voor het aantal aangeslagen atomen dat per cm^3 per sec. door botsingen van de 2e soort met atomen verdwijnt:

1) Milne laat zien dat uit het feit dat deze uitkomst voor iedere T moet gelden, volgt dat

$$(15) \quad v'^2 q_a'(v') = v^2 q_a(v)$$

wanneer v' en v zoo gekozen zijn dat

$$(16) \quad \frac{1}{2} m v'^2 = \frac{1}{2} m v^2 - \epsilon_a$$

Klein en Rosseland gaan van formule (15) uit. Voert men statistische gewichten in dan gaan formule (14) en (15) over in:

$$(14a) \quad I_I : I_{II} = \frac{g_a}{g} \cdot e^{-\frac{\epsilon_a}{kT}}$$

$$(15a) \quad g_a \cdot v' \cdot v'^2 q_a'(v') = g \cdot v^2 \cdot q_a(v)$$

$$(20) \quad \int_0^{\infty} n_a V' Q_{a'}(V') \cdot N F(V') dV' = N \cdot n_a \cdot J_{II}$$

Evenwicht eischt dat (19) gelijk is aan (20) zoodat ¹⁾

$$(21) \quad \frac{J_I}{J_{II}} = e^{-\frac{\epsilon_a}{kT}}$$

§ 2. Wij komen nu meermalen gevallen tegen waarin de bovengenoemde processen optreden terwijl toch van de voor het temperatuurevenwicht essentiele factoren een of meer ontbreken. Als eerste voorbeeld noemen wij een vlam. In een vlam hebben wij voor ons een gas op hooge temperatuur T . Eenvoudigheidshalve nemen we deze voor alle punten van de vlam gelijk aan. De toestand verschilt dan van die in een afgesloten ruimte, doordat stralende wanden ontbreken.

Een tweede voorbeeld is een electriche ontlading in een verdund gas. Hierbij is het gas evenals de wand van het vat, waarin het zich bevindt doorgaans op een temperatuur die weinig van de kamertemperatuur verschilt. De electronen en positieve ionen echter hebben aanzienlijke snelheden. Het is nu gebleken dat deze in vele gevallen volgens Maxwell verdeeld zijn zoodat men van een electronentemperatuur resp. ionentemperatuur kan spreken. In dit geval is de vraag of deze temperatuur iets te maken heeft met de door het gas uitgezonden straling. Wij houden ons overtuigd dat de overwegingen die hier te berde gebracht zullen worden, niets nieuws inhouden. Toch gelooven wij dat er op dit gebied eenig gevaar bestaat voor verkeerde of onvoldoende gefundeerde conclusies, zoodat het ons nuttig leek een en ander nog eens overzichtelijk neer te schrijven.

1) Evenals boven kan men ook hier weer bewijzen dat

$$(22) \quad V'^2 \cdot Q_{a'}(V') = V^2 \cdot Q_a(V)$$

wanneer

$$V'^2 = V^2 - 2\epsilon_a(M_1 + M_2)/M_1M_2$$

terwijl bij invoering van statistische gewichten

$$(21a) \quad J_I : J_{II} = \frac{g_a}{g} e^{-\epsilon_a/kT}$$

$$(22a) \quad g_a \cdot V'^2 \cdot Q_{a'}(V') = g \cdot V^2 \cdot Q_a(V)$$

§ 3. Stellen wij ons voor, dat in een heet gas (vlam) een zeer verdund metaaldamp aanwezig is, wier straling onderzocht wordt. De damp moge zoo verdund zijn, dat geen zelfabsorptie plaats vindt. Dan zullen aangeslagen atomen ontstaan door botsing van dampatomen met gasatomen en eventueel met electronen. De aanslag door electronen in een vlam is echter doorgaans zoo gering, dat van het laatste mag worden afgezien. In dit geval is het aantal aangeslagen atomen dat ontstaat gegeven door:

$$(24) \quad N \cdot n \cdot J_I$$

gelijkloidend met (17) terwijl door straling plus botsingen van de 2e soort verdwijnen:

$$(25) \quad n_a (A + NJ_{II})$$

gelijkstelling van (24) en (25) in verband met (21) levert:

$$(26) \quad \frac{n_a}{n} = \frac{NJ_I}{A + NJ_{II}} = e^{-\frac{\epsilon_a}{kT}} \frac{NJ_{II}}{A + NJ_{II}}$$

Wij zien nu dat het temperatuurevenwicht slechts dan niet gestoord wordt wanneer:

$$(27) \quad A \ll NJ_{II}$$

In dit geval willen wij van de vlam spreken als van een *temperatuurstraler*.

Wordt aan voorwaarde (27) niet voldaan, dan verstoort de straling het evenwicht van proces III en het resultaat is dat minder wordt uitgestraald dan aan temperatuurstraling zou beantwoorden.

Wij vragen ons af of het van tevoren mogelijk is uit te maken of conditie (27) vervuld is. Daartoe is het noodig de grootheden Q te kennen. Er bestaan geen directe metingen van de absolute waarde van Q . Men kan echter op indirecte wijze iets over de integralen J_I en J_{II} te weten komen. Mannkopf¹⁾ heeft onderzocht hoe de intensiteit van resonantiestraling door toevoeging van gassen aan Natriumdamp teruggaat. Voor H_2 en N_2 vond hij dat een toevoeging van weinige mm gas de resonantiestraling belangrijk verzwakt. Wij kunnen dit verschijnsel beschrijven met de door ons ingevoerde grootheden. Als $q(\nu)$ de stralings-

1) R. Mannkopf, Zs. f. Phys. 36, 315, 1926.

dichtheid is van de in het resonantievat invallende straling (deze straling was zelf ook weer resonantiestraling), dan is het aantal atomen dat per cm^3 per sec. in den aangeslagen toestand komt:

$$(28) \quad \int_0 (v) \cdot n \cdot b(v) dv = n \cdot J_0$$

Evenwicht eischt in verband met (25) dat:

$$(29) \quad n \cdot J_0 = n_a (A + NJ_{II})$$

De straling bedraagt:

$$(30) \quad n_a \cdot A = n \cdot J_0 \frac{A}{A + NJ_{II}}$$

Wanneer men nu aanneemt dat J_0 onafhankelijk is van de hoeveelheid toegevoegd gas, dan is de verzwakkingsverhouding direct een maat voor de verhouding van A en NJ_{II} . Voor de proeven met N_2 en H_2 is deze redeneering zeker juist¹⁾.

Wil men dit resultaat op de vlam toepassen, dan moet men zich niet alleen rekenschap geven van de juiste waarde van de gasdichtheid in de vlam, maar ook rekening houden met het feit, dat J_{II} nog op onbekende wijze van de temperatuur afhangt. In het algemeen kan men wel zeggen, dat J_I met toenemende temperatuur toeneemt. Van J_{II} is dit niet zoo zeker, hoewel waarschijnlijk. Het is dus vrij zeker, dat in een gewone vlam aan conditie (27) is voldaan²⁾. Heel anders is het wanneer men dezelfde Na -damp zou brengen in een edelgas van hooge temperatuur. De uitdooving der resonantiestraling in een Neon-Helium mengsel bedroeg bij *M a n n k o p f* bij 20 mm druk ca. 5%. Het is zeer waarschijnlijk dat deze uitdooving slechts schijnbaar is en toegeschreven moet worden aan een verbreding van de absorptielijn³⁾.

1) Wij hebben nog te bedenken dat de moleculen van meeratomige gassen behalve translatie ook rotatie en eventueel vibratie-energie bezitten, wanneer men in dit geval de integralen J_I en J_{II} moest opschrijven, zouden zij er wat ingewikkelder uitzien dan in de formules (17) en (20) is uitgedrukt.

2) *V. d. H e l d* (diss. Utrecht 1932) heeft getracht A voor Na te bepalen in een vlam waarin n en T bekend waren. Hierbij werd de geldigheid van formule (1) vooropgesteld, Uit het voorgaande volgt dat dit inderdaad geoorloofd is.

3) vgl. *L. v. H a m o s* *Zs. f. Phys.* **74**, 379, 1932.

Hierdoor wordt $n_l \cdot b(\nu)$ in het algemeen kleiner en daarmee J_0 . In elk geval is de verhouding:

$$(31) \quad \frac{A}{A + NJ_{II}}$$

nagenoeg = 1 en dus volgens (26) de straling gering. Natriumdamp in een edelgas van hooge temperatuur zal dus veel minder licht moeten geven dan een even heete *Bunsen*-vlam, die evenveel van dit metaal bevat.

Een tweede belangrijke kwestie is hoe het in de beide behandelde gevallen gesteld is met de wet van *Kirchhoff*. Volgens deze moet de verhouding van de door de vlam per cm^3 en per sec. uitgezonden straling tot de per cm^3 per sec. geabsorbeerde straling, deze laatste betrokken op de eenheid van stralingsdichtheid, gelijk zijn aan de stralingsdichtheid in een ruimte van temperatuur T (formule 2). De emissie uitgedrukt in lichtquanten is blijkbaar:

$$(32) \quad n_a \cdot A$$

De berekening van het absorptievermogen eischt eenige overweging. Men is geneigd hiervoor te schrijven:

$$(33) \quad n \cdot B$$

Dit is echter onjuist omdat een deel van deze absorptie resonantie-absorptie is en de betrokken energie dus weer als straling uittreedt. De fractie die werkelijk in warmte wordt omgezet is:

$$(34) \quad \frac{NJ_{II}}{A + NJ_{II}}$$

Nog moeten wij rekening houden met de negatieve absorptie ten bedrage van:

$$(35) \quad n_a \cdot B'$$

Deze komt eveneens in mindering zoodat het ware absorptievermogen bedraagt:

$$(36) \quad nB \frac{NJ_{II}}{A + NJ_{II}} - n_a B' = n_a B [e^{h\nu/kT} - 1].$$

Wij zien dat het quotiënt van (32) en (36) de formule van *Planck* (2) oplevert. Het merkwaardige is dat de integralen J_r

en J_{II} hier geheel uit zijn weggevallen. Zoowel de temperatuurstralende B u n s e n-vlam als de niettemperatuurstralende „Neonvlam” voldoen dus beide aan de wet van K i r c h h o f f. Omgekeerd is dus het voldaan zijn aan deze wet geen maatstaf voor het al of niet bestaan van temperatuurstraling in den zin als boven bedoeld. Treedt zelfabsorptie op dan kunnen de condities belangrijk worden gewijzigd. Wij zullen dit laten zien aan het einde van het volgende voorbeeld.

§ 4. Hebben wij te doen met een ontlading in een metaaldamp eventueel vermengd met een verdund gas waarbij de electronen een schijnbare temperatuur te bezitten (in practisch voorkomende gevallen b.v. 10.000° K overeenkomende met 1 Volt) dan is wanneer wij ons het gas als edelgas denken, zoodat niet alleen aanslag door atomen geen rol speelt maar bovendien botsingen van de 2e soort tusschen gas- en dampatomen te verwaarloozen zijn, het evenwicht als volgt bepaald: per cm^3 en per sec. werden gevormd:

$$(37) \quad n \cdot n_e \cdot I_I$$

aangeslagen atomen, terwijl het aantal verdwijnende aangeslagen atomen bedraagt:

$$(38) \quad n_a (A + n_e I_{II})$$

Hierbij is zelfabsorptie weer buiten beschouwing gelaten. Door gelijkstelling van (37) en (38) vindt men

$$(39) \quad \frac{n_a}{n} = \frac{n_e I_I}{A + n_e I_{II}} = e^{-\frac{\epsilon_a}{kT_e}} \cdot \frac{n_e I_{II}}{A + n_e I_{II}}$$

De metaaldamp zal zich alleen dan als een temperatuurstraler en wel van temperatuur T_e gedragen, wanneer

$$(40) \quad A \ll n_e I_{II}$$

In het omgekeerde geval; nl. wanneer

$$(41) \quad A \gg n_e I_{II}$$

is de straling gegeven door

$$(42) \quad n_a \cdot A = n \cdot n_e \cdot I_I$$

In dit geval geeft iedere aanslag van een atoom door een electron tot uitzending van een lichtquant aanleiding. Wij zullen in dit geval, dat zal blijken het normale geval te zijn, spreken van *aanslagstraling*. Of ontladingen aan conditie (40) of (41) voldoen wordt zeer sterk bepaald door de electronenconcentratie n_e . Wij verkeerden hier in de gelukkige omstandigheid dat de absolute grootte van $q_a(\nu)$ in enkele gevallen bekend is. De werkzame doorsnede voor aanslag is nl. voor resonantielijnen van de orde van 10^{-16} cm². Voor een electronentemperatuur van 1 Volt en een aanslagenergie van 2 Volt ($\nu = 10^8$ cm/sec) wordt I_I ongeveer 10^{-9} en I_{II} 10^{-8} . Met $A = 10^8$ wordt de voorwaarde voor temperatuurstraling

$$n_e \gg 10^{16}.$$

Deze concentratie is vele malen groter dan men gewoonlijk in ontladingen aantreft, zoodat niet temperatuurstraling maar aanslagstraling regel is, althans wanneer de zelfabsorptie verwaarloosd mag worden. Deze redeneering gaat niet meer op wanneer de levensduur der aangeslagen atomen belangrijk grooter is dan 10^{-8} sec. Voor metastabiele atomen mag men verwachten dat A hoogstens 10^2 is. Weliswaar kan de levensduur door botsingen met gasatomen en met de wand iets korter worden, b.v. 10^{-3} sec, maar in elk geval blijkt dat een electronenconcentratie van 10^{12} in staat is de Boltzmann-verhouding tot stand te brengen.

Om de invloed van de zelfabsorptie na te gaan nemen wij aan, dat het aantal aangeslagen atomen per cm³ van punt tot punt verschillend is en wel $n_a(x, y, z)$. Echter onderstellen wij n_e en T_e in de geheele ontladingsruimte constant. Dan is het aantal aangeslagen atomen dat ontstaat:

$$(43) \quad n \left[n_e I_I + \int \varrho(\nu) b(\nu) d\nu \right]$$

het aantal dat verdwijnt:

$$(44) \quad n_a \left[n_e I_{II} + A \right]$$

Negatieve absorptie is hier gemakshalve buiten beschouwing gelaten.

De stralingsdichtheid in het punt (x, y, z) is bepaald door:

$$(45) \quad \varrho(v, x, y, z) = \int \frac{n_a(x', y', z')}{4\pi r^2 c} a(v) h\nu_a e^{-\frac{n b(v) r h\nu_a}{c}} dx' dy' dz'$$

waarin

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$$

Gelijkstelling van (43) en (44) levert nu een integraalvergelijking voor n_a die in het algemeen niet op te lossen is. Wordt echter de zelfabsorptie zeer groot, dan beperkt zich de integratie in (45) voor het practisch in aanmerking komende frequentiegebied (niet voor de vleugels der sterk verbreedde emissielijn die in x, y, z wordt opgevangen) tot de onmiddellijke omgeving van het beschouwde punt.

Wordt n_a constant gedacht binnen een bol met straal R , dan is de bijdrage van deze bol tot de integraal in (43):

$$(46) \quad \int \varrho(v) b(v) dv = \frac{n_a}{n} \int a(v) \left(1 - e^{-\frac{n b(v) R h\nu_a}{c}}\right) dv.$$

Wanneer nu in het frequentiegebied, waarin $f(v)$ (formule 10) een merkbaar van 0 verschillende waarde bezit, een waarde van R is aan te geven klein t.o.v. de afmetingen van het vat, waarvoor niet alleen de e -macht is te verwaarloozen t.o.v. 1, maar ook

$$(47) \quad \int a(v) e^{-\frac{n b(v) R h\nu_a}{c}} dv$$

mag worden verwaarloosd t.o.v. $n_e I_{II}$ (of dit het geval is hangt blijkbaar geheel van n af), dan reduceert zich de integratie in (43) tot

$$(48) \quad \int \varrho(v) b(v) dv = \frac{n_a}{n} \int a(v) dv = \frac{n_a A}{n}$$

gelijkstelling van (43) en (44) doet nu aan beide zijden $n_a A$ wegvallen zoodat weer aan formule (1) is voldaan. Uit (45) volgt nog dat indien aan voorwaarde (47) is voldaan, $\varrho(v)$ gelijk wordt aan de stralingsdichtheid van het zwarte lichaam (en wel volgens de formule van Wien omdat geen rekening is gehouden met negatieve absorptie).

Onlangs hebben K o p f e r m a n n e n L a d e n b u r g¹⁾ gegevens gepubliceerd over de concentratie van aangeslagen atomen in een ontlading in Neon. Gebleken is, dat bij groote stroomsterkten de bezettingen der 16,5 Volt toestanden ($3s^3P_{210}$, of volgens P a s c h e n $1s_5$, $1s_4$, $1s_3$) zich verhouden als de statistische gewichten.

Aangezien $3s^3P_2$ en $3s^3P_0$ metastabiël zijn terwijl de resonantielij n $2p^1S_0 - 3s^3P_1$ sterke zelfabsorptie zal vertoonen, mag men verwachten dat de concentraties een temperatuurevenwicht bereikt hebben behoorende bij de electronentemperatuur. L a d e n b u r g vindt hiervoor een plausibele waarde. Het niveau $3s^1P_1$ ($1s_2$) heeft zich echter zelfs bij de grootste stroomdichtheden waarbij waargenomen werd, nog niet op overeenkomstige wijze ingesteld. Ook wordt nog uit de concentraties der $3p^{1,3}S, P, D$ toestanden (P a s c h e n $2p_{10} - 2p_1$) in verband met die der $3s^3P$ toestanden een temperatuur afgeleid, die goed overeenstemt met de eerstberekende. Vermoedelijk heeft hier ook zelfabsorptie een rol gespeeld. Een volledige quantitative behandeling zou vereischen, dat alle denkbare interacties tusschen normale, aangeslagen en metastabiele atomen mitsgaders electronen en straling onder het oog worden gezien op de wijze zooals onlangs door E l e n b a a s²⁾ schematisch is aangegeven.

Een bezwaar tegen een dergelijke behandeling is echter, dat de voor de verschillende processen in aanmerking komende functies en coëfficiënten onvoldoende bekend zijn.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

Eindhoven, 2 Maart 1932.

1) H. K o p f e r m a n n e n R. L a d e n b u r g, Naturwiss. **19**, 513, 1931.

2) W. E l e n b a a s. Zs. f. Phys. **72**, 715. 1931.

OVER DEN TEMPERATUUR-COËFFICIËNT VAN DEN WEERSTAND

door P. CLAUSING

Het is bekend, dat men de temperatuur-afhankelijkheid van een fysische grootheid x dikwijls goed kan weergeven door een empirische formule van de gedaante $x = C \cdot T^\phi$, waarbij T de absolute temperatuur en C en ϕ twee constanten voorstellen. Men denke b.v. aan de totaalstraling en aan den electricischen weerstand van metalen ¹⁾. Een empirische formule van de gedaante $x = C \cdot t^\phi$, waarbij t de temperatuur in °C voorstelt, is door H o l m a n ²⁾ voor de thermokracht aangegeven.

Dat een dergelijke afhankelijkheid bestaat, ervaart men door een weergave der metingen in een dubbel logaritmisch diagram; immers

$$\frac{d \ln x}{d \ln T} = \frac{dx}{x} : \frac{dT}{T} = \phi.$$

De beteekenis van ϕ ligt vooral hierin, dat de ϕ de verhouding voorstelt van de relatieve veranderingen van x en T . Ook in gevallen, waarin niet een dergelijk eenvoudig verband tusschen x en T bestaat, kan de kennis van de genoemde verhouding, wier waarde ϕ nu echter van de temperatuur afhankelijk is, van zoo groot nut zijn, dat het de moeite loont, die verhouding in een tabel als functie van de temperatuur weer te geven ³⁾.

In het laatste nummer van dit tijdschrift bepleit de heer H a m b u r g e r ⁴⁾ een meer algemeene toepassing van dubbel-logarith-

1) Zie b.v. W. E. Forsythe en A. G. Worthing: *Astrophys. Journ.*, **61**, blz. 146 (1925).

2) Zie bij F. Henning: *Die Grundlagen, Methoden und Ergebnisse der Temperaturmessung*, blz. 114 (Brunswijk, 1915).

3) Zie b.v. W. E. Forsythe en A. G. Worthing: *l.c.* en H. A. Jones en I. Langmuir: *Gen. Electr. Rev.*, **30**, blz. 354 (1927).

4) L. Hamburger: *Physica*, **12**, No. 1, blz. 19 (1932).

mische diagrammen en in het bijzonder wenscht hij de temperatuurafhankelijkheid van fysieke grootheden door de bovengenoemde verhouding φ te karakteriseeren. Dit alles lijkt mij in hoofdzaak een kwestie van smaak, vooral in die gevallen, waarin de temperatuurafhankelijkheid zonder twijfel een geheel andere is, zooals bij de electronenemissie onder invloed van de temperatuur en bij de elektrische geleiding van niet-metalen.

Anders staat het er mee, waar de heer *H a m b u r g e r* in het geval van den elektrischen weerstand der metalen de genoemde verhouding voor „aanbevelenswaardig als grondslag voor den *temperatuur-coëfficiënt* van den weerstand” houdt.

Hiermede kunnen wij ons moeilijk vereenigen.

De grondslag van den temperatuur-coëfficiënt van den weerstand is een *afpraak*, die dezen coëfficiënt definieert als

$$\alpha = \frac{1}{R_0} \cdot \frac{dR}{dT}$$

of ook wel (meer direct bij de praktijk van het meten aansluitend) als

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{100 R_0},$$

waarbij R den weerstand voorstelt en de indices 0 en 100 op de temperaturen 0° en 100° C betrekking hebben. Deze α heeft de dimensie van een reciproke temperatuur, juist als de uitzettings- en spanningscoëfficiënten der gassen. Of de benaming van α gelukkig gekozen is of niet, kan hier in het midden gelaten worden; het belangrijkste is, dat zij nu eenmaal gekozen en als zoodanig algemeen geaccepteerd is. Hierbij komt, dat de α in de praktijk van het meten (b.v. bij het onderzoek naar de zuiverheid van metalen), nog steeds een belangrijke rol vervult. Ik meen derhalve, dat deze nieuwe „grondslag”, als zoodanig gepropageerd, slechts verwarring kan stichten.

Mogelijk berekent men later nooit meer de α , maar steeds (dank zij een of ander inzicht) de φ . Zoo lang echter de α nog gebruikt wordt, late men de α zijn naam, en zoo mogelijk daarna nog.

En is het om een naam te doen, zou men dan de grootheid φ misschien niet beter *temperatuurexponent van den weerstand* kunnen noemen?

Eindhoven, 28 Januari 1932.

KANTTEEKENINGEN

door L. HAMBURGER

In verband met de mij ter beschikking staande plaatsruimte, zij met de volgende kantteekeningen bij de opmerking van den heer *Clausing* volstaan:

1. Aan de in mijn inleiding gegeven overwegingen met betrekking tot φ kunnen de volgende toegevoegd worden, welke ik reeds in het Sept. 1931 door mij ingezonden, doch later bekorte artikel vermeldde ¹⁾.

a) „In het algemeen kan gezegd worden, dat grafische voorstellingen met rekenkundige schaal een miskenning der verhoudingen in de hand werken, hetgeen vooral in de nabijheid van een nul-as of een nulpunt geldt” ²⁾.

b) „Men heeft in gevallen, waarin een kleine verandering der ageerende grootheid in staat is, om een gelijkwaardige verandering in den beschouwdend toestand teweeg te brengen — zonder dat veel van de uitwerking door secundaire oorzaken verloren gaat — alles ‚naar verhouding’ te waardeeren”. Dit leidt tot de voor φ gegeven betrekking, welke bij vele fundamenteele natuurverschijnselen van beteekenis is.

c) „In gevallen, waarvoor deze betrekking opgaat, is φ , dimensieloos’. Door gebruik te maken van φ is vergelijking mogelijk tusschen geheel verschillende gebieden van natuurverschijnselen, waarop men criteria van een dimensie-loos variatie-gedrag wenscht toe te passen”.

2. Noch in de theoretische, noch in de experimenteele natuurkunde beperkt men de definitie van a tot de door den heer C. gegeven formules. F. *Kohlrausch* en vele anderen stellen

1) De opmerkingen *a—c* worden daarom tusschen aanhalingsteekens geplaatst.

2) In dit opzicht zij uitdrukkelijk verwezen naar *Irving Fisher*, *Quart. Publ. Amer. Stat. Ass.* XV, 577 (1917), waar ook oudere literatuur vermeld wordt.

algemeen $\alpha = 1/T \cdot dR/dT$. Men moet dit ook doen, aangezien vele stoffen — vooral in den vloeibaren toestand — niet bij 0° C bestaanbaar zijn. R kan in beginsel en feitelijk een veelvoud of een breukdeel van R_0 bedragen. Daarom kan ook de waarde van *déze* α sterk afwijken van die, welke bij den door den heer C. op den voorgrond gestelden coëfficiënt behoort. Bij toepassing van het ijs-smeltpunt als temperatuur-grondslag beantwoordt men voorts niet aan eischen van corresponderende of karakteristieke temperaturen.

3. Omtrent α bestaat slechts — kenmerkend — de consensus omnium, dat men (in tegenstelling met de verandering van den weerstand) de temperatuur-wijziging *niet* in relatieve maat uitdrukt. Ik zou er daarom de voorkeur aan geven, φ met de benaming *relatieve temperatuur-coëfficiënt* aan te duiden. Daarmede raakt men, ook wat de dimensie betreft, de kern der zaak. De tegenstelling coëfficiënt-exponent is in sommige gevallen niet scherp¹⁾. Meer algemeen noeme men $\varphi = d \ln X / d \ln Y$ den *relatieven variatie-coëfficiënt* van X met betrekking tot Y .

1) Men gebruikt bijv. door elkander heen brekings-index, -coëfficiënt en -exponent voor hetzelfde begrip.

Discussie gesloten. RED.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

- H. Bateman, Partial differential equations of mathematical Physics, 522 blz., 29 fig. — Cambridge University Press. London. 1932. Prijs 42 sh. net.
- Natuur en Mensch, Populair geïllustreerd maandblad, voortzetting van „De Natuur”, onder redactie van Dr. Kamerling, 52ste jaargang. — Mees. Santpoort. 1932. Prijs per jaargang f 8.—.
- Ferdinand Trendelenburg. Fortschritte der physikalischen und technischen Akustik, 132 blz., 80 fig. — Akad. Verlagsges. Leipzig. 1932. Prijs R. M. 4.80.
- Maxime Hesse et Claude Amedee-Mannheim, La photographie, 204 blz., 79 fig. — Armand Colin. Paris. 1932. Prijs frs. 16.50.
- E. E. Mogendorff, Natuurkunde voor het voorbereidend Hooger Onderwijs, deel IIIa, 2de druk, 151 blz., vele fig. — Noordhoff. Groningen. 1932. Prijs f 2.50.
- B. L. van der Waerden, Die gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik, 157 blz., 7 fig. — Springer. Berlin. 1932. Prijs R.M. 9, geb. R.M. 9.90.
- Alfred Henry, Le calcul des différences finies et ses applications, 210 blz. — Hermann. Paris. 1932. Prijs frs. 50.
- Rapport, uitgebracht door de Commissie in zake de leeraarsopleiding, ingesteld door het Bestuur der Algemeene Vereeniging van Akademisch gevormde leeraren, 38 blz. — Wolters. Groningen. 1932. Prijs f 0.75.

BOEKBESPREKING

- E. G. Coker and L. N. G. Filon, **A treatise on photo-elasticity**, 720 blz., vele fig. — Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 50 sh. net.
- Hoewel de eigenschap van glas en ander doorzichtige lichamen, om onder spanning dubbelbrekend te worden, reeds sedert 1816 bekend is, toen Brewster omtrent dit onderwerp een verhandeling aan de Royal Society aanbood, heeft het tot aan het begin van deze eeuw geduurd voordat ernstige pogingen in het werk gesteld werden om deze eigenschap dienstbaar

te maken aan het onderzoek van spanningstoestanden in isotrope, homogene media. Omstreeks dien tijd evenwel trok het onderwerp de aandacht van verschillende onderzoekers, waaronder in de eerste plaats Hönigsberg, Mesnager en Coker te noemen zijn. Hoewel daarna vele anderen zich eveneens met het optisch-elastisch onderzoek zijn gaan bezighouden is het toch vooral Coker geweest, die in samenwerking met zijn collega Filon, dit onderzoek op de hoogte heeft gebracht waarop het zich op het oogenblik bevindt en het kan daarom geen verwondering wekken, dat de beide in den aanhef genoemde schrijvers behoefte hebben gevoeld de enorme hoeveelheid materiaal, welke zij in de laatste 25 jaren hebben verzameld en die om zoo te zeggen hun levenswerk vertegenwoordigt, te verzamelen in een leerboek, dat al datgene bevat, dat rechtstreeks en zijdelings met hun onderwerp samenhangt¹⁾.

Teneinde het boek leesbaar te maken ook voor hen, die niet gespecialiseerd zijn in de optica en de mathematische elasticiteitsleer, zijn twee inleidende hoofdstukken over deze onderwerpen opgenomen. Voor zoover het de optica betreft, beperken de schrijvers zich tot de klassieke electromagnetische lichttheorie, welke alle in aanmerking komende verschijnselen op directe en eenvoudige wijze verklaart.

Hoewel de schrijvers beweren zich tot „de elementen” beperkt te hebben, komt het recensent voor, dat deze, 180 blz. tellende, hoofdstukken wel voor bekorting vatbaar zouden zijn geweest, o.a. omdat voor het hoofdstuk over de elasticiteitsleer zonder bezwaar naar het uitnemende leerboek van Love had verwezen kunnen worden; dit te eerder omdat belangstellenden in het photo-elastisch onderzoek van spanningstoestanden uiteraard geacht moeten worden behoorlijke kennis van de elasticiteitsleer te hebben.

Nadat in hoofdstuk III (dat voor den *experimentator* wellicht het belangrijkste deel van het boek is) een historisch overzicht is gegeven zoowel van de ontwikkeling der eigenlijke photo-elastische onderzoekingen als van de daarbij te overwinnen moeilijkheden, worden in hoofdstuk IV de vlakke spannings- en vervormingstoestanden behandeld.

Hoewel onder dit hoofdstuk ook de behandeling van rechte en flauw gekromde staven zou kunnen vallen, wordt, wegens de belangrijkheid van het onderwerp, aan den gebogen balk een afzonderlijk hoofdstuk gewijd. Uitvoerig wordt daarbij ingegaan op den invloed van geconcentreerde belastingen, zoowel als op dien van discontinuïteiten in den vorm van den balk. De invloed van cirkelvormige en elliptische gaten en van scheuren

1) Voor den lezer, die niet met het onderwerp vertrouwd is, zij opgemerkt dat een vlak-gepolariseerde lichtstraal, welke loodrecht op een in haar vlak gespannen glazen plaat valt, gesplitst wordt in twee componenten, welke trillingsvlakken bepaald zijn door de hoofdspansingsrichtingen van den spanningstoestand. Bij het passeeren van deze plaat treedt voor beide trillingscomponenten een phase-verschil op, dat evenredig is met de dikte van de plaat en met het verschil van de hoofdspansingen p en q .

Het is in wezen de bepaling van dit hoofdspansingsverschil ($p - q$) waarmede het optisch onderzoek zich bezig houdt. De grootheden p en q zelf worden gevonden door langs anderen weg (b.v. door het meten van de dikte-verandering van de plaat) ($p + q$) te bepalen.

in het algemeen, de verschijnselen, die zich bij meervoudig samenhangende doorsneden voordoen, worden afzonderlijk in het daaropvolgende hoofdstuk VI besproken.

Nadat in hoofdstuk VII de in de techniek gebruikelijke trek-, druk- en schuifproeven met behulp van de optische methode aan een kritische beschouwing zijn onderworpen, wordt de praktische draagwijdte van deze methode ten slotte in hoofdstuk VIII aan een lange reeks van technische vraagstukken, o.a. betrekking hebbende op statisch onbepaalde frames, fundamenten, machine-elementen, tandwielen, flenzen, moeren, bouten, enz. toegelicht.

Dit laatste hoofdstuk moet zonder twijfel worden opgevat als de argumentatie voor de in de voorrede uitgesproken overtuiging van de schrijvers, dat in de toekomst de beteekenis van het photo-elastisch onderzoek door den ingenieur meer en meer zal worden ingezien en dat op den duur iedere groote machinefabriek en elke Hoogeschool een photo-elastisch laboratorium als een onmisbaar element van haar uitrusting zal gaan beschouwen.

Zonder die overtuiging in haar vollen omvang te deelen, is ook recencent van meening dat het photo-elastisch onderzoek meer en meer aan beteekenis zal gaan winnen, al zal de toepassing ervan alleen ter hand kunnen worden genomen door die instellingen, welke zich de aanschaffing van een duur instrumentarium en de aanstelling van geschoold personeel om het te bedienen kunnen getroosten.

Hoe dit laatste ook zij, het hier besproken boek is een onmisbare vraagbaak voor een ieder, die zich daadwerkelijk met photo-elastisch onderzoek wil bezighouden; zonder voorbehoud kan het hem ter kennisname ten sterkste worden aanbevolen.

Text en figuren zijn typographisch op de onberispelijke wijze verzorgd, welke men van de Cambridge University Press gewend is. B.

Report of the Radio Research Board, for the period ended 31st Dec. 1930, 90 blz., 40 fig. — His Majesty's Stationary Office. London. 1931. Prijs 2 sh. net.

Dit boekje bevat een rapport van het wetenschappelijke werk tot 31 December 1930 verricht en georganiseerd door de Engelsche „Radio Research Board”. Het werk bestaat uit twee categoriën: 1° fundamenteel wetenschappelijk onderzoek, hetwelk ondernomen wordt zonder direkte praktische oogmerken en 2° experimenten, die bedoeld zijn om direkt een oplossing te geven voor zich in de radiotechniek voordoende moeilijkheden.

In de inleiding wordt weergegeven, dat men van het standpunt uitgaat, dat een deel van het onderzoekingswerk, tot de eerste groep behorende, overgelaten kan worden aan de Universiteiten, maar dat dit met een ander deel, dat slechts uitgevoerd kan worden door de samenwerking van een groot aantal waarnemers, moeilijk kan worden gedaan en dit daarom in het programma van de Radio Research Board is opgenomen.

Een voornaam gedeelte van het onderzoekingswerk betreft den invloed van de Kennelly-Heaviside-laag op de voortplanting van electromagnetische

golven en wij vinden in dit werkje een zeer welkome samenvatting van het bekende werk van Prof. A p p l e t o n op dit gebied. Voorts treffen wij uitvoerige mededeelingen aan over de onderzoekingen van W a t s o n W a t t over atmosferische storingen, hun voortplanting en vorm. Verder komen eenige beschrijvingen voor van het onderzoek van antennes, speciaal met het oog op de fouten, die zich bij richtingzoekers voordoen.

Een belangrijk deel van het rapport vormt verder de beschrijving van het werk van Dr. D y e inzake nauwkeurige standaards voor radiofrequentie, waarin de resultaten zijn opgenomen van een onderzoek van langs optischen weg bepaalde trillingswijzen van cirkelvormige en rechthoekige kwartsplaten. Voorts treffen wij aan een beschrijving van nauwkeurige meetmethoden voor het meten van stroomen van frequenties tot 10^8 c/s, en ten slotte een nauwkeurige methode voor het meten van weerstanden voor hoogfrequente stroomen.

Uit den aard der zaak behandelt het onderhavige werkje slechts het onder de auspiciën van de Radio Research Board verrichte Engelsche werk op dit gebied, hetwelk natuurlijk op tal van plaatsen aansluit aan elders verrichte onderzoekingen. Hiernaar wordt dan gewoonlijk in algemeene termen verwezen zonder de desbetreffende literatuur te vermelden, tegen welke methode in een dergelijk rapport natuurlijk geen enkel bezwaar is aan te brengen. Wij moeten echter wel bezwaar maken, wanneer wij op pag. 85 lezen van een *nieuwe* methode voor het meten van weerstanden, aangezien de aldaar beschreven methode reeds in 1921 door H. P a u l i (ZS. f. hochfr. Techn. 17, 18, (1921) zowel theoretisch als experimenteel verder was onderzocht dan thans in Engeland het geval blijkt te zijn. Maar dit is een ondergeschikte kwestie, want het mooie en interessante werk van A p p l e t o n en D y e vormt wel de hoofdbijdrage van dit rapport, dat zoowel voor den physicus als voor den radiotechnicus van belang is door de beschrijving van de streng wetenschappelijke methoden van het onderzoek op dit gebied in Engeland.

De prijs van 2 shilling van deze gouvernementsuitgave is inderdaad zeer laag gesteld.

v. d. P.

P. Vigoureux, Quartz resonators and oscillators, 217 blz., 125 fig. — London. 1931. Prijs 7 sh. 6 d.

Dit werkje werd samengesteld op verzoek van de „Radio Research Board” in Engeland. De schrijver werkt onder leiding van Dr. D y e in het National Physical Laboratory.

De bedoeling was, een samenvatting te geven van de over verschillende tijdschriften verspreide artikelen, betrekking hebbende op kwarts-resonatoren en kwarts-oscillatoren.

In het eerste hoofdstuk behandelt de schrijver de algemeene fysische eigenschappen van kwarts, in het tweede hoofdstuk de theorie en de toepassingen van het statisch piezo-electrisch effect, daarna komt de tijd in de beschouwingen en de vergelijkingen en behandelt de schrijver de piezo-electrische resonatoren, en in hoofdstuk 4 de piezo-electrische oscillatoren,

om het werk in hoofdstuk 5 te besluiten met een vrij uitvoerige beschouwing over de structuur van het kwarts.

In het werkje worden besproken de verschillende schakelingen, die voor kwarts-resonatoren en -oscillatoren in gebruik zijn; de invloed van de verschillende schakelementen, o.m. op de frequentie van den oscillator, wordt zoowel theoretisch als experimenteel uitvoerig gezien.

Deze samenvatting zal niet alleen den radio-technicus zeer welkom zijn. Immers oorspronkelijk werden de piezo-electrische verschijnselen van kwarts gevonden in het fysisch laboratorium door de *Curie's* en de belangrijkste toepassing is daarna te vinden op het gebied der draadlooze telefonie en -telegrafie. Maar daarbij is gebleken, dat de beste tijdsindicator een kwarts-oscillator was en dat de nauwkeurigheid hiervan onder omstandigheden die van de beste astronomische uurwerken overtreft.

Het boekje zal derhalve ook van belang zijn voor ieder, hetzij physicus of astronoom, die met nauwkeurige tijdmetingen te doen heeft. Voor al deze groepen kan het boekje, dat zeer deugdelijk de stof behandelt, dan ook ten zeerste worden aanbevolen.

v. d. P.

Ph. le Corbeiller, Les systèmes autoentretenus et les oscillations de relaxation, 46 blz., 37 fig. — Librairie Scientifique Hermann & Cie, Paris, 1931. prijs frs. 8.—

Dit kleine werkje geeft den inhoud weer van twee voordrachten over zelf-genererende systemen in verband met relaxatietrillingen. Na eene inleiding en eene beschouwing over sinusoidale trillingen worden een aantal voorbeelden van relaxatietrillingen besproken, zoowel bij serie- als parallelschakeling, waarvan de dualiteit belicht wordt. Vervolgens wordt de vergelijking besproken van een systeem met niet-lineaire karakteristiek, waarbij autogeneratie mogelijk is. Na eene bespreking van eene constructie van *Liénard* voor de graphische oplossing dezer vergelijking wordt de wijze behandeld, waarop v. d. *Pol* uit deze vergelijking eenerzijds de sinusoidale trillingen, anderzijds de relaxatietrillingen verkrijgt. Hierop volgen de asymmetrische trillingen van v. d. *Pol*, eene energetische beschouwing, eene beschrijving van eene interessante proef van *Janet* met eene seriedynamo, waarbij relaxatietrillingen optreden, en eene bespreking van triode-trillingen. De dualiteit van serie- en parallelschakeling in verband met de gedaante der karakteristiek en toepassing hiervan op motoren wordt behandeld, waarna de relaxatietrillingen in gekoppelde systemen, voorts de frequentiedeeling, en ten slotte meerphasensystemen van relaxatietrillingen aan eene beschouwing worden onderworpen. Tot besluit worden enkele interessante historische bijzonderheden vermeld.

De lezing van dit aardige boekje kan zeer worden aanbevolen. G. J. E.

Sir James Jeans, Les étoiles dans leurs courses, traduit de l'Anglais par A. Sallin, 205 blz., vele fig. — Hermann, Paris. 1932. Prijs frs. 35.

De Fransche vertaling van een reeks uitgewerkte korte voordrachten door den Schrijver voor de radio gehouden, over astronomische onderwerpen.

Uit den aard der zaak een zeer oppervlakkige bespreking van onderwerpen, die dieper en uitvoeriger werden behandeld in „The Universe around us”. Het doel ervan? „Il (ce livre) est tout à fait sans prétention, ne visant simplement qu'à fournir un introduction facile et agréable à lire à la plus poétique des sciences”, zegt J e a n s in het voorwoord. In dit doel is hij zonder twijfel geslaagd. Iemand, die niet meer heeft dan wat kennis van de lagere school op het gebied van wis- en natuurkunde, kan dit boek doorlezen en er een overzicht uit putten van de voornaamste problemen der hedendaagsche astronomie. Hij zal overal getroffen worden door pakkende vergelijkingen, die de essentie van het gezegde treffend illustreeren. Om één voorbeeld uit de vele te noemen: na over de dichtheid der witte dwergen gesproken te hebben, zegt J e a n s: „Zoo zien wij, dat de natuur ons nog wel iets te leeren heeft over de kunst van het inpakken. Konden wij onze aardsche goederen zoo inpakken als de sterren het in hun binnenste deelen doen, dan konden wij 100 ton tabak in een gewoon tabakszakje bergen en verscheidene tonnen kool in een vestzak. Vergeleken met de verpulverde atomen, waar deze sterren uit bestaan, is de vaste stof van de aarde niet dichter dan 'een spinneweb in de ruimte”. Daardoor zal hetgeen verteld wordt gemakkelijk in gedachte gehouden worden.

De geheele aanleg van het boek brengt met zich mede, dat de wijze, waarop de verschillende resultaten verkregen zijn, pas op de tweede plaats komt en vooral de historische wording geheel in verdrinking is geraakt. Ik signaleer dit niet als een fout, maar als een typeering van het boek.

In een aantal aanhangsels zijn verschillende gegevens omtrent de voornaamste sterrebeelden en de bijzonderheden, die zij bevatten, aan het werk toegevoegd. Voor het grootste deel zijn deze ontleend aan het oudere werk „Primer of Astronomy” van R o b e r t B a l l maar aangevuld en up to date gebracht naar de nieuwste gegevens. Dit deel zal menig beginner zeer welkom zijn.

De uitvoering van het werk is zeer voldoende, al kan het niet vergeleken worden met de Hollandsche uitgave van het zelfde werk, dat onder den titel „de Sterren in hun Loop” is verschenen.

Een apart woord van lof verdient de illustratie, die zeer rijk en doorgaans zeer goed gekozen is. Een plaat als die van „La Petite Ours et l'Etoile Polaire” geeft een beter inzicht in de praecessie, dan een betoef van vele bladzijden.

H. GR.

George Jaffé, Zwei Dialoge über Raum und Zeit, 104 blz. — Akademische Verlagsgesellschaft. Leipzig. 1931. Prijs R.M. 5.20.

De schr. geeft, zich aansluitende aan B e r k e l e y's „Three dialogues between Hylas and Philonous”, twee dialogen, waarin hij het een en ander over meerdimensionaliteit, ruimtelijkheid en het verschil tusschen Newtonsche en Einsteinsche mechanica tracht te verduidelijken. Hij heeft mij niet kunnen overtuigen, dat deze wijze van voorstellen het wint van andere populaire en meer gebruikelijke inkleedingen.

PH. K.

HET NEUTRON

door A. J. RUTGERS

Summary:

A survey is given of the literature about the neutron. At the end some remarks are made about nuclear constitution.

Het proton en het electron zijn de elementaire bouwstenen der materie. De studie der radioactieve verschijnselen, verschijnselen, die hun oorsprong hebben in kernprocessen, heeft ertoe geleid, naast de 2 elementaire eenheden als samengestelde eenheid aan te nemen het α -deeltje (Fransch: hélion). Het helion is een systeem met massa 4, lading 2, en wordt opgevat als te bestaan uit 4 protonen en 2 electronen; deze worden door krachten van tot dusver onbekenden aard tezamen gehouden in een klein deel van de ruimte (diameter helion circa 10^{-13} cm); de bindingsenergie bedraagt naar schatting circa $30 \cdot 10^6$ elektron Volt (eV). Het is de geweldige grootte van deze energie, die maakt, dat het helion zich steeds als een eenheid gedraagt.

Nu hebben de onderzoekingen van Bothe en Becker, van Mme I. Curie—Joliot en Joliot, en van Chadwick over de atoomkern van lichte elementen geleid tot de conceptie van een nieuwe samengestelde eenheid (in zooverre dus van denzelfden aard als het helion), het neutron. Het neutron is een systeem met massa 1, lading 0; het kan worden opgevat als te bestaan uit 1 proton en 1 electron; deze worden door krachten van tot dusver onbekende natuur tezamen gehouden in een klein deel van de ruimte (diameter neutron circa 10^{-13} cm); de bindingsenergie kan (zeer ruw nog slechts) geschat worden en bedraagt circa 10^6 eV; door deze groote bindingsenergie gedraagt het neutron zich bij alle voorkomende gelegenheden als een eenheid. Overigens, direct *bewezen* is nog niet, dat het neutron een samengestelde eenheid is. Men mag niet nalaten, op de mogelijkheid te wijzen, het als een derde fundamenteele eenheid, op te vatten, wat niet onwelkom zou

zijn ter verklaring van de vele moeilijkheden, waarop men stuit in de kern (spin-paradoxieën en statistiek-paradox).

Het hierboven gegeven model van het neutron is natuurlijk in den grond niets anders dan een samenvatting van de resultaten van het experimenteel onderzoek; laten we één van die resultaten een oogenblik op den voorgrond stellen: De model-eigenschappen: lading 0, diameter circa 10^{-13} cm, geven aan, dat de neutronen een geweldig doordringingsvermogen moeten hebben. In dit opzicht onderscheiden ze zich karakteristiek van de drie vroeger bekende materie-bouwstenen, en vertoonen ze veel gelijkenis met harde electromagnetische straling, zooals γ -stralen. Op grond van deze eigenschap werden neutronenstralen zelfs eerst geruimen tijd voor γ -stralen gehouden, totdat andere experimenten de onjuistheid hiervan aantoonde. Wij willen nu trachten een overzicht te geven over de onderzoekingen, die ten slotte tot „het neutron” hebben geleid.

In 1930 bestudeerden *Bothe* en *Becker*^{1), 2)} het opwekken van een kunstmatige „kern- γ -straling” bij lichte elementen, door deze te beschieten met α -stralen van Polonium. Een zeer doordringende straling trad als gevolg van de beschieting op bij de elementen *Li*, *Be*, *B*, *F* en *Al*; haar absorptie coëfficiënt werd gemeten met behulp van een „Spitzenzähler”. Wanneer als stralingsbron een (*Po* + *Be*)-praeparaat fungeerde, dan bleek, dat 1 cm lood, tusschen het praeparaat en den teller gebracht, het aantal uitslagen van den teller tot de helft teruggebracht, m.a.w. de intensiteit van de straling halveerde. *Bothe* en *Becker*, die deze straling (en terecht; zie onder *Rasetti*) voor een (kunstmatige) γ -straling hielden, schreven haar overeenkomstig hun absorptie-metingen een hardheid toe, als van de hardste bekende natuurlijke γ -stralen.

De proeven van *Bothe* en *Becker* werden voortgezet door *Mme I. Curie—Joliot* en haar echtgenoot *F. Joliot* te Parijs met *Li*, *Be* en *B*. Met *Be* en *B* werden steeds overeenkomstige resultaten verkregen, en voor het volgende zijn alleen deze van belang. Ter vereenvoudiging zullen we verder alleen over *Be* spreken, waarmee dan steeds *Be* en *B* bedoeld wordt.

*Curie*⁵⁾ en *Joliot*⁶⁾ maakten gebruik van een bron van ± 100 millicurie van *Po*- α -stralen. De metingen geschieden vol-

gens een ionisatiemethode in een vaatje gemonteerd op een Hoffmanan-electrometer. Dit is een belangrijk verschil met de proeven van Bothe en Becker: een teller „spreekt aan”, meer niet, als een deeltje een ontlading in den teller veroorzaakt; met een ionisatievat daarentegen meet men het aantal ionen, die de deeltjes op hun weg door het vat maken, krijgt men dus gegevens omtrent den aard van het ioniseerende deeltje.

Werd nu het ionisatievat bloot gesteld aan de straling van het *Po*-praeparaat, tegen de α -deeltjes afgedekt door 1 mm lood, dan werd een zekere ionisatie gemeten ten gevolge van de γ -straling van het *Po*; deze immers maakt door Compton-stoot electronen vrij in de gasvulling van het ionisatievat, en deze snelle Compton-electronen ioniseeren vervolgens het gas op hun weg door het vat.

Als nu een pastille van *Be* tegenover het *Po*-praeparaat werd gezet, werd de ionisatiestroom $5 \times$ zoo groot. Conclusie van Curie en Joliot: Door de α -stralen worden de *Be*-kernen „aangeslagen”, bij het terugvallen in het grondniveau wordt een γ -straling geëmitteerd, die door Compton-electronen in het vat de vergroting van den ionisatiestroom te weeg brengt.

Absorptiemetingen werden gedaan tot in 5 cm lood. Na 15 mm lood was de *Po*- γ -straling praktisch verdwenen. De dan nog aanwezige, zeer penetrante straling scheen homogeen, en werd voor de helft geabsorbeerd in 4,7 cm lood (53 g/cm^2). Dit resultaat wijkt dus wel sterk af van dat van Bothe en Becker¹); (het is echter in overeenstemming met latere metingen van Bothe en Becker, gepubliceerd in het Rapport van het Congres te Rome (1931)); de verklaring hiervan zal later gegeven worden (zie onder Rasetti).

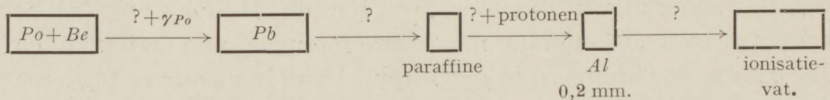
Zoals bekend is, hangt de grootte van den absorptie-coëfficiënt van een γ -straling af van de frequentie dier straling. Quantitatief wordt het verband tusschen deze twee grootheden gegeven door de formule van Klein en Nishina³³), waarvan de geldigheid tot in het gebied der zeer harde γ -stralen (6 X.E. *) experimenteel beezen is^{34, 35, 36}), tenminste, voor de lichtere elementen als absorbens; voor de zwaardere elementen treden afwijkingen op. Omgekeerd gebruikten Curie en Joliot deze formule, om uit den gemeten absorptie-coëfficiënt van de (*Po* + *Be*)-straling (die ze we-

*) 1 X.E. = $0,001 \text{ \AA} = 10^{-11} \text{ cm}$.

gens haar groot doordringingsvermogen voor een γ -straling hielden) de golflengte te berekenen. Ze vonden $\lambda = 0,6 \text{ à } 0,7 \text{ X.E.}$ of daar $\lambda = 1 \text{ X.E.}$ correspondeert met $h\nu = 12 \cdot 10^6 \text{ eV}$, is voor $\lambda = 0,6 \text{ X.E.}$, $h\nu = 12 \cdot 10^6 / 0,6 = 20 \cdot 10^6 \text{ eV}$.

Op precies dezelfde wijze vond J o l i o t, dat voor de penetrante straling, uitgestuurd door B onder *Po*- α -stralen bombardement, geldt: $h\nu = 11 \cdot 10^6 \text{ eV}$. In het nu volgende onderzoek ⁷⁾ hebben C u r i e en J o l i o t den beslissenden stap gedaan op den weg, die geleid heeft tot de ontdekking van den waren aard der (*Po* + *Be*)-straling. Deze werd weer bestudeerd aan de ionisatie, die ze te weeg bracht in een ionisatievat, verbonden met een H o f f m a n n-electrometer. De straling kwam het vat binnen door een aluminium venstertje. Geen bijzondere verschijnselen werden opgemerkt, als men het *Al*-venster verving door een venster van *Cu*, *Ag* of *Pb*. Werde echter een venstertje uit paraffine of cellophaan gebruikt (stoffen, die *H*-atomen bevatten), dan vond men een vergrooting van den ionisatiestroom, voor paraffine zelfs verdubbeling. Door aluminium tusschen de paraffine en het ionisatievat te brengen, bleek het mogelijk, den aangroei van den ionisatie-stroom weer weg te nemen; hiervoor was een *Al*-plaatje van slechts 0,2 mm dikte voldoende. Dit wees er al op, dat de meerdere ionisatie te weeg gebracht werd door een stroom van protonen, door de (*Po* + *Be*)-straling uit de paraffine losgeslagen en het ionisatievat ingestooten.

Schematisch:



Verdere bewijzen voor deze hypothese waren:

1°. Deze extra-straling uit paraffine wordt niet afgebogen door een magneetveld. Ze is dus geen electronenstraling.

2°. Ze wordt door een zekere massa zilver minder geabsorbeerd dan door dezelfde massa aluminium. Ze is dus geen electromagnetische straling; deze wordt n.l. geabsorbeerd evenredig met het aantal electronen, en deze zijn er per gram *Al* en *Ag* nagenoeg evenveel; evenwel zijn er per gram *Ag* veel minder kernen dan bij *Al*, zoodat blijkbaar de absorptie der extrastraling uit paraffine v.n.l. moet worden toegeschreven aan de kernen in het *Al* en *Ag*.

De (*Po* + *Be*)straling had dus de eigenschap, uit paraffine pro-

tonen vrij te maken, iets, wat nog nooit te voren door een γ -straling vertoond was. Ten overvloedige lieten Curie en Joliot een gegarandeerde γ -straling (van ThC'') door een metalen venstertje en door een venster van paraffine het ionisatievat binnentreden; beide malen werd dezelfde ionisatiestroom gevonden.

Verder maken Curie en Joliot nog op de volgende moeilijkheid opmerkzaam:

De uit paraffine los geslagen protonen hebben een dracht in de lucht van 26 cm (Be) en 8 cm (B), dus een energie van $4,5 \times 10^6$ resp. 2×10^6 eV. In de onderstelling, dat de ($Po + Be$)-straling een γ -straling is, kan men de energie uitrekenen, die een γ -quantum gehad moet hebben, op dat het, na centrale botsing met een H -kern een proton met bovengenoemde energie geeft. Dan vindt men $h\nu = 50 \times 10^6$ eV resp. 35×10^6 eV. Uit de formule van Klein en Nishina daarentegen was gevonden $h\nu = 15$ à 20×10^6 resp. 11×10^6 eV. Het verschil, hoewel groot, werd door Curie en Joliot met het oog op de onzekerheid in de proeven echter nog niet catastrophaal geacht.

Curie en Joliot zetten de studie van hun merkwaardige straling voort met behulp van een Wilson-kamera^{8), 9)}. Hierin werd geplaatst een schijfje paraffine, dat gebombardeerd werd met een ($Po + Be$)-straling. De ($Po + Be$)-stralen zelf bleken geen sporen in de Wilson-camera te maken; wel traden duidelijke sporen op van de uit paraffine uitgeworpen protonen; soms ook kwamen protonen-stralen voort uit de waterdamp-atmosfeer van de Wilson-camera. Ook werden sporen van β -stralen met energie van 2 tot meer dan 10×10^6 eV waargenomen. Een minimum waarde voor hun energie volgde uit het feit, dat hun banen door een magneetveld van 1300 Gauss niet merkbaar gekromd werden.

Daar de ($Po + Be$)-straling protonen losslaat uit een stof als paraffine, ligt het voor de hand te verwachten, dat zulke stoffen een grooten massa-absorptiecoëfficiënt voor de ($Po + Be$)-straling zullen bezitten. Iets dergelijks is te verwachten voor stoffen met andere kernen, die weggeslagen kunnen worden. Inderdaad vonden Curie en Joliot de volgende waarden voor μ/ρ :

	Cu	C	Paraffine
($Po + Be$)-straling	0,023	0,035	0,070
γ -str. van ThC''	0,036	0,027	0,023

Ook de koolstofkernen werken dus absorbeerend. Ze worden blijkbaar ook uitgeworpen door de (*Po* + *Be*)-straling.

Het lag voor de hand nu te onderzoeken, of dit een algemeene eigenschap van de (*Po* + *Be*)-straling was. Daartoe vulden *C u r i e* en *J o l i o t* hun ionisatievat eerst met *H e* van 1 *Atm*, en daarna met lucht van 10,5 cm kwikdruk. Deze vullingen zijn van gelijke dichtheid, bevatten ongeveer evenveel electronen per cm^3 .

Liet men nu *Th C''*- γ -straling binnentreden, dan werd voor beide vullingen ongeveer dezelfde ionisatiestroom gevonden. (Er werd dus eenzelfde aantal *C o m p t o n*-electronen voortgebracht).

Daarentegen gaf (*Po* + *Be*)-straling bij de *He*-vulling een $8 \times$ grooteren ionisatiestroom dan bij de lucht vulling. Dit kan men verklaren, als men aanneemt, dat de gasvulling in de kamer dezelfde rol vervult als bij vorige proeven de paraffine; dat door de (*Po* + *Be*)-straling de kernen weggestooten worden, die dan de ionisatie bewerkstelligen. De *He*-vulling bevat $4 \times$ zooveel kernen als de lucht vulling; blijkbaar ioniseert elke uitgeworpen *He*-kern dan nog $\pm 2 \times$ zooveel als elke stikstof- of zuurstofkern.

C u r i e en *J o l i o t* maken nog op de volgende meer theoretische moeilijkheid opmerkzaam: Uit de dracht van de protonenstralen vindt men voor de (*Po* + *Be*)-straling (aangenomen, dat dit een γ -straling is): $h\nu = 50 \times 10^6$ eV. Een zoo harde straling heeft volgens *Klein* en *Nishina* een absorptie coëfficiënt per electron van $0,144 \times 10^{-25}$, per proton van $2,04 \times 10^{-31}$. De absorptie door verstrooiing zou dus per proton ongeveer $10^5 \times$ zoo klein moeten zijn als per electron. In werkelijkheid wordt ze ongeveer $4 \times$ zoo groot gevonden als de berekende absorptiecoëfficiënt per electron.

Resumeeren we thans de resultaten van het bewonderenswaardig onderzoek van het echtpaar *C u r i e*—*J o l i o t*.

Het bleek, dat *Be* en *B*, beschoten met *Po*- α -deeltjes, een zeer zwakke, zeer doordringende straling emitteren. De eigenschappen van deze straling, die door hen steeds als een γ -straling wordt aangeduid, werden onderzocht met behulp van een *G e i g e r*-teller, een ionisatievat met *H o f f m a n*-n-electrometer, en *W i l s o n*-photo's eventueel met magneetveld. Voor het γ -straal karakter van de (*Po* + *Be*)-straling spreekt:

1°. het groot doordringingsvermogen,

2°. de onzichtbaarheid in de Wilson-camera.

Moeilijkheden echter zijn:

- 1°. Met den Geiger-teller en met het ionisatie-vat worden verschillende absorptie coëfficiënten gevonden (zie onder Rasetti).
- 2°. De massa-absorptie-coëfficiënt μ/ρ is verschillend voor verschillende stoffen. Voor een γ -straling, waarvan de intensiteitsvermindering hoofdzakelijk veroorzaakt wordt door Compton-processen aan electronen, is de absorptiecoëfficiënt μ ongeveer evenredig met het aantal electronen per cm^3 , dus met het aantal electronen per atoom (= circa de helft van het atoomgewicht), en met het aantal atomen per cm^3 , dus met de dichtheid ρ , of wel μ/ρ is bij benadering hetzelfde voor verschillende stoffen.
- 3°. De straling werpt uit verschillende stoffen atoomkernen uit, in tegenstelling met een erkende γ -straling, zooals van *ThC''* en in strijd met theoretische overwegingen.
- 4°. Bepaling van de frequentie van de straling uit den absorptiecoëfficiënt in lood met behulp van de formule van Klein en Nishina geeft $h\nu = 20 \times 10^6$ eV, uit de energie van de losgeslagen protonen: 50×10^6 eV.

Toen het onderzoek van Curie en Joliot zoo ver gevorderd was, verscheen een brief in „Nature” van Chadwick¹⁶⁾, waarin een uitweg uit de moeilijkheden gewezen werd. Hij wierp de onderstelling op, dat de (*Po + Be*)-straling een neutronen-straling zou zijn, een materieele straling van deeltjes met lading 0, massa 1, diameter 10^{-13} cm. Lading 0 en diameter 10^{-13} cm zouden dezen deeltjes hun voor materiëstralen buitensporig groot doordringingsvermogen geven, verklaren tevens de afwezigheid van sporen in de Wilson-camera. Alle consequenties uit de formule van Klein en Nishina vervallen, daar deze niet meer van toepassing is. Ten slotte heeft Chadwick¹⁷⁾ nog de volgende proeven gedaan, die niet alleen steun gaven aan zijn opvatting van de (*Po + Be*)-straling als een neutronen-straling, maar ook antwoord gaven op de vraag naar de massa van de deeltjes in de (*Po + Be*)-straling:

Deze werd toegelaten in een ionisatievat, gevuld achtereenvolgens met verschillende gassen: H_2 , He , N_2 , O_2 en Ar . Uit den ge-

meten ionisatiestroom werd besloten tot de energie van de weggestooten kernen: zoo werd voor de energie van de H -kernen gevonden $5,7 \times 10^6$ eV, voor de energie van de N -kernen $1,3 \times 10^6$ eV.

Houdt men de ($Po + Be$)-straling voor een monochromatische γ -straling, dan kan men, door op de botsing de wetten van behoud van energie en impuls toe te passen, uit de energie van de weggestooten protonen de energie van het opvallende quantum berekenen. Hiervoor vindt men dan 55×10^6 eV. Dan kan men op precies dezelfde manier berekenen, hoeveel energie maximaal door zoo'n quantum bij botsing aan een stikstofkern wordt overgedragen; hiervoor vindt men 450.000 eV, in tegenstelling met de experimenteele waarde van $1,3 \times 10^6$ eV.

Men kan het ook zoo formuleeren: Men heeft in het eenvoudigste geval van centrale botsing van quantum en kern, voor deze twee processen 4 vergelijkingen ($2 \times$ de impuls- en de energie-vergelijking) met 3 onbekenden: v , v' en v'' (resp. de frequentie van het opvallende, het aan een proton gereflecteerde, en het aan een stikstofkern gereflecteerde quantum); deze 4 vergelijkingen laten zich niet oplossen.

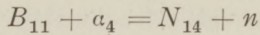
Herhaalt men de berekening, aannemende, dat de opvallende straling bestaat, uit materieele deeltjes, met massa m_n , snelheid v , dan vindt men, dat men de waargenomen verschijnselen bevredigend kan interpreteren, als men aanneemt:

$$m_n = 1, v = 3,3 \times 10^9 \text{ cm/sec.}$$

Men heeft weer 4 vergelijkingen, nu echter 4 onbekenden, n.l. m_n , v , v' en v'' ; een tegenstrijdigheid, zooals in het vorig geval, is hier dus niet mogelijk; wel is bevredigend, dat voor de massa van het neutron een redelijke waarde gevonden wordt.

Chadwick¹⁷⁾ en Feather²³⁾ bestudeerde de weggestooten kernen ook in een Wilson-camera en berekenden hun energie uit de waargenomen sporen; het resultaat was in overeenstemming met de ionisatievatmethode.

Chadwick^{17), 22)} kon zelfs met behulp van een theoretische beschouwing een tamelijk nauwkeurige schatting geven van de massa van het neutron. Hiervoor beschouwt hij het omzettingsproces, als B met α -stralen gebombardeerd wordt (B , omdat alleen hier alle massa-defecten voldoende bekend zijn).



of, wanneer we de nauwkeurige atoomgewichten invullen, waarin we nog opnemen de massa, die de kinetische energie vertegenwoordigt:

$$11,008 + 4,0066 = 14,0046 + m_n.$$

Men vindt $m_n = 1,010$, en na aftrek van de massa voor de kinetische energie ten bedrage van $0,0035$ g ($v = 2,5 \times 10^9$ cm/sec. voor de neutronen van B):

$$(m_n)_0 = 1,0065.$$

Daar de som van de massa's van electron en proton $1,0078$ bedraagt, is het „massa-defect” van het neutron $0,0013$ g., of wel de bindingsenergie $1 \text{ à } 2 \cdot 10^6$ eV. (1 mg correspondeert met 10 eV).

In de neutronen heeft men een waardevol hulpmiddel, om den „diameter” van de kern te bepalen. Vroeger geschiedde dat, door de verstrooiing van α -deeltjes. Als „kern” gold dan dat gebied, waar de wisselwerking tusschen α -deeltje en kern niet meer vlg. C o u l o m b plaats vond. Dit uitte zich n.l. hierin, dat de experimenteel gevonden verstrooiing afweek van die, welke men berekende met de hypothese van puntvormige krachtcentra vlg. C o u l o m b. Uit dit verschil werd dan de grootte van de kern berekend.

Veel gunstiger is de toestand bij de verstrooiing van neutronen: Deze worden zeer weinig verstrooid, als ze op eenigen afstand van de kern voorbijvliegen; uit het aantal, dat gestrooid wordt, berekent men direct de kerndoorsnede. Deze wordt dus bepaald door den afstand, waar de wisselwerking tusschen neutron en kern aanzienlijk wordt, en hoeft niet even groot te zijn als die, gevonden uit de verstrooiing van α -deeltjes. Inderdaad wordt uit neutronen-verstrooiing de kern kleiner gevonden, dan men op grond van vroegere ervaringen verwachtte. Zoo vond C h a d w i c k:

$$\begin{aligned} \text{voor } Pb & : r = 7 \cdot 10^{-13} \text{ cm,} \\ \text{voor messing:} & r = 6 \cdot 10^{-13} \text{ cm,} \\ \text{voor } C & : r = 3,5 \cdot 10^{-13} \text{ cm.} \end{aligned}$$

C h a d w i c k heeft nog andere elementen met α -stralen gebombardeerd. Hierbij werden geen gevallen gevonden, vergelijkbaar met Be en B . Misschien emitteren Fluor en Magnesium een neutronenstraling onder α -stralen-bombardement.

Interessant is, dat, zooals Chadwick vastgesteld heeft, kalium spontaan geen neutronen uitzendt, en wel om de volgende reden:

Het β - en γ -radioactieve K_{41} zou door het uitzenden van een β -deeltje overgaan in Ca_{41} ; dit isotoop van Ca is evenwel onbekend. Indien de bij de desintegratie optredende γ -straling nu in werkelijkheid een neutronenstraling zou zijn, zooals Auger¹²⁾ ondersteld heeft, dan zou men het proces als een overgang $K_{41} \rightarrow Ca_{40}$ hebben kunnen beschrijven. Ca_{40} is een welbekend Ca -isotoop. Deze verleidelijke speculatie schijnt nu door de proeven van Chadwick weerlegd. Men kan b.v. den ionisatiestroom bestudeeren door de kalium-straling te weeg gebracht, wanneer ze a) direct, b) na het passeeren van een laag paraffine het ionisatievat binnenkomt. Wordt in beide gevallen nagenoeg dezelfde ionisatiestroom gevonden, dan is de straling een γ -straling.

Feather, evenals Chadwick een der medewerkers aan het Cavendish-laboratorium, heeft opgemerkt^{23), 22)}, dat op Wilson-photo's, waarbij neutronen geschoten werden in een vatvulling van stikstof, en waarop vele sporen van weggestooten stikstofkernen voorkwamen, ongeveer $\frac{1}{3}$ van het aantal sporen vorken waren, (en wel vorken zonder steel), wat erop zou wijzen, dat in deze gevallen uit neutron en stikstofkern 2 deeltjes gevormd zijn, die beide een spoor in de Wilson-kamera kunnen maken.

Feather stelt voor als een mogelijke interpretatie:

$$N_{14} + n_1 = B_{11} + a_4,$$

m.a.w. juist de omkeering van dat, wat gebeurt, als men B met Po - α -deeltjes beschiet.

Het ligt voor de hand, te verwachten, dat de neutronen soms ook een electron uit zijn atoomverband zullen losslaan. Uit de botsingsvergelijkingen kan men afleiden, dat binnen het gebied van de niet-relativistische mechanica, de snelheid, die het electron krijgt, niet grooter kan zijn dan 2 \times maal de snelheid van het opvallende neutron, wat correspondeert met een energie van slechts ongeveer 10^4 Volts. Door deze geringe energie is de Wilson-camera practisch het eenige bruikbare hulpmiddel, om deze electronen te ontdekken. Ze moeten hierin korte nevelsporen geven, die in het magneetveld sterk gekromd worden. In het Cavendish-laboratorium heeft Dee²⁴⁾ een speciaal onderzoek verricht met betrekking tot deze electronen. Hij komt o.a. tot de con-

clusie, dat de waarschijnlijkheid voor de botsing van een neutron met een stikstofkern $100 \times$ zoo groot is, als die voor de botsing van een neutron met een electron.

Toen eenmaal de neutronen ontdekt waren, stelde men zich de vraag, of ze misschien in de atmosfeer der aarde niet in grooten getale zouden voorkomen. Door hun geringe afmetingen en de afwezigheid van lading, zou het zeer wel mogelijk zijn, dat ze, hoewel in groote dichtheid aanwezig, totnogtoe onontdekt zijn gebleven. (Het neutronengas laat zich door geen wanden tegenhouden, het oefent geen druk uit, is onweegbaar, enz.).

Op de conferentie, dit voorjaar te Kopenhagen gehouden, werden als mogelijke methoden ter beantwoording van deze vraag de volgende aangegeven:

A. Het meesleepen van een looden schijf door een andere, in het vacuum tegenover haar geplaatst en in snelle rotatie gebracht. Een dergelijke proef, uitgevoerd door Dr. Gorter in Teyler's-Stichting te Haarlem had tot resultaat, dat de dichtheid van het neutronengas, indien in onze atmosfeer aanwezig, zeker kleiner is dan zou correspondeeren met een druk van 0,01 mm kwikdruk.

B. Het instellen van een onderzoek, of onder het geweldig α -stralen-nevelsporen-materiaal van Blackett geknikte sporen voorkomen, zonder dat de knik uitgangspunt is van een ander spoor, (het wegvliëgend neutron ioniseert niet, maakt geen nevelspoor).

Het ligt voor de hand, dat men getracht heeft, de neutronen te hulp te roepen voor de verklaring van sommige, totnogtoe zeer raadselachtige verschijnselen. Een voorbeeld hiervan is de zg. hoogtestraling ²⁵⁻²⁹), een ander de onderstelling, geopperd door Langer en Rosen ²⁵), dat men met behulp van de neutronen misschien de abnormaal groote dichtheid van sommige sterren, zooals den begeleider van Sirius, zou kunnen verklaren.

Wij komen nu terug op de verklaring van de tegenstrijdigheid in de resultaten van Bothe en Becker eenerzijds en Curie en Joliot anderzijds over den absorptiecoëfficiënt van de ($Po + Be$)-straling. Veel licht is hierover verspreid door een onderzoek van Rasetti ¹⁸) in het laboratorium van Fr. Meitner te Berlijn. Schematisch was de proef aldus:

Twee Geiger-tellers worden bloot gesteld aan de (*Po* + *Be*)-straling, en het aantal coïncidenties geteld. Het optreden van coïncidenties zou men à priori met behulp van de volgende mechanismen kunnen probeeren te verklaren:

1°. Een neutron slaat een electron of een atoomkern los, die daarna door beide tellers heenvliegt. Men kan echter gemakkelijk uitrekenen, dat zoo'n deeltje nooit voldoende energie zou bezitten, om door de wanden van één of twee tellers te dringen.

2°. Een neutron slaat een electron of een kern los in den wand van den eersten teller, — waardoor deze aanslaat, — vliegt als neutron verder, en herhaalt het spelletje in den wand van den tweeden. In dit geval zou men moeten verwachten, dat het aantal coïncidenties slechts weinig zou verminderen, als men lagen absorberend materiaal tusschen de beide tellers brengt. Echter bleek het Rasetti, dat ± 2 mm *Al* het aantal coïncidenties tot op de helft terugbracht, terwijl ze bij 5 mm *Al* nagenoeg verdwenen waren. Het is dus onmogelijk, voor de coïncidenties, zelfs indirect, de neutronen verantwoordelijk te maken. De deeltjes, waaraan de coïncidenties zijn toe te schrijven, gedragen zich daarentegen als electronen van eenige millioenen Volts. Deze kan men met de neutronen niet verklaren (Een neutron met een snelheid van 3×10^9 cm/sec kan een electron met een snelheid van hoogstens 6×10^9 cm/sec geven, d.i. met een energie van ongeveer 10^4 Volts). Men kan ook niet aannemen, dat deze electronen direct door de *Be*-kern worden uitgeslingerd, daar het aantal coïncidenties maar weinig vermindert, als lagen lood tusschen de (*Po* + *Be*)-bron en den eersten teller gebracht worden.

Men kan ze echter volkomen bevredigend interpreteren als Compton-electronen van een γ -straling van $h\nu = \text{circa } 10^7$ eV. De (*Po* + *Be*)-straling is dus een mengsel van neutronen en γ -quanta. Zoo laten zich ook de verschillende absorptie coëfficiënten verklaren, die Bothe en Becker eenerzijds, Curie en Joliot anderzijds gevonden hebben, echter werkende met verschillende meetmethodes. Met de ionisatiekamer (Curie en Joliot) meet men n.l. hoofdzakelijk den absorptiecoëfficiënt der neutronen, met den teller (Bothe en Becker, Rasetti) dien van de γ -straling. In overeenstemming hiermee vindt Rasetti bij een onderzoek met tellers, dat de meting van den absorptiecoëfficiënt μ der (*Po* + *Be*)-straling in verschillende stoffen be-

hoorlijk overeenstemmende waarden van μ/ρ oplevert: zoowel voor paraffine als voor kool vindt hij $\mu/\rho = 0,028$. (Meten met tellers beteekent meten van γ -stralen, en hiervoor moet de massa-absorptie coëfficiënt μ/ρ voor verschillende stoffen hetzelfde zijn). Het onderzoek van Curie en Joliot had, zooals vermeld, ten eerste voor hetzelfde absorbens een anderen absorptie-coëfficiënt opgeleverd (daar zij met hun ionisatiemethode v.n.l. neutronen maten), en bovendien was de massa-absorptie coëfficiënt μ/ρ bij hen van stof tot stof verschillend (daar voor neutronen de absorptie niet door de electronen, maar door de kernen tot stand komt).

Auger¹¹⁾ was al vroeger, op grond van een onderzoek in de Wilson-camera met een magneetveld tot 12000 Gauss tot de conclusie gekomen, dat de $(Po + Be)$ -straling, naast neutronen, quanta moest bevatten, welke laatste Compton-electronen zouden geven van een energie van 6.10^6 Volts.

Tamelijk recent zijn de resultaten van nieuwe onderzoekingen van Bothe en Becker³⁾ bekend geworden, die de hardheid der γ -straling gemeten hebben aan het doordringingsvermogen van hare Compton-electronen, en voor de Be -straling gevonden hebben: $h\nu = 5 \times 10^6$ eV.

Ook Curie en Joliot¹⁰⁾ zijn tot hetzelfde resultaat gekomen op grond van een onderzoek, waaraan de volgende gedachten-gang ten grondslag lag:

Denken we ons een ionisatievat, één maal gevuld met helium, en een ander maal, met argon van dezelfde dichtheid (evenveel g/cm^3).

Dan bevatten ze ongeveer evenveel electronen per cm^3 , de argonvulling bevat echter veel minder kernen.

Stuurt men hierin een γ -straling, dan zal die in de twee gevallen ongeveer denzelfden ionisatiestroom geven.

Stuurt men er echter een neutronen straling in, dan zal de ionisatiestroom in het geval van de argonvulling veel zwakker zijn dan in het geval van de heliumvulling.

Curie en Joliat namen nu een absorptiekromme op van de $(Po + Be)$ -straling, terwijl het ionisatievat gevuld was met helium. Deze kromme kon geduid worden als te zijn van een straling, bestaande uit 2 componenten van verschillenden absorptiecoëfficiënt. Werd nu een absorptiekromme opgenomen met argon vulling, dan kregen ze een overeenkomstige kromme, maar de intensiteit

van het penetrantste gedeelte (neutronen) was nu schijnbaar kleiner in verhouding tot het zachtere (γ -straling) dan bij de helium vulling. Hierdoor is bewezen, dat de ($Po + Be$)-straling bestaat uit 2 componenten van verschillende hardheid en van verschillenden aard. Het eindresultaat van deze proeven, die ook nog met stikstofvulling werden gedaan, is in volkomen overeenstemming met de conclusies van R a s e t t i; voor de γ -straling wordt gevonden $h\nu = 4.10^6$ eV.

Het zou te ver voeren, al het experimenteele werk, dat nu reeds op dit nieuwe gebied verricht is, hier in detail te refereeren. Interessant is de waarneming van W e b s t e r ^{20, 21}), dat de in voorwaartsche richting voortgestooten neutronen grooter doordringingsvermogen hebben dan die, welke in achterwaartsche richting (ten opzichte van de snelheid der opvallende α -deeltjes) zijn uitgeworpen. Blijkbaar hangt het doordringingsvermogen der neutronen af van hun snelheid. In verband hiermee zijn ook de proeven van T h i b a u d en D u p r é d e l a T o u r ¹⁴) zeer belangwekkend; zij bepaalden den absorptie coëfficiënt der neutronenstraling met behulp van dikke lagen lood, en vonden, dat na het passeeren van een dikke laag lood de overgebleven straling belangrijk harder was dan de oorspronkelijke, wat erop zou wijzen, dat de straling aanvankelijk inhomogeen is. Na 30 cm lood wordt de straling nog steeds harder; naar schatting moet ze nog met meetbare intensiteit door 50 cm lood heendringen.

Het spreekt van zelf, dat de neutronen-hypothese de deuren wijd openzet voor theoretische speculatie. De mogelijkheid van het bestaan van neutronen was vroeger al, zonder directe experimenteele evidentie, onder de oogen gezien o.a. door R u t h e r f o r d ³⁰), F o u r n i e r ³¹), P a u l i ³²), L a n g e r e n R o s e n ²⁵).

F. P e r r i n ¹⁵) heeft de kernen der lichte elementen tot fluor opgebouwd uit α -deeltjes, neutronen en protonen, en maakt de opmerking, dat het schijnt, alsof een kern uit α -deeltjes, geen neutronen, en één proton niet stabiel is.

Mogelijke samenstelling der atoomkernen.

	α	n	π		α	n	π		α	n	π		α	n	π
Li_6	1	1	1	N_{14}	3	1	1	Ne_{22}	5	2	0	Si_{30}	7	2	0
Li_7	1	2	1	N_{15}	3	2	1	Na_{23}	5	2	1	P_{31}	7	2	1
Be_8	2	0	0	O_{16}	4	0	0	Mg_{21}	6	0	0	S_{32}	8	0	0
Be_9	2	1	0	O_{17}	4	1	0	Mg_{25}	6	1	0	S_{33}	8	1	0
B_{10}	2	1	1	O_{18}	4	2	0	Mg_{26}	6	2	0	S_{34}	8	2	0
B_{11}	2	2	1	F_{19}	4	2	1	Al_{27}	6	2	1	Cl_{35}	8	2	1
C_{12}	3	0	0	Ne_{20}	5	0	0	Si_{28}	7	0	0	A_{36}	9	0	0
C_{13}	3	1	0	Ne_{21}	5	1	0	Si_{29}	7	1	0				

Inderdaad kan men de eigenaardigheden van de hierbij gegeven tabel in de volgende regels samenvatten:

Een aggregaat van α -deeltjes „heeft affiniteit” voor andere α -deeltjes en voor neutronen, echter niet voor protonen.

Een neutron heeft affiniteit voor één proton.

De tabel valt, wat betreft de volgorde in den aanbouw, uiteen in twee deelen: Van Be_8 — O_{16} is de volgorde, waarin een nieuw α -deeltje aangebouwd wordt: n, p, n, p . Van O_{16} — A_{36} is deze volgorde: n, n, p, p .

Hiermee hangt samen, dat de in de eerste helft van de tabel vallende elementen van oneven kernlading Li_7, B_{11}, N_{15} nog als isotopen hebben Li_6, B_{10}, N_{14} , en dat bij N_{14} de bekende kernspin- en statistiek-paradoxieën gevonden konden worden; later komt het nooit meer voor, dat zulke elementen isotopen hebben, die met hen in massa 1 verschillen, terwijl voor de elementen met even kernlading hiertegen volstrekt geen bezwaar schijnt te bestaan.

Een verklaring van deze regelmatigheid heeft men tot nog toe, zelfs met behulp van de neutronen, niet kunnen geven.

Het is bekend, dat de kromme van de massadefecten der elementen aanleiding geeft tot eenige moeilijkheden; deze kan men vermijden, door aan te nemen ³⁸⁾, dat in sommige kernen één of meer α -deeltjes in protonen en electronen gesplitst zijn; deze hypothese heeft een sprong van $4 \times 1,0075 - 4 = 0,030$ g in de in de bindingsenergie ten gevolge.

Als nu de schatting van de neutronenmassa op 1,0065 juist is, dan is even doelmatig als de zoo juist genoemde hypothese deze, dat men telkens 1 α -deeltje + 2 electronen vervangen denkt door 4 neutronen. In de bindingsenergie geeft dit een sprong van $4 \times 1,0065 - 4 = 0,026$ g, in overeenstemming met den sprong,

die tusschen Sn en Xe optreedt in de experimenteele massa-defecten-kromme.

Ten slotte zij opgemerkt, dat men voor energieberekeningen veel gemak kan hebben van de volgende beschouwing:

Men kan de energie ε van een deeltje of een quantum uitdrukken in Volts of ook in grammen op grond van de relatie

$$\varepsilon = eV = mc^2.$$

Als het gaat om de kinetische energie van α -deeltjes, voortvliegende protonen, neutronen, enz. dan werkt men steeds met m' , de massa per Mol ($m' = 4$ voor een α -deeltje, $m' = 1$ voor een proton, neutron).

$$\text{Nu is:} \quad m' = Nm \quad \text{en} \quad eV = \frac{m'}{N} c^2.$$

Men vindt nu, dat 10^6 Volts ten naastebij correspondeert niet 0,001 g in m' .

Een α -deeltje met totale massa 4,003 heeft een kinetische energie van 3×10^6 eV.

Een neutron met snelheid $2,5 \times 10^9$ cm/sec. heeft een extra m' van $\frac{1}{2} m' \beta^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{1}{12}\right)^2 = 0,0035$ g = $3,5 \times 10^6$ eV.

LITERATUUR

- 1) W. Bothe und H. Becker. Z. f. Ph. **66**, 289, 1930.
- 2) W. Bothe und H. Becker. Naturw. **19**, 753, 1931.
- 3) W. Bothe und H. Becker. Naturw. **20**, 349, 1932.
- 4) W. Bothe. Phys. Z. **32**, 662, 1931.
- 5) I. Curie, C. R. **193**, 1412, 1931.
- 6) F. Joliot, C. R. **193**, 1415, 1931.
- 7) I. Curie et F. Joliot, C. R. **194**, 273, 1932.
- 8) I. Curie et F. Joliot, C. R. **194**, 708, 1932.
- 9) I. Curie et F. Joliot, C. R. **194**, 876, 1932.
- 10) I. Curie et F. Joliot, C. R. **194**, 1229, 1932.
- 11) P. Auger, C. R. **194**, 877, 1932.
- 12) P. Auger, C. R. **194**, 1482, 1932.
- 13) M. de Broglie, C. R. **194**, 879, 1932.
- 14) J. Thibaud et F. Dupré de la Tour, C. R. **194**, 1647, 1932.
- 15) F. Perrin, C. R. **194**, 1343, 1932.
- 16) J. Chadwick, Nature **129**, 312, 1932.
- 17) J. Chadwick, Proc. R. Soc. **136**, 692, 1932.
- 18) Rasetti, Naturw. **20**, 252, 1932.
- 19) Rasetti, Naturw. **20**, 349, 1932.
- 20) H. C. Webster, Nature **129**, 402, 1932.
- 21) H. C. Webster, Proc. R. Soc. **136**, 428, 1932.
- 22) C. D. Ellis, Nature **129**, 674, 1932.
- 23) N. Feather, Proc. R. Soc. **136**, 709, 1932.

- 24) P. I. Dee, Proc. R. Soc. **136**, 727, 1932.
- 25) R. M. Langer and N. Rosen, Phys. Rev. **37**, 1579, 1931.
- 26) L. M. Mott-Smith and G. L. Locher, Phys. Rev. **38**, 1399, 1931.
- 27) J. F. Carlson and J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. **38**, 1787, 1931.
- 28) W. H. Watson and F. R. Terroux, Phys. Rev. **38**, 2291, 1931.
- 29) L. D. Huff, Phys. Rev. **38**, 2292, 1931.
- 30) Lord Rutherford, Proc. R. Soc. **97**, 374, 1920.
- 31) G. Fournier, J. de Ph. (7), **1**, 194, 1930.
- 32) W. Pauli, Summer Meeting, A. A. A. S. June 16, 1931.
- 33) O. Klein und Y. Nishina, Z. f. Ph. **52**, 853, 1929.
- 34) G. T. Tarrant, Proc. R. Soc. **128**, 345, 1930.
- 35) C. Y. Chao, Proc. Nat. Acad. **16**, 431, 1930.
- 36) L. Meitner und H. Hupfeld, Z. f. Ph. **67**, 147, 1931.
- 37) J. Jacobsen, Z. f. Ph. **70**, 145, 1931.
- 38) A. J. Rutgers, Nature **129**, 361, 1932.

METING VAN EENIGE ELECTRISCHE MOMENTEN

door A. J. WILDSCHUT

Summary:

The electrical moments of oleic and elaidic alcohol have been determined from measurements of the dielectric constant of solutions in benzene. Account has been taken of the considerable degree of association. The results are: Electrical moment *O*-alc. $1,72 \cdot 10^{-18}$; *E*-alc. $1,70 \cdot 10^{-18}$ e.s.u. Heat of dissociation of the associated molecules: 36000 cal.

Door het groote aantal dipoolmetingen van de laatste jaren is de vectorieele dipooltheorie langzamerhand zoover ontwikkeld ¹⁾, dat ook toepassingen mogelijk worden op organische configuratieproblemen. Waar dus meestal uit het meten van stoffen van bekende samenstelling regels afgeleid worden betreffende het dipoolmoment en de berekening ervan uit partieele momenten, is bij het volgende onderzoek gebruik gemaakt van dipoolmetingen voor het verkrijgen van gegevens omtrent nog niet vaststaande moleculbouw.

De gevolgde meetmethode vertoont enkele principieele verschillen met de algemeen gebruikelijke methoden ²⁾, waardoor de nauwkeurigheid merkbaar groter wordt. Een algemeen overzicht der opstelling is gegeven in fig. 1.

G. 1 en G. 2 zijn twee *LC*-ketens, die afgeregeld worden op een frequentie van ca. $1,5 \cdot 10^6$ per./sec. Parallel aan de erin aanwezige condensatoren kunnen twee vloeistofcondensatoren geschakeld worden, die tezamen staan in het verwarmingsbad *V*. Voorloopig wordt slechts de vloeistofcondensator in G. 2 alleen gebruikt; de achterste keten oscilleert dus met een constante frequentie.

1) Grootendeels gepubliceerd in het Zeitschr. Phys. Chemie, afd. B, Phys. Zeitschr. en Journ. Am. Chem. Soc.

2) Zie b.v. Williams, Fortschritte der Chemie, Physik und Physikalischen Chemie, Bnd. 20, pag. 257 e.v.

De uitgezonden golven worden opgevangen met het ontvangtoestel O ; de luidspreker L_1 produceert dus een toon met een frequentie gelijk aan de verschilfrequentie van $G. 1$ en $G. 2$. Deze toon wordt vergeleken met de toon uit luidspreker L_2 , afkomstig uit de laagfrequentgenerator L.F.G.

Tot zoover is alles gelijk aan de normale opstelling. Een capaciteitsverandering van de vloeistofcondensator veroorzaakt een verandering van de frequentie van $G. 2$, en dus ook van de toon uit L_1 . Deze verandering wordt gewoonlijk gecompenseerd met behulp van een in de keten $G. 2$ geschakelde precisiecondensator. Afregeling geschiedt dan op de afwezigheid van zwevingen met de vergelijktoon uit L_2 , of vroeger ook wel op geluidloosheid in L_1 , hetwelk echter in verband met het moeilijk geheel te vermijden meetrekeffect tusschen $G. 1$ en $G. 2$ niet erg nauwkeurig is. De meetgrenzen worden dan bepaald door de precisiecondensator in $G. 2$.

Teneinde nu te kunnen werken zonder een dergelijke condensator, is niet de capaciteitsverandering, maar de *eruit voortvloeiende toonsverandering*, als meeteffect gekozen.

De frequentie van de keten $G. 2$ wordt bepaald door:

$$\frac{1}{\nu} = 2\pi \sqrt{L (C_1 + \epsilon C_L)^2}$$

waarin ϵ is de diëlectrische constante van de vloeistof in de condensator C_L , en $C_1 + \epsilon C_L$ is de totale capaciteit van de keten. Verandert nu b.v. ϵC_L met 0,01%, dan verandert ν met

$$\frac{1}{2} \frac{\epsilon C_L}{C_1 + \epsilon C_L} 0,01\%,$$

ofwel ongeveer 0,002%. Dit zijn dan $2 \cdot 10^{-5} \cdot 1,5 \cdot 10^6 = 30$ perioden. Daar de meetgrens 1 à 2 per. bedraagt, is het duidelijk dat op deze manier veranderingen in de 5e decimaal van ϵ nog geconstateerd kunnen worden.

1) Voor een LC-keten waarbij de keten aan de plaat is gekoppeld, is feitelijk:

$$2\pi\nu = \sqrt{\frac{1}{LC} \cdot \left(1 + \frac{r}{r_p}\right)},$$

waarin r is de weerstand van de keten, en r_p de inwendige weerstand van de triode. Voor kleine capaciteitsveranderingen is bij groote benadering:

$$\frac{1}{\nu} (\cdot) \sqrt{C}.$$

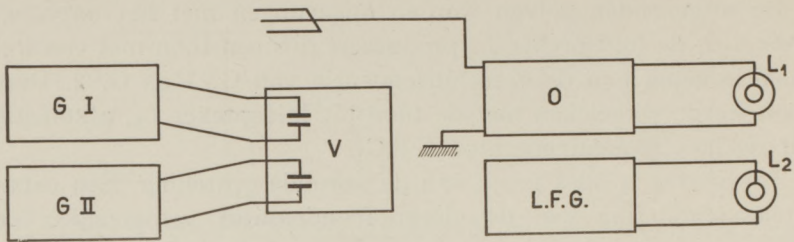


Fig. 1. · Overzicht der opstelling.

G. I en G. 2 zijn de zenders. De vloeistofcondensatoren staan in het verwarmingsbad *V*. De uitgezonden golven worden opgevangen met het Philips radiotoestel *O*; de verschiltoon wordt hoorbaar in de luidspreker *L*₁. De laagfrequentgenerator L.F.G. produceert met de luidspreker *L*₂ de vergelijktoon.

Essentieel is dus:

1. Een verandering van de verschiltoon moet uitsluitend een gevolg zijn van een capaciteitsverandering der vloeistofcondensator.
2. Beschikbaar moet zijn een geijkte, regelbare en goed constant blijvende laagfrequentgenerator.

Het goed voldoen aan punt 1 heeft wel de meeste moeilijkheden opgeleverd. De frequentieconstantheid wordt voornamelijk beheerscht door invloed van de temperatuur en van de triode. De Joule'sche warmteontwikkeling in de keten, alsmede de temperatuurswisselingen in de kamer, veranderen de waarde van de condensator *C*₁ en de zelfinductie *L*₁. (zie fig. 2).

De capaciteit van een condensator is gegeven door:

$$C = \frac{O}{4\pi d},$$

waaruit door logarithmische differentiatie volgt:

$$\frac{1}{C} \frac{dC}{dT} = \frac{1}{O} \frac{dO}{dT} - \frac{1}{d} \frac{dd}{dT} = 2\lambda - \lambda = \lambda,$$

als λ is de lineaire uitzettingscoëfficiënt van het materiaal waarvan de condensator vervaardigd is. Voor messing is $\lambda = 0,00002$; dit geeft voor het gedeelte dat ingeschakeld is een factor 0,002%. De verandering in ν is dus

$$\frac{1}{2} \frac{C_1 \cdot 0,002}{C_1 + \epsilon C_L} = 0,0006\%$$

ofwel 9 perioden per graad.

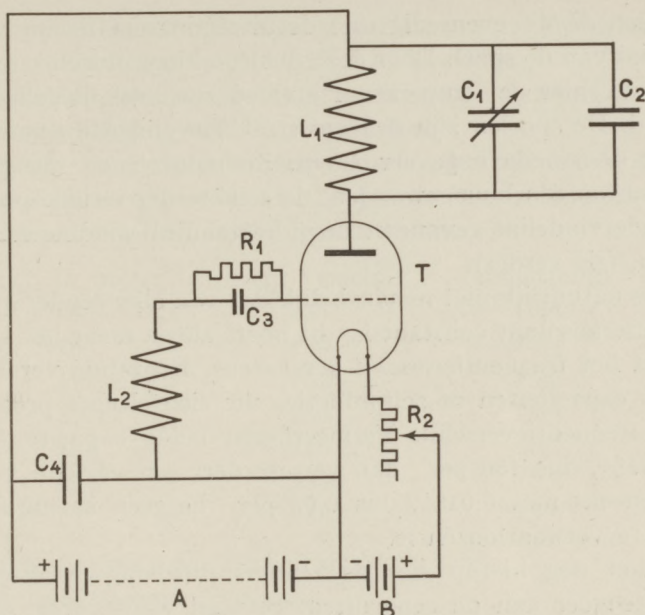


Fig. 2. Schema van een zender.

$L_1 = 0,578 \cdot 10^{-16} H$. C_1 max. $250 \mu\mu F$; ingeschakeld ca. $90 \mu\mu F$.
 C_2 luchtcap. = $40 \mu\mu F$. $C_3 = 200 \mu\mu F$. $C_4 = 1 \mu F$. $R_1 = 5 M\Omega$.
 T is een Philips A 415 triode.
 Batterij A 48 Volt; spanning gloeidraad 3,6 V.

Kiezen we echter het materiaal zóó dat

$$\frac{1}{O} \frac{dO}{dT} = \frac{1}{d} \frac{dd}{dT},$$

dan is

$$\frac{dC}{dT} = 0,$$

en de condensator onafhankelijk van de temperatuur. Dit kan bereikt worden door een condensator te construeeren met platen van ijzer en tusschenstukjes van aluminium. Hierdoor is de capaciteitsvermeerdering als gevolg van de uitzetting der platen gelijk aan de capaciteitsvermindering als gevolg van het grooter worden der afstand.

Voor de zelfinductie van een solenoïde zijn verschillende formules afgeleid¹⁾; bij differentiatie naar de temperatuur geven

1) Zie b.v. de formules van Webster—Havelock en van Coffin, Bull. Bur. of Standards 8, pag. 116 e.v. (1912).

deze allen dL/dT evenredig met de uitzettingscoëfficiënt van het materiaal van de spoel. Door deze dus zoo klein mogelijk te kiezen wordt ook hier de temperatuursinvloed zoo veel mogelijk uitgeschakeld. De spoelen zijn daarom strak gewonden op buizen van kwarts; doorsnede ongeveer 4 cm. Zelfinductie en terugkoppelspoel zijn op één buis gewonden; de sterkte der terugkoppeling is proefondervindelijk gevonden door het aantal windingen te veranderen. (zie verder).

Het is natuurlijk niet noodzakelijk dat van elke zender apart de frequentie absoluut constant is; dit hoeft alleen maar het geval te zijn met het frequentieverschil der ketens. Eenzelfde verandering in beide capaciteiten of zelfinducties uit zich slechts procentisch in het frequentieverschil. Vermeerderen beide capaciteiten b.v. met 0,01%, dus 150 per., dan vermeerdert een verschil van b.v. 300 eveneens met 0,01%, dus 0,03 per., hetgeen natuurlijk volkomen te verwaarloozen is.

Met het oog hierop zijn de zenders dusdanig opgesteld dat warmtetoever aan de eene direct gevolgd wordt door warmteoverdracht van de eene op de andere. Elke condensator is geleidend bevestigd op de wand van een koperen kastje, waarin tevens de kwartsbuis met zelfinductie- en terugkoppelspoel is gemonteerd. Beide kastjes zijn op ca. 20 cm afstand bevestigd op een dikke koperen grondplaat, die dus zoowel voor de overdracht als voor warmtecapaciteit dienst doet. Vooral voor het nivelleeren der Joule'sche warmte is deze constructie van belang, maar ook de invloed van kleine plaatselijke veranderingen van de kamertemperatuur wordt erdoor opgeheven.

De invloed van de triode is minimaal gehouden door ermee slechts zóóveel energie toe te voeren dat de keten maar juist blijft oscilleeren. Voorts is de zelfinductiespoel gewikkeld met Litze-draad, waardoor de demping, en dus ook weer de noodzakelijke energietoever, klein wordt. De regeling is geschied door het aantal windingen van de terugkoppelspoel te veranderen¹⁾.

De invloed van de warmteuitstraling der lamp zelve is uitgeschakeld door deze buiten het koperen kastje achter een asbest plaatje te monteeren.

De combinatie van alle bovenvermelde factoren levert een stel zenders met de volgende eigenschappen:

1) Zie ook v. d. Bilt en Huydts, Radionieuws 1929, p. 313 e.v.

Bij een plaatspanning van 48 V. geeft een verandering van 2 V. een toonsverandering van hoogstens 10 perioden.

Bij een gloeispanning van 3,6 V. geeft een verandering van 0,1 V. een toonsverandering van 5 à 10 perioden.

Indien gloei- en plaatspanning onderhouden worden door goede, iets ontladen accu's en accubatterijen geeft een contrôle van de frequentieconstantheid het volgende beeld:

tijd in uren	freq. versch.	kamertemp.
0	255	16,4
16	250	15,4
17	252	15,4
17½	253	15,4
19½	250	15,7
20½	252	15,8
24	248	15,9

Plaatspanning 48 V. Gloeispanning 3,6 V.

Totale plaatstroom 0,70 mA.

Gegenereerde wisselspanning ca. 5 V. Frequentie $1,5 \cdot 10^6$.

Bij de metingen wordt gewoonlijk om het half uur opnieuw ingesteld; deze instellingen zijn dus op één à twee perioden nauwkeurig. Wel is het noodzakelijk alles eerst in een volkomen temperatuur-evenwicht te laten komen, hetgeen minstens 4 uur duurt. Het nauwkeurigst en gemakkelijkst wordt gemeten door de zenders de avond te voren aan te zetten, en dan de volgende morgen te meten.

Het verkrijgen van een goede vloeistofcondensator heeft, behalve voor de glasblazer, weinig moeilijkheden veroorzaakt. De gestelde eischen waren:

1. De inhoud moet (uit chemisch oogpunt) zoo klein mogelijk zijn.
2. Veranderingen in de badtemperatuur moeten snel en volledig gevolgd worden.
3. De vloeistof moet vervangen kunnen worden zonder dat er verder iets verandert.

In de literatuur¹⁾ zijn verschillende condensatoren beschreven die aan punt 1 en 2 voldoen; door deze te combineeren met de derde eisch ontstond de condensator zooals op fig. 3 is afgebeeld. Deinhoud van deze condensator is ca. 8 cc.; luchtcapaciteit 41,6 $\mu\mu\text{F}$.

1) Zeitschr. Phys. Chemie, afd. B., pag. 1, 121; 151 (1928),

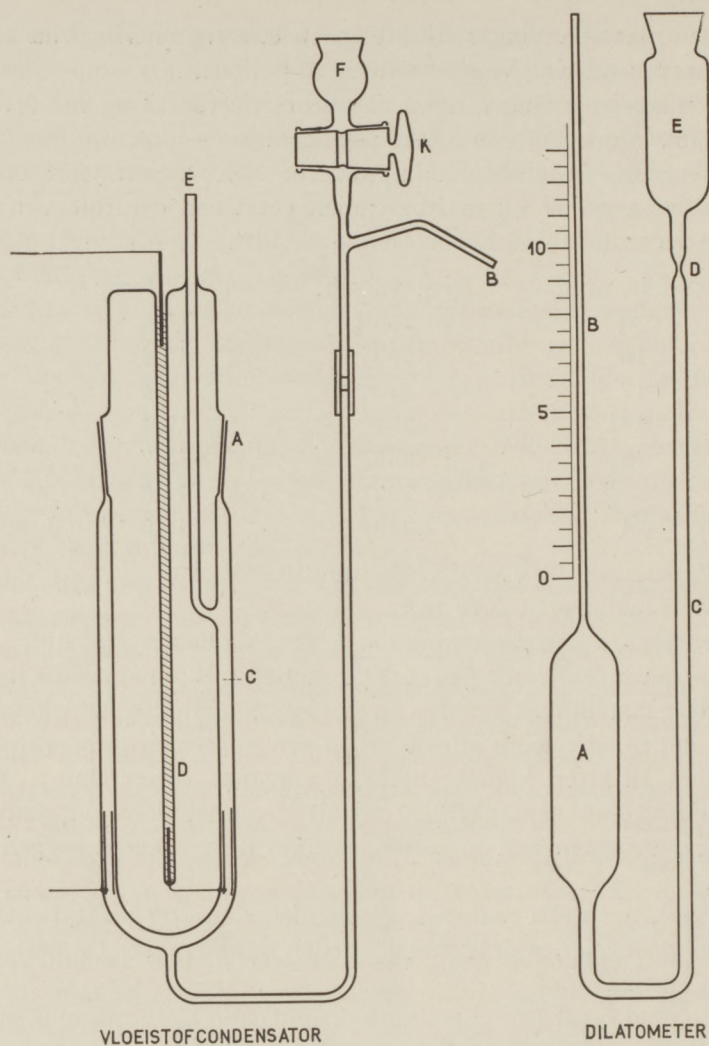


Fig. 3.

Het slijpstuk *A* wordt tijdens de metingen niet gebruikt, maar is noodig om de condensator nu en dan te kunnen schoonmaken. Door het met vacuümvet een beetje in te vetten wordt een onwrikbaar geheel verkregen. De binnenbuis is aan de buitenzijde, de buitenbuis aan de binnenzijde geplatineerd; de afstand der platinalaagjes is ca. 0,7 mm. De binnenbuis maakt contact via de met kwik gevulde buis *D*.

Door nu het reservoir *F* te vullen en dan de kraan *K* op een kier te zetten loopt de condensator regelmatig vol; door *K* te sluiten en bij *B* te zuigen is hij direct weer leeg. De lucht wordt bij *E* aangezogen via een waschfleschje met zwavelzuur en een absorptietoren met chloorcalcium. De condensator wordt gevuld ter hoogte van *C*; een klein verschil hierin heeft geen invloed op de capaciteit.

Daar er slechts een dun vloeistofschilletje verwarmd hoeft te worden volgt de condensator de temperatuurwisselingen van het bad nog sneller dan de Beckmann thermometer.

2. De laagfrequentgenerator.

Als toongenerator is een gewone *LC* keten gebruikt. De condensator is een General Radio trappencondensator, regelbaar van 0,001 tot 0,5 μF , waardoor de toon varieert van 600 tot 180 per.

Bepaald sinusvormig is deze toon natuurlijk niet, maar dat is hier geen vereischte. Na even inloopen blijft de toon verder heel goed constant zolang de kamertemperatuur niet meer dan één graad verandert.

De generator is geijkt met een optische sirene.

De uitzettingscoëfficiënten der vloeistoffen zijn gemeten met een dilatometer (zie fig. 3), bestaande uit een reservoir *A*, waarop een gecalibreerde steel *B*. De dilatometer kan gevuld worden via de buis *C*, die bij *D* een vernauwing en een merkstreep heeft. Vóór elke instelling wordt met behulp van een stel met kwik gevulde niveaubuizen de druk in *E* dusdanig geregeld, dat de vloeistof in buis *C* precies op de merkstreep staat. Er wordt tusschen 17,5 en 22,5° C. gemeten; de dilatometer is opgesteld in een onverzilverd Dewar vat, gevuld met paraffine-olie, en voorzien van een elektrische verwarming.

$$\frac{1}{d} \frac{dd}{dT}$$

wordt zoo met een nauwkeurigheid van ca. $\frac{1}{2}\%$ gevonden. De dilatometer is geijkt met kwik.

Het soortelijk gewicht der oplossingen is gemeten met een pyknometer met luchtmantel; de brekingsindex met een refractometer van Abbe.

Uitvoering en berekening der metingen:

Voor het verband tusschen de diëlectrische constante ϵ en het dipoolmoment μ heeft D e b y e afgeleid: ¹⁾

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{M}{d} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{M}{d} + \frac{4\pi N\mu^2}{9kT}. \quad (1)$$

Hierin is M het moleculairgewicht, n de brekingsindex, N het getal van Avogadro, k de constante van Boltzmann en T de absolute temperatuur.

Deze formule geldt algemeen voor dië toestand waarbij de onderlinge aantrekking der moleculen verwaarloosd mag worden, dus zoowel voor een verdund gas als voor een oplossing van dipolen in een niet polair oplosmiddel. De term

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{M}{d}$$

wordt genoemd de moleculaire polarisatie P .

Voor een verdunde oplossing wordt het:

$$P_{12} = \frac{\epsilon_{12} - 1}{\epsilon_{12} + 2} \frac{M_{12}}{d_{12}} = f_1 \frac{\epsilon_1 - 1}{\epsilon_1 + 2} \frac{M_1}{d_1} + f_2 \frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2} \frac{M_2}{d_2} + f_2 \frac{4\pi N\mu^2}{9kT}. \quad (2)$$

Notatie: 1 oplosmiddel, 2 opgeloste stof, 12 oplossing.

f_1 en f_2 zijn deelen g/moln., dus steeds $f_1 + f_2 = 1$.

$$M_{12} = f_1 M_1 + f_2 M_2.$$

Voorts is:
$$\frac{n_{12} - 1}{n_{12} + 2} \frac{M_{12}}{d_{12}} = f_1 \frac{n_1 - 1}{n_1 + 2} \frac{M_1}{d_1} + f_2 \frac{n_2 - 1}{n_2 + 2} \frac{M_2}{d_2}. \quad (3)$$

Uit (2) en (3) volgt de formule met behulp waarvan de meeste momenten berekend worden:

$$f_2 \frac{4\pi N\mu^2}{9kT} = \left[\frac{\epsilon_{12} - 1}{\epsilon_{12} + 2} - \frac{n_{12}^2 - 1}{n_{12}^2 + 2} \right] \frac{M_{12}}{d_{12}} - f_1 \left[\frac{\epsilon_1 - 1}{\epsilon_1 + 2} - \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2} \right] \frac{M_1}{d_1}. \quad (4)$$

Geheel juist is formule (2) niet ²⁾; voor benzol met $\mu = 0$ zou dan moeten gelden

$$\frac{\epsilon_1 - 1}{\epsilon_1 + 2} \frac{M_1}{d_1} = \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2} \frac{M_1}{d_1},$$

1) Zie P. D e b y e, Polare Molekeln. Leipzig 1929. De formule wordt daar uitgebreid bediscussieerd.

2) Polare Molekeln., pag. 9.

Journ. Am. Chem. Soc. 50, pag. 1536—1560.

en dit is niet volkomen waar, hetgeen veroorzaakt wordt door afwijken van de verdunde toestand. In form. (4) wordt hiermee rekening gehouden in de vorm van een correctie term.

Afhankelijk van de temperatuur is alleen de oriënteringspolarisatie

$$P_0 = \frac{4\pi N\mu^2}{9kT}.$$

Differentieëren we dus naar T dan krijgen we:

$$\frac{dP_{12}}{dT} = -f_2 \frac{4\pi N\mu^2}{9kT^2}. \quad (5)$$

Voor benzol is dP/dT niet volkomen 0, maar 0,00148, zoodat μ uit het temperatuureffect kan worden berekend volgens de formule:

$$f_2 \frac{4\pi N\mu^2}{9kT^2} = \frac{\epsilon_{12} - 1}{\epsilon_{12} + 2} \frac{M_{12}}{d_{12}} \frac{1}{d_{12}} \frac{dd_{12}}{dT} - \frac{3}{(\epsilon_{12} + 2)^2} \frac{M_{12}}{d_{12}} \frac{d\epsilon_{12}}{dT} + 0,00148 f_1. \quad (6)$$

Behalve ϵ en d moeten ook gemeten worden de uitzettingscoëfficiënt en de temperatuurcoëfficiënt der diëlectrische constante.

De formules (4) en (6) gelden alleen indien de dipolen in de oplossing niet geassocieerd zijn. Is dit wel het geval, dan is het noodzakelijk meerdere oplossingen te meten, teneinde de associatie te kunnen elimineeren.

Het toestel is geijkt met zuivere, thiopheen-vrije benzol, waarvoor de volgende waarden aangenomen zijn:

$$\epsilon = 2,2830 \text{ bij } 20^\circ \text{ C.}, \text{ en } \frac{d\epsilon}{dT} = -0,00190 \text{ eveneens bij } 20^\circ \text{ C.}$$

Fouten hierin hebben op relatieve dipoolmetingen praktisch geen invloed; wel natuurlijk op de absolute grootte.

Stel nu de totale capaciteit van de keten $= C$, waarvan dus het deel ϵC_L door de vloeistofcondensator wordt vertegenwoordigd. Vervangen we de vloeistof door een andere, waarvan de ϵ een bedrag $\Delta \epsilon$ grooter is, dan wordt de frequentie hierdoor $\Delta \nu$ kleiner, en is:

$$\frac{1}{\nu} = 2\pi \sqrt{LC}, \text{ en } \frac{1}{\nu - \Delta \nu} = 2\pi \sqrt{L(C + \Delta \epsilon C_L)},$$

waaruit volgt voor kleine $\Delta \epsilon$:

$$\Delta \epsilon = \frac{2C}{\nu C_L} \Delta \nu.$$

Nu is

$$\frac{vC_L}{C} = 3.10^5, \text{ en } \Delta v \text{ is maximaal } 1000, \text{ dus } \Delta \varepsilon \text{ max. } 0,007.$$

Het temperatureffect is kleiner dan dit bedrag; zoo ook verschillen tusschen oplossingen van gelijke sterkte van isomeren.

Is $\Delta \varepsilon$ te groot, dan wordt gemeten met behulp van een Spindler en Hoyer precisiecondensator, die tijdelijk in de keten G. 2 kan worden geschakeld. De grens van deze condensator is ca. $0,1 \mu\mu\text{F}$, waardoor ε gevonden kan worden tot in 2 eenheden van de derde decimaal. De opgegeven vierde decimaal heeft dus voor de absolute waarde geen zin; wel echter voor kleine verschillen, die uit de toonsverandering worden gemeten. De reproduceerbaarheid der vulling van de condensator bedraagt n.l. ongeveer 30 perioden; dit geeft

$$\Delta \varepsilon = \frac{2.30}{3.10^5} = 0,0002;$$

de vierde decimaal heeft hier dus wel beteekenis. De Spindler en Hoyer condensator is bovendien gekijkt op de toonsverandering zelve, waardoor ook de metingen met behulp ervan relatief in de 4e decimaal nauwkeurig worden, hetwelk van belang is bij associatie-berekeningen.

Bij meting van het temperatuur-effect gaat de nauwkeurigheid nog verder, daar het toestel dan geen directe bediening vereischt. Deze metingen worden uitgevoerd tusschen $17,5$ en $22,5^\circ \text{C}$.; weer zijn hier de temperatuursverschillen belangrijk, niet de absolute grootte. De gebruikte, op ca. $0,05 \text{ gr. C}$. afgeijkte Beckmann-thermometer is dan ook volkomen voldoende. In dit traject van 5 gr. worden 5 tot 8 punten opgenomen, die vrijwel op een rechte lijn komen te liggen. dv/dT wordt hier grafisch uit gevonden met een nauwkeurigheid van $\frac{1}{2}\%$. Indien de verschiltoon uit het meetgebied wegloopt, wordt opnieuw ingesteld met de condensator C_1 (zie fig. 2).

C_L is bepaald door de droge en schoone condensator te vullen met zuivere benzol. De capaciteitstoename bedroeg $53,5 \mu\mu\text{F}$ bij $17,5^\circ \text{C}$. Dit geeft

$$C_L = \frac{53,5}{1,288} = 41,6 \mu\mu\text{F}.$$

Daarna is van zuiver benzol het temperatuureffect gemeten. Gevonden $dv/dT = 281$, duplo 282 per./graad.

Nu is

$$\frac{1}{v} = 2\pi \sqrt{L(C_1 + \varepsilon C_L)};$$

hierin hangt alleen εC_L van de temperatuur af. Logarithmische differentiatie geeft:

$$-\frac{1}{v} \frac{dv}{dT} = \frac{1}{2} \frac{1}{C} \left(\varepsilon \frac{dC_L}{dT} + C_L \frac{d\varepsilon}{dT} \right), \text{ ofwel: } \frac{dv}{dT} = -\frac{1}{2} \frac{vC_L}{C} \left(\varepsilon \lambda + \frac{d\varepsilon}{dT} \right).$$

$\varepsilon \lambda$ is ongeveer 1% van $d\varepsilon/dT$; de uitzettingscoëfficiënt van het glas van de condensator is 0,0000085; vrijwel steeds kan daarom voor $\varepsilon \lambda$ 0,00002 gesubstitueerd worden.

Uit het effect met zuiver benzol volgt dus:

$$\frac{vC_L}{C} = 2,99.10^5.$$

Volgens beide formules (4) en (6) is nu het dipoolmoment gemeten van olie-alkohol en elaidine-alkohol. (9 : 10 octodecenol-1, cis en trans). Deze alcoholen zijn bereid uit oliezuur en elaidinezuur door reductie der aethyl esters met natrium en alcohol.

De verkregen waarden zijn verzameld in tabel 1.

De berekening moet natuurlijk volgens formule (4) dezelfde waarde voor μ opleveren als volgens formule (6). Dit bleek echter niet het geval, hetgeen veroorzaakt wordt door het verwaarloozen der associatie. Dit effect kan op de volgende wijze in rekening worden gebracht:

Neem aan dat de alcoholmoleculen in de oplossing voor een deel geassocieerd zijn tot dubbelmoleculen die niet polair zijn¹⁾. Op de deformeeringspolarisatie

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{M}{d}$$

zal dit geen invloed hebben, wel echter op de oriënteringspolarisatie $4\pi N\mu^2/9kT$, daar deze evenredig is met het aantal dipolen²⁾. Is nu het deel $1 - a$ geassocieerd, dan is het duidelijk dat formule (2) wordt:

1) Kristian Højendahl. Diss. Kopenhagen 1928 pag. 31 e.v. v. Arkel en De Boer, Chemische Binding, pag. 208.

2) Polare Molekeln., pag. 46.

$$\frac{\epsilon_{12} - 1}{\epsilon_{12} + 2} \frac{M_{12}}{d_{12}} = f_1 \frac{\epsilon_1 - 1}{\epsilon_1 + 2} \frac{M_1}{d_1} + f_2 \frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2} \frac{M_2}{d_2} + f_2 a \frac{4\pi N \mu^2}{9kT}. \quad (7)$$

TABEL 1.

Elaïdine-alkohol				Olie-alkohol				
	f_2	ϵ_{12}	n_{12}	d_{12}	f_2	ϵ_{12}	n_{12}	d_{12}
1.	0,02525	2,3681	1,4957	0,8770	0,02525	2,3703	1,4960	0,8768
2.	0,05290	2,4520	1,4921	0,8736	0,05290	2,4521	1,4919	0,8739
3.	0,07507	2,5051	1,4889	0,8717	0,07508	2,5095	1,4897	0,8719
4.	0,09937	2,5623	1,4865	0,8698	0,09938	2,5626	1,4871	0,8699
Temperatuureffect								
	f_2	$\frac{d\epsilon_{12}}{dT}$	$\frac{1}{d_{12}} \frac{dd_{12}}{dT}$		$\frac{d\epsilon_{12}}{dT}$	$\frac{1}{d_{12}} \frac{dd_{12}}{dT}$		
3.	0,05290	-0,00220	-0,001033		-0,00191	-0,001013		

TABEL 2.

Elaïdine-alkohol					f	c	a	K
	a_1	a_2	a_3	a_4				
1,2	0,9974	0,9818			0,05290	0,5249	0,9818	52,5
1,3	0,9979		0,9652					
1,4	0,9979			0,9401	0,07507	0,7092	0,9652	34,8
2,3		0,9868	0,9697				0,9697	41,6
2,4		0,9864		0,9440				
3,4			0,9680	0,9428	0,09937	0,8922	0,9401	37,0
Gem.	0,9977	0,9850	0,9676	0,9423			0,9428	39,2
$\alpha \cdot \mu^2 \cdot 10^{36}$	2,8904	2,8452	2,7957	2,7228				
$\mu^2 \cdot 10^{36}$	2,898	2,892	2,888	2,894				
$\mu \cdot 10^{18}$	1,702	1,701	1,699	1,701				
	$\mu = 1,70 \cdot 10^{-18}$ e.s.e.							
								Gem.: $K = 40,9$

Door van twee oplossingen de uit formule (7) verkregen waarden voor $a\mu^2$ op elkaar te deelen wordt de verhouding der a 's van die oplossingen bekend.

Stellen we verder de concentratie der enkelmoleculen $= ac$, (c in gmol./L, dus $c = 1000 f d/M$), dan is de concentratie der hypothetische dubbelmoleculen $\frac{1}{2} (1 - a) c$, en is dus:

$$K = \frac{2a^2}{1 - a} c. \quad (8)$$

Voor een stel van twee oplossingen geeft dit de tweede vergelijking:

$$\frac{a_1^2}{1 - a_1} c_1 = \frac{a_2^2}{1 - a_2} c_2, \quad (9)$$

zoodat dus α_1 en α_2 te vinden zijn. Tevens geeft dit een waarde voor K . Indien de uit verschillende stellen oplossingen verkregen K 's overeenstemmen, is dit een aanwijzing, dat het aangenomen associatie-beeld juist is.

Het blijkt dat bovenstaand beeld niet met de werkelijkheid overeen komt; voor olie-alkohol zijn de berekende waarden voor K weergegeven in tabel 4A; voor elaidine-alkohol is de afwijking nog sterker.

Algemeener wordt het door aan te nemen dat de geassocieerde dubbelmoleculen wél polair zijn; stel ze b.v. voorzien van een moment $\mu' = \varphi\mu$. Verg. (7) wordt dan:

$$\frac{\varepsilon_{12} - 1}{\varepsilon_{12} + 2} \frac{M_{12}}{d_{12}} = f_1 \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + 2} \frac{M_1}{d_1} + f_2 \frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2} \frac{M_2}{d_2} + f_2 \frac{4\pi N \mu^2}{9kT} \left[\alpha + \frac{1}{2} (1 - \alpha) \varphi^2 \right]$$

Verg. (8) blijft, zoodat uit drie oplossingen alles berekend kan worden.

Deze hypothese levert een imaginaire φ , zoodat ook dit beeld onjuist is.

Voor elaidine-alkohol worden goede resultaten verkregen door aan te nemen dat de moleculen associeeren tot polaire dubbelmoleculen, die dan weer vrijwel kwantitatief zich vereenigen tot niet polaire viervoudige moleculen, zoodat de concentratie der dubbelmoleculen verwaarloosd kan worden. Form. (7) blijft dan; form. (8) wordt:

$$K = \frac{4\alpha^4}{1 - \alpha} c^3.$$

TABEL 3.
Olie-alkohol

A				B			
α_1	α_2	α_3	α_4	α_1	α_2	α_3	α_4
1,2	0,974	0,951		0,996	0,972		
1,3	0,966		0,918	0,996		0,947	
1,4	0,962			0,997			0,924
2,3		0,914	0,890		0,979	0,953	
2,4		0,912			0,983		0,933
3,4			0,884			0,969	0,944
Gem.	0,967	0,926	0,897	0,872	0,996	0,978	0,956
$\alpha\mu^2 \cdot 10^{36}$	2,925	2,856	2,781	2,710	2,925	2,856	2,781
$\mu^2 \cdot 10^{36}$	3,028	3,084	3,104	3,112	2,940	2,922	2,914
$\mu \cdot 10^{18}$	1,740	1,756	1,762	1,764	1,715	1,709	1,707

$\mu = 1,76 \cdot 10^{-18}$ e.s.e.

$\mu = 1,71 \cdot 10^{-18}$ e.s.e.

Extrapolatie: $\mu = 1,72 \cdot 10^{-18}$

Meest waarschijnlijke waarde: $\mu = 1,72 \cdot 10^{-18}$ e.s.e.

Op deze wijze zijn de waarden uit tabel 2 berekend; de vierde decimaal heeft natuurlijk slechts relatieve beteekenis. Door extrapolatie van μ^2 naar $f_2 = 0$ wordt voor μ eveneens 1,70 gevonden.

Voor de berekening van K mogen slechts onderling onafhankelijke a 's genomen worden. Hiervoor zijn gekozen de waarden voor a_4 , a_3 en de bovenste waarde voor a_2 .

TABEL 4.
Olie-alkohol

A				B			
f	c	a	K	f	c	a	K
0,0529	0,525	0,951	18,5	0,0529	0,525	0,972	18,4
0,0751	0,709	0,918	14,6	0,0751	0,709	0,947	21,6
		0,890	10,2			0,953	25,1
0,0994	0,892	0,891	13,0	0,0994	0,892	0,924	27,1
		0,865	9,9			0,933	32,2
		0,861	9,5			0,944	40,3

Bij olie-alkohol echter ligt het evenwicht eenigszins anders. In de tabellen 3 en 4 zijn de cijfers weergegeven voor de beide associatie-beelden: A alleen associatie tot dubbelmoleculen, B tot alleen viervoudige moleculen. De afwijking verloopt bij A in de andere richting dan bij B ; de waarheid ligt vermoedelijk in 't midden, hetgeen klopt met de extrapolatie.

Het is dus duidelijk dat het moment van olie-alkohol ca. 1% groter is dan dat van elaidine-alkohol; voorts is de eerste merkbaar sterker geassocieerd en is het polaire dubbelmolecule stabiel.

De waarde $1,70 \cdot 10^{-18}$ is in goede overeenstemming met de literatuur; voor cetylalkohol vinden Müller en Sack 1,66¹⁾; hogere alcoholen zijn nog niet gemeten.

Nog veel duidelijker komt het verschil tusschen de beide alcoholen naar voren bij meting van het temperatureffect. Form. (7) geeft bij differentiatie naar de temperatuur:

$$f_2 \frac{4\pi N \mu^2}{9kT^2} \left(\alpha - T \frac{da}{dT} \right) = \frac{\epsilon_{12} - 1}{\epsilon_{12} + 2} \frac{M_{12}}{d_{12}} \frac{1}{d_{12}} \frac{dd_{12}}{dT} - \frac{3}{(\epsilon_{12} + 2)^2} \frac{M_{12}}{d_{12}} \frac{d\epsilon_{12}}{dT} + f_1 \cdot 0,00148. \quad (10)$$

1) Phys. Zeitschr. 31, pag. 815—822.

Hierin is nu alles bekend behalve da/dT , welke dus te berekenen is. Dit geeft:

$$\text{Voor } E\text{-alk. (opl. 3): } \frac{da}{dT} = 0,00305.$$

$$\text{Voor } O\text{-alk. (opl. 3): } \frac{da}{dT} = 0,00384 \text{ (gemiddeld).}$$

Terwijl dus het verschil in $d\varepsilon_{12}/dT$ van de beide even sterke oplossingen reeds 15% bedraagt, komt hier in da/dT een verschil van 25% naar voren. Of dit verschil uitsluitend een gevolg is van het verschil in dipoolmoment is nu nog niet te zeggen. Het is mogelijk dat de ruimtelijke configuratie der moleculen ook een directe invloed heeft.

Uit bovenstaande gegevens kan verder de dissociatie-energie der E alcohol globaal berekend worden.

$$\text{Immers: } \frac{d \ln K}{dT} = -\frac{Q}{RT^2}, \text{ en: } K = \frac{4a^2}{1-a} d_{12}^3 \left[\frac{1000 f_2}{M_{12}} \right]^3.$$

Geeft:

$$Q = -RT^2 \left[\frac{4-3a}{a(1-a)} \frac{da}{dT} + \frac{3}{d} \frac{dd}{dT} \right] = -36000 \text{ cal.}$$

De fout hierin is evenredig met de fout in $1-a$, en wel ongeveer 20%.

Q is de warmte die vrijkomt bij dissociatie; Q is dus negatief.

Het verschil in dissociatie-energie tusschen de beide alcoholen kan bij benadering uit de verhouding der dissociatieconstanten gevonden worden (in zooverre er bij olie-alcohol van een constante gesproken mag worden). $K_E/K_O = 1,49$ berekend volgens associatie-beeld B (volgens A wordt het 1,42).

$$\frac{d \ln K}{dT} = -\frac{Q}{RT^2} \text{ geeft bij integratie: } \ln K = \frac{Q}{RT} + C;$$

stellen we de integratie-constante voor beide isomeren gelijk, dan is:

$$\ln K_E - \ln K_O = \frac{Q_E - Q_O}{RT}.$$

Waar Q_E en Q_O beide negatief zijn, is dus in absolute waarde

$$Q_O > Q_E.$$

$$Q_E - Q_O = RT \ln \frac{K_E}{K_O} = 230 \text{ cal.}$$

De dissociatie-energie der beide isomeren verschilt dus ongeveer 1 %; dit is van de zelfde orde van grootte als het verschil in dipoolmoment.

Het kleine verschil in dipoolmoment moet veroorzaakt worden door de verschillende plaats der koolwaterstofketens. De dubbele binding ligt bij deze moleculen precies in het midden; eromheen staan de groepen $(CH_2)_7OH$ en $(CH_2)_7CH_3$ in cis- resp. trans-stand. In de cis-stand is de afstand tusschen de sterk polaire OH -groep en de gemakkelijk polariseerbare koolwaterstofgroep iets minder groot dan in de trans-stand, terwijl bovendien de bindings-richtingen verschillen.

Een analoge toestand, maar veel sterker geprononceerd, is te vinden bij *o*- en *p*-cresol. De OH -groep induceert een tegengesteld gerichte dipool in de CH_3 -groep; in ortho-stand geeft dit verkleining; in para-stand vergrooting van het moment.

Gemeten is ¹⁾: *o*-cresol $\mu = 1,54 \cdot 10^{-18}$, *p*-cresol $\mu = 1,81 \cdot 10^{-18}$ terwijl het moment van phenol $1,73 \cdot 10^{-18}$ bedraagt. De veel kleinere afstanden veroorzaken hier natuurlijk grootere verschillen.

De voorloopige conclusie is dus gerechtvaardigd dat de oliealkohol, met het grootere moment, de trans-structuur bezit. Het is de bedoeling dit onderzoek uit te breiden tot andere derivaten van oliezuur en elaïdinezuur, teneinde de configuratie met grootere zekerheid te kunnen bepalen.

Gaarne betuig ik mijn dank aan Prof. Dr. C. Zwick er voor de belangstelling en hulp, alsmede aan den Heer C. H. Morel voor het groote aandeel dat hij heeft gehad in het stabiliseeren der zenders.

1) Smyth en Morgan: Journ. Am. Chem. Soc. 49, 1030, 1928.

EEN MOGELIJKE VERKLARING VAN DE ADDITIVITEIT VAN KOOKPUNTEN

door A. E. VAN ARKEL en W. DE GROOT

Summary.

Some years ago a simple empirical relation was found to hold between the boiling points of the methan-tetra-halogenides and the molecule volumes at the boiling point:

$$T_s = K \frac{(V - V_c)^2}{V}$$

(V molecule volume at temp T_s , V_c ionic volume for carbon) This result could be deduced by assuming

- 1°. that it is possible to calculate v. d. Waals' constant a for compounds with the aid of the formula

$$\sqrt{a} = \Sigma \sqrt{a_n}$$

where a_n are constants for each atom (ion) in the molecule (Van Laar);

- 2°. that in $\Sigma \sqrt{a_n}$ no term $\sqrt{a_c}$ is to be taken into account;
 3°. that T_k/T_s and b/V are constants for a group of similar compounds (T_k = critical temperature, b = v. d. Waals' constant).

Now according to London for a monoatomic gas

$$a \sim \frac{\varphi \alpha^2}{R^3}$$

(α = polarisability, φ = average excitation potential, R = radius of the atom).

The interaction between two different atoms n and k is believed to give rise to a term

$$a_{nk} \sim \frac{\varphi_n \varphi_k \cdot \alpha_n \alpha_k}{\varphi_n + \varphi_k} \cdot \frac{1}{R^3}$$

We will make no great error by putting

$$\sqrt{\varphi_n \varphi_k} \text{ for } 2 \frac{\varphi_n \varphi_k}{\varphi_n + \varphi_k}$$

For R^3 we must take some mean value between R_n^3 and R_k^3 .

We take

so that

$$\sqrt{R_n^3 R_k^3}$$

$$a_{nk} \sim \frac{\sqrt{\varphi_n \varphi_k} \alpha_n \alpha_k}{\sqrt{R_n^3 R_k^3}}$$

and

$$a \sim \sum_{n,k} \frac{\sqrt{\varphi_n \varphi_k} \alpha_n \alpha_k}{\sqrt{R_n^3 R_k^3}} = \left[\sum_n \frac{\sqrt{\varphi_n} \alpha_n}{\sqrt{R_n^3}} \right]^2 = \left[\sum_n \sqrt{a_n} \right]^2$$

This is exactly v. L a a r's formula (1). We have now

$$T_s \sim \frac{[\sum \sqrt{a_n}]^2}{V} \quad (2)$$

As the carbon atom (ion) has a very small polarisability, $\sqrt{a_c}$ may be omitted (where c indicates the central atom). Further some numerical relations exist between φ , a and V for different halogen atoms. In first approximation φ is proportional to R^{-1} , and a is roughly proportional to R^5 , V to R^3 .

Therefore for different halogen ions,

$$\sqrt{a_n} \sim \frac{\sqrt{\varphi_n} \alpha_n^2}{R_n^3} \sim \frac{\sqrt{R_n^{-1} R_n^{10}}}{R_n^3} \sim R_n^3 \sim V_n.$$

Substituting this in (2)

$$T_s \sim \frac{[\sum V_n]^2}{V}.$$

According to Kopp,

$$V = \sum V_n + V_c$$

$$\sum V_n = V - V_c$$

$$T_s = K \frac{(V - V_c)^2}{V}.$$

K can be calculated from one boiling point: a table in the text gives the measured boiling points for 10 tetra-halogen-methan derivatives and the values calculated with one constant K , derived from the boiling point of CCl_4 . This formula is only valid for molecules without dipoles. When hydrogen is present, (e.g. CHCl_3 , CH_2Br_2) the molecule has a dipole and in the expression for T_s there appear further terms of the form

$$\frac{\mu^2 a}{R^6} \text{ (Debye terms).}$$

The influence of this terms on the relations between the boiling points of the corresponding compounds is not discussed.

Eenige jaren geleden is in dit tijdschrift ¹⁾ geweest op enkele merkwaardige betrekkingen die bestaan tusschen de kookpunten

1) A. E. van Arkel en J. H. de Boer, *Physica* **4**, 382, 392, 1924; **5**, 134, 1925.

en de molecuulvolumina bij het kookpunt van de eenvoudige methaanhalogeenderivaten.

Deze betrekkingen waren afgeleid door gebruik te maken van een hypothese van Van Laar¹⁾, dat n.l. voor de constante b van van der Waals voor een molecuul geschreven mag worden een som over grootheden b_n , waarbij b_n een constante is voor een bepaald atoom in een willekeurig molecuul; b is dus een additieve grootheid. Van Laar onderstelt verder dat ook \sqrt{a} (waarin a de eerste constante van Van der Waals voorstelt) een additieve grootheid is. Voor de kritische temperatuur vindt Van Laar dit

$$T_k \sim \frac{[\sum \sqrt{a_n}]^2}{\sum b_n} \quad (1)$$

Daar van slechts weinig stoffen de kritische grootheden gemeten zijn, hebben wij getracht deze formule zoo te wijzigen, dat ze ook voor de kookpunten bruikbaar werd. Daar nu in een groep van stoffen die niet zeer sterk van elkander afwijken b.v. alle halogeene-methaanderivaten, de verhouding tusschen kritische temperatuur en kookpunt vrijwel constant geacht mag worden en ook de verhouding tusschen b en de molecuulvolumina bij het kookpunt weinig verschillend is, kunnen we de uitdrukking voor het kookpunt als volgt aangeven:

$$T_s \sim \frac{[\sum \sqrt{a_n}]^2}{V}, \quad (2)$$

waarbij we nog gebruik maken van het bekende feit, dat het molecuulvolumen, bij het kookpunt gemeten, ook weder additief kan worden samengesteld uit de volumina der afzonderlijke atomen. Nu vindt men echter dat bovendien de kookpunten zelf ten naastenbij additieve grootheden zijn, d.w.z. vervangt men een atoom x door een atoom y dan stijgt het kookpunt met een constant bedrag onafhankelijk van de atomen die verder in het molecuul aanwezig zijn, zoolang we onder x en y halogeenaatomen verstaan. Dit is bij een uitdrukking (2) voor het kookpunt alleen mogelijk wanneer tusschen a_n en V_n bepaalde relaties bestaan en wij hebben indertijd aangegeven, dat deze relatie moet zijn

$$\frac{\sqrt{a_n}}{V_n} = \text{constant voor alle halogenen.} \quad (3)$$

1) J. J. van Laar, Versl. Kon. Acad. v. Wetenschappen A'dam 24, 1284, (1916).

Deze betrekking heeft ten gevolge, dat de kritische drukken binnen een groep verwante verbindingen weinig uiteenloopen, hetgeen weer noodzakelijk is voor een constante verhouding tusschen T_s en T_k .

Door dit in (2) te substitueeren vonden we een merkwaardige eenvoudige betrekking tusschen de kookpunten en de atoomvolumina volgens K o p p, n.l.:

$$T_s = K \frac{(V - V_c)^2}{V} \quad (4)$$

In deze formule stelt V het molecuulvolume, V_c het volume van het centraal atoom voor. Als men hierin nog V_c^2/V^2 t.o.v. 1 verwaarloost, luidt de formule

$$T_s = K (V - 2V_c) \quad (4a)$$

Deze formule geeft de gevonden additiviteit der kookpunten weer. Zij is echter minder nauwkeurig dan formule (4).

K o p p zelf geeft geen waarde voor fluoor. Wij hebben indertijd berekend $V_F = 11$. Verder gebruiken we de waarden:

$$V_{Cl} = 22.9 \quad V_{Br} = 29.1 \quad V_J = 39.6 \quad V_C = 11$$

Uit één kookpunt (CCl_4) kunnen we nu K bepalen, wij vinden daarvoor 4.28. Met behulp daarvan kunnen we nu 10 overige tetrahalogeenmethaan-verbindingen volgens formule (4) berekenen (zie tabel).

Verbinding	V	$V - V_c$	T_s (ber.)	T_s (gev.)
CBr_4	127.4	116.3	465°	462°
$CBr_3 Cl$	121.1	110.1	428°	433°
$CBr_2 Cl_2$	114.8	103.8	406°	408°
$CBr Cl_3$	108,5	97.5	375°	377°
CCl_4	102.2	91.2	(349°)	349°
$CCl_3 F$	90.4	79.3	298°	298°
$CCl_2 F_2$	78.6	67.6	249°	248°
$CBr_3 F$	109.3	98.3	380°	380°
$CBr_2 F_2$	91.2	80.2	300°	298°
CF_4	55	44	150°	143°
$CCl_3 J$	119	108	419 °	415°

Zoals men ziet is de overeenstemming zeer goed, de afwijkingen tusschen berekende en gemeten kookpunten zijn van dezelfde orde als de afwijkingen die voorkomen bij kookpunten zooals die in de literatuur worden opgegeven. Het kookpunt van CF_4 werd indertijd nog aangegeven als 258°. Intusschen is door een bepaling

van Ruff¹⁾ gebleken, dat de werkelijke waarde (143°) zeer dicht in de buurt ligt van diegene die wij indertijd vonden door berekening (150°).

Volgens de theorie van Debye²⁾ zou de waarde van de constante a v. d. Waals te berekenen zijn uit de wederzijdsche polarisatie van moleculen. In dat geval wordt a evenredig aan de polariseerbaarheid α en het is volkomen onduidelijk hoe \sqrt{a} een additieve grootte zijn kan. Volgens de quantenmechanische theorie der Van der Waals krachten³⁾ is a onder meer evenredig aan het kwadraat van de polariseerbaarheid, zoodat we dus al eenigermate kunnen begrijpen, dat \sqrt{a} een additieve grootte kan zijn, aangezien α zelf een additieve grootte is.

Volgens Londen geldt voor een eenatmig gas

$$a \sim \frac{\varphi a^2}{R^3} \quad (5)$$

waarin α de polariseerbaarheid is, en φ een energie van de grootteorde der aanslagenergie, terwijl R is de kortste afstand waarop twee atomen elkaar kunnen naderen.

We moeten nu deze formule uitbreiden voor meeratomige moleculen. Het ligt zeer voor de hand voor twee verschillende atomen te stellen⁴⁾

$$a_{pq} \sim \frac{\varphi_p \varphi_q \alpha_p \alpha_q}{(\varphi_p + \varphi_q) R^3} \quad (6)$$

Daar de aanslagspanningen voor de betrokken atomen in het algemeen niet zeer ver uiteen liggen, mogen we schrijven

$$2 \frac{\varphi_p \varphi_q}{\varphi_p + \varphi_q} = \sqrt{\varphi_p \varphi_q}$$

a wordt dus voor moleculen met n atomen:

$$a = \sum a_{pq} \sim \sum_{p, q} \frac{\sqrt{\varphi_p \varphi_q} \alpha_p \alpha_q}{R^3_{pq}} \quad (7)$$

Wat moeten we nemen voor R_{pq} ?

Wanneer we ons denken dat twee gelijke atomen p waartusschen

1) O. Ruff, Zs. anorg. u. allg. Chem. **192**, 249, (1930).

2) P. Debye, Physik. Zeitschr. **21**, 178, 1920.

3) F. Londen, Zts. f. Phys. **63**, 245 (1930).

4) V. Weisskopf, Zs. f. Phys. **75**, 287, 1932, blz. 298, past een soortgelijke uitbreiding van de formule van Londen toe.

we de wisselwerking nagaan ieder in het centrum van een groot molecuul zijn ingebouwd, dan zal de kleinste afstand waarop die twee atomen elkaar kunnen naderen ongeveer gelijk zijn aan de doorsnede van een molecuul en dan zouden we voor R moeten nemen de straal van het molecuul. Waren die atomen geheel vrij, dan zouden we nemen R_p . Wanneer echter de atomen aan den buitenkant van het molecuul geplaatst zijn dan zullen zij inderdaad in bepaalde standen van de moleculen elkaar kunnen naderen tot op een afstand die gelijk is aan de atoomdoorsnede. We zullen dus R gelijk moeten stellen aan R_p . Zijn de atomen voor welke we de wisselwerking bekijken niet gelijk, doch weinig verschillend, dan nemen we

$$R = \sqrt{R_p R_q}$$

Deze uitdrukking zetten we in die voor a en vinden

$$a \sim \sum_{p, q} \frac{a_p a_q \sqrt{\varphi_p \varphi_q}}{(\sqrt{R_p R_q})^3} \sim \left[\sum_n \frac{a_n \sqrt{\varphi_n}}{\sqrt{R_n^3}} \right]^2 = [\sum \sqrt{a_n}]^2 \quad (8)$$

en

$$T_s \sim \frac{a}{b} \sim \frac{[\sum \sqrt{a_n}]^2}{V} \quad (2)$$

Vergelijking (8) drukt nu niets anders uit dan de door Van Laar gepostuleerde additiviteit der \sqrt{a} -waarde, terwijl bovendien nog blijkt dat inderdaad in de som de \sqrt{a} waarde van het centraal atoom niet meegerekend moet worden. Deze eigenaardigheid is het gevolg van de geringe polariseerbaarheid van het centrale koolstof-atoom (ion?). Van Laar meende het ontbreken van deze termen te moeten toeschrijven aan het feit, dat de werking van het centraal atoom door de omhullende halogeenionen geheel was afgeschermd.

Onbegrijpelijk is nog de betrekking (3)

$$\frac{\sqrt{a_n}}{V_n^a} = \text{constant}$$

die ons moet leiden tot de eenvoudige betrekking (4). Deze is blijkbaar het gevolg van een min of meer toevallig numeriek verband. Het blijkt n.l. zoowel voor edelgassen als voor de halogeenionen met uitzondering van de eerste termen helium en waterstof, dat bij stijgende kernlading de polariseerbaarheid veel sneller toeneemt

dan het atoomvolume, en wel stijgt a ongeveer met de 5e macht van de atoomstraal,

$$a_n \sim R_n^5$$

De aanslagspanningen zijn ongeveer evenredig met R_n^{-1} daaruit volgt:

$$\frac{\sqrt{a_n}}{V_n} \sim \frac{1}{V_n} \sqrt{\frac{\alpha_n^2 \varphi_n}{R_n^3}} \sim \frac{1}{R_n^3} \sqrt{\frac{R_n^{10} R_n^{-1}}{R_n^3}} = \text{constant}$$

waaruit weer formule (4) volgt.

Tot nog toe hebben wij stilzwijgend aangenomen, dat in de beschouwde moleculen geen vaste dipolen aanwezig zijn. Voor een aantal tetrahalogeen-verbindingen, waaronder ook gemengde, is dit inderdaad experimenteel bevestigd. Zijn wél vaste dipolen aanwezig dan mag men verwachten, dat in de formule voor de grootheid a een bijdrage zal worden geleverd zooals de theorie van D e b y e die verlangt. De bijdrage tot de energie die het gevolg is van de inwerking van een vaste dipool met moment p in een molecuul op een polariseerbaar atoom in een ander molecuul is van de vorm

$$\frac{p^2 a}{R^6}$$

Ook hierbij ontmoeten wij een moeilijkheid bij de keuze der integratiegrenzen voor R . De bijdrage tot het kookpunt die hiervan het gevolg is wordt evenredig met:

$$\frac{p^2}{V} \sum \frac{\alpha_k}{R_{pk}^3}$$

Inderdaad wordt gevonden dat bij vervanging van één halogeen-atoom in een tetrahalogeenkoolstofverbinding door waterstof het kookpunt hoger ligt dan men volgens de formule van V a n L a a r (1) uit het bekende kookpunt van methaan zou berekenen. Niet te voorspellen is het absolute bedrag van deze verhooging en evenmin is in te zien waarom de \sqrt{a} -waarde van de verbindingen die b.v. 1 waterstofatoom bevatten een volkomen constant bedrag hoger is dan uit de berekening voor het dipoolvrije molecuul zou volgen, hoewel de dipolen van verbindingen als $CHCl_3$ en CHJ_3 vrij sterk van elkaar afwijken.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

Eindhoven, 29 April 1932.

BOEKBESPREKING

James Clerk Maxwell, A commemoration volume, 1831—1832, Essays by J. J. Thomson, Planck, Einstein, Larmor, Jeans, Garnett, Fleming, Lodge, Glazebrook, Lamb, 146 blz.
— Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 6 sh. net.

Dit werkje werd uitgegeven als een „Commemoration Volume” 1831-1931, naar aanleiding van de herdenking in 1931 van den geboortedag van Maxwell in 1831 en bevat opstellen van Sir J. J. Thomson, Max Planck, Albert Einstein, Sir J. Larmor, Sir James Jeans, William Garnett, Sir Ambrose Fleming, Sir Oliver Lodge, Sir R. T. Glazebrook and Sir H. Lamb. Vooral het eerste artikel van de hand van Sir Joseph Thomson geeft een zeer lezenswaardige levensbeschrijving van Maxwell, met interessante bijzonderheden over zijn persoon en werk.

Uit de verschillende opstellen komt o.m. duidelijk naar voren, met welk een physische intuïtie Maxwell steeds werkte; en ofschoon een groot deel van Maxwell's levenswerk wel heeft bestaan in de mathematische formuleering en precisering en uitbreiding van Faraday's inzichten, blijkt Maxwell lang niet in de eerste plaats mathematicus geweest te zijn en hier en daar wordt in het werkje dan ook gesproken van Maxwell's zwakke punt: elementaire en eenvoudige analyse. Maar het was dezelfde man, die een geheel nieuw inzicht bracht in de theorie van de bolfuncties.

Wij sluiten deze korte bespreking van dit alleszins lezenswaardige werkje met een aanhaling van enkele vragen, die Maxwell reeds als kind vaak deed en waaruit zijn zucht naar inzicht reeds in jonge jaren duidelijk bleek: „What's the go of that?”, „What does it do?”, en wanneer daarop een niet bevredigend antwoord volgde, vroeg de jonge Maxwell verder: „But what is the particular go of it?”.
v. d. P.

E. W. Hobson, The theory of spherical and ellipsoidal harmonics, 500 blz.
— Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 37/6 net.

In 1922 verscheen bij de Cambridge University Press het fenomenale standaardwerk over Besselfuncties van de hand van G. N. Watson en thans ligt voor ons een soortgelijk werk over Bolfuncties en verwante functies, geschreven door Professor Hobson. Ongetwijfeld is dit wederom een standaardwerk.

Het boek opent met een overzicht over de transformatie van de vergelijking van Laplace. Daarop volgt een buitengewoon helder exposé over de oplossingen van de vergelijking van Laplace in polaire coördinaten, waarbij de elementaire eigenschappen van de functies $P_n(\mu)$ en $Q_n(\mu)$ worden behandeld. Dit hoofdstuk beperkt zich tot de voor de physische toepassing belangrijke restrictie: $n =$ geheel en μ liggend tusschen -1 en $+1$. Tevens vindt men in dit hoofdstuk de toepassing van Bolfuncties bij de evalueering van integralen. In het derde hoofdstuk worden, wederom de elementaire, eigenschappen bezien van „associated Legendre's functions”

P_n^m en Q_n^m . Hoofdstuk IV brengt vervolgens de eigenschappen van de „solid spherical harmonics”; hierbij treffen wij aan een zeer duidelijke uiteenzetting van Maxwell's theorie van de Bolfuncties, waarbij uitgegaan wordt van een hoogere orde pool, die verkregen wordt door een eerste orde pool naar verschillende richtingen in de ruimte te differentieëren. Op soortgelijke wijze worden vervolgens door differentiaties naar verschillende richtingen van

$$\frac{1}{r} \log \sqrt{\frac{r+z}{r-z}}$$

de $Q_n(\mu)$ en Q_n^m functies afgeleid. Daarop volgt Hoofdstuk V met een zeer uitgebreide beschouwing van Legendre functies, maar thans van het algemeen type, waarbij n , m en μ geheel willekeurig zijn. Dit hoofdstuk, dat in de eerste plaats van belang is voor den mathematicus, geeft een gedetailleerde uiteenzetting van Hobson's contour integralen met dubbele lussen, die deze algemeene Bolfuncties definieeren. In Hoofdstuk VI behandelt de schrijver de asymptotische uitdrukkingen voor de Legendre functies, terwijl Hoofdstuk VII de ontwikkeling van willekeurige functies in een reeks van Legendre functies geeft, met de convergentie criteria. Vervolgens behandelt Hoofdstuk VIII de additie formules voor Legendre functies, en Hoofdstuk IX de wortels daarvan. Echter worden geen tabellen van deze wortels gegeven. In Hoofdstuk X treffen wij o.m. aan een beschouwing over Bolfuncties van orde $n - \frac{1}{2}$, die zich voordoen bij de oplossing van de Laplace vergelijking in toroidale coördinaten. Tevens vindt men in dit Hoofdstuk de eigenschappen besproken van de functies

$$P\left(\mu, -\frac{1}{2} + im\right)$$

welke men aantreft bij kegelcoördinaten. Tenslotte geeft Hoofdstuk XI een beschouwing over „ellipsoidal harmonics” en Lamé-functies.

In de eerste plaats is dit werk geschreven voor den mathematicus, echter (of moeten we schrijven: juist daarom?) zal het den theoretischen physicus vaak zeer van dienst kunnen zijn. De heldere betoogtrant, die het geheele werk door wordt volgehouden, waarbij vele verwijzingen naar vroegere passages het lezen zeer vergemakkelijken, is hierbij van groot belang. Afgezien van Hoofdstuk V is dit werk van Hobson over Bolfuncties eenvoudiger te volgen dan het soortgelijke werk van Watson over Bessel-functies. Terwijl echter Watson's boek zeer volledig tabellenmateriaal bevat over Bessel-functies, is in het werk van Hobson geen enkele tabel opgenomen. Watson's werk is buitengewoon volledig en bevat waarschijnlijk praktisch alles, wat ten tijde van het verschijnen over Bessel-functies bekend was. Dit kan niet gezegd worden over dit boek van Hobson. Ofschoon er een zeer streng hoofdstuk is opgenomen over de ontwikkeling van willekeurige functies naar reeksen van Bolfuncties, missen wij een uitgebreide beschouwing van bijzondere gevallen, die ongetwijfeld den physicus zeer welkom zou zijn geweest. En hetzelfde geldt voor integralen, welks integrand Bolfuncties bevatten. Het zal menig physicus,

evenals den bespreker, aangenaam zijn, in dit werk van H o b s o n geen enkele Γ -functie aan te treffen; er wordt slechts gebruikgemaakt van π -functies.

Het werk is, zooals wij dat van de Cambridge University Press gewend zijn, keurig uitgegeven, en wij troffen slechts sporadisch een drukfout aan. Afgezien van het kleine tekort door het gemis van tabellen of grafische voorstellingen (hoeveel physici of mathematici kennen grafieken van de $P_n^m(\mu)$ en $Q_n^m(\mu)$ functies?) kan het werk, dat door niemand beter geschreven had kunnen worden dan door Professor H o b s o n, alleszins worden aanbevolen.

v. D. P.

Sir Napier Shaw, Manual of Meteorology, Volume 4, Meteorological Calculus: Pressure and Wind, 359 blz., 75 fig. — Cambridge University Press. London. 1931. Prijs 30 sh. net.

De schrijver heeft het voorrecht gehad na zijn aftreden als Directeur van het Meteorological Office gelegenheid te vinden zijn denkbeelden over meteorologie te kunnen neerleggen in een uitvoerig handboek van vier deelen, waarvan het laatste deel, dat reeds in 1919 uitkwam, thans in veel uitgebreider vorm het licht ziet. Als Directeur heeft hij tijdens en na den oorlog de groote ontwikkeling van de meteorologie in verband met de luchtvaart medegemaakt, als president van het Int. Meteor. Comité gedurende vele jaren was hij van nabij bekend met de geschiedenis en de ontwikkeling der internationale samenwerking, als president van de Commissie voor het onderzoek der atmosfeer en als hervormer heeft hij een groot aandeel gehad in de invoering van nieuwe eenheden, namen en methoden. Dit alles geeft aan zijn boek een groote oorspronkelijkheid, en dit vierde deel toont daarvan op vele punten de sporen. In de inleiding geeft de schrijver zelf de opsomming van de voornaamste bijzonderheden, waardoor het boek zich van oudere werken onderscheidt:

1. Opteekeningen van de horizontale componente van den wind met drukbuisanemometers (D i n e s) worden als uitgangspunt gebruikt voor de beschrijving van het dynamisch probleem van de atmosfeer en als gids voor de volgorde inachtgenomen bij de beschouwing van de onderdeelen van de windstructuur in hoofdstukken III—X.

2. In de vrije atmosfeer is beweging de overheerschende dynamische karaktertrek van de circulatie. De drukgradient, gestabiliseerd door het voortbestaan van de horizontale beweging op de draaiende aarde, komt voor den dag als de statische index van de beweging. De gradient wordt niet beschouwd als energiebron naast de energie, die wordt aangeduid door horizontale verschillen van entropie.

3. Het evenwicht tusschen horizontalen wind, drukgradient en centrifugaalkracht wordt verstoord door turbulentie als gevolg van rigiditeit¹⁾ en wrijving aan het oppervlak, en ook door convectie, die in werking komt zoodra er een verschil in entropie is tusschen naast elkaar liggende lucht-massa's, inzonderheid op punten aan het „poolfront”.

1) Hier is wellicht viscositeit bedoeld.

4. Convectorie wordt beschouwd als de uitwerking van de zwaartekracht, die leidt tot vereffening van verschillen van entropie in een horizontaal vlak, ontstaan door geleiding van warmte van of naar den grond, door het afgeven of opnemen van straling of de condensatie of verdamping van water.

5. Afgezien van de storende uitwerking van geleiding en turbulentie aan het oppervlak en van locale convectorie wordt de betrekking tusschen horizontalen wind en drukgradient, die nog altijd den grondslag van het geheele werk vormt, verder ontwikkeld en bevestigd. Maar beweging heeft de plaats van druk als onafhankelijk veranderlijke ingenomen in de gradient-vergelijking, dat wil zeggen de drukverdeling wordt beschouwd als de „reserve”, noodig voor het onderhouden der luchtstroomen.

6. Beweging ontstaat tenslotte uit convectorie met behulp van het behoud van levende kracht, maar de ontstaanswijze is ingewikkeld en slechts ten deele bekend.

7. Daar entropieverschil, werkende door middel van de zwaartekracht, de oorzaak van convectorie is, volgt hieruit, dat de elementen die in het drama van de atmosfeer op den voorgrond treden tweevoudig zijn, nl. entropieverschil en windsnelheid. Entropieverschil staat ook onder den invloed van den toestand van de lucht wat betreft waterdamp.

O. i. is het niet bevredigend de beweging, welke blijkens 6 en 5 uit convectorie ontstaat en door drukverdeling onderhouden moet worden, als onafhankelijk veranderlijke te kiezen, en de lezing van het boek heeft ons niet van de voordeelen dezer methode overtuigd. Herhaaldelijk treft het, dat kritiek geoeffend wordt op zoogenaamde conventionele opvattingen, die dit op het vasteland ook bij den eersten druk van dit deel reeds lang niet meer waren. Voor den Engelschen lezer is het een voordeel, dat een tamelijk uitvoerige inleiding een overzicht geeft van de voornaamste buitenlandse publicaties op het gebied der dynamische meteorologie — de vastelandslezer zal intusschen nog steeds getroffen worden door de zeer ruime plaats, die aan Engelsche theoretische en practische werken op meteorologisch gebied is ingeruimd. Turbulentie wordt dus hoofdzakelijk naar Taylor behandeld, de turbulentie bij wolkenvorming wordt toegelicht met prachtige photo's van Douglas. Bij de bespreking der windverandering met de hoogte uit loodsballonwaarnemingen valt vooral de moeilijkheid van de drie-dimensionale behandeling op. Bij de verklaring dezer verandering uit temperatuurverschillen in horizontale richting komt de schrijver tot de belangrijke stelling, mede in verband met het baanbrekende onderzoek van W. H. Dines, dat de stratosfeer de domineerende laag is wat de drukverdeling betreft. Een groot deel van het volgende gedeelte is gewijd aan verschillende methoden om door te dringen in de beteekenis van de gebieden van lagen en hoogen druk op een weerkaartje. Het gebied van lage drukking wordt daarbij aanvankelijk vooral beschouwd als een wervel met verticale as of een luchtmassa roteerende als een vast lichaam, ofschoon na de beschouwingen van den schrijver zelf over de drie centra van een cycloon: het drukcentrum, het tornadocentrum en het kinematische centrum, en die van Rayleigh over een wentelende vloeistofmassa,

erkend wordt, dat deze beschouwingen weinig toepasselijk zijn op werkelijke gevallen. Uitvoerig worden de opvattingen van *Bjerknes* en de Noorsche school besproken, die voor al den nadruk leggen op de zelfstandigheid der luchtmassa's en de groote beteekenis der discontinuïteiten voor de weersverschijnselen. Het verbaast dan ook dat in het 11e hoofdstuk, nadat de hooge drukking als zelfstandig verschijnsel is onttroond en als gevolg van beweging en aardrotatie is opgevat, de depressie weer als physische eenheid wordt hersteld — terwijl hierbij toch wordt erkend, dat de experimenteele bewijzen voor deze opvatting grootendeels ontbreken. In het laatste hoofdstuk wordt het geheele plan van het vierdeelige werk nog eens in vogelvlucht beschouwd.

Wij herhalen nog eens — het werk is oorspronkelijk, vol van rake opmerkingen en geestige vergelijkingen, en het brengt den lezer midden in de werkplaats van den meteoroloog, zoodat hij den omvang van de problemen leert verstaan en den weg tot hun oplossing kan aanschouwen — maar tevens de voetangels en klemmen, die hem op dien weg wachten! E. v. E.

A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, I. Band, 5e umgearbeitete Auflage, 734 blz., 151 Fig. — Vieweg, Braunschweig 1931. Prijs geb. RM 31,60.

Bij het doorzien van deze 5e druk van het bekende boek van *Sommerfeld* is het interessant, de vorige druk (1924) te raadplegen. Deze verscheen juist op het moment, dat *Stoner* zijn systeem betreffende de verdeling der electronen over de verschillende schalen had gepubliceerd, zoodat dit feit nog juist in het voorwoord kon worden gememoreerd. Intusschen is het systeem van *Stoner* met de „ondergroepen” als zoodanig reeds weer verlaten en vinden wij in het nieuwe werk de opbouw der schalen afgeleid uit het principe van *Pauli*. De electronenspin heeft zijn intrede gedaan en speelt zijn belangrijke rol bij de interpretatie der multipletstructuur en de bouw der ingewikkelde spectra (*Hund*). Een belangrijke nieuwe bijdrage is het werk van *Millikan* en *Bowen* over „stripped atoms”. Verder vindt men eenige nieuwe bladzijden over hyperfijnstructuur en over kernphysica. De grootste omwenteling sinds de vorige druk is wel de invoering van de quantummechanica. Deze werd reeds in 1929 in een *Ergänzungsband* behandeld. Ook thans is de quantummechanische behandeling van atoomproblemen voor de 2e band gereserveerd. Nu was er echter gelegenheid, op verschillende plaatsen (multipletstructuur, bandspectra) reeds belangrijke formeele wijzigingen op te nemen. In het algemeen kan men dus zeggen, dat het leerboek van *Sommerfeld* een belangrijke verjongingskuur heeft ondergaan.

Hierna moge nog op enkele gebreken worden gewezen. Afgezien van minder belangrijke zooals onvolledigheid van enkele Röntgentabellen (Tab. 12, p. 225, *K-Grenze*) voelen wij als een gemis de afwezigheid van de belangrijke vondst van *Bohr* en *Coster*, nl. de duidelijke invloed der completering der onvoltooide schalen op het *Mosley*-diagram der *M* en *N* lijnen. Een tweede opmerking betreft de relatie tusschen spindoublets en relativistische doublets. In Kap. 5, § 4 (*Relativistische Doublets im Röntgen-*

gebiet) en zelfs nog in Kap. 7, § 8 (Funkenspektra höherer Ordnung) wordt de lezer te veel in de waan gelaten, dat de formule voor de doubletsplitsing een rechtstreeksch gevolg is van de oude relativistische theorie van de fijnstructuur der waterstoflijnen. Eerst op p. 585 wordt van een wisselwerking tusschen spin en baan gesproken en voor de afleiding van de splitsingsformule uit de „wet van Biot en Savart” verwezen naar Zusatz 12 (p. 701). Eindelijk wordt op pag. 706 gezegd: „Nach der eben entwickelten Auffassung müsste man also die regulären Dubletts eigentlich Spindubletts heissen”. M.i. had dit eerder en duidelijker naar voren moeten worden gebracht. Misleidend is bovendien nog, dat hierachter de opmerking volgt, dat „letzten Endes der Elektronenspin relativistischen Ursprungs ist”.

D. G.

Rapport, uitgebracht door de Commissie inzake de **leeraarsopleiding**, ingesteld door het Bestuur der **Algemeene Vereeniging van Academisch gevormde leeraren**, 38 blz. — Wolters, Groningen, 1932. Prijs f 0.75.

De Commissie, onder voorzitterschap van Prof. Dr. F. Muller te Leiden, acht het noodzakelijk, dat de leerarenopleiding uit de volgende drie deelen bestaat: 1. een wetenschappelijk gedeelte; 2. een paedagogisch-psychologisch en 3. een didactisch-methodologisch gedeelte.

De Commissie is eenparig van oordeel (en spreekt als haar boven allen twijfel verheven overtuiging uit), dat het noodzakelijk verband tusschen deze drie gedeelten slechts verkregen kan worden, wanneer de geheele leeraarsopleiding wordt opgedragen aan de Universiteit.

Voor de paedagogisch-psychologische vorming wenscht de Commissie, dat een korte, heldere oriëntering in de psychologie der puberteitsjaren gedoceerd worde. Zij acht het voldoende, wanneer de aanstaande docent gedurende een Academischen cursus een paedagogisch-psychologisch college van één uur volgt en acht het gewenscht, dat dit onderdeel door een tentamen wordt afgesloten.

Het didactisch-methodologisch gedeelte verdeelt de Commissie in een theoretisch gedeelte: 1. oriëntatie over de vraag, op welke wijze de aan de Universiteit verworven wetenschappelijke vakkennis vruchtbaar gemaakt kan worden voor het V. H. O. en M. O.; 2. methodiek van het schoolonderwijs, voor zoover noodig; 3a. theoretische voorbereiding op de onderwijspractijk; en een practisch gedeelte: 3b. praktische toepassing door den aanstaanden docent van het boven sub 1, 2 en 3a vermelde.

De nummering van de deelen 3a en 3b geeft reeds aan, hoezeer de commissie deze beide als één organisch geheel wenscht te zien.

De Commissie was eenstemmig van oordeel, dat van deze vier deelen het sub 3a en 3b vermelde het meest belangrijke is.

Wat den duur van de studie van dit onderdeel der vorming betreft, is de Commissie van oordeel, dat de aanstaande docent gedurende twee academische cursuren de colleges of lessen over de didactiek van zijn vak moet volgen en zich onder leiding in de toepassing moet bekwamen.

Ten aanzien van de afsluiting van dit gedeelte der voorbereiding is de

Commissie eenstemmig van oordeel, dat een testimonium volkomen voldoende zal zijn.

Zeer belangrijk acht ze, dat deze paedagogisch-psychologische en didactische vorming behoort te staan naast de wetenschappelijke studie van den student, die haar afsluiting vindt in de academische examens (en de promotie). De student moet volkomen vrijheid hebben, de voorbereiding tot het leeraarschap te treffen vóór of na zijn doctoraal-examen, zóó, als hem het meest gelegen komt.

De bevoegdheid om onderwijs te geven bij V. H. O. en M. O. zal, wenschte de Commissie, berusten op drie gegevens: het diploma van het doctoraal examen, het van het paedagogisch-psychologisch tentamen getuigende testimonium en het didactische testimonium.

Aan het Rapport zijn als bijlagen toegevoegd schetsen van groepvertegenwoordigers betreffende de methodologisch-didactische voorbereiding voor verschillende vakken. Daarin worden nadere wenschen betreffende dit deel der opleiding geuit.

Wanneer men de wenschen der Commissie overziet, dan blijkt in de hoofdzaken groote overeenstemming te bestaan met de voorstellen der Commissie-Sijmons. Dit moet ons verheugen, daar hierdoor de voorstellen der beide commissie's van des te meer waarde worden.

Ten aanzien van enkele punten loopen de wenschen evenwel uiteen. Zoo ten opzichte van de afsluiting der paedagogisch-psychologische opleiding, waarvoor de Commissie-Sijmons, in tegenstelling met de Commissie-Muller, geen tentamen noodig acht; een testimonium is haar voldoende. En terwijl de Commissie-Sijmons de wenschelijkheid uitspreekt, dat de onderwijsbevoegdheid verkregen wordt door een met goed gevolg afgelegd doctoraal examen, waarbij als een der bijvakken is gekozen de paedagogiek en de didaktiek van het hoofdvak, wenschte de Commissie-Muller de bevoegdheid geregeld te zien op de wijze, als hierboven werd meegedeeld.

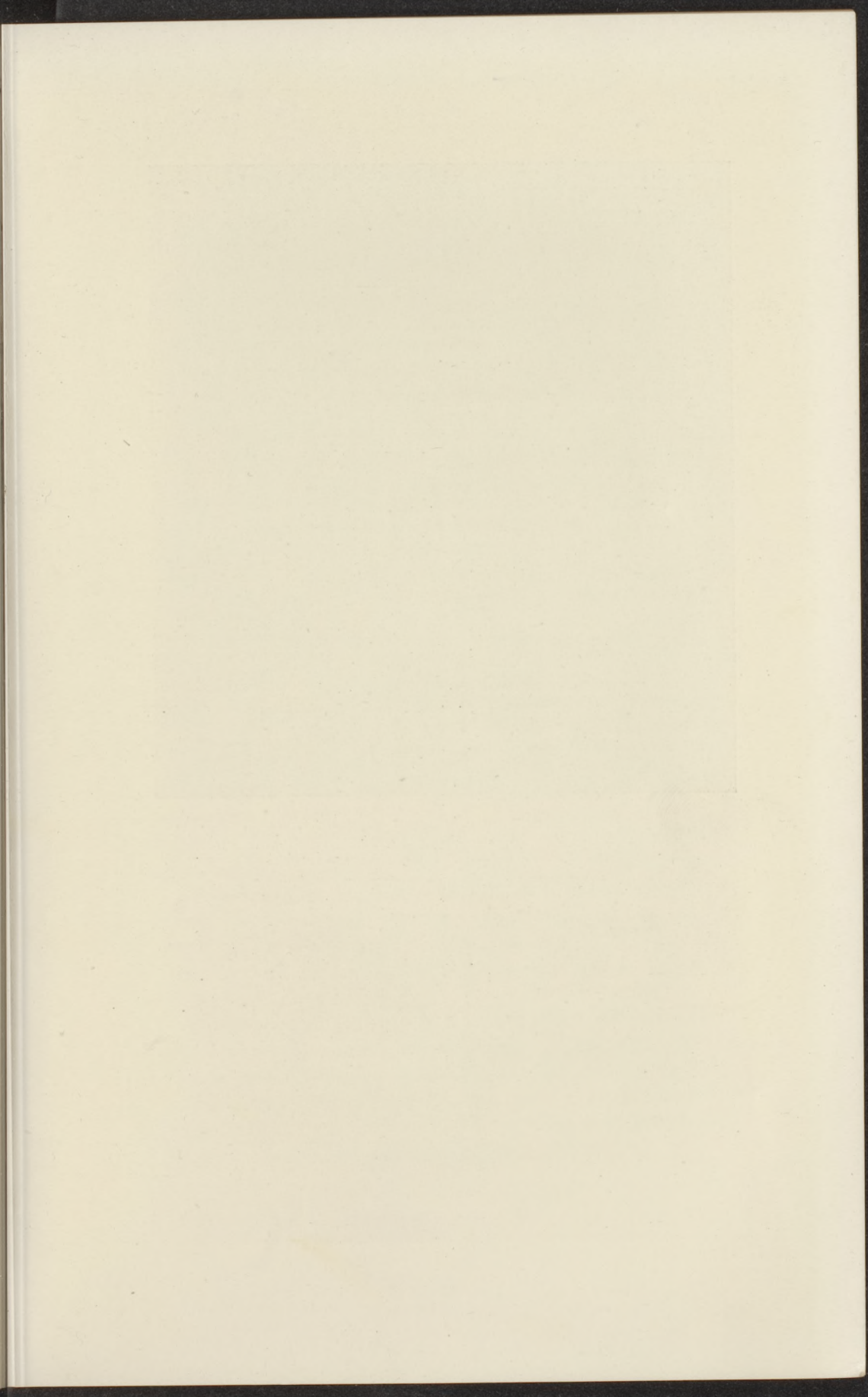
Deze punten van verschil zijn evenwel thans van ondergeschikt belang. Van groot belang is, dat ook hier weer de wenschelijkheid betreffende de leerarenopleiding uitgesproken wordt volgens dezelfde hoofdbeginselen, welke reeds gedurende tientallen van jaren naar voren gebracht zijn.

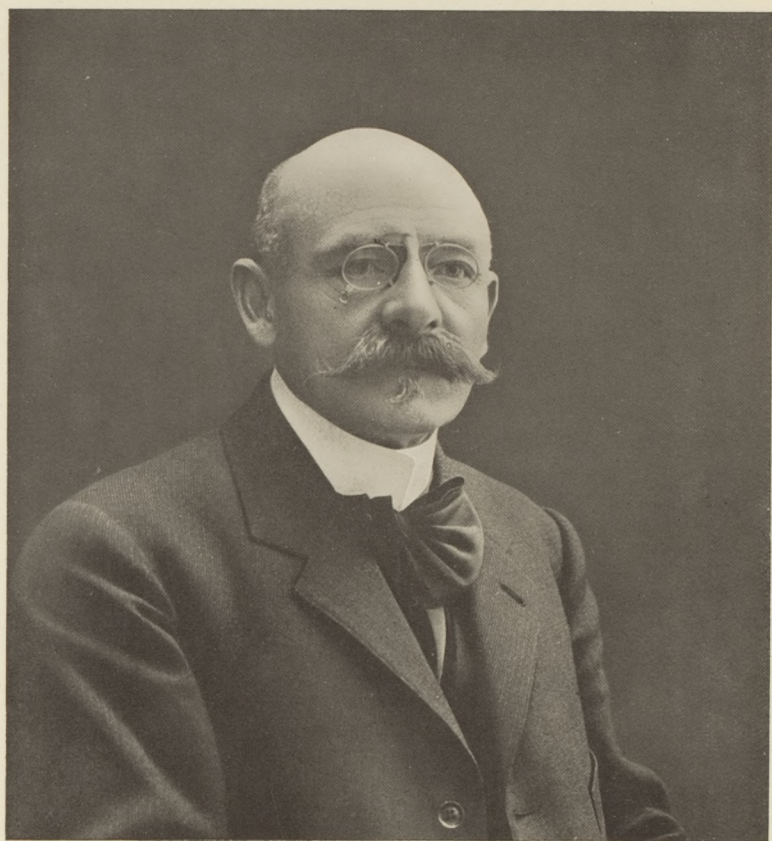
Moge spoedig blijken, dat de arbeid van deze Commissie niet wederom vergeefs is geweest.

G. C. G.

ERRATUM

Op blz. 170, eerste regel, staat: $\alpha = 1/T \cdot dR/dT$; moet zijn $\alpha = 1/R \cdot dR/dT$.





Wm. Cushing

DR. H. J. OOSTING †

Op 2 Juli van dit jaar overleed te 's-Gravenhage, geheel onverwacht Hindrik Jan Oosting, die in Nederland op het gebied der natuurkunde een bijzondere plaats innam. Het zij mij vergund in dit tijdschrift het een en ander over zijn persoon en zijn werk in herinnering te brengen.

Oosting werd geboren 28 October 1857 te Groningen, waar hij ook zijn schooljaren doorbracht. Hij was leerling der R.H.B.S. aldaar, deed eindexamen in 1874, daarna admissie-examen tot de universiteit en studeerde aan de Rijks-Universiteit te Groningen in de wis- en natuurkunde.

Van 1881 tot 1883 was hij assistent voor de natuurkunde bij Prof. Mees te Groningen. In 1883 werd hij leeraar aan het Koninklijk Instituut voor de Marine te Den Helder, welke betrekking hij tot zijn pensioneerings in 1923 heeft vervuld.

Zijn promotie tot doctor in de wis- en natuurkunde volgde in 1889; de titel van zijn proefschrift luidt: Onderhouden trillingen van gespannen draden. Promotor daarbij was Prof. Haga, die intusschen Prof. Mees als hoogleeraar in de natuurkunde te Groningen was opgevolgd.

Het eerste gedeelte van dit proefschrift bevat een historisch kritisch overzicht van het betrokken gebied; in het tweede gedeelte wordt de beschrijving van een experimenteel onderzoek en een bespreking van de daarbij verkregen resultaten gegeven. Alle in dit tweede gedeelte behandelde proeven zijn genomen in het fysisch kabinet van het Koninklijk Instituut voor de Marine te Den Helder.

Het zwaartepunt van dit proefschrift ligt wel in het experimenteele gedeelte ervan, waaruit zoo duidelijk de persoonlijkheid van Oosting spreekt. Geheel zelfstandig, steeds gebruik makende van de eenvoudigste hulpmiddelen, zijn deze proeven ingericht, tevens zoodanig, dat het antwoord op de gestelde vragen volkomen duidelijk en ondubbelzinnig er door gegeven wordt.

Oosting heeft er een voorbeeld van gegeven, allereerst met zijn dissertatie, dat het mogelijk is om bij een drukken onderwijs-werkkring en verstoken van de hulpmiddelen van een universiteits-laboratorium, deugdelijk wetenschappelijk werk te verrichten. Reeds daardoor heeft hij toenmaals de aandacht op zich gevestigd.

Het gebied van de trillingen heeft voor hem steeds groote aantrekkelijkheid behouden. In 1895 verschenen in de verslagen van de Kon. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam twee verhandelingen van zijn hand; de eerste onder den titel: Phaseverschillen bij gedwongen transversale en longitudinale trillingen van gespannen caoutchouc draden, de tweede: Stroboscopisch onderzoek en intermitterende photographie bij gedwongen trillingen van gespannen draden.

Daarna heeft hij nog verschillende publicaties over deze en daarmee verwante onderwerpen het licht doen zien. Een samenvattend artikel over zijn onderzoekingen over onderhouden trillingen van gespannen draden werd door Oosting geschreven in *Physica*, 6e jaargang, blz. 339, 1926. Wij kunnen daarnaar verwijzen; beter dan wij het hier zouden kunnen uiteenzetten, getuigt die verhandeling en de daarin gegeven afbeeldingen van de experimentale bewaamheden van Oosting, het vernuft, waarmee hij de proeven wist in te richten en de resultaten ervan, b.v. door „intermitterende photographie”, zooals hij het heeft genoemd, wist vast te leggen.

Oosting heeft ook veel zorg besteed aan de voorbereiding van zijn onderwijs, en vooral aan de daarbij gegeven demonstraties. In latere jaren heeft hij in het Marine-Instituut een nieuw fysisch kabinet tot zijn beschikking gekregen, dat hij geheel naar eigen inzichten heeft kunnen inrichten. Wanneer men hem daar bezocht, en van hem zelf nog eenige toelichting er bij ontving, dan werd men getroffen door den geest van orde, netheid en nauwgezetheid, die sprak uit de localiteiten en uit het instrumentarium. Alles was tot in de laatste details wel overwogen en af.

In aansluiting aan het door hem gegeven onderwijs schreef hij ook een *Analytische Meetkunde van het platte vlak*, waarvan in 1907 de derde druk verscheen. Verder een *Inleiding tot de technische Thermodynamica* (1909), en een overzicht der in de natuurkunde en in de electrotechniek gebruikelijke eenheden (2e druk in 1907).

Doch de meeste publicaties, die van zijn hand het licht zagen, betroffen de inrichting van demonstratie-proeven, welke voor het meerendeel op de toepassing van de trillingsleer betrekking hadden. In het Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht verschenen 21 geschriften van zijn hand. In het bijzonder is van deze te vermelden: Demonstrationsapparate für Schwingungen von Systemen mit zwei Freiheitsgraden und Theorie derselben, afgedrukt in Bd. 28 en 29 van genoemd tijdschrift, in drie vervolgartikelen. Hierin worden ook beschreven en theoretisch toegelicht de door hem reeds vroeger ontworpen, vernuftige, toestelletjes ter verkrijging van de figuren van Lissajous, benevens eenige nieuwere hulpmiddelen, dienende voor proeven over gekoppelde systemen.

In Den Helder verrichtte hij buiten zijn onderwijs aan het Instituut nog veel nuttig werk door het geven van cursussen over verschillende onderwerpen voor machinisten van de Marine. Ook als adviseur voor physische quaesties werd O o s t i n g daar zeer op prijs gesteld. Deze waardeering is ook gebleken door zijn benoeming tot ridder in de orde van den Nederlandschen Leeuw.

Verschillende voordrachten werden door O o s t i n g gehouden, zoo b.v. voor de Maatschappij „Diligentia” in Den Haag, voor de Electrotechnische Studentenvereniging te Delft, voor het Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres, voor het Natuurkundig Gezelschap in Den Helder. Bij deze voordrachten werd steeds weer de uiterste zorg besteed aan de demonstraties.

Van 1911 tot 1928 heeft O o s t i n g als deskundige van buiten de T. H. regelmatig deelgenomen aan het afnemen der propaedeutische examens aan de Technische Hoogeschool te Delft.

Na zijn aftreden als leeraar aan het Marine-Instituut vestigde hij zich ter woon in Den Haag. Al spoedig daarna trad hij in relatie met de firma P. M. T a m s o n te dier stede, fabrikant van natuurkundige instrumenten. Hierdoor verkreeg hij de gelegenheid om zich ook nu nog te kunnen geven aan het werk, dat steeds voor hem een bijzondere aantrekkelijkheid had bezeten, nl. het in elkaar zetten van demonstratieproeven. Zoo werd door hem ontworpen en door de firma T a m s o n uitgevoerd, allereerst de bovengenoemde reeds lang bekende en zoo algemeen verspreide toestellen ter demonstratie van transversale en longitudinale staande golven op gespannen caoutchouc draden, ook met stroboskopische beschouwing, en van toestellen voor de figuren van L i s s a j o u s en de

gekoppelde stelsels. Verder een volledig instrumentarium voor proeven over inductiestroomen, voor proeven over het magnetische veld, over elektrische trillingen en de grondslagen der radiotelegraphie, voor proeven met de kathodestralenbuis, enz.

Deze instrumentaria, die nu in vele natuurkundige kabinetten in Nederland en in O. Indië aanwezig zijn, zullen zijn naam nog lang in eere doen blijven. Hoe eenvoudig ziet dat alles eruit, maar hoe doordacht en in al het wezenlijke volmaakt is het; hoe geschikt in zijn logischen opbouw ter inwijding in een of ander onderwerp. Voor ieder ervan schreef hij een toelichting, die aan duidelijkheid niet te wenschen overlaat.

Een treffende bijzonderheid is, dat schrijver dezes op 1 Juli jl. nog het voorrecht had in de toonzalen van de firma T a m s o n door O o s t i n g zelf te worden rondgeleid, waarbij hij een groot deel van zijn toestellen in werking vertoonde. Hoewel Dr. O o s t i n g toen wel wat vermoeid scheen, wijdde hij zich gedurende eenige uren onafgebroken aan de demonstratie der verschillende fraaie proeven en aan de beschrijving van vele bijzonderheden.

Dit was zijn laatste werkzaamheid buitenshuis; den volgenden ochtend vroeg is hij overleden.

O o s t i n g was een man van karakter, een Groninger van den ouden stempel. Hij duldde geen halfheid, eischte soms veel van anderen, maar steeds nog meer van zichzelf. Gaf deze eigenschap ook wel eens aanleiding tot conflicten, voor wie hem kenden, kwam de uitmuntende kern onder den wat harden bolster spoedig te voorschijn.

Hij heeft het voorrecht gehad veel en tot het laatst toe te mogen werken, en door zijn arbeid te mogen bijdragen tot de ontwikkeling der natuurkundige wetenschap, die hem zoo na aan het hart lag.

M. DE HAAS.

PROEVEN MET EEN EENVOUDIGEN PHYSISCHEN SLINGER EN EEN VRAAGSTUK DAAROVER

door H. J. OOSTING †

Résumé.

Quelques expériences sur le changement de la période d'un pendule en forme de tige lorsqu'une masse additionnelle est placée en différents points de la tige; et la théorie de ce problème.

Dat bij een homogene staaf, die overal dezelfde doorsnede heeft en die onder de werking der zwaartekracht om een harer uiteinden kan slingeren, het slingerpunt op $\frac{2}{3}$ van de lengte ligt, gerekend van het ophangpunt af, is te controleeren met een draadslinger, die dan als een enkelvoudige slinger beschouwd wordt. Beter is m. i. de navolgende wijze. Men neemt als staaf een metaal-draad, b.v. voetstaal 3 mm dik, waarvan het eene eind gesoldeerd wordt aan een dun stalen asje, loodrecht op de staaf, dat horizontaal tusschen een vork met asblokjes geplaatst wordt. Een gewichtje, dat bij de hierna volgende proeven als een stoffelijk punt beschouwd wordt, kan op de staaf worden geklemd. Men meet eerst den slingertijd van de staaf alleen en daarna den slingertijd van de staaf nadat het gewichtje met zijn middelpunt op $\frac{2}{3}$ van de lengte erop is geklemd. De slingertijd moet in deze twee gevallen even groot zijn. Ook krijgt men nagenoeg dezelfde waarde voor den slingertijd, wanneer het gewichtje zoo hoog mogelijk, dus tegen het asje aan wordt geplaatst. Feitelijk is de laatste waarde iets kleiner dan de andere. Plaatst men het gewicht lager dan het slingerpunt dan vindt men een grootere waarde voor den slingertijd. De vraag doet zich voor: hoe verandert de slingertijd als het gewichtje verplaatst wordt van het ophangpunt naar het slingerpunt? Om dit na te gaan, kan men het gewichtje achtereenvolgens op verschillende afstanden van de as plaatsen, steeds den slingertijd meten en een graphische voorstelling maken van den slingertijd als functie van

den afstand tot de ophangas. Men vindt, dat de slingertijd voor een bepaalden stand van het gewichtje een minimumwaarde heeft.

Theoretisch is de vraag gemakkelijk op te lossen. Zij van de staaf de massa m gram, de lengte l cm, van het gewichtje de massa m' gram en zijn afstand tot de as r cm, dan is het traagheidsmoment van de staaf ten opzichte van de as $\frac{1}{3}ml^2$ en dat van het gewichtje $m'r^2$. De slingertijd van het geheel is

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{3}ml^2 + m'r^2}{\frac{1}{2}mgl + m'gr}}, \quad (1)$$

of als $m/m' = p$ wordt gesteld

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{3}pl^2 + r^2}{g(\frac{1}{2}pl + r)}}. \quad (2)$$

Voor de waarde van r , die een minimumwaarde voor T geeft, is $dT/dr = 0$, of ook, als wij

$$\frac{\frac{1}{3}pl^2 + r^2}{\frac{1}{2}pl + r} = y \text{ stellen, } dy/dr = 0.$$

Zij r_m de gezochte waarde van r , dan vinden wij

$$2(\frac{1}{2}pl + r_m)r_m = \frac{1}{3}pl^2 + r_m^2$$

$$\text{of } r_m^2 + plr_m - \frac{1}{3}pl^2 = 0, \quad (3)$$

waaruit volgt:

$$r_m = -\frac{1}{2}pl \pm \frac{1}{2}l\sqrt{p^2 + \frac{4}{3}p},$$

van welke wortels te nemen is

$$r_m = \frac{1}{2}l(\sqrt{p^2 + \frac{4}{3}p} - p). \quad (4)$$

Door deze waarde van r te stellen in (1) krijgen wij voor de minimumwaarde van den slingertijd:

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}(\sqrt{p^2 + \frac{4}{3}p} - p)}, \quad (5)$$

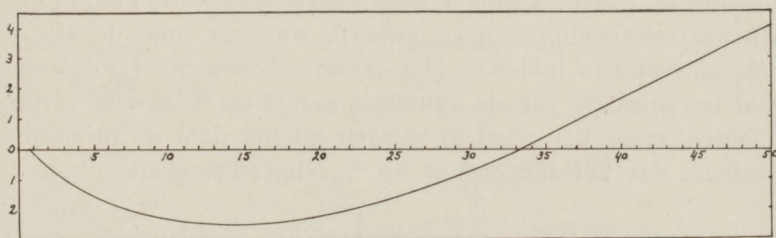
$$\text{of } T_m = 2\pi \sqrt{\frac{2r_m}{g}}. \quad (6)$$

De kleinste waarde van den slingertijd is dus gelijk aan den slingertijd van een enkelvoudigen slinger met de lengte $2r_m$. Voor eenige proeven heb ik een 3 mm dikken staaldraad ge-

nomen, lengte 50,1 cm, massa 27,51 gram, en een cilindrisch gewicht van 14,99 gram met een middellijn van 1,25 cm, dat met zijn as loodrecht op de staaf geklemd kan worden. Bij de opgave van de plaats van het gewicht op de staaf is gerekend de afstand van de as van het gewicht tot de as waarom de slinger slingert. De slingertijd is gemeten met een gewoon stophorloge met een verdeling in 5e delen van een seconde. Bij elke proef is minstens tweemaal de duur van 30 geheele slingeringen bepaald.

r in cm	30 T in sec	r in cm	30 T in sec
0,8	34,65	27,0	33,65
2,0	34,25	29,5	34,1
4,5	33,55	32,0	34,6
7,0	32,95	33,4	34,9
9,5	32,7	34,5	35,3
12,0	32,45	37,0	35,85
14,5	32,4	39,5	36,4
17,0	32,5	42,0	37,1
19,5	32,6	44,5	37,6
22,0	32,9	47,0	38,4
24,5	33,3	49,5	38,9

Slingertijden bij verschillende standen van het gewicht op de staaf.



In de graphische voorstelling zijn de abscissen evenredig genomen met r en de ordinaten evenredig met $30 T - 34,9$, zoodat de laatste aangeven de verandering van den slingertijd door het gewicht.

Gevonden is:
 slinger onbelast: 30 geheele slingeringen 35,0 sec, $T = 1,17$ sec.
 Gewicht op $\frac{2}{3}$ van de lengte: 30 geheele slingeringen 34,9 sec.
 $T = 1,16$ sec.

De formule

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}} \text{ geeft } T = 1,159 \text{ sec.}$$

Bij de proeven is voor de kleinste waarde van den slingertijd gevonden:

$$30 T_m = 32,4 \text{ sec, dus } T_m = 1,08 \text{ sec.}$$

De afstand van het gewicht tot de as is daarbij volgens de proeven ongeveer $r_m = 14,5$ cm.

Wij hebben bij de proeven:

$$\rho = \frac{27,51}{14,99} = 1,835.$$

Met deze waarde van ρ en $l = 50,1$ cm krijgen wij uit formule (5) $T_m = 1,078$, in zeer goede overeenstemming met de door de proeven gevonden waarde.

De formule (4) geeft: $r_m = 14,43$ cm.

Wanneer men bij het onderwijs het traagheidsmoment van een lichaam ten opzichte van een as en de formule voor den slingertijd van een samengestelden slinger behandelt, lijken mij de beschreven proeven zeer geschikt als leerlingproeven. En ook is de wiskundige afleiding m. i. wel daarbij te behandelen voor leerlingen, die geen differentiaalrekening hebben geleerd, wanneer men de afleiding eenigszins anders inkleedt. Het traagheidsmoment $\frac{1}{3} ml^2$ van de staaf ten opzichte van de ophangas is niet op de gewone wijze af te leiden, maar kan afgeleid worden uit het door de proeven gevondene, dat het slingerpunt op $\frac{2}{3}l$ ligt. Dit geeft

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}}.$$

De uitdrukking voor den slingertijd van een physischen slinger met het traagheidsmoment I levert bij de staaf

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\frac{1}{2}mgl}}.$$

De gelijkstelling der twee uitdrukkingen geeft:

$$\frac{2}{3}l = \frac{I}{\frac{1}{2}ml}, \text{ waaruit } I = \frac{1}{3}ml^2.$$

De formules (1) en (2) kunnen dus opgesteld worden. Ook is terstond in te zien, dat voor de kleinst mogelijke waarde van T de functie

$$y = \frac{\frac{1}{3}pl^2 + r^2}{\frac{1}{2}pl + r}$$

een minimumwaarde moet hebben. Verder is met de resultaten der bovengenoemde proeven en de graphische voorstelling gemakkelijk uit te leggen, dat in de nabijheid van de minimumwaarde van T de waarde van T weinig verandert bij verandering van r en voor kleine verandering van r de waarde van T en dus ook die van y als constant beschouwd kan worden. (Bovendien komt hetzelfde te pas bij andere krommen, bv. de sinusoïde en bij andere onderwerpen, b.v. de verandering van de lengte van den dag in den loop van een jaar.)

Nu behoudt y dezelfde waarde, wanneer de teller en de noemer in dezelfde verhouding veranderen of wanneer de toenamen van teller en noemer zich verhouden als de teller en de noemer.

Neemt r toe met Δr , dan wordt de teller $\frac{1}{3}pl^2 + (r + \Delta r)^2$, de noemer $\frac{1}{2}pl + r + \Delta r$. De toename van den teller is dus

$$(r + \Delta r)^2 - r^2 = 2r \Delta r + \Delta r^2,$$

de toename van den noemer Δr , dus de verhouding dezer toenamen $2r + \Delta r$. Bij afname van Δr nadert dit tot $2r$. Voor de waarde r_m van r , die een minimumwaarde van y geeft, geldt dus

$$\frac{\frac{1}{3}pl^2 + r_m^2}{\frac{1}{2}pl + r_m} = 2r_m \text{ of } \frac{1}{3}pl^2 + r_m^2 = 2r_m (\frac{1}{2}pl + r),$$

wat hierboven gevonden is.

Nadat bovenstaand stukje gereed was, vond ik in Z. S. f. d. physik. u. chem. Unterr. **27**, 215, 1914: O. Michaelis, Schülerübungen mit einem einfachen physischen Pendel, waarin dergelijke proeven als de mijne zijn behandeld, echter zonder theorie. Waarschijnlijk is het vraagstuk reeds oud.

METINGEN VAN DI-ELECTRISCHE VERLIEZEN AAN RICINUSOLIE

door J. L. SNOEK

Summary.

According to the formulae which were given by Debye for the phenomena of anomalous dispersion and absorption in fluid di-electrics $tg \delta$ must be proportional to ω and T in the region of long wavelengths ($\omega T \ll 1$).

Measurements on castor-oil which provides a good means for testing the theory on accord of its small association gave a complete agreement of the experiment with the theory.

The wavelength was varied from 2000 to 200 m, while T (the viscosity) was varied by varying the temperature of the oil between 20° and 90° C, a slight correction for the change of the di-electric constant being needed.

De theorie van Debye geeft voor de afname van de di-electriciteitsconstante met toenemende frequentie, zooals deze het eerst door Druede werd gevonden aan water en aceton, een eenvoudige verklaring.

Men stelt zich voor, dat de moleculen van dergelijke vloeistoffen dragers zijn van permanente dipolen, welker instelling in het uitwendige veld (oriënteringspolarisatie) in de eerste plaats tegengewerkt wordt door de temperatuurbeweging.

Verder treden echter nog bij de draaiing wrijvingskrachten tusschen de moleculen op, die aan de instelling een zekere traagheid geven, welke zich bij hooge frequenties uit in een afname van de di-electriciteitsconstante (anomale dispersie).

Doordat de dipoolmoleculen in het veld achterblijven, treedt verder nog dissipatie van energie op (anomale absorptie), welke als di-electrische verliezen gemeten worden.

Voor de studie van anomale dispersie en absorptie biedt ricinusolie eenige belangrijke voordeelen. Door de groote inwendige wrijving ligt in de eerste plaats het frequentiegebied, waarin de absorptie meetbaar is, belangrijk gunstiger dan bij de meeste andere

vloeistoffen. Daarbij komt nog, dat in ricinusolie de moleculaire associatie vrij gering is. Dit laatste blijkt uit dipoolmetingen van den schrijver, die aantoonde, dat het dipoolmoment, zooals dit in verdunde oplossing gemeten wordt, slechts weinig verschilt met het moment, dat men uit de D. E. K. van de onverdunde vloeistof en de optische polarisatie berekent ($\mu = 3,5 \cdot 10^{-18}$ e.se). De theorie van Debye is dus op ricinusolie veel meer van toepassing dan bijv. op glycerine, die zooals dat bij alle alcoholen het geval is, sterk geassocieerd is.

Bij kamertemperatuur vormt het frequentiegebied, waarin wij gemeten hebben ($f = 10^4$ tot $2,5 \cdot 10^6$) nog de langgolvlige tak van het absorptiegebied. Hiervoor laat zich de formule van Debye in aanmerkelijk eenvoudiger vorm schrijven.

Volgens Debye¹⁾ wordt de grootte van den verlieshoek φ gegeven door:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0) x}{\varepsilon_1 + \varepsilon_0 x^2}.$$

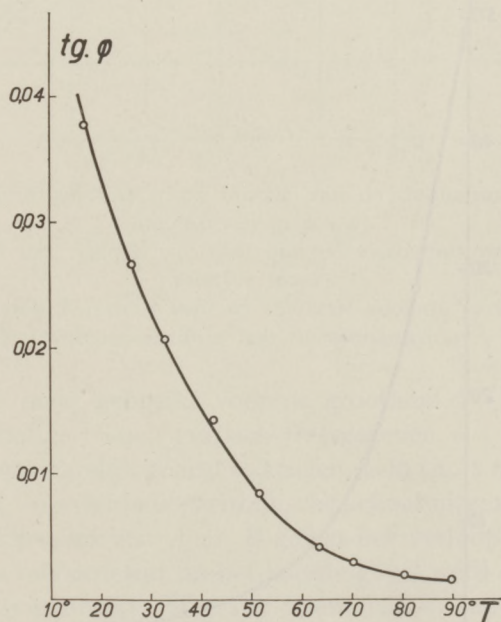


Fig. 1.

1) P. Debye, Polare Molekeln, S. Hirzel, Leipzig.

Hierin stellen ϵ_1 en ϵ_0 de di-electriciteitsconstante bij lage resp. hoge frequenties voor (meedraaiende resp. stilstaande dipolen), terwijl x wordt gegeven door:

$$x = \frac{\epsilon_1 + 2}{\epsilon_0 + 2} \omega T. \quad (\omega = 2\pi \text{ de frequentie,} \\ T = \text{relaxatietijd}).$$

Voor kleinere waarden van x ontstaat:

$$\text{tg } \varphi = c \omega T$$

Deze eenvoudige evenredigheid tusschen $\text{tg } \varphi$ aan de eene zijde, frequentie en relaxatietijd aan de andere zijde, blijft gehandhaafd ook voor het geval, dat in het molecuul dipooldragers met verschillende T -waarden aanwezig zijn, vooropgesteld, dat wij ons steeds in den langgolviden tak van het absorptiegebied bevinden.

Onze metingen hadden ten doel na te gaan, of een dergelijke een-

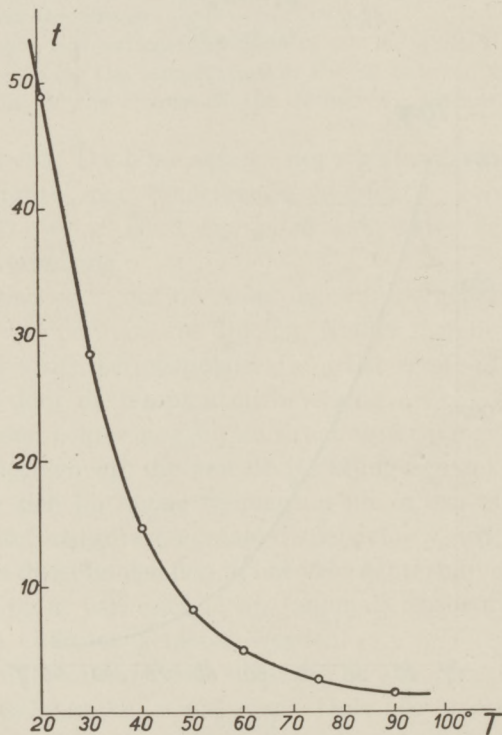


Fig. 2. t = uitstroomtijd uit den viscosimeter.

voudige evenredigheid inderdaad bij ricinusolie verwezenlijkt is. Daartoe werd $tg \varphi$ als functie van de frequentie gemeten, terwijl de relaxatietijd T gevarieerd werd door de temperatuur te verhoogen (tot 90°C). De verandering, die de D. E. K daarbij ondergaat, is klein tegen de enorme verandering van de viscositeit in dit gebied. Deze laatste werd met behulp van een normalen viscosimeter ge-

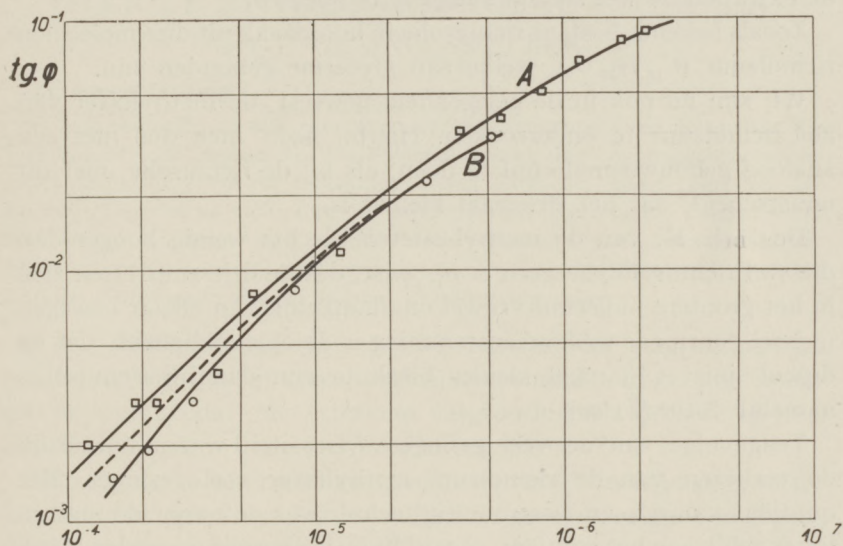


Fig. 3. Kurve *A* geeft $tg \varphi$ als functie van de frequentie (op de abscis aangegeven in sek^{-1}).

Kurve *B* geeft het verloop van $tg \varphi$ met de viscositeit weer (gemeten in relative maat).

De stippellijn stelt Kurve *B* voor na correctie voor de variatie van de dielectriciteitsconstante met de temperatuur.

meten en als maat gebruikt voor de grootheid T . De resultaten vindt men in fig. 1 en 2 grafisch weergegeven.

Om een overzichtelijk geheel te krijgen, is in fig. 3 $tg \varphi$ als functie van f en van t op dubbellogarithmische schaal uitgezet.

De getrokken kurven *A* en *B* geven het verloop van $tg \varphi$ met frequentie en relaxatietijd (in het laatste geval werd een golflengte van 190 meter gebruikt). Men ziet onmiddellijk, dat de beide kurven een analoog verloop hebben en verder, dat voor kleine waarden van x de kurve inderdaad tot een rechte onder een hoek van 45° met de as nadert. De stippellijn stelt kurve *B* voor, zoals deze

er gaat uitzien, nadat voor de verandering van de D. E. K. met de temperatuur een correctie is aangebracht. De overeenstemming der kurven wordt er door verbeterd.

Uit het bovenstaande blijkt wel, dat de mechanisch gemeten viscositeit inderdaad evenredig is met den insteltijd T der dipolen. Wij hebben dit zelfs kunnen bevestigen voor een geval, waarbij de extrapolatie wel zeer gewaagd is te noemen.

Zooals bekend, bestaat ricinusolie in hoofdzaak uit drie moleculen ricinolzuur ($C_{18}H_{34}O_3$), welke aan glycerine gebonden zijn.

Wij zijn nu ook in de gelegenheid geweest, de methylester van het ricinolzuur te onderzoeken. Hierbij heeft men dus met een analoog gebouwd molecuul te doen, als bij de ricinusolie, met dit onderscheid, dat het driemaal kleiner is.

De D. E. K. van de methyl-ester is slechts weinig hoger dan die van ricinusolie, hetgeen er op wijst, dat de drie zuurresten zich in het grootere molecuul vrijwel onafhankelijk van elkaar bewegen (geheel daarmede in overeenstemming is de omstandigheid, dat de dipool juist $\sqrt{3}$ maal kleiner bleek te zijn dan bij ricinusolie, namelijk $2 \cdot 10^{-18}$ e.se).

Tengevolge van de veel geringere viscositeit waren natuurlijk de verliezen van de ricinolzure methylester veel geringer. Het quotiënt van $tg \varphi$ en uitstroomtijd echter was ook voor de methylester gelijk aan het quotiënt, zooals dit bij ricinusolie gevonden werd.

In di-electrisch opzicht gedraagt ricinusolie zich volkomen analoog aan de methylester van ricinolzuur, wanneer deze met een abnormaal hooge inwendige wrijving gedacht wordt.

Veel dank ben ik verschuldigd aan Ir. Weyers, die de metingen van $tg \varphi$ als functie van de frequentie uitvoerde.

Eindhoven, 21 Maart 1932.

Natuurkundig Laboratorium der
N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken,
Eindhoven-Holland.

OVER DE ZICHTBAARHEID VAN STERREN

door J. TH. GROOSMULLER

Zusammenfassung.

Bekanntlich neemt met zunehmender Vergrößerung eines Fernrohrs die Sichtbaarheid der Sterren zu. Im Folgenden wird eine beugungstheoretische Betrachtung gegeben zur Erklärung dieser Tatsache. Diese führt zu der Formel (15), welche nicht nur die experimentell feststehende Zunahme der Sichtbarkeit erklären kann, sondern auch vorhersagt, dass bei sehr starker Vergrößerung wieder eine Abnahme eintreten soll. In den Tabellen I, II en III sind die Konstanten aus der Formel 15 näher angegeben.

§ 1. Zooals bekend is, treedt bij toename der vergrooting van een kijker een min of meer duidelijke toename van de grensmagnitude op, zoodat met sterkere vergrootingen zwakkere sterren zichtbaar worden. Dit effect bereikt een grens.

Bij zeer sterke vergrootingen treedt een verdere winst aan grootte-
klassen niet meer op; eerder schijnt de grensmagnitude in tegen-
gesteldem zin te veranderen.

Dit verschijnsel is wel eenigermate bestudeerd, zoowel theoretisch ¹⁾ als experimenteel ²⁾. De theorieën, welke gegeven zijn, kunnen van fysisch standpunt beschouwd niet in alle opzichten bevredigen, terwijl ook het vrij spaarzame experimenteele materiaal niet in staat stelt vaststaande gevolgtrekkingen te maken ³⁾. Het komt mij dus van belang voor hierover een nadere beschouwing te leveren.

§ 2. De zichtbaarheid van een ster hangt af van verschillende grootheden, te weten:

- a. de lichtstroom, die op bepaalde netvlieselementen komt.
- b. de lichtstroom afkomstig van den hemelachtergrond.

1) A. Küh1, Astr. Nachr. Bd. 190 & 191; Sirius 1918; Seeliger Festschrift 1924; A. M. Pannenburg, Hemel en Dampkring 30, bld. 151, 1932.

2) Parkhurst, Researches in Stellar Photometry 1906; F. Goos, Astr. Nachr. Bd. 202.

3) In Hemel en Dampkring 30, bld. 73, 1932, heb ik een elementaire verklaring gegeven benevens een aansporing gedaan om het verschijnsel experimenteel te onderzoeken.

c. de geaardheid van het oog.

d. de reflecties, absorptie in den kijker en de fouten in de beeldvorming.

We zullen deze grootheden, met uitzondering van d , achtereenvolgens beschouwen.

Wat de lichtstroom, van een ster afkomstig, betreft, hierbij moeten we de buiging in rekening brengen; we moeten dus nagaan de hoeveelheid licht dat op een bepaald, voor eerst nog willekeurig gekozen, netvlieselement valt.

Daar het hier gaat om lichtzwakke sterren, behoeven we slechts één element te beschouwen, en wel datgene, waarop het hoofdmaximum van de buigingsfiguur valt.

Voor een ster, waarvan het hoofdmaximum valt op de kijkeras (dus in het hoofdbrandpunt) kan de lichtstroom komende op een cirkelvormig vlakje met straal σ_0 met het hoofdmaximum in het midden hiervan berekend worden uit:

$$\Phi_s = 2\pi E_0 \rho^2 \int_0^{z_0} \frac{dz}{z} \cdot I_1^2(z) \quad (1)$$

Hierin is ρ de straal van het objectief, E_0 de invallende helderheid, $I_1(z)$ een Bessel'sche functie, terwijl:

$$z_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\rho \sigma_0}{f} \quad (2)$$

is, waarbij λ de golflengte en f de brandpuntsafstand van het objectief is.

Voeren we de integratie uit, dan komt er:

$$\Phi_s = \pi E_0 \rho^2 [1 - I_0^2(z_0) - I_1^2(z_0)] \quad (3)$$

Deze formule geldt ook voor het oog, als ρ en f de overeenkomstige grootheden voor het oog voorstellen.

Het vlakje $\pi \sigma_0^2$ in het brandvlak wordt afgebeeld op het netvlies en heeft daar de grootte $\pi \sigma^2$, waarbij:

$$\sigma_0 = \frac{f_1}{f_0} \sigma \quad (4)$$

1) Zie bv. Handbuch der Physik, Bd. XXI, bld. 939 e.v.

(f_1 = brandpuntsafstand van het oculair, f_0 = brandpuntsafstand van het oog).

Vergelijken we nu de lichtstroomen op even groote netvlies-elementen zonder en met kijker, dan geldt:

$$\Phi_{s,o} = \pi E_0 \rho_0^2 [1 - I_0^2(z_0) - I_1^2(z_0)], \text{ met } z_0 = \frac{2\pi \rho_0 \sigma}{\lambda f_0} \quad (3a)$$

$$\Phi_{s,k} = \pi E_0 \rho^2 [1 - I_0^2(z'_0) - I_1^2(z'_0)], \text{ met } z'_0 = \frac{2\pi \rho \sigma_0}{\lambda f} = \frac{2\pi \rho \sigma f_1}{\lambda f_0 f} = z_0 : \rho^{-1} \quad (3b)$$

We moeten nu nog de achtergrondhelderheid beschouwen.

Stellen we de invallende helderheid per eenheid van ruimtehoek H_0 , dan komt in een kegel met ruimtehoek $d\omega$ dus $H_0 d\omega$. Stellen we verder den hoek van dien bundel (de kegelas dus) met de kijkeras α , dan volgt voor de helderheid op die as (in het hoofdbrandpunt):

$$dH = \frac{\rho^2}{\sigma^2} H_0 I_1^2(z) d\omega \quad (5)$$

Hierin is:

$$z = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\rho \sigma}{f} \text{ als } \alpha = \sigma : f$$

Voor alle kegels waarvoor α constant is kan de sommeering uitgevoerd worden.

De oppervlakken in het brandvlak getroffen door die kegels zijn: $dO = f^2 d\omega$.

Voor den geheelen ring wordt dus $\Sigma dO = 2\pi \sigma d\sigma$, dus:

$$dH = \frac{\rho^2}{\sigma^2} H_0 I_1^2(z) \cdot \frac{1}{f^2} \Sigma dO = 2\pi H_0 \frac{\rho^2}{f^2} \cdot \frac{I_1^2(z)}{z} dz.$$

Dit is nu weer te sommeeren over alle ringen, zoodat we vinden:

$$H = 2\pi H_0 \frac{\rho^2}{f^2} \int_0^\infty \frac{I_1^2(z)}{z} dz = \pi H_0 \frac{\rho^2}{f^2}.$$

Wat de lichtstroom betreft, welke een vlakje $d\Omega_0$ in het brandvlak passeert, kunnen we schrijven:

1) De vergrooting van den kijker is $f : f_1 = \rho : \rho_1$ (waarbij ρ_1 de uittreepupil is). We kunnen dus schrijven: $z'_0 = z_0 \rho_1 : \rho_0$ en dus als $\rho = \rho_0 : \rho_1$ gesteld wordt: $z'_0 = z_0 : \rho$. Deze grootte (ρ) heeft nog een eenvoudige beteekenis; wanneer de uittreepupil (ρ_1) gelijk is aan de oogpupil (ρ_0) dan spreekt men van *normale* vergrooting ($V_0 = \rho : \rho_0$); een andere vergrooting is $V = \rho : \rho_1$; ρ is dus de verhouding tusschen de gebruikte vergrooting en de normale.

$$\Phi_a = \pi H_0 \frac{p^2}{f^2} d\Omega_0 \quad (6)$$

Dit vlakje wordt nu weer afgebeeld op een netvlieselement $d\Omega$, zoodat we weer zonder en met kijker vinden:

$$\Phi_{a, o} = \frac{\pi H_0}{f_0^2} p_0^2 d\Omega \quad (6a)$$

$$\Phi_{a, k} = \frac{\pi H_0}{f_0^2} p_1^2 d\Omega \quad (6b)$$

§ 3. Het is nu noodig iets betreffende de gaardheid van het oog voor zwakke intensiteiten te vermelden. Het is duidelijk, dat ook bij afwezigheid van een merkbaaren hemelachtergrond Φ_s een zekere drempelwaarde moet overschrijden wil de indruk merkbaar zijn. Wordt echter ook van den hemelachtergrond een merkbaaren invloed ontvangen, dan moet de intensiteit van de ster afkomstig die van den hemelachtergrond met een bepaald bedrag overtreffen.

Voor intensiteiten, welke ver boven de drempelwaarde liggen, kan men gebruik maken van de in de physica gebruikte definitie van de „zichtbaarheid”.

Eén element ontvangt een lichtstroom $\Phi_a + \Phi_s$, de anderen Φ_a . De physische definitie luidt nu:

$$\Delta = \frac{(\Phi_a + \Phi_s) - \Phi_a}{(\Phi_a + \Phi_s) + \Phi_a} \quad (7)$$

Hierbij moet Δ een bepaalde minimum waarde hebben (Δ_g). We kunnen nu (7) vervormen tot:

$$\Phi_s = \frac{2 \Delta_g}{1 - \Delta_g} \cdot \Phi_a = \beta \Phi_a \quad (7')$$

Deze formule kan echter niet juist zijn, wanneer Φ_a beneden de drempelwaarde komt te liggen of nul is. Het is dan ook noodig (7') uit te breiden tot:

1) Voor de hierbij gebruikte formules kan verwezen worden naar: Handbuch der Physik, Bd. XXI, bld. 933. Daar de buiging in het eindresultaat wegvalt (zooals te begrijpen is) had hier een eenvoudiger beschouwing gegeven kunnen worden.

$$\Phi_s = \alpha + \beta \Phi_a \quad 1) \quad (8)$$

Door middel van deze formule kan dus het verband tusschen sterhelderheid en achtergrondhelderheid worden aangegeven, zoolwel voor het ongewapend oog als voor een kijker.

$$\text{Oog:} \quad \pi E_g p_0^2 [1 - I_0^2(z_0) - I_1^2(z_0)] = \alpha + \beta \frac{\pi H_0 p_0^2 d\Omega}{f_0^2} \quad (9a)$$

$$\text{Kijker:} \quad \pi E'_g p^2 [1 - I_0^2(z'_0) - I_1^2(z'_0)] = \alpha + \beta \frac{\pi H_0 p^2 d\Omega}{f_0^2} \quad (9b)$$

Wanneer we nog $\{1 - I_0^2(z) - I_1^2(z)\} : z^2 = A(z)$ stellen en bedenken, dat $z'_0 = z_0 p_1 : p_0 = z_0 : \varrho$ is, kunnen we schrijven:

$$\pi E_g p_0^2 A(z_0) = \frac{\alpha}{z_0^2} + \beta \frac{\pi H_0 p_0^2 d\Omega}{f_0^2 z_0^2} \quad (10a)$$

$$\pi E'_g p^2 A(z_0 : \varrho) = \frac{\alpha \varrho^2}{z_0^2} + \beta \frac{\pi H_0 p^2 d\Omega}{f_0^2 z_0^2} \quad (10b)$$

Voeren we voor de constante factor: $\beta \pi p_0^2 d\Omega : f_0^2 z_0^2$ nog de letter γ in, dan volgt:

$$\pi E_g p_0^2 A(z_0) = \alpha_0 + \gamma H_0 \quad (11a)$$

$$\pi E'_g p^2 A(z_0 : \varrho) = \alpha_0 \varrho^2 + \gamma H_0 \quad (11b)$$

waarin $\alpha_0 = \alpha : z_0^2$.

§ 4. Uit de formule (11) kan de vergelijking tusschen de grenszichtbaarheid bij oog en kijker gemaakt worden.

We beschouwen eerst de normale vergrooting ($\varrho = 1$). We leiden, daar nu de rechterleden van (11) gelijk zijn, af:

$$E'_g : E_g = p_0^2 : p^2. \quad (12)$$

Voeren we magnituden in volgens:

$$E = C \cdot 2.512^{-m} \quad (13)$$

dan komt er:

$$m'_g - m_g = 5 (\log p - \log p_0) \quad (12')$$

1) Ik heb deze uitbreiding ontleend aan de onderzoekingen van K ü h l (l.c.); de juistheid van deze generaliseering vond ik bevestigd in het artikel van P a n n e n b o r g (l.c.) als een bijzonder geval van „psychische remming”, zooals onderzocht is door H e y m a n s (Gesammelte kleinere Schriften II, bld. 126 e.v.). De onderzoekingen van K ü h l en P a n n e n b o r g zijn dus in dit opzicht equivalent.

Bij vergrotingen waarvoor $\varrho > 1$ ¹⁾ zal een verandering van E_g' optreden, daar het rechterlid nu ook van ϱ afhangt.

Uit (11b) volgt resp. voor $\varrho = 1$ en $\varrho > 1$, als we de sterhelderheden nu resp. E_n en E_g noemen:

$$\left. \begin{aligned} \pi E_n \rho^2 A(z_0) &= \alpha_0 + \gamma H_0 \\ \pi E_g \rho^2 A(z_0 : \varrho) &= \alpha_0 \varrho^2 + \gamma H_0 \end{aligned} \right\} (14)$$

Uit de tweede vergelijking van (14) kan nog de grens afgeleid worden voor zeer sterke vergroting $\lim \varrho = \infty$.

In dat geval geldt, daar $\lim_{\rho=\infty} A(z_0 : \varrho) = 1/4$:

$$E_\infty = \infty.$$

Dit resultaat is niet te verwonderen, immers bij zeer sterke vergroting heeft het buigingsschijfje een groote uitgebreidheid, zoodat één netvlieselement practisch niets meer ontvangt.

Uit (14) kunnen we nu met behulp van (13) een algemeene formule afleiden voor de winst aan grootteklassen, n. m.

$$m_g - m_n = 2^{1/2} [\log A(z_0 : \varrho) - \log A(z_0)] + 2^{1/2} \log \frac{1 + \frac{\varepsilon}{H_0}}{1 + \frac{\varepsilon}{H_0} \cdot \varrho^2} \quad (15)$$

Het is nu noodig de invloed der beide termen na te gaan; hiertoe zullen we eerst de functie $A(z)$ dienen te bestudeeren. Deze blijkt uit de volgende tabel:

TABEL I.

z	$A(z)$	z	$A(z)$	z	$A(z)$	z	$A(z)$
0	0,250	1,8	0,169	3,6	0,065	5,4	0,030
0,2	0,250	2,0	0,154	3,8	0,058	5,6	0,028
0,4	0,245	2,2	0,140	4,0	0,052	5,8	0,027
0,6	0,239	2,4	0,127	4,2	0,048	6,0	0,025
0,8	0,231	2,6	0,114	4,4	0,044	6,2	0,024
1,0	0,221	2,8	0,102	4,6	0,040	6,4	0,022
1,2	0,209	3,0	0,091	4,8	0,037	6,6	0,021
1,4	0,196	3,2	0,081	5,0	0,034	6,8	0,020
1,6	0,183	3,4	0,072	5,2	0,032	7,0	0,019

1) Het geval $\rho < 1$ zal naderhand besproken worden.

2) Hierin is $\varepsilon = \alpha_0 : \gamma$.

Nu is in het eerste deel van form. (15) z_0 een parameter waarover nog vrijelijk beschikt kan worden. Wel hangt deze grootheid volgens de definitie af van de afmetingen van het oog, maar, doordat de oogpupil variabel is kan de grootheid niet precies worden aangegeven.

Uit de gegevens voor het oog vindt men (de oogpupil op 8 mm diameter gesteld):

$$z_0 = 3,84.$$

Dit is juist de waarde, waarbij het geheele hoofdmax. bij het ongewapend oog op een netvlieselement valt.

We zullen echter de functie:

$$\Delta m_1 = 2^{1/2} [\log A(z_0 : \varrho) - \log A(z_0)]$$

voor een aantal waarden van z_0 n. m. 5,0 ; 4,5 ; 4,0 ; 3,84 ; 3,5 ; 3,0 berekenen.

TABEL II.

$\rho = 1$	$\Delta m_1 = 0$	$\Delta m_1 = 0$	$\Delta m_1 = 0$	$\Delta m_1 = 0$	$\Delta m_1 = 0$	$\Delta m_1 = 0$
1,2	= 0 ^m ,27	= 0 ^m ,39	= 0 ^m ,39	= 0 ^m ,39	= 0 ^m ,36	= 0 ^m ,30
1,4	0,70	0,72	0,68	0,68	0,61	0,50
1,6	0,98	0,96	0,90	0,87	0,79	0,64
1,8	1,19	1,15	1,06	1,02	0,91	0,73
2,0	1,36	1,29	1,17	1,12	1,00	0,80
2,3	1,54	1,44	1,30	1,24	1,11	0,87
2,6	1,67	1,55	1,38	1,32	1,17	0,92
3,0	1,79	1,65	1,46	1,39	1,23	0,97
3,4	1,87	1,71	1,51	1,44	1,27	1,00
4	1,94	1,77	1,56	1,49	1,30	1,02
5	2,02	1,84	1,61	1,53	1,34	1,05
6	2,06	1,87	1,63	1,55	1,37	1,07
7	2,09	1,89	1,65	1,57	1,37	1,07
8	2,10	1,90	1,66	1,58	1,38	1,08
10	2,12	1,92	1,68	1,59	1,40	1,09
15	2,14	1,94	1,69	1,61	1,41	1,10
20	2,15	1,95	1,70	1,61	1,41	1,10
∞	2,15	1,95	1,70	1,61	1,41	1,10
	$z_0 = 5,0$	$z_0 = 4,5$	$z_0 = 4,0$	$z_0 = 3,84$	$z_0 = 3,5$	$z_0 = 3,0$

We zullen hieruit nog een aantal bijzonderheden kunnen afleiden.

In de eerste plaats blijkt bij toenemende ϱ een winst aan grootteklassen op te treden, welke sterk afhankelijk is van de waarde van z_0 .

De max. winst wordt practisch bereikt bij die waarde van ρ waarvoor de winst minder dan $0^m,05$ verschilt van de maximale ¹⁾.

We kunnen dus uit tabel II aflezen, dat de max. winst bereikt wordt bij:

$z_0 = 5$	$\rho_m = 8$	$z_0 = 3,84$	$\rho_m = 7$
4,5	8	3,5	6
4	7	3	5.

Hieruit volgt dat $z_0 : \rho_m$ constant is ($\pm 0,6$).

Dit laatste heeft nog een eenvoudige beteekenis als we vasthouden aan de betrekking, die er bestaat tusschen z_0 en ρ_0 .

Schrijven we n. m. $z_0 = a\rho_0$ ($a = \pm 0,96$) en bedenken we dat de grootte der uittreepupil in dit geval bepaald wordt door:

$$u = \frac{\rho_0}{\rho_m} = \frac{z_0}{\rho_m} : a,$$

dan blijkt dus, dat, *onafhankelijk van de grootte van de oogpupil*, de max. winst bereikt wordt bij een bepaalde vergrooting waarvoor de straal van de uittreepupil $u = 0,6 : a$ of ongeveer 0,6 mm bedraagt.

De vergrooting welke dus volgens deze beschouwing een maximale winst levert, is:

$$V_m = \rho : u = \frac{5}{3}\rho. \quad 2)$$

Hierbij mag nog wel eens vermeld worden, dat de grootte der max. winst *wel* afhankelijk is van de grootte der oogpupil; zooals tabel II leert:

$z_0 = 5,0$	$\Delta m_m = 2,1$	$z_0 = 3,84$	$\Delta m_m = 1,6$
4,5	1,9	3,5	1,4
4,0	1,7	3,0	1,1.

§ 5. Voor dat we nagaan hoe deze uitkomsten beïnvloed kunnen worden door de tweede term van form. (15) zullen we nog eenige nadere gevolgtrekkingen uit bovenstaande beschouwing maken.

1) Hierin zit wel eenige willekeur; bij visueele onderzoekingen is een bedrag van $0^m,05$ onmerkbaar. We noemen deze waarde van ρ , ρ_m .

2) Hierin staat ρ in mm (de straal van het objectief). Dus voor een opening van:
 $2\rho = 34$ mm $V_m = 28 \times 2\rho = 260$ mm $V_m = 217 \times$
 $2\rho = 120$ mm $V_m = 100 \times 2\rho = 914$ mm $V_m = 760 \times$

In de eerste plaats dient iets gezegd te worden over de winst aan grootteklassen bij vergrotingen kleiner dan de normale vergrooting ($\varrho < 1$).

In een dergelijk geval is de uitreepupil $>$ de oogpupil, wat natuurlijk geen zin heeft.

Men kan nu voor de berekening onderstellen, dat de intreepupil een zoodanige waarde heeft als overeenkomt met een uitreepupil = de oogpupil.

Voorbeeld: $p = 17$ mm. $V = 3 \times$; $p_0 = 4$ mm. De normale vergrooting is $17 : 4 = 4,25$. Bij $V = 3 \times$ is $u = 5,7$. Het oog laat slechts door een bundel met straal 4. De werkzame oogpupil is dus slechts $3 \times 4 = 12$ mm. (Overeenkomend met een middellijn van 24 mm).

In de tweede plaats kan men uit de waarnemingen controleeren of de factor 2,512, welke het verband legt tusschen helderheid en magnitude, juist is.

Hier — en dit geldt ook voor de redeneering toegepast bij $\varrho < 1$ — kan het onderzoek gedaan worden onafhankelijk van den invloed van den laatsten term van formule (15).

Het objectief wordt voorzien van diafragma's, zoo gekozen, dat bij gebruik van *verschillende* oculairen even groote uitreepupillen optreden (de waarden van ϱ zijn dus gelijk).

Uit (14b) volgt dan bij openingen p_1 resp. p_2 ¹⁾

$$E_1 : E_2 = p_2^3 : p_1^3$$

of als men schrijft:

$$E = C \cdot \varepsilon^{-m} :$$

$$(m_1 - m_2) \log \varepsilon = 2 (\log p_1 - \log p_2).$$

Door m_1 en m_2 te bepalen kan men dan ε berekenen.

Ten derde moet nog iets gezegd worden van de betrekking tusschen z_0 en p_0 .

Men kan natuurlijk, voor het geval de uitreepupil klein is, de grens bepalen; hieruit is echter nog niet zonder meer de maximale winst aan te geven, omdat men dan ook moet kennen de grens bij $\varrho = 1$, welke alleen te vinden is, wanneer p_0 bekend is.

Wanneer men weer diafragma's voor het objectief plaatst en

1) Dit zijn de stralen der diafragma's, dus der intreepupillen. Het gebruik van verschillende oculairen is alleen toegestaan bij gelijken bouw dier voorwerpen.

uit de vergrooting de waarden der uitreepupillen berekent, kan men het verband tusschen grensgrootte en uitreepupil vinden, welk verband nog niet met tabel II te vergelijken is.

Men dient dan bv. grafisch na te gaan met welke waarde van z_0 de experimenteele kromme het best overeenstemt.

We zullen over de wijze waarop dit onderzoek kan geschieden hier niet verder uitweiden. Het spreekt vanzelf, dat ook de tweede term van (15) hierbij van invloed zal kunnen zijn.

§ 6. We beschouwen nu:

$$\Delta m_2 = 2^{1/2} \log \frac{1 + \frac{\varepsilon}{H_0}}{1 + \frac{\varepsilon}{H_0} \cdot \varrho^2}.$$

Stellen we nog even $\varepsilon : H_0 = \varepsilon_0$ dan kan Δm_2 beschouwd worden als functie van ϱ met ε_0 als parameter.

Door differentiatie blijkt:

$$\frac{d \Delta m_2}{d\varrho} = -\frac{2^{1/2}}{\ln 10} \cdot \frac{2\varepsilon_0 \varrho}{1 + \varepsilon_0 \varrho^2} < 0.$$

Bij deze term is er dus steeds verlies aan grootteklassen.

We zullen voor verschillen de waarden van ε_0 de functie Δm_2 berekenen voor een aantal waarden van ϱ . (tabel III).

TABEL III.

	$\varepsilon_0 = 1$	$\varepsilon_0 = 0,1$	$\varepsilon_0 = 0,01$	$\varepsilon_0 = 0,001$	$\varepsilon_0 = 0,0001$
$\varrho = 1$	0	0	0	0	0
2	-0 ^m ,99	-0 ^m ,26	-0 ^m ,03	-0 ^m ,00	-0 ^m ,00
3	-1 ^m ,75	-0 ^m ,59	-0 ^m ,08	-0 ^m ,01	-0 ^m ,00
4	-2 ^m ,32	-0 ^m ,93	-0 ^m ,15	-0 ^m ,02	-0 ^m ,00
5	-2 ^m ,78	-1 ^m ,25	-0 ^m ,23	-0 ^m ,03	-0 ^m ,00
10	-4 ^m ,26	-2 ^m ,50	-0 ^m ,72	-0 ^m ,10	-0 ^m ,01
20	-5 ^m ,76	-3 ^m ,93	-1 ^m ,74	-0 ^m ,36	-0 ^m ,04
30	-6 ^m ,63	-4 ^m ,79	-2 ^m ,49	-0 ^m ,70	-0 ^m ,09

Combineeren we volgens $\Delta m = \Delta m_1 + \Delta m_2$ dan blijkt, wanneer we aan het experiment ontleenen dat bij toename der vergrooting tot $\varrho = 6$ een merkbare winst optreedt, dat (bv. als we $\varrho = 5$ beschouwen) $\varepsilon_0 = 1$ zeker uit te sluiten is. Nu schijnt ook vast te staan dat voor $5 < \varrho < 20$ de winst niet merkbaar

afneemt. Daar in dit interval Δm_1 practisch constant is, mag dus Δm_2 geen merkbare verandering ondergaan.

Hieruit schijnt te volgen, dat $\varepsilon_0 \leq 0,001$ moet zijn.

Men kan dus uit het experimenteele gedrag van de winst aan grootteklassen belangrijke gegevens verkrijgen over de waarden van de in formule (15) voorkomende constanten.

Een opmerking dient echter ten dien opzichte gemaakt worden. We hebben n. m. de waarde van z_0 gekozen in de buurt van die, welke uit de gegevens voor het oog berekend is. Hoewel men natuurlijk, wat betreft z_0 , ook empirisch te werk kan gaan, geloof ik toch dat het mogelijk zal zijn aan deze theoretische waarde van z_0 vast te houden (eventueel kan de waarde van z_0 iets veranderd worden door de grootte der oogpupil anders te kiezen).

§ 7. Het is nog noodig hierbij te wijzen op de punten van overeenkomst en verschil tusschen de hier gegeven beschouwing en die van anderen ¹⁾.

Bij deze laatsten komt ook wel de winst aan grootteklassen te voorschijn, en dus zullen zij bij geschikte keuze van de in de formules voorkomende constanten ook wel aan het experiment aansluiten; zij geven echter geen aanwijzingen dat bij zeer sterke vergrotingen de winst weer kleiner zal worden. Nu staat experimenteel over dit laatste zeer weinig vast. Volgens eigenschattingen is bij $\varrho < 30$ geen afname merkbaar; K ü h l vindt (echter niet altijd) een vrij sterke afname bij $\varrho > 10$, terwijl G o o s zelfs tot $\varrho = 50$ nog een toename blijft vinden.

Er is echter een andere kwestie, welke het mogelijk maakt het verschil tusschen de theorieën te toetsen.

Om dit duidelijk te maken gaan we nog eens uit van (14b), gemakshalve toegepast op $\varrho > 8$ (hierbij is $A(z_0 : \varrho)$ practisch gelijk 0,25), dus:

$${}^{1/4}\pi p^2 C \cdot 2,512^{-m} = \gamma H_0 (1 + \varepsilon_0 \varrho^2).$$

Verwaarloozen we, wat voor niet te groote waarden van ϱ wel geoorloofd zal zijn $\varepsilon_0 \varrho^2$ dan kunnen we dus uitgaan van:

$${}^{1/4}\pi p^2 C \cdot 2,512^{-m} = \gamma H_0. \quad (16)$$

Het is duidelijk dat H_0 van grooten invloed is op de grenswaarde m .

1) Zie bld. I, noot 1.

Bij grensschattingen in de schemering is m veel kleiner; stellen we het verschil 3^m (overeenkomend met een schemering als de zon 8° onder den horizon staat) dan volgt uit (16), als de achtergrond bij schemering H_0' heet:

$$H_0' = 16 H_0. \quad (16')$$

Evenwel blijft in (15) bij *verandering der vergrooting de winst aan grootteklassen volmaakt gelijk*.¹⁾

Vergelijken we dit met de formules van K ü h l en P a n n e n b o r g, welke, hoewel de theoretische grondslagen verschillend zijn, op den vorm:

$$m_g - m_n = 2^{1/2} \log \frac{1 + \beta H_0}{1 + \beta H_0 : \varrho^2} \quad (17)$$

gebracht kunnen worden. De winst is hier afhankelijk van βH_0 ; d. w. z. een verandering van H_0 heeft een grooten invloed op die winst.

Bij een max. winst onder normale omstandigheden van $1^m,6$ volgt uit (17) $\beta H_0 = 3,4$. Wanneer volgens (16') H_0 $16 \times$ zoo groot wordt volgt uit (17):

$$m_g - m_n = 4^m,3,$$

iets wat met het experiment in geen deele overeenstemt.

Zoo kan dus het experiment uitsluitel geven over de vraag of de hier geschetste theorie met de waarnemingen *wel* overeenstemt.

1) Als $\epsilon_0 \rho^2$ verwaarloosd wordt,

BOEKBESPREKING.

De Redactie wijdt zorg aan de keuze van deskundige recensenten. De verantwoordelijkheid voor het uitgesproken oordeel rust echter op den beoordeelaar.

J. H. van Vleck. The theory of electric and magnetic susceptibilities, 384 blz., 16 fig. — Clarendon Press. Oxford. 1932. Prijs 30 sh. net.

Een boek, zooals dit, dat op zichzelf staat en niet evengoed door een ander vervangen kan worden, verschijnt tegenwoordig niet ieder oogenblik. De origineele indruk, dien het boek maakt, is wel in de eerste plaats te danken aan het feit, dat *Van Vleck* zelf een der eerste autoriteiten op magnetisch gebied is en een zeer algemeenen kijk hierop heeft. Aan den anderen kant beheerscht hij echter ook weer zoo alle fijnere details, dat hij voortdurend de resultaten uit zijn algemeene theorie met de experimenteële gegevens weet te staven. Aan duidelijkheid laat dit boek niets te wenschen over, ofschoon sommigen misschien op het eerste gezicht door de matrisenrekening zullen worden afgeschrikt. Alle benodigde theorema's hiervan, waaronder de storingstheorie met toepassing op rotator en tolmodel, worden recht op het doel af bewezen (slechts het bestaan van de *Schrödinger* differentiaalvergelijking stelt de schrijver bekend). Alles wat een fundamenteele rol speelt wordt uitvoerig besproken, zooals *Maxwell's* macroscopische en *Lorentz'* microscopische veldtheorie, klassieke theorema's uit de mechanica, *Russell-Saunders* koppeling, spectroscopische nomenclatuur, enz. (*Dirac's* relativistische electrontheorie was niet noodig).

De schrijver heeft er naar gestreefd, waar het niet om de groote lijn in zijn theorie ging, zooveel mogelijk formules wel te vermelden, maar niet af te leiden. In vele opzichten is het dan ook een handboek geworden, waar de essentie van de zeer vele aangehaalde artikelen in vermeld wordt. Het boek zelf is rijk uitgevoerd en de stijl levendig en uiterst verzorgd.

Beginnende met de klassieke afleiding van de *Langevin* functie voor de susceptibiliteit van gassen als functie van de temperatuur (met inachtnaam van de kinetische energie en voor veel algemeener moleculen dan de haltermodellen) klimt de schrijver via de oude quantentheorie (die reeds een verbetering beteekende, gezien het klassieke theorema van *Mej. Van Leeuwen*) op tot zijn eigen nieuwe quantenmechanische theorie. De winst bij den laatsten stap is niet gering. De ruimtelijke quantiesering in de oude quantentheorie was een onding en leidde tot een discontinue suscept, daar bij een veldsterkte nul geen en bij een kleine veldsterkte plotseeling wel een voorkeursrichting bestond. Deze discontinuïteit treedt niet meer op wegens het quantenmechanische principe der spectroscopische stabiliteit geformuleerd door *Van Vleck* (die met vele anderen dan ook de realiteit van het *Glaser*-effect ontkent). Het beteekent, dat een sommatie over quantengetallen, die de quantenmechanische energie niet beïnvloeden, identiek is aan een klassieke ruimtelijke integratie.

In eerste benadering (d.w.z. afziend van verzadigingsinvloeden) geeft de nieuwe theorie voor de suscept: $\mu^2/3kT + a$, waarvan a van hoogfrequente matrixelementen afkomstig is en het analogon is van de klassieke Debye-correctie vanwege de polariseerbaarheid der atomen (tenminste in het elektrische geval); μ = elektrisch, eventueel magnetisch moment van een deeltje. Door het indeelen van de quantengetallen in die, welke de energie niet, weinig of sterk (t.o.z. van kT) beïnvloeden, kon Van Vleck deze Langevin-Debye formule vanuit een zeer algemeen standpunt bewijzen.

In atomen (die uiteraard geen elektrisch moment bezitten) speelt a de hoofdrol, doch is meest slechts bij benadering te vinden wegens onze onvolledige kennis der eigenfuncties der atomen. Benaderende eigenfuncties als die van Hylleraas bij He zijn echter voldoende. Bekende eigenfunctie als die van waterstofachtige atomen kunnen slechts indirect gebruikt worden (bij Rydberg-Ritz correcties voor polariseerbare atoomresten) of met afschermingsconstanten bij ingewikkelde atomen, wat men in de hoofdstukken over elektrische suscept. behandeld vindt. In de magnetische suscept. kan μ bij éénatomige gassen theoretisch uit de vectorgroottes L en S van de Russell-Saunders koppeling berekend worden en moeten de gevallen van multipletstructuur \ll of $\gg kT$ onderscheiden worden (moeilijk bij $\sim kT$, alleen hier speelt a dan weer mee, maar is dan veel gemakkelijker te bepalen dan in het elektrische geval). Daar éénatomige paramagnetische gassen niet bestaan, is toetsing alleen mogelijk bij die kristallen of oplossingen, waarin vrij draaibare paramagnetische ionen voorkomen. Deze vrije draaibaarheid is gegarandeerd als het paramagnetisme afkomstig is van onvolledige electronenschalen (bij volledige heffen de electronenspinnen elkaar op), die diep in het atoom verborgen liggen, als bij de zeldzame aarden. Hund verklaarde hier het paramagnetisme bij de aanname: multipletstructuur $\gg kT$. *Eu* en *Sm* weken ontzaggelijk af, doch pasten precies in Van Vleck's formule bij een multipletstructuur $\sim kT$ met inachtnaam van zijn a -constante.

Bij twee- en meeratomige gassen is de magn. μ ook weer theoretisch te berekenen. Men heeft slechts de laagfrequente matrixelementen op te zoeken, die afhangen van den bouw van het atoom (dwz. van de grootte der multipletstructuur en van het al of niet aanwezig zijn van een symmetrieas). Bevestiging der formules leveren de eenige paramagn. gassen: O_2 en NO . Dan volgt het paramagn. van zouten uit de ijzergroep, waar de ionen *niet* vrij draaibaar zijn, daar de onvolledige electronenschaal niet diep genoeg ligt. Door onderlinge beïnvloeding (de „quenching machinery” van Kramers en Van Vleck) wordt het totaaleffect der baanmomenten in de suscept. genihileerd, zoodat alleen de invloed van S overblijft. Wordt ook S aangetast, dan komt weer het belang van a te voorschijn.

Ook wordt het diamagnetisme tengevolge van de eindige uitgebreidheid der atomen behandeld.

De verzadigingsverschijnselen staan eenigszins verspreid in het werk. Het typische quantenmechanische verschil tusschen het electr. en het magn. geval (dat bij de oorspronkelijke Van Vlecksche theorie niet, doch in

Referent's uitbreiding ter omvatting der verzadiging wel aan het licht moest komen) wordt aangegeven en de resultaten voor de verschillende atoom- en molecuulsoorten vermeld o.a. ook de toen gevonden stelling, dat een Brioullin functie (optredend bij 't paramagnetisme van H atomen) het verschil van twee Langevin-functies was, wat o.a. bij de beroemde verzadigingskromme van Woltjer van belang bleek te zijn. De invloed van een magneetveld op de electr. suscept. wordt volgens klassieke formules (die m.i. wel in grootte-orde doch niet in vorm juist kunnen zijn) als voorloopig onwaarneembaar klein berekend. Het geheimzinnige ferromagnetisme (suscept = $C/(T + \Delta)$, Weiss) is voor een groot deel begrijpelijk geworden door Heisenberg's „Austauschkräfte", die op kleine afstanden werkzaam worden en bij de paramagn. zouten en -oplossingen dan ook nog niet optraden). Dit „begrijpelijk" was vroeger cum grano salis op te vatten, daar de oorspronkelijke theorie geheel groepentheoretisch geschreven was. Doch sedert Dirac die Austauschkräfte *formeel* als een potentiaal tusschen de electronenspinnen van naburige atomen wist op te vatten (*formeel*, want in wezen heeft hier het Pauli-principe de hand in het spel gehad) kon de ingewikkelde Heisenbergsche theorie met elementaire berekeningen benaderd worden en als een doorzichtige theorie in het boek worden opgenomen. Verfijningen werden nog door Bloch aangebracht, waardoor ook eenige andere kristalsoorten nog ferromagnetisch konden worden.

Interessant zijn verder beschouwingen over een zuiver electronengas volgens de Fermi-Dirac statistiek (Pauli's paramagn. tengevolge van de spinnen en Landau's diamagn. door aanwezigheid van de wanden van het vat). De elektrische suscept. (hier dielectr. constante) van een electronengas wordt terloops behandeld naar aanleiding van Kramer's dispersie-theorie voor gebonden electronen. In het geheel *niet* behandeld werd de dielectrische constante van een in ionen gesplitste oplossing (Debye-Falkenhagen) ofschoon hier zeer interessante relaxatieverschijnselen optreden. Relaxatieverschijnselen tengevolge van elektrische momenten werden wel behandeld, ofschoon kort, daar deze uitvoerig in Debye's boek over „Polare Molekelen" besproken staan en Van Vleck dupliceren wilde vermijden.

Gezien den interessanten inhoud zal een aanbeveling wel overbodig zijn!

K. F. N.

Richard Fleischer und *Horst Teichmann*. **Die lichtelektrische Zelle und ihre Herstellung**, Wissenschaftliche Forschungsberichte, Naturwissenschaftliche Reihe, Bd. 27, 175 blz., 200 fig. — Steinkopff. Dresden und Leipzig. 1932. Prijs R.M. 12, geb. R.M. 13.20.

Een prettig boekje, dat in hoofdzaak aandacht vraagt voor de constructie en de vervaardiging, alsmede voor de eigenschappen van photocellen. Natuurlijk is het grootste deel aan het uitwendige photoelectrische effect gewijd. Over de theorie wordt uit den aard der zaak in dit werkje weinig gezegd; men vindt er echter een schat van experimenteele gegevens, rijkelijk toegevoegd met duidelijke teekeningen en figuren (201 in getal) en vele tabellen (29). In hoofdzaak worden behandeld: de invloed van gasbelading bij alkalikatho-

des; vervaardigingsmethodes voor de alkalimetalen en de cellen; sensibilisatie en uitvoeringsvormen. Bij dit laatste punt is een ongeveer 20 pag. lange behandeling van photocellen, die in den handel verkrijgbaar zijn, gevoegd, welke natuurlijk gedeeltelijk reeds weer is verouderd. Behalve het uitwendige photoeffect zijn behandeld: het inwendige photoelectrische effect, het *Becquerel-effect*, het z.g. „Sperschichtphotoeffect” en het kristalphotoeffect.

De literatuur is goed verzorgd, al kloppen hier en daar de nummers niet. Het geheel maakt een frisschen indruk en kan belangstellenden warm worden aanbevolen.

DE B.

L. Hopf, **Die Relativitätstheorie**, 145 blz., 30 fig. Berlin, Julius Springer, 1931. — RM 4,80 geb.

Dit is deel XIV eener reeks „Verständliche Wissenschaft”. De schrijver behandelt na een voorbereidende inleiding die hoofdzakelijk een de mechanica en aan de electrodynamica gewijd is, de relativiteitstheorie der translaties en de algemeene relativiteitstheorie. Uit den aard der zaak geeft hij daarin geen nieuwe toevoeging aan de theorie. Maar, hetgeen van grooter belang is met het oog op de begrijpelijkheid der voordracht, hij geeft ook geen nieuwe vorm van paraphrase. Het boekje is daardoor hybridisch. Het is geen „wetenschap”, omdat het niet voldoende preciseert, en bijv. de proeven van *Fizeau* e.a. over den meesleepingscoëfficiënt van *Fresnel* — zij het met een excuus aan den natuurkundigen lezer — poneert als experimenteel bewijs dat de aether stilstaat. Het is niet „verständlich”, niet vlot leesbaar, omdat de lezer, van wien op de eene plaats ondersteld wordt dat hij uitleg van noode heeft omtrent de beteekenis der wet van ’t behoud van arbeidsvermogen, doorlopend overstelpt wordt met ternauwernood toegelichte of in een ommezien toelichtbare begrippen. Product van vlijtig detailwerk, op tallooze plaatsen met goedmoedigheid en humor gesteld, mist het boekje de wijdheid van visie en perspectief, die het geheven zou hebben boven het stukwerk van een welwillend en geduldig mededeelzaam vakman.

F.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

Phychema, Maandschrift voor natuur- en scheikunde, voornamelijk bestemd voor leerlingen der hoogere klassen van scholen voor V.H.O. en M.O. Proefblaadje, April 1932. Gebrs. Zomer en Keunen. Wageningen. Prijs f 3.— per jaargang.

J. H. van Vleck. The theory of electric and magnetic susceptibilities, 384 blz., 16 fig. — Clarendon Press. Oxford. 1932. Prijs 30 sh. net.

M. Hellingman en *F. Goudriaan*, Praktische oefeningen in de natuurkunde ten dienste van het middelbaar en middelbaar-technisch onderwijs, tweede deel, tweede, herziene druk, 157 blz. — Muusses. Purmerend, 1932. Prijs f 2.50.

- J. M. van der Zanden, Het Waarom van de chemische symbolen, openbare les, 28 blz. — Wolters. Groningen. 1932. Prijs f 0.75.
- A. D. Nathans, Leerarenopleiding, overdruk uit Paedagogische Studiën, 35 blz. — Wolters. Groningen.
- Louis de Broglie, Théorie de la quantification dans la nouvelle mécanique, 250 blz. — Hermann. 1932. Paris. Prijs 70 frs.
- Louis de Broglie, Sur une forme plus restrictive des relations d'incertitude, d'après m.m. Landau et Peierls, 24 blz. — Hermann. Paris. 1932. Prijs 6 frs.
- Irene Curie et F. Joliot, La projection de noyaux atomiques par un rayonnement très pénétrant: l'existence du neutron, 22 blz. — Hermann. Paris. 1932. Prijs 6 frs.
- Marcel Boll, L'Idée générale de la mécanique ondulatoire et ses premières applications, 74 blz. — Hermann. Paris. 1932. Prijs 15 frs.
- Marcel Boll, Exposé électronique des lois de l'électricité, 72 blz., 22 fig. — Hermann. Paris. 1932. Prijs 15 frs.
- Kurt Reidemeister, Einführung in die kombinatorische Topologie, 209 blz. — Vieweg. Braunschweig. 1932. Prijs R.M. 17.20, geb. R.M. 19.
- Hans Falkenhagen, Elektrolyte, 346 blz., 104 fig. — Hirzel. Leipzig. 1932. Prijs R.M. 23, geb. R.M. 24.80.
- Pierre Fleury, Étalons photométriques, 120 blz., 41 fig. — Revue d'optique théorique et instrumentale. Paris. 1932. Prijs 25 frs.
- W. S. Stiles, Thermionic emission, special report no. 11 of: Department of scientific and industrial research; Radio research, 116 blz. — His Majesty's Stationary Office. London. 1932. Prijs 2/6 net.
- Georg Joos, Lehrbuch der theoretischen Physik, 644 blz., 157 fig. — Akademische Verlagsgesellschaft. Leipzig. 1932. Prijs R.M. 24, geb. R.M. 26.
- Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, 11 Auflage, vierter Band, erster Teil: Grundlagen der Lehre von der Elektrizität und dem Magnetismus, 734 blz., 744 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1932. Prijs R.M. 47.50, geb. R.M. 51.
- G. Tierie, Cornelis Drebbel, 124 blz. — Paris. 1932. Amsterdam. 1932. Prijs f 3.25.
- I. E. Knaggs en B. Karlik, Tables of cubic crystal structure of elements and compounds, 90 blz. — Adam Hilger. London. 1932. Prijs 11/6 net.
- Sigmund Stransky, Die Struktur der Atomkerne, 50 blz., vele fig. Deuticke. Leipzig und Wien. 1932. Prijs R.M. 3.80.

MEDEDEELING

WERELDBEELD EN WETENSCHAP OMTRENT 1700.

Een groep van personen, geïnteresseerd in cultuurgeschiedenis, heeft zich voorgenomen in het academisch jaar 1932—1933 aan de Rijksuniversiteit te Leiden een aantal avondvoordrachten te geven, toegankelijk voor studenten en andere belangstellenden, waarin de intrede van de natuurwetenschap als cultuurfactor in de na-middeleeuwsche beschaving van verschillende zijde zal worden beschouwd. De voordrachten zullen een populair karakter dragen en zijn bedoeld om aan hen, die de humaniora beoefenen, te doen zien hoe de natuurwetenschap een integraal bestanddeel van onze moderne beschaving geworden is, en aan hen, die de natuurwetenschap beoefenen, hoezeer die ontwikkeling in aard en richting beïnvloed werd door godsdienstige, filosofische en maatschappelijke stroomingen. De voordrachten zullen worden gehouden in de collegezaal van het Botanisch Laboratorium, Nonnensteeg 3, Leiden.

Het voorloopig programma van de lezingen is als volgt vastgesteld:

1. 11 Oct. 1932. 20 uur. Dr. J. Huizinga. Cultuurhistorische inleiding.
2. 25 Oct. 1932. 20 uur. Dr. C. A. Crommelin, Dr. L. G. M. Baas Becking: Geestelijke verkeersmiddelen en nieuwe denkbeelden.
3. 8 Nov. 1932. 20 uur. Dr. J. Huizinga. De aard van het denken.
4. 22 Nov. 1932. 20 uur. Dr. A. Schierbeek. De verlengde blik. I. Ontwikkeling van de microscopie.
5. 29 Nov. 1932. 20 uur. Dr. C. A. Crommelin. De verlengde blik. II. Ontwikkeling van de astronomie.
6. 6 Dec. 1932. 20 uur. Dr. E. J. Dijksterhuis. De toepassing van de wiskunde in het natuuronderzoek.
7. 24 Jan. 1933. 20 uur. Dr. L. G. M. Baas Becking. Atomistiek en continuïteit.
8. 7 Feb. 1933. 20 uur. Dr. C. J. van der Klaauw. Vitalisme en mechanisme.
9. 14 Feb. 1933. 20 uur. Dr. F. W. T. Hunger. De ordening van de rijkdommen der levende natuur.
10. 21 Feb. 1933. 20 uur. Dr. J. Huizinga. Het wereldbeeld omtrent 1700.
11. 7 Mrt. 1933. 20 uur. Dr. C. A. Crommelin. Meten en wegen.
12. 14 Mrt. 1933. 20 uur. Dr. Hk. Cohen, Dr. J. van Alphen. De vernieuwing van de oude apotheek. Alchemie en chemie.
13. 21 Mrt. 1933. 20 uur. Dr. J. G. de Lint. De era van Boerhaave.
14. 4 Apr. 1933. 20 uur. Dr. J. Huizinga. Terugblik en perspectieven.

DE ROL VAN DEN NEDERLANDER CASPAR CALTHOFF BIJ DE UITVINDING VAN HET MODERNE STOOMWERKTUIG

door J. A. VOLLGRAFF

Summary:

It is shown that the Dutchman Caspar Calthoff who was employed by the Marquis of Worcester during many years is identical with the instrumentmaker Calthoff who stayed at Dordrecht in the years 1645—1656. Since Calthoff in this period was very busy with the construction of a steam-engine, it may be conjectured that the steam-engine which was patented in 1663 by the Marquis is rather due to Calthoff than to him. Christiaan Huygens was well acquainted with Calthoff who made very good forms for the polishing of lenses for him and his brother. Huygens visited Calthoff in England in 1661 and 1663 and saw the engines for the raising of water constructed by Worcester and Calthoff. He must have spoken of them to Papin when working with him at Paris in the years after 1666.

In de Deelen I en II van Chr. Huygens' „Oeuvres Complètes” treft men in verschillende brieven den naam Calthoff (ook geschreven Calthovius, Kalthof of Kalthoven) aan, omtrent wien in Deel I, p. 318 een biografische noot is opgenomen, luidende als volgt: „Calthof était très habile à faire des verres de télescopes; il demeurait à Dordrecht”. Ik zie niet dat deze noot op andere stukken berust dan de genoemde brieven zelf. Door navraag bij den Heer J. L. van Dalen, gemeente-archivaris van Dordrecht, vernam ik dat aldaar geen stukken te vinden zijn waarin iets omtrent de werkzaamheid, de woonplaats of den persoon van Calthoff is opgeteekend. Intusschen zou de auteur van genoemde noot er bij hebben kunnen voegen dat Calthoff vooral uitmuntte in het maken van slijpvormen, welke Christiaan en zijn broeder Constantijn in den aanvang van hunne werkzaamheid als lenzenslijpers van hem ontvingen. Constantijn schrijft daarover in Nov. 1655: „Sans doute c'est le premier artisan du país pour ces choses-la”, en Christiaan in Oct. 1655 vanuit Parijs: „Je ne voy rien icy qui soit à comparer a son travail”.

Dat Christiaan en Constantijn Jr. zich tot Calthoff wendden is zeer begrijpelijk, daar vader Constantijn hem goed kende: Christiaan noemt Calthoff in Oct. 1658 „een goed vrund van mijn vader”. Het is dan ook uit de door Dr. J. A. Worp uitgegeven Correspondentie van Constantijn Sr. dat wij eenige nadere bijzonderheden omtrent Calthoff te weten komen, welke echter, voor zoover dateerend van vóór 1655, niets met het lenzenslijpen te maken hebben. Ook 's mans voornaam blijkt er niet uit. In Maart 1649 schrijft de geleerde predikant Andreas Kolff of Colvius vanuit zijn standplaats Dordrecht aan vader Constantijn: „Mr. Kalthof n'a point encore mis a l'espreuve sa machine. Tout le monde en doute, mais lui seul s'en assure, et je vous ose bien assurer qu'il tiendra sa promesse”; in Aug. 1649: „Mr. Kalthof est retourné d'un voyage qu'il a fait en France, pour y voir son frere. Il est encore après son ouvrage d'eau, qui a este consume par le feu. Nous verrons par experience ce qu'il promet”; in April 1650: „Mr. Kalthof a eu tant d'affaire avec son engin aquatique et autres nouvelles inventions qu'il oublie ses vielles promesses” (er is ook sprake van „le compas que j'ai de lui”); en in Febr. 1652: „Mr. Calthof n'est point encore resolu de nous quitter, parce que ceux du Parlement taschent de l'avoir premièrement à Londres avant que traicter avec luy. Cela ne lui agree pas. Il ne manquera pas d'accomplir sa promesse longtems faicte à V(otre) S(eigneurie)”.

In Jan. 1655 schrijft Colvius, blijkbaar over een slijpvorm: „Le Sr. Kalthof a bien compris l'intention et desir de vostre noble fils, et m'a promis que vous l'aurez dans quinze jours, et nous donnera chose qui merite sa main, et l'esprit de Mr. vostre fils Je ne manqueray pas à solliciter le Sr. Kalthof à haster l'ouvrage”; en begin Febr. 1655: „J'ai tant fait comme un *ἐργοδιώκτης* ¹⁾ envers le Sr. Kalthof que j'ai obtenu de sa main ce que je vous envoie. Le fer du premier ouvrage n'estant assez ductile, il a fait un deuxiesme auquel il a mele de l'acier ²⁾ S'il [Christiaan] trouve quelque manquement en cet engin que le Sr. Kalthof envoie, je croy qu'il est homme pour le corriger”; waarop eind Febr. de dankbetuiging van vader Constantijn volgt die in de „Oeuvres Complètes” is opgenomen. In Juni 1655 noemt Colvius schertsend

1) Iemand die een ander tot het werk aanspoort.

2) Wat Colvius hier schrijft maakt het waarschijnlijk, dat Calthoff zich eerst omstreeks het begin van 1655 op het maken van slijpvormen is gaan toelleggen.

Kalthof „un autre Archimede, ne cognoissant le vostre”: vader Constantijn duidt, zooals bekend, Christiaan vaak aan met de uitdrukking „mon Archimede”. Eindelijk Nov. 1655: „Nostre Kalthof avec son fils est en Allemagne; à son retour je l'exhorteray à s'acquitter de la promesse faicte à Mr. vostre noble fils”.

Dit alles staat in Deel V der uitgave Worp. In Deel II is nog opgenomen een ongedateerde brief van Colvius waarin staat: „Mr. Kalthof vous baise tres-humblement les mains, et m'a promis d'accomplir vostre desir, aussitôt qu'il aura mis en oeuvre son engin aquatique dont il prendra l'espreuve bientost, en presence de Monsieur de With, qui est nommé de Mrs. les Estats Generaux pour en prendre l'inspection”. Dr. Worp zegt, zeker terecht, dat hier sprake is van Jacob de Witt (1589—1674), die meermalen burgemeester van Dordrecht was o.a. in 1639 en 1640¹⁾. Daar deze brief is ingevoegd tusschen twee brieven van Mei 1639, schijnt Dr. Worp van meening geweest te zijn dat hij in die maand geschreven is: uit den brief blijkt dat Jacob de Witt geen burgemeester was, maar dat er een benoeming moest plaats hebben; immers er staat: „Ledit Seigneur de With est desja en ceste ville, et y demeurera jusqu'a la nomination de nostre bourgemaistre, ce qui se doit faire bientost. Et ne doubtons qu'on ne continue celui qui conduit a present les affaires de nostre ville etc.” In verband met wat hooger over het „engin aquatique” staat te lezen, komt het mij evenwel waarschijnlijk voor dat deze brief van 1649 of begin 1650 is. Wat vader Constantijn's „desir” was, hetgeen blijkbaar in verband staat met de „promesses” of „promesse” van Calthoff, waarover de brieven van 1650 en 1652 spreken, blijkt niet.

Met „eau qui a été consumée par le feu” (brief van Aug. 1649) wordt dunkt mij waterdamp bedoeld; dit maakt het waarschijnlijk dat van een stoomwerktuig sprake is.

Nu kan men in Poggendorff's „Geschichte der Physik” (uitgegeven in 1679) § 230 lezen: „Mit Branca läuft gewissermassen die erste Periode der Geschichte der Dampfmaschinen ab, und wie man sieht haben in dieser Periode nächst Hero die Italiener die meisten Ansprüche auf den Ruhm, die Dampfkraft als bewegende Kraft erkannt zu haben, wengleich die Nutzenwendungen sehr unbe-

1) Hij was het ook in 1646, 1647, 1654 en 1655.

deutend sind. Mit dem Jahr 1663 begint aber eine neue Epoche in der Geschichte der Dampfmaschinen, indem nämlich in diesem Jahr der Marquis von Worcester mit einer kleinen Schrift hervortrat, welche, was auch in neuerer Zeit von Arago dagegen eingewandt worden ist, doch zuerst die Beschreibung einer Maschine enthält, die man nicht anstehen kann eine Dampfmaschine zu nennen". Dit geschrift van 1663 heeft een langen titel die gewoonlijk verkort wordt tot „Century of inventions"; van het honderdtal uitvindingen die daarin beschreven worden deugt er volgens Poggendorff slechts één, die der stoommachine „und diese eine wiegt denn allerdings die übrigen 99 mehr als vollkommen auf". Voorts heet het „dass er sich im Jahre 1663 um ein Patent für seine Erfindung bewarb, und dass er auch in demselben Jahr ein solches vom Parlament erhielt, und zwar ein ungemein exklusives". En: „Für uns hat es noch besonderes Interesse . . . zu erfahren, dass er in seinen Bemühungen unterstützt ward durch einen Mann, der nach seinem Namen zu urtheilen und nach der Aeusserung, dass er, wenn er keine Hülfe bekäme, für das Königreich verloren ginge, offenbar ein Deutscher war. Er hiess Kaspar Kalthoff (Kaltoff), war 35 Jahr in Worcester's Diensten, und wie dieser sagt, ein unvergleichlicher Arbeiter (workman)". Uit de beschrijving blijkt dat Worcester's stoommachine moest dienen om water op te pompen, een probleem waarvoor de Engelsche regeering en het parlement zich in verband met de exploitatie der mijnen enz. wel moesten interesseeren.

Wanneer men deze gegevens in hun geheel beschouwt, ligt het zeer voor de hand te veronderstellen, dat „Kaspar Kalthoff" en de Dordrechtsche Calthoff één en dezelfde persoon zijn; tevens dat niet Worcester maar hij de eigenlijke constructeur was.

Inderdaad is nu gebleken dat de Dordrechtsche Calthoff Caspar heette. Dezer dagen (eind Aug. 1932) heeft men te Dordrecht in het Doopboek der Ned. Herv. gemeente de volgende aantekening gevonden:

10 September 1645.

(Vader) Caspar Calthoff, (Moeder) Metsje Willems, (Kind) Johannes.

Het lidmaatschap van de Ned. Herv. Kerk en de Nederlandsche naam der vrouw geven ons het recht Calthoff als een Nederlander te beschouwen, al blijft het natuurlijk denkbaar dat hij een Nederlander was van Duitsche afkomst.

Calthoff zou als Nederlander nooit een patent op zijn naam in Engeland hebben kunnen krijgen; althans R. Moray, secretaris der Royal Society, schrijft 23 Sept. 1664 aan Huygens in ander verband, dat patenten slechts worden verleend aan personen van Engelsche nationaliteit.

Intusschen is het vooralsnog niet duidelijk hoe Worcester in het door Poggendorff geciteerde stuk van 1663 kan zeggen dat Calthoff sedert 35 jaar (zie den Engelschen text die volgt), dus sedert \pm 1628, in zijn dienst stond; immers het is in de jaren 1645-1656 dat wij hem als instrumentmaker te Dordrecht gevestigd vinden. Dat hij later in Engeland vertoefde, blijkt uit de Reisjournalen van Christiaan Huygens; immers in het Reysverhael van 1660-1661 schrijft deze, te Londen zijnde: „21 Avril (1661) avec Huls estè chercher M. Calthof” en (ongedateerd): „Estè avec Moray et Slingsby chercher Kalthof, que nous ne trouvames point”. In 1663 (ongedateerd, na 10 September): „Calthof besocht, daer d’inventie stont van Mil. of Woodster die misluckte”. Er kan wel geen twijfel aan zijn dat met „Woodster” bedoeld is „Worcester”. Huygens is altijd zeer inaccuraat wat de spelling van namen betreft. Zie b.v. p. 189 van het binnen weinige maanden verschijnende Deel XVII der „Oeuvres Complètes” waar hij John Evelyn noemt „Iveling”. Men mag aannemen dat hij den naam Worcester niet geschreven heeft gezien, doch dien alleen door Calthoff heeft hooren uitspreken.

De quaestie wordt intusschen opgehelderd door het (aan Poggendorff onbekende) werk van Henry Dircks „The Life, Times and Scientific Labours of the second Marquis of Worcester, to which is added a reprint of his Century of Inventions, etc.” (London, B. Quaritch, 1865). Hierin toch is een stuk opgenomen (p. 577) dat als volgt begint:

State Papers. Vol. 142. No. 134.

Martha Kalthof and Peter Jacobson's Petition.

To the King's most excellent Majesty.

The Humble Petition of Martha, widow of Caspar Kalthof, and Peter Jacobson, her son-in-law.

Showeth,

That the said Martha is the distressed widow of the said Caspar, your Majesty's and your Royal father's old servant. That he was planted by your Majesty's most gracious father in Vauxhall, and

had building therein erected for the exercise of his art and feat as Ingineur.

That your Majesty upon your happy Restoration resettled him in the said house, after he had been long turned out of doors by the great Traitor and Usurper ,
welk stuk tot de „Series 1665-66” behoort ¹⁾.

Inderdaad is Calthoff, zooals uit andere stukken blijkt, niet slechts in dienst van den Markies van Worcester geweest, doch ook in dien van Karel II. Cromwell had reeds in 1645 de macht in handen, zoodat het begrijpelijk is dat dientengevolge Calthoff op 10 September van dat jaar niet meer in Engeland doch in Dordrecht woonde. Karel II werd gekroond in Mei 1661; wij zagen dat Calthoff reeds in April 1661 weder in Engeland was.

Vauxhall ²⁾ was „a mansion in the manor of South Lambeth”. Dircks zegt daarvan (p. 265): „In 1652, the Parliament having determined that Vauxhall-house, which had been reserved by a former order, should be sold, it was purchased by John Trenchard of Westminster. After the Restoration it was leased to Henry Lord Moore . . . ; with a proviso, that if his Majesty should think to make use of the house, or any part of it, it should be surrendered upon a proper allowance being made for the same. The King, availing himself of this proviso the year after the lease was granted, settled Caspar Kalthoff, a Dutchman, at Vaux-hall, who was employed in making guns and other warlike implements for government service”.

Blijkens de petitie van Martha Calthoff was haar man ook reeds vóór 1645 aldaar werkzaam geweest in dienst van Karel I.

Een brief van 1654 van Samuel Hartlib aan Robert Boyle (Dircks, p. 267) zegt: „The Earl of Worcester is buying Fauxhall from Mr. Trenchard, to bestow the use of that house upon Gaspar Calehof and son, as long as they shall live, for he intends to make it a College of Artisans”.

Hoewel Calthoff als maker van slijpvormen door Colvius en de gebroeders Huygens alleen in 1655 en 1656³⁾ genoemd wordt, en het

1) Ook in een stuk van 5 Sept. 1664 van Henry Bennett (Dircks, p. 578) wordt melding gemaakt van „Gaspar Collthoffe, late deceased”.

2) Ook genoemd Fox-hall, Faukeshall, Fulke's Hall, naar den stichter die Fulke de Breauté heette.

3) Ook in Oct. 1658 (zie het begin van dit stuk), maar daar kan sprake zijn van een vroeger vervaardigden slijpvorm.

dus, wat dit betreft, mogelijk zou zijn dat hij kort daarop naar Engeland is teruggekeerd, lijkt het, in verband met wat Martha Calthoff zegt, veel waarschijnlijker dat hij niet lang vóór April 1661 weder het Kanaal is overgestoken.

Of Worcester ook reeds in 1628 Calthoff gelegenheid heeft gegeven te Vauxhall te werken, is onbekend. Maar zoo het niet aldaar was, dan klaarblijkelijk elders¹⁾. Hij wordt door Worcester, voor zoover men weet, niet eerder genoemd dan in 1663. Alsdan spreekt de Markies in de „Dedication” van zijn „Century of Inventions” (Dircks p. 262) van „the experiments extant, and comprised under several heads, practicable with my directions, by the unparalleled workman both for trust and skill, Caspar Calthoff’s hand [sic], who hath been these five and thirty years as in a school under me employed; and still at my disposal, in a place by my great expenses made fit for public service, yet lately like to be taken from me, and consequently from the service of King and kingdom, without the least regard of above £ 10.000 expended by me through my zeal to the common good”. Deze „place” is natuurlijk Vauxhall.

Heeft nu de door Calthoff geconstrueerde stoommachine eenig succes gehad? Waarschijnlijk voorloopig heel weinig. Wij hoorden Huygens reeds de opinie uitspreken (op welke uitspraak wij echter nog terugkomen daar nadere verklaring noodig is) dat „de inventie van Mil. of Woodster mislukte”. E. Gerland (die Calthoff niet noemt) is het in zijne „Geschichte der Physik” van 1913, wat de waardeering der machine betreft, niet met Poggendorff eens. Hij spreekt, zonder van het patent van 1663 te gewagen, van „E. Somerset, Marquis von Worcester [dem] man . . . den Ruhm der Erfindung der Dampfmaschine hat zueignen wollen” en vindt de beschrijving van „Worcester’s machine” bij hem zoo onduidelijk (p. 597) dat men kan zeggen (p. 599) dat „der Marquis ja gar keine Maschine angegeben hat”. Hij betwijfelt dan ook of er toen werkelijk een stoommachine geconstrueerd is, hoewel reeds Poggendorff een plaats uit een in 1818 uitgegeven dagboek citeert, volgens welke de Toscaansche prins Cosimo de door Worcester uitgevonden machine te Londen heeft gezien; het is waar dat dit op een jaar na 1667 betrekking heeft.

1) Wellicht in Raglan Castle (zie Dircks p. 19—21); aan de muren der ruïne ziet men nog thans overblijfsels of sporen van nissen (voor stoomketels?) en buisgeleidingen.

Na al het bovenstaande kan het natuurlijk niet meer betwijfeld worden dat het werktuig, dat reeds te Dordrecht aan Jacob de Witt werd vertoond, in 1663 en vroeger bestaan heeft. Het is zeer waarschijnlijk dat Gerland het werk van Dircks, waaruit duidelijk blijkt dat wij met reële zaken te doen hebben, niet heeft gekend.

Een quaestie die bij Dircks niet besproken wordt, maar die ons Nederlanders en wellicht anderen interesseert, is deze, welken invloed Worcester, of liever Calthoff, in dit opzicht op Christiaan Huygens, en daardoor op de latere ontwikkeling van het stoomwerktuig, heeft gehad. Gerland ontkent elk verband tusschen Papin en Worcester. Wel is hem natuurlijk bekend dat Papin met Huygens samenwerkte; hij schrijft (p. 591): „Wie wir bereits gesehen haben, war Papin Huygens bei der Herstellung seiner Luftpumpe hilfreich zur Hand gegangen ¹⁾, er hatte die Versuche damit ausgeführt und war durch sie zu eigenen Konstruktionen angeregt worden. Aber er war auch berufen, andere Ideen von Huygens praktisch verwendbar zu machen, und so schliesst auch seine schönste Erfindung, die der Dampfmaschine, direkt an Huygens an”.

Om dit te staven vermeldt Gerland de buskruitmachine waarmede Huygens en Papin zich gezamenlijk bezighielden alsmede (p. 596) het feit dat Huygens reeds vóórdat Papin met hem ging samenwerken als programpunten aangaf (zie „Oeuvres Complètes”, Deel VI, p. 95): „Examiner la force de la poudre à canon en l'enfermant en petite quantité dans une boiste de fer ou de cuivre fort espoisse” en ook: „Examiner de mesme façon la force de l'eau rarefiè par le feu”. Dit laatste doet inderdaad denken dat Huygens dit onderwerp, en misschien de constructie van een stoommachine, met Papin althans besproken zal hebben. Het blijkt echter nu dat het onjuist is dat er generlei verband zou bestaan tusschen „Worcesters toestel” en dat van Papin, aangezien Huygens vóór hij het programpunt over „la force de l'eau rarefiè par le feu” opstelde, bekend was met Worcesters machine. Daar hij Caspar Calthoff sinds vele jaren persoonlijk kende, zou trouwens ook zonder de vermelding van zijn bezoek aan hem in 1663 te Londen, bezwaarlijk kunnen worden aangenomen dat hij van diens toestel niets afwist.

1) Dit was niet Huygens' eerste, in den Haag vervaardigde, luchtpomp van 1661 (instrumentmaker onbekend, zie „Oeuvres Complètes”, Deel XVII), maar de latere na 1666 te Parijs geconstrueerde.

Omtrent Calthoff's familie wil ik nog opmerken dat zijn weduwe „Martha” misschien niet dezelfde is als „Metsje Willems” die in 1645 genoemd wordt ¹⁾ en dat onder de bij Dircks genoemde kinderen van Calthoff Johannes niet voorkomt. De weduwe zegt in haar petitie dat haar man toen hij door Cromwell verdreven werd, was „left with 4 children, some whereof were infants”. Genoemd wordt in 1672 (p. 305 en 577) „Catherine”, gehuwd met Cl. Denis, „Jasper Calthoff and Isabel Calthoff, others of the sons and daughters of the said Jasper and Martha Calthoff”. Reeds is vermeld de schoonzoon Peter Jacobson, die (p. 305 en 577) suikerbakker was „holding a portion of the Vauxhall estate for carrying on his business”.

De weduwe vraagt in haar petitie dat Jacobson te Vauxhall zal mogen blijven wonen en voegt er bij: „And although your Majesty hath been graciously pleased to design the son of the said Caspar to succeed this office and service, yet for as much as he is held up by the Emperor of Russia ²⁾, the Petitioners are both under great fears without your Majesty's special grace and clemency”.

Wat laatstgenoemden zoon betreft, dit zal dezelfde zijn waarvan in 1654 sprake was in den brief van S. Hartlib. Dircks zet wel is waar achter de woorden „Calehof and son” in dezen brief tusschen haakjes „son-in-law”, waarmede dan Jacobson bedoeld zou moeten zijn, maar het lijkt onwaarschijnlijk dat Worcester zich meer voor den suikerbakker zou geïnteresseerd hebben dan voor den zoon (Caspar?), die blijkbaar in 1664 óók naam had als instrumentmaker, daar hij zeker in die qualiteit naar Rusland zal zijn ontboden. Het komt mij nagenoeg zeker voor dat Dircks zich hier vergist; immers, zonder dat hij zelf de tegenspraak opmerkt, spreekt hij (of liever Hooke dien hij citeert) in 1667 (terwijl vader Calthoff reeds in of kort vóór 1664 gestorven was) toch weder van een Calthoff als ingenieur bij Worcester: hij citeert n.l. (p. 292) een brief van „about the early parts of 1667”³⁾ van R. Hooke aan R. Boyle, waarin Hooke

1) Ik vermoed echter dat Martha wel dezelfde persoon is als Metsje. Anders toch zou de zoon Caspar (zie iets lager), die blijkbaar een kind van Martha wordt genoemd, niet vóór 1646 geboren kunnen zijn en dus bij den dood van zijn vader hoogstens 18 jaar oud zijn geweest. Op dien leeftijd zou hij als werktuigkundige nog weinig naam hebben gehad en wij zouden dus moeten aannemen dat een oudere, ongenoemde, zoon zijn vader zou zijn opgevolgd.

2) Van Alexei Michajlowitch, een der eerste Romanows, die van 1645 tot 1676 regeerde, zegt de geschiedenis dat hij zich veel aan mijnbouw en industrie liet gelegen liggen.

3) Ik heb intusschen niet nagegaan of er voldoende redenen zijn om te verzekeren dat de brief van Hooke van dat jaar is.

zegt „the Marquis of Worcester's Water-commanding Engine” te hebben gezien en voorts schrijft: „I was since my return to London to see this engine, where I found Caltrop his chief engineer, to laugh at it; and as far as I was able to see it, it seemed one of the perpetual motion fallacies. Of which kind Caltrop himself, and two or three others, that I know, are labouring at this time in vain, to make, but after several ways; and nothing but costly experience will make them desist”. Nu is het wel bekend dat R. Hooke, zelf man van groote verdienste, niet zeer geporteerd was tot het waardeeren van andermans werk. Dat de toestellen die hij zag onvolmaakt waren, is zeker, maar ook dat dit niet een reden was om met de constructie op te houden, doch juist om er mee door te gaan. Maar wat te denken van het feit dat Calthoff zelf er den draak mee zou hebben gestoken? Indien dit waar is (het is denkbaar, dat Hooke overdrijft), dan zou men dit afkeurend oordeel toch eerder van den zoon dan van vader Calthoff zelf mogen verwachten. Althans indien hier van een stoom-machine sprake is, waarvan de constructie geheel of nagenoeg dezelfde was als die van vader Calthoff.

Intusschen is het de vraag (en deze rijst ook bij wat Huygens over demislukte inventie zegt) wát Huygens en Hooke nu eigenlijk gezien hebben. De geheele passage uit het reisverhaal van Huygens van 1663 luidt aldus:

„Calthoff besocht, daer d'inventie stont van Mil. of Woodster die mislукte.

Op den houten toorn vant waterwerck geweest. gaet met blaesbalck pompen van d'inventie van Mr. Toogood¹⁾. Heeft een nieuwe van tapijten te schilderen”.

Daarop volgt, weder op een nieuwen regel:

„Mr. Brereton [zie „Oeuvres Complètes” I, p. 176] gingh aen sich selven beproeven de recept van 't ens primum, om nieuw haer, tanden, en nagels te hebben”.

Het is niet met zekerheid te zeggen of ook dit laatste nog op een inventie van Calthoff betrekking heeft, maar mij dunkt dat de nieuwe methode van „tapijten schilderen” in elk geval wel door

1) Dircks zegt (p. 411) dat Thomas Togood in 1662 met James Heyes een patent verkreeg op een uitvinding „for the making of ships to sail without the assistance of wind or tide”. Over de onderstelde „boilers” van Raglan Castle (zie noot 1 van pag. 7) zegt Dircks dat deze mogelijk werden „supplied with water from the moat . . . by handpumps”.

Huygens aan hem (niet aan Toogood) wordt toegeschreven. Het „waterwerck” zal wel identisch zijn met de daarvóór genoemde „inventie”. Daar de stoommachine van Calthoff te Dordrecht als „engin aquatique” wordt betiteld, lijkt het waarschijnlijk dat ook hij een zoodanig werktuig in het Hollandsch „waterwerck” noemde, hetzij omdat er water bij te pas kwam (vergelijk de uitdrukking „ouvrage d’eau qui a été etc.”), hetzij omdat het moest dienen om water op te pompen (zie de hooger gebruikte uitdrukking „water-commanding engine”). Nu werd echter volgens Hooke het „water-commanding engine” gemaakt in „several ways”.

De stoommachine (of een der stoommachines) wordt door Worcester („Century of Inventions” n° 68) als volgt beschreven: „An admirable and most forcible way to drive up water by fire, not by drawing or sucking it upwards, for that must be as the Philosopher calleth it, *Intra sphaeram activitatis*, which is but at such a distance. But this way hath no Bounder, if the Vessels be strong enough [hij vermeldt daarop hoe een kanon, gedeeltelijk met water gevuld en natuurlijk goed gesloten, na 24 uur verwarmd te zijn barstte]: So that having a way to make my Vessels, so that they are strengthened by the force within them, and the one to fill after the other. I have seen the water run like a constant Fountaine-stream forty foot high; one Vessel of water rarified by fire driveth up forty of cold water. And a man that tends the work is but to turn two Cocks, that one Vessel of water being consumed, another begins to force and re-fill with cold water, and so successively, the fire being tended and kept constant, which the self-same Person may like-wise abundantly perform in the interim between the necessity of turning the said Cocks”; waarbij Dircks aanteekeent: „This is that great invention which has popularised and preserved the fame of the Marquis of Worcester in the public mind, etc.” Dircks tracht daarop, niet-tegenstaande de beschrijving althans gedeeltelijk zeer onduidelijk is, de inrichting der machine te verklaren; hij wijst daarbij op de blijkbaar groote overeenkomst met die van Thomas Savery van 1699.

Daarnevens is echter sprake van andere waterwerken, o.a. in n° 100 van de „Century of Inventions”, hetwelk handelt over „a Waterwork . . . so advantageously by me contrived, that a Child’s force bringeth up an hundred foot high an incredible quantity of water etc.”, hetwelk de schrijver met nadruk noemt „The most stupendous Work in the whole world”. Het is zeer mogelijk dat dit

de inventie was (en wel een inventie van Worcester zelf) „die mislukte”; ook dat Calthoff, de vader, in 1663 daarover met Huygens in dien geest sprak, en dat Calthoff, de zoon, na of kort vóór Worcester's dood (hij stierf in April 1667) zich daarover zonder eenige waardeering uitliet ¹⁾.

Dit neemt niet weg dat Huygens ²⁾ ook de stoommachine n° 68 moet gekend hebben, welke, althans op den duur, *niet* mislukte ³⁾. Het denkbeeld dat tot het oppompen van het water van stoomkracht gebruik gemaakt moest worden (welk denkbeeld trouwens — zie Poggendorff of Dircks — niet geheel nieuw was) *kan*, toen Worcester Calthoff in dienst nam, door eerstgenoemde zijn geopperd. Hij heeft in elk geval ten opzichte van Calthoff — evenals Colvius en de leden der familie Huygens in het geval der slijpvormen — de rol gespeeld van *εργοδιώκτης*.

1) Poggendorff zegt dat, naar hij het eerst opmerkt, het werktuig n° 100 blijkbaar hetzelfde is als het werktuig n° 68, maar dit lijkt mij geheel onjuist. Het verdient ook opmerking dat Worcester bij n° 68 niet, als bij n° 100, zegt „by me contrived”.

2) Vóór het bezoek aan Calthoff staat in het Reisjournaal van 1663 nog vermeld: „2 maal tot Brereton, eens te Lambeth 8 September”. Vauxhall was, zooals gezegd, te Lambeth, zoodat de mogelijkheid bestaat dat Huygens op 8 Sept. daar geweest is. De bezoeken aan Calthoff zullen trouwens ook wel aldaar plaats gehad hebben.

3) Volgens Worcester is het handschrift van den in 1663 gedrukten „Century of Inventions” van 1655, zooals in den uitvoerigen titel van het boek wordt gezegd. De Markies verliet (na een rol in den burgeroorlog gespeeld te hebben) Engeland begin 1648 kort vóór zijn officieele verbanning. Hij waagde het echter in 1652 van Frankrijk terug te keeren en werd toen in den Tower gevangen gezet. Kort na zijn vrijlating (Oct. 1654) schijnt hij dus aan het schrijven te zijn gegaan. Daar hij na het vertrek van Calthoff uit Engeland in 1645 (of kort daarvoor) wel geen gelegenheid meer zal gehad hebben voor proefnemingen, schijnt de Markies dus (zie zijne beschrijving van no. 68) dit toestel reeds in of vóór 1645 in werking te hebben gezien. Wat Calthoff te Dordrecht deed was dus vermoedelijk een poging om dit toestel te vervolmaken.

BEPALING VAN HET SOORTELIJK GEWICHT VAN KORRELS

door W. F. DE JONG en H. J. STEK

Zusammenfassung:

Es werden Methoden angegeben welche gestatten Dichtebestimmungen an Körnern von wenigstens 0,2 mgr bis auf die erste Dezimalstelle genau zu ermitteln.

Eenigen tijd geleden werd een zweefmethode beschreven voor het bepalen van het soortelijk gewicht van korrels, ook van zulke, waarvan de dichtheid grooter dan 3 à 4 is ¹⁾.

De bereikte nauwkeurigheid was voor korrels van ongeveer 10 mgr 1 à 2%, maar een bezwaar van de methode is, dat ze zeer tijdrovend is en dat temperatuurschommelingen moeilijk te vermijden zijn.

Om grootere nauwkeurigheid te bereiken en minder afhankelijk te zijn van de bezwaren van de zweefmethode, hebben wij getracht het S.G. te bepalen door de korrel eerst in lucht te wegen en daarna onder water. Voor deze laatste weging wordt gebruik gemaakt van een veerbalans, die geheel onder water is opgesteld.

De oorspronkelijke vorm van deze balans is in fig. 1 geschetst.

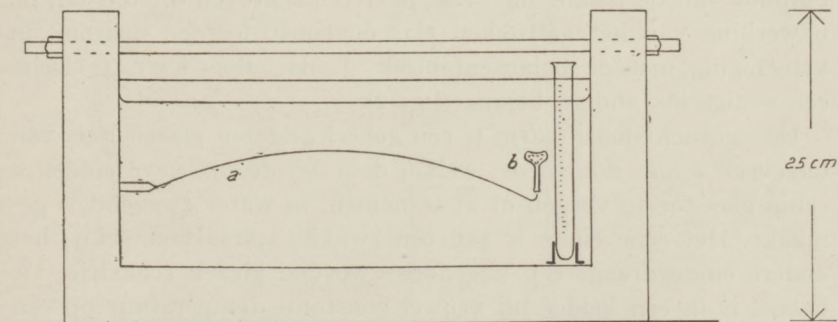


Fig. 1. Glazen veerbalans onder water.

1) Physica 11, 150, 1931.

In een houten bak van $40 \times 10 \times 15$ cm, voorzien van twee wanden van spiegelglas, is onder water een lang uitgetrokken massieve glazen draad *a* aangebracht, waarop een nagenoeg zwevend hol glazen schaalpje *b* rust. De doorbuiging van den draad wordt in een kijker met horizontalen draad op de naast *b* geplaatste schaalverdeling in 0,1 mm afgelezen. IJking van de balans geschiedt met bekende gewichtjes van platinadraad.

Het blijkt, dat wanneer het geheel op een goed gefundeerde steenen tafel is opgesteld, dat tot op 0,01 mgr nauwkeurig gewogen kan worden. Het is ons niet gelukt om met dünnere of langere glasdraden de gevoeligheid te verhoogen. Wel is nog ge-

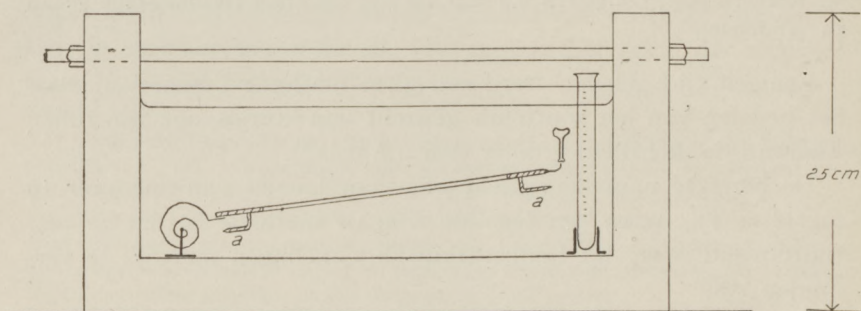


Fig. 2. Balans met roestvrij stalen veer, geheel onder water.

probeerd om met een sterk uitgetrokken glazen buisje een balansarm te verkrijgen, die in water nagenoeg zweeft, zoodat hij zonder te veel door te buigen, aanmerkelijk langer, b.v. 1 m kan worden genomen, maar het blijkt, dat bij deze groote gevoeligheid het nulpunt van de balans niet vast ligt. Wij schreven dit toe aan de nawerking van het getrokken glas en construeerden daarom, in vereeniging met de balansfabriek J. H. Becker te Delft een enigszins andere balans (fig. 2).

De „gewichtslouze” arm is een geheel gesloten glazen buis van ongeveer 2 mm doorsnede, welke, door bij de massieve einden *a* eenig glas toe te voegen of af te nemen, in water zwevend is gemaakt. Het eene einde is aan een zwakke spiraalveer gekit, het andere einde draagt een nagenoeg zwevend glazen schaalpje. De balans is in een kelder bij vrijwel constante temperatuur op een goed gefundeerde steenen tafel geplaatst en wordt verlicht door een lamp, die geheel door water is omgeven, zoodat geen warmtestralen de balans bereiken.

De hoop, om met deze balans een nauwkeurigheid van 0,001 mgr of minder, te bereiken, is niet verwezenlijkt. Ook door het geheel in een tweeden bak met water te plaatsen, en de waarnemingen 's nachts te verrichten, kan bij balansen, die zoo'n groote gevoeligheid bezitten, het nulpunt niet meer betrouwbaar worden bepaald; blijkbaar blijft het omringende water, en dus ook de balansarm, te onrustig. Als het mogelijk is door nog betere opstelling een constant nulpunt te verkrijgen en wegingen te verrichten tot 0,0001 mgr nauwkeurig, dan zou niet alleen bereikt worden dat het S.G. van kleine voorwerpen beter bekend werd, maar dan zou ook, door in twee verschillende vloeistoffen te wegen, het gewicht zelf nauwkeuriger te bepalen zijn dan tot nu toe op balansen in lucht, mogelijk is.

Wij hebben op nog een andere wijze getracht het gewicht van korrels onder water te bepalen en wel door de zinksnelheid van een met de korrel of een bekend gewichtje belast hol glas-lichaampje *a* (fig. 3) in water te meten.

Het blijkt dat voor snelheden van eenige decimeters per minuut

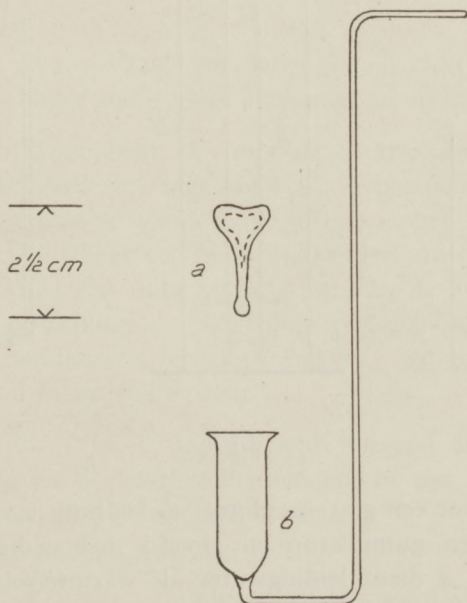


Fig. 3.

nagenoeg de wet van Stokes geldt, zoodat het verband tusschen de logaritmme van den zinktijd en de logaritmme van het gebruikte gewicht vrijwel rechtlijnig is, indien men het S.G. van het glaslichaampje plus het gebruikte gewicht (of korrel) slechts zeer weinig hooger neemt dan dat van water en de zinksnelheid dus b.v. twee of drie decimeters per minuut bedraagt.

De apparatuur bestaat uit een verticaal geplaatste ongeveer 1 m lange glazen buis *c* (fig. 4) van eenige cm doorsnede, welke

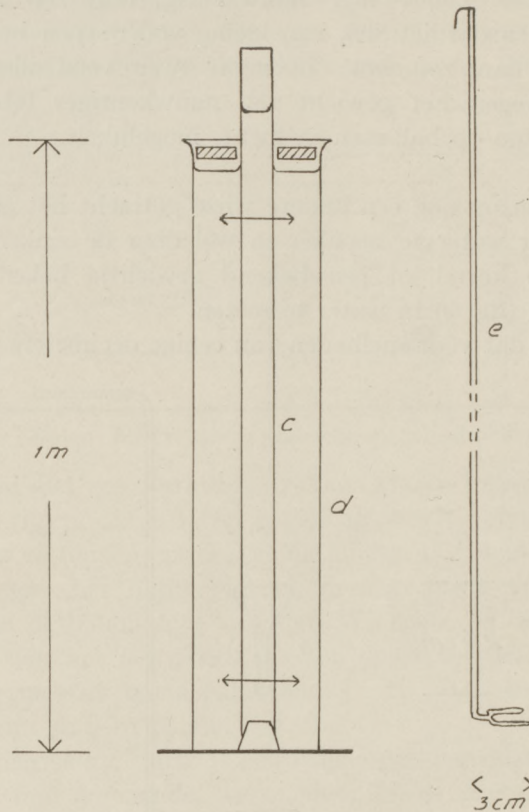


Fig. 4.

omgeven is door een glazen cylinder *d*. De buis is van onderen gesloten met een gummistop en gevuld met gedistilleerd water; tusschen *c* en *d* dient leidingwater als warmteïsolatiemiddel. Na de proef wordt het lichaampje met een rechthoekig omgebogen glazen vork *e* naar boven gebracht en opgevangen in een glazen

vaatje *b* (fig. 3). Het lichaampje blijft op die manier steeds onder water, zoodat verontreinigingen op het wateroppervlak geen fouten kunnen veroorzaken en het aanhechten van luchtbelletjes wordt vermeden. Het bewaren en hanteeren van de gewichtjes en de korrels geschiedt ook onder water.

Met een stophorloge wordt de tijd gemeten, dien het lichaampje voor het afleggen van een baan tusschen twee merkstrepen noodig heeft. De bovenste merkstreep is op ongeveer 30 cm van het wateroppervlak geplaatst, op deze diepte heeft het lichaampje practisch een eenparige snelheid bereikt.

Als voorbeeld geven wij twee bepalingen van het S.G. van kwarts.

I. temp. 16,6° C.

Zinktijd van het lichaampje + gewicht ¹⁾	0,223 mgr	225,4 sec
„ „ „ „ + „	0,237 „	203,6 sec
„ „ „ „ + korrel		220,4 sec

Hieruit volgt voor het gewicht van de korrel onder water 0,226 mgr; in lucht gewogen bedraagt het gewicht 0,361 mgr; het S.G. is dus 2,67.

II. temp. 16,5° C.

De tijden zijn nu resp. 220,4 sec, 201,0 sec en 218,0 sec; waaruit voor het gewicht onder water volgt 0,224 mgr en voor het S.G. 2,64.

Het is mogelijk gebleken, om met deze methode van korrels van minimaal ongeveer 0,2 mgr het S.G. te bepalen tot 2 à 3% nauwkeurig. Van niet te kleine zandkorrels is het dus mogelijk het S.G. met betrouwbaar eerste decimaalcijfer aan te geven. Het lijkt niet uitgesloten dat door verbetering van de apparatuur en vooral van de opstelling, de mogelijkheid geschapen wordt om ook van kleine zandkorrels ten slotte het S.G. tot in een of twee decimalen betrouwbaar te bepalen.

Wij danken Prof. J. A. Grutterink m.i. hartelijk voor de belangstelling en de bereidwilligheid om in zijn laboratorium de uitvoering van de proeven toe te staan.

1) Grootte van het gewicht onder water.

Delft.

Laboratorium voor Delfstofkunde
der Technische Hoogeschool.

SECUNDAIRE ELECTRONEN IN RÖNTGENBUIZEN

door A. BOUWERS en J. H. VAN DER TUUK.

Summary.

A simple and efficient method is described to avoid practically all consequences of secondary electrons in X-ray tubes for high tensions.

Wanneer een snel electron een metaal treft, zooals het in Röntgenbuizen gebeurt, dan bestaat een groote waarschijnlijkheid, dat het geremd wordt en in het metaal blijft. De remming geschiedt in den regel niet ineens, doch min of meer geleidelijk. In het geval, dat het electron wel of nagenoeg ineens geremd wordt, kan de kinetische energie $\frac{1}{2}mv^2$ omgezet worden in een stralingsquantum met een frequentie $\nu = mv^2/2h$. Dit is het verschijnsel, waarom het in Röntgenbuizen te doen is; het rendement is echter kleiner dan 1%. Meestal geschiedt de snelheidsvermindering en dus het energieverlies in meerdere stappen en wordt de energie tenslotte voor een groot deel in warmte omgezet. Voor onze beschouwingen is van belang, dat het electron bij elke met kleiner of grooter snelheidsverlies gepaard gaande botsing tevens van richting verandert, zoodat dus een zekere kans bestaat, dat het weer naar het oppervlak terug diffundeert en zelfs het oppervlak weer kan verlaten. L e n a r d spreekt in zulk een geval van „rückdiffundierte” electronen. Behalve deze kan men nog eenige andere categorieën van electronen uit het oppervlak verwachten, wanneer dit door een bundel van snelle electronen getroffen wordt. Er zijn er, die door een primair electron direct uit de atomen worden verwijderd en zulke, die door de opgewekte Röntgenstraling worden vrijgemaakt, nl. de photo-electronen en de C o m p t o n-electronen. Geen dezer electronen, die wij voortaan „secundaire electronen” noemen, kan volgens de wet van het energiebehoud een snelheid verkrijgen, die grooter is dan die van een primair electron. Het experiment leert, dat de maximale snelheid die der primaire electronen nabij komt; de snelheidsverdeling is verder zoo, dat een

maximum ligt bij een snelheid die ongeveer 90% hiervan bedraagt ¹⁾. De totale kans, dat het oppervlak door een opvallend snel electron weer wordt verlaten, is van de orde van 0,5; het aantal snelle secundaire electronen is natuurlijk geringer. Het zijn nu de secundaire electronen, die in Röntgenbuizen, vooral bij hoge spanningen, groote moeilijkheden opleveren. Zij veroorzaken:

- a) negatieve oplading van geïsoleerde deelen van de buis, hetzij glaswand of metalen elementen;
- b) verwarming: elk electron brengt een energie $\frac{1}{2}mv^2 = eV$ mede
- c) vrijkomen van gas;
- d) ionisatie van de in de buis aanwezige of juist door de secundaire electronen vrijgemaakte gassen;
- e) electrolyse in verwarmd glas, vooral in de buurt van insmeltingen;
- f) Röntgenstralen; reeds lang bekend zijn de z.g. „Stielstrahlen”, van den zijkant der anode en van het voorvlak naast de brandvlek;
- g) tertiaire electronen, die onder invloed van de aan de buis gelegde spanning, op ongewenschte plaatsen een electronenbombardement kunnen veroorzaken.

Deze opsomming, wellicht niet eens volledig, is wel voldoende om duidelijk te maken, dat het ondervangen van secundaire electronen een zaak van belang is, ook al kunnen eenige van de hier genoemde gevolgen door afzonderlijke maatregelen vermeden worden. Verschillende voorstellen zijn reeds gedaan om de secundaire electronen te ondervangen of onschadelijk te maken. Zoo zijn metalen ringen voorgesteld van verschillenden vorm, die de anode en gedeeltelijk ook de kathode omgeven. Het is duidelijk, dat dergelijke ringen, zoo zij al inderdaad alle electronen opvangen, zelf verwarmd worden, gas afgeven, wanneer zij niet zeer grondig ontgast zijn, terwijl het glas, waaraan zij bevestigd zijn, verder eveneens alle gevolgen van electronenbombardement kan vertoonen. Bovendien zal een zekere kans op ionisatie bestaan, wanneer de door de electronen doorloopen ruimte niet zeer beperkt is.

Ook zijn buizen geconstrueerd, waarin de anode onmiddellijk

1) E. Lorenz, Proc. Nat. Ac. Sc. 14, 582, 1928; P. B. Wagner, Phys. Rev. 35, 98, 1930.

omgeven is door een metalen kap¹⁾, die een opening heeft, waardoor de primaire electronen van de kathode doorgelaten worden en een weinig absorbeerend venster voor doorlating der Röntgenstralen. Een moeilijkheid vormt hierbij de verwarming, die echter door voldoende geleiding naar de anode wel te boven te komen is. Erger echter is, dat door de eenige opening, die noodzakelijk aanwezig moet zijn, toch nog steeds electronen naar buiten treden. Hetzij dan, dat dit secundaire electronen zijn uit de brandvlek, secundaire electronen van den wand der opening, die ook direct door eenige primaire electronen getroffen wordt, of tertiaire electronen uit deze opening.

Brasch en Lange²⁾ bouwden een buis op uit een groot aantal ringen, afwisselend van isolatiemateriaal en van metaal en zorgden daarbij, dat de metalen ringen van binnen een kleinere doorsnede hadden dan de isoleerende, zoodat hoofdzakelijk metaal door electronen getroffen kon worden. Brasch en Lange gaven aan, dat zij voor zeer hoge spanningen met grooten afstand tusschen anode en kathode meer succes hadden dan met kleine afstanden. Seemann en Schotzky³⁾ gaven een aantal interessante waarnemingen omtrent secundaire electronen in metalen Röntgenbuizen.

Door één onzer is reeds vroeger bij de beschrijving der eerste Metalix-buizen⁴⁾ een geheel andere methode aangeduid om secundaire electronen meester te worden, nl. door het electrostatische veld in de nabijheid van de anode groot te maken. De groote veldsterkte veroorzaakt dan, dat de electronen naar de anode teruggedrongen worden en dus een kleine baan doorloopen en geen andere deelen treffen.

Het was echter destijds nog niet gelukt over dit verschijnsel quantitatief gegevens te verkrijgen en het is de bedoeling van het hierna volgende om quantitatief op dit effect nader in te gaan. Het zal dan blijken, dat er een afdoende methode bestaat om secundaire electronen onschadelijk te maken, waarbij geen afzonderlijke schermringen e.d. noodig zijn en waarbij alleen het

1) zie o.a. Albers—Schönberg, Die Röntgentechnik, S. 215 (1913); Hauszer, Bardehle und Heisen, Fortschr. Röntgenstr. **35**, 636, 1926.

2) A. Brasch und F. Lange, Zs. f. Phys. **70**, 10, 1931.

3) H. Seemann und K. F. Schotzky, ZS. f. Phys. **71**, 1, 1931.

4) A. Bouwers, Physica **4**, 173 1924.

vóórvlak der anode getroffen wordt. In fig. 1 is schematisch een anode en kathode aangegeven, benevens de baan der primaire electronen (pijlrichting) en één der mogelijke banen van het secundaire electron met maximale snelheid. De afstand der vlakke electroden is d , het spanningsverschil V . Wij willen de grootste dracht berekenen van het secundaire electron en hebben daarbij slechts het vraagstuk op te lossen van de kogelbaan uit de elemen-

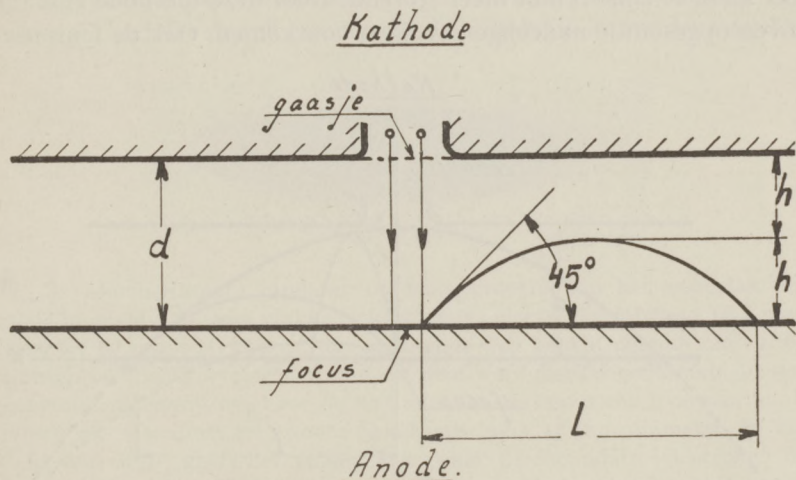


Fig. 1.

taire mechanica. De grootste dracht heeft het electron, dat onder 45° met maximale snelheid het oppervlak der anode verlaat. Die snelheid v is gegeven door de betrekking

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV.$$

De verticale snelheid is $v/\sqrt{2}$ in het begin en gelijk aan nul wanneer de grootste hoogte bereikt is, dus gemiddeld $v/2\sqrt{2}$; de horizontale snelheid is steeds $v/\sqrt{2}$, dus de dracht is $4 \times$ de hoogte. Volgt dan: $L = 4h$, en daar de beginsnelheid in verticale richting $\sqrt{2}$ maal zoo klein is als die welke noodig zou zijn om de kathode te bereiken, zoo is de baanhoogte h de helft van den afstand tot de kathode, dus

$$h = \frac{d}{2},$$

waaruit volgt $L = 2d$; de grootste dracht van het secundaire electron is het dubbele van den afstand tusschen anode en kathode. Er is dus een bijzonder eenvoudige methode gevonden om de secundaire electronen tot het voorvlak der anode te beperken, nl. men zorgt slechts, dat de doorsnede van anode en kathode minstens het viervoudige van den afstand tusschen beide is. Tertiaire electronen kunnen dan nog ontsnappen, doch hun aantal blijkt zeer klein te zijn en niet meer storend. Door deze methode zijn alle boven opgesomde nadeelige gevolgen voorkomen. Ook de ionisatie-

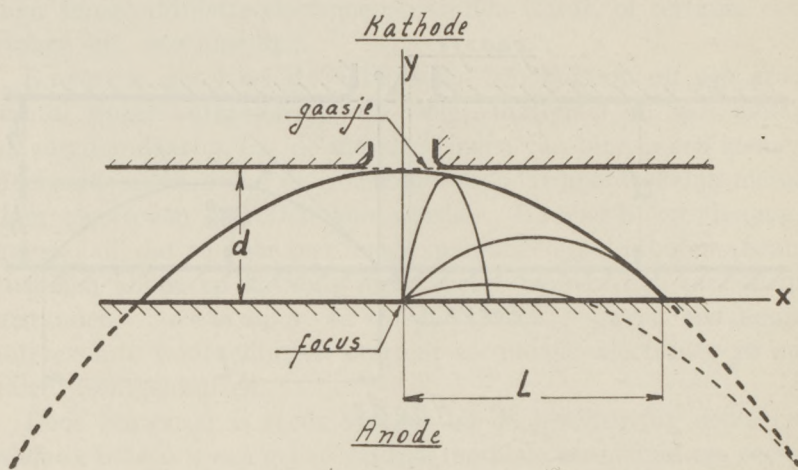


Fig. 2.

kans is uiterst beperkt, daar de doorloopen baan uit den aard der zaak klein is. Zooals uit de afleiding blijkt, is de baan der secundaire electronen niet van de aangelegde spanning afhankelijk, resultaat, dat overigens geldig blijft onafhankelijk van den geometrischen vorm der electroden, zooals ook op algemeenen grondslag gemakkelijk is in te zien ¹⁾. Terloops zij opgemerkt, dat door bovenstaande beschouwingen een verschijnsel verklaard wordt, dat herhaaldelijk aan den glaswand van ontladingsbuizen voor zeer hoge spanningen wordt waargenomen en dat bestaat in een fel fluoresceerend puntje, omringd door een cirkelvormige halo, die naar buiten scherp begrensd is. Gebleken is ons herhaaldelijk, dat een dergelijk lichtend puntje door een magneet verplaatsbaar is en dus op electronenbombardement berust. Verder blijkt de

1) J. H. van der Tuuk, *Physica* **10**, 231, 1930.

doorsnede van de ringvormige halo niet met de spanning te variëren. In verband met het bovenstaande is het duidelijk, dat het hier een electronenemissie van een tegenover den glaswand zich bevindend voorwerp moet betreffen. Inderdaad kon in een bepaald geval worden vastgesteld, dat de metalen electroden zich ongeveer op een afstand van den glaswand bevonden, die iets kleiner was dan de straal van de cirkelvormige halo.

Terugkeerend tot ons onderwerp bezien wij het complex van banen secundaire der electronen uit de brandvlek iets nader voor het

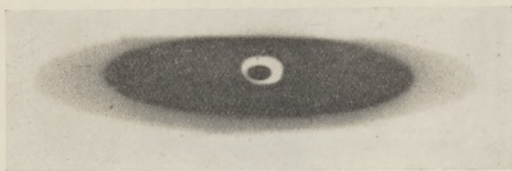


Fig. 3. „Loch-Kamera"-opname op ware grootte van het voorvlak der anode in geval van twee vlakke cirkelvormige electroden (afstand 10,5 mm, diameter 60 mm). Het focus, dat gedurende den belichtingstijd van ca. 30 minuten zeer sterk overbelicht zou worden, werd slechts gedurende 10 sec. geëxponeerd, terwijl het voor de rest van den tijd door een loodplaatje afgedekt was. De intensief zwarte cirkel van bijna 42 mm diameter (in het beeld een ellips) geeft het gebied aan, waar de secundaire electronen de anode treffen. We zien, dat de straal van dezen cirkel practisch gelijk is aan $2 \times$ de afstand der platen. Bij korte exposities zien we niet een homogeen gezwart gebied; er is dan een maximum van zwarting in een gebied met $16 \leq r \leq 20$ mm.

We merken nog op, dat de zwarting buiten den cirkel met $r = 21$ mm voor een groot deel tengevolge van tertiaire electronen ontstaat; hun aantal is echter zeer klein in verhouding tot dat der secundaire electronen.

geval van vlakke electroden op korten afstand. Wij beperken ons tot die electronen, die ongeveer de maximale beginsnelheid v hebben. Nemen wij de y -as van het coördinatenstelsel, met den oorsprong in de brandvlek, loodrecht op de anode en de x -as in het anode-voorvlak, dan kunnen wij de vergelijking van den bundel parabolische banen als volgt schrijven (fig. 2):

$$\frac{x^2}{4d} - x \sin a \cos a + y \cos^2 a = 0.$$

Hierin is de parameter a , de hoek, waaronder het electron het

oppervlak verlaat. Wij kunnen nu van dezen bundel parabolen gemakkelijk de omhullende bepalen. Differentiatie naar den parameter en eliminatie van dezen geeft:

$$x^2 + 4d(y - d) = 0.$$

De omhullende is dus een omwentelings-paraboloïde met den top in de kathode, de as door de brandvlek en een doorsnede met het voorvlak der anode met een straal $L = 2d$. Electronen met kleinere snelheid blijven vanzelfsprekend binnen de omhullende.

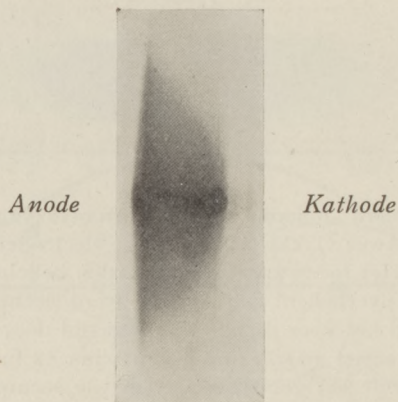


Fig. 4. De intensief zwarte bundel in het midden ontstaat tengevolge van de primaire electronen; de parabool ontstaat door de secundaire electronen. De maximale dracht der secundaire electronen reikt tot ongeveer den dubbelen afstand der platen.

Het gelukte ons om zoowel het cirkelvormige gebied, waarin de secundaire electronen de anode treffen, alsook den geheelen bundel van banen van secundaire electronen experimenteel zichtbaar te maken. Fig. 3 geeft een „Loch-Kamera”-opname van het door electronen getroffen voorvlak der anode, waarbij het focus door een loodplaatje is afgedekt; duidelijk blijkt de scherpe begrenzing, die wij volgens het bovenstaande moeten verwachten, alsook dat de doorsnede van den cirkel het viervoudige van den afstand tusschen anode en kathode is. Fig. 4 laat tenslotte een opname van den geheelen bundel van banen van secundaire electronen zien. Deze banen werden zichtbaar door middel van een kunstgreep, die daarin bestaat, dat een geringe hoeveelheid gas

wordt toegelaten, zoo gering, dat de kans op ionisatie klein en daarmee de beïnvloeding van de electronenbaan gering is. Anderzijds echter is de lichtemissie (hoofdzakelijk aanslagspectrum) toch voldoende om het gewenschte effect te zien. Ook de visueele waarneming in een donker vertrek was heel duidelijk.

Het spreekt vanzelf, dat het beschreven beginsel — dat wij het beginsel van de beperkte dracht willen noemen — niet aan vlakke

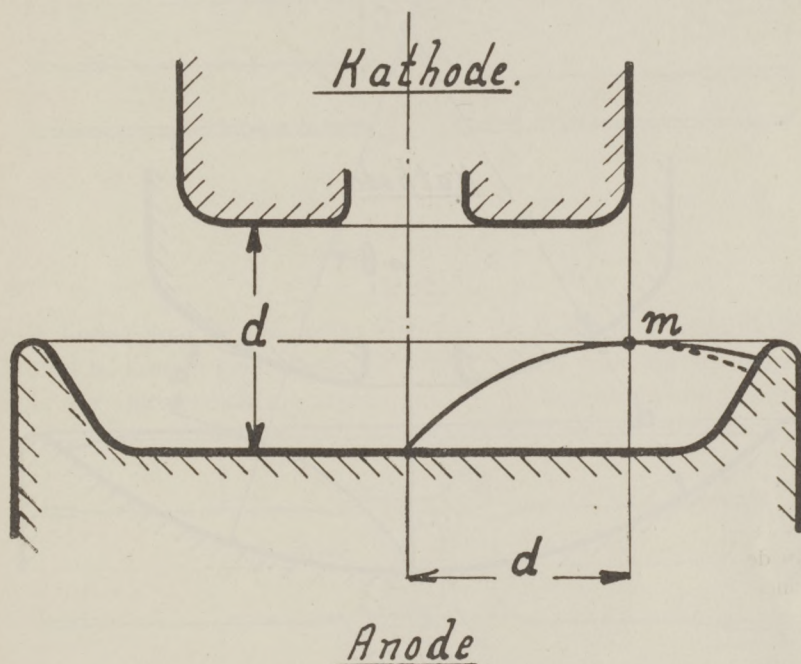


Fig. 5.

electroden gebonden is. Zoo voldoet bijv. ook de configuratie, voorgesteld in fig. 5. Immers, nadat de secundaire electronen de grootste hoogte bij *m* bereikt hebben, ondervinden zij geen enkele kracht meer in opwaartsche richting en kunnen dus niet over den rand der anode heen komen, die de hoogte van het punt *m* heeft.

Berekenbaar is bijv. ook het geval van fig. 6, bolvormig kathode- en anode-oppervlak. In de figuur zijn de grenzen van het door secundaire electronen getroffen bolsegment in de juiste verhouding tot de stralen van anode- en kathode-oppervlak aangegeven. De banen zijn hyperbolen (krachtcentrum is het middel-

punt C der bollen); de hoek θ , die bij de grootste dracht behoort (θ_{max}), voldoet aan de volgende betrekking:

$$\cos \theta_{max} = \frac{2d + r}{(r + d) \sqrt{1 + \frac{2d}{r}}}$$

terwijl a (zie fig. 6) in dat geval gelijk is aan:

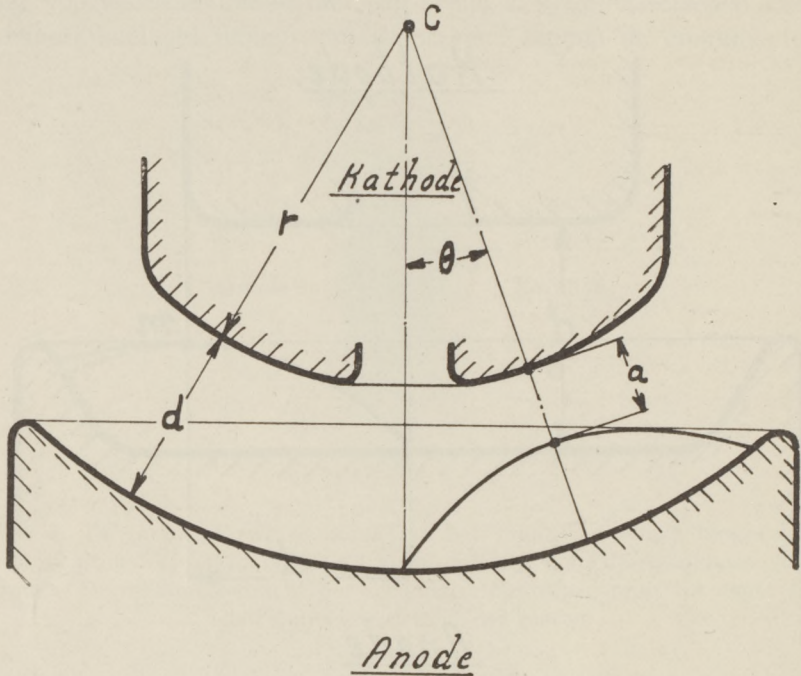


Fig. 6.

$$\frac{r}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{2d}{r}} - 1 \right)$$

Tenslotte geven wij (fig 7 en 8) een tweetal voorbeelden van buizen gebouwd volgens het „beginsel van de beperkte dracht”.

De kathode van fig 7 bevat een dun gedeelte, dat Röntgenstralen slechts in geringe mate absorbeert. Weglaten van dit gedeelte heeft voor het functioneeren van de buis fatale gevolgen. Fig. 8 vertoont een toepassing van de metalen kap, waarvan reeds op pag. 2 en 3 sprake was, echter zoo, dat thans geen secundaire

electronen kunnen ontsnappen, door toepassing van de boven beschreven bolconfiguratie.

Deze constructie is buitengewoon gunstig voor het geval van

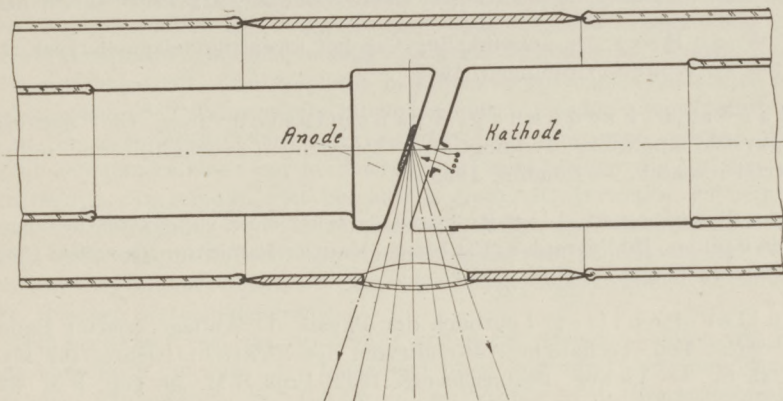


Fig. 7.

zeer hoge spanningen, want doordat de kathode geleidelijk gekromd is, komen geen sterk gekromde randen voor, die op zichzelf door de veldverdichting steeds gevaar opleveren van koude ontla-

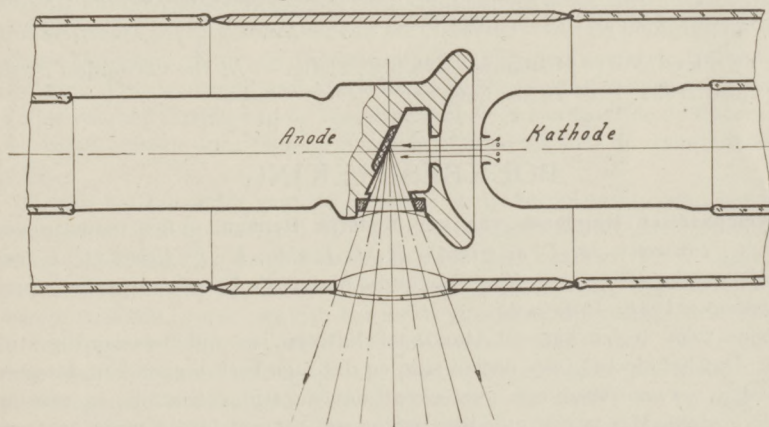


Fig. 8.

dingen, een effect, dat in buizen voor hoge spanningen moeilijkheden van dezelfde orde oplevert als dat der secundaire electronen. Wij hopen een ander maal hierover een en ander mede te deelen.

Eindhoven,
October 1932.

Röntgenlaboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampen fabrieken.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

- F. M. Colebrook, Radio Report no. 12, A theoretical and experimental investigation of high selectivity tone-corrected receiving circuits, 67 blz., 22 fig. — His Majesty's Stationery Office. London. 1932. Prijs 1 sh. 3 d. net.
- H. W. de Boer, De ontwikkeling van het levensmiddelenonderzoek, 25 blz. — Wolters. Groningen. 1932.
- Standard Frequency Transmission from the national physical laboratory, Teddington. — Department of scientific and industrial research. — London. 1932.
- Maurice Lecat, L'Azéotropisme, la tension de vapeur des mélanges de liquides, Bibliographie, 134 blz. — Maurice Lamertin. Bruxelles. 1932. Prijs 15 belgas.
- Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, 11 Auflage, vierter Band, zweiter Teil, Technische Anwendungen der Elektrizitätslehre, 462 blz., 245 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1932. Prijs R.M. 30, geb. R.M. 33.
- Karl K. Darrow und E. Rabinowitsch, Elementare Einführung in die Wellenmechanik, zweite Auflage, 110 blz., 4 fig. — Hirzel. Leipzig. 1932. Prijs R.M. 5.
- H. Barkhausen, Einführung in die Schwingungslehre, nebst Anwendungen auf mechanische und elektrische Schwingungen, 128 blz., 118 fig. — Hirzel. Leipzig. 1932. Prijs R.M. 5, geb. R.M. 6.50.
- J. Frenkel, Wave Mechanics, 278 blz., 21 fig. — At the Clarendon Press. Oxford. 1932. Prijs 20 sh. net.

BOEKBESPREKING

Encyclopaedisch Handboek van het Moderne Denken, onder redactie van A. C. Elsbach†, H. T. de Graaf†, H. J. Jordan, K. F. Proost, G. H. van Senden. Twee deelen. Van Loghum Slaterus' Uitgeversmaatschappij, Arnhem, 1931. Prijs f 25.—

In de twee deelen van dit Handboek ligt een bewonderenswaardig stuk werk. Dat het slechts twee deelen zijn, en dat men toch zeggen kan dat geen gebieden verwaarloosd zijn, beteekent dat de stijl concies is, in concentratie gesteld. Het is een moedige poging om tot een formuleering, tot een overzicht te geraken. Onvermijdelijk komt er daardoor een stagnatie in den stroom. Typeerend voor het moderne denken is de gestadige wending die het neemt, de woeling en het onophoudelijk anders uitbotten, gelijk een opstijgende cumuluswolk. Daarmee is in strijd, en in karaktertegenstelling een vaste formuleering, een positieve vastlegging.

Gevolg van deze inherente moeilijkheid is, dat bij wijlen men onder één woord twee toelichtingen vindt, van twee verschillende auteurs.

Het spreekt vanzelf, dat deze encyclopaedie geen veelweterij beoogt.

Het is uitgesloten dat men dit boek ter hand neemt om zich algemeene ontwikkeling te verschaffen. Wat het wel kan doen, is de behulpzame hand te bieden ter oriëntering. Er kunnen problemen in de publieke belangstelling aan de orde komen, waar men iets van kennen moèt, gij kunt van een discussie getuige zijn, waarvan ge gevoelt dat zij u aangaat, maar ge hoort kunsttermen bezigen, noodig ter korte formulering, waarmede ge niet vertrouwd zijt. Dan helpt dit handboek u op weg. 't Leidt niet zelf tot aan het doel; wanneer zijn inlichting niet voldoende aangrijpingspunt voor uw eigen denken biedt, verwijst het naar uitvoeriger werken. Het biedt een handreiking, een herinnering aan denkbeelden die uit den gezichtskring zijn geraakt. Het bespaart u geen zelf overwegen, en nergens heeft het de houding van „es ist erreicht". Is het noodzakelijkerwijze telkens weder fragmentarisch, het steekt nergens vast in een dogma. Geen kerkelijke of religieuze dogma's, geen wetenschappelijke dogma's: het ademt een forschen werkelijkheidszin.

Het heeft niet veel zin, op details kritiek te oefenen, — bijv. dat het onevenredig is om van de 7 bladzijden over „Verstand" er ruim vier te besteden aan citaten van *Luther*, en slechts in de literatuuropgave te verwijzen naar *Spinoza*, en alleen *Spinoza*, — het werk moet als geheel gezien worden, en dan is het bewonderenswaardig. F.

Francis Perrin. Fluorescence, durée élémentaire d'émission lumineuse, 44 blz. — Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 5.

In dit nummer van de bekende serie Conférences d'actualités scientifiques et industrielles geeft de schrijver een kort overzicht van de photoluminescentieverschijnselen, zijnde de fluorescentie en phosphorescentie. Na een beschrijving der algemeene karaktertrekken dezer verschijnselen, geeft *Perrin* een samenvatting van de bestaande theorieën aangaande de fluorescentie, zoowel van de klassieke electromagnetische als van de quantentheoretische.

Meer in het bijzonder gaat de schrijver in op de polarisatie van het fluorescentielicht van oplossingen. Hoewel de fluorescentie van vloeistoffen sinds langen tijd bekend is, heeft men eerst sinds kort ontdekt (*F. Weigert*), dat het licht eener fluoresceerende oplossing gedeeltelijk gepolariseerd is. Deze polarisatie is zeer zwak in het geval van sterk fluoresceerende stoffen, als deze opgelost zijn in weinig visceuze oplosmiddelen (b.v. fluorescine in water), zij is echter belangrijk en goed waarneembaar bij minder goed fluoresceerende oplossingen (b.v. érythrosine in water) en bij alle zeer visceuze fluoresceerende oplossingen (b.v. fluorescine in glycerine).

Perrin ontwikkelt ter verklaring dezer verschijnselen een theorie, waarin de depolarizeerende werking door de rotatie der moleculen en de invloed der *Brown*sche rotatiebeweging daarop, nagegaan wordt. Gebruik makende van de door *Einstein* afgeleide wetten voor de *Brown*sche rotatiebeweging van een bol in een visceuze vloeistof, leidt *Perrin* een formule af, waarin de polarisatiegraad uitgedrukt wordt in drie grootheden, te weten: het moleculaire volume V der fluoresceerende moleculen, de „polarisation fondamentale" p_0 , zijnde de polarisatiegraad van de moleculen, als

geen rotatie optrad en de gemiddelde levensduur τ van den geactiveerden toestand dier moleculen.

Een en ander stelt Perrin in staat uit de door hem gedane proeven, waarbij de polarisatiegraad in verschillende visceuze oplosmiddelen bepaald werd, de grootheden p_0 en τ te bepalen. Hoewel het zonder twijfel aan eenige bedenking onderhevig is de theorie van Einstein voor de Brownsche beweging (afgeleid van grootere deeltjes) toe te passen op de moleculen der fluoresceerende stof (Perrin motiveert het, zoover hij kan) is het interessant te zien, tot welke gevolgtrekkingen zijn theorie voert. Het werkje vormt dan ook een waardevolle bijdrage aangaande de studie der fluorescentieverschijnselen.

H. B. D.

Louis de Broglie. Sur une forme plus restrictive des relations d'incertitude, d'après M. M. Landau et Peierls, 24 blz. — Hermann. Paris. 1932. Prijs 6 frs.

Aangekondigd wordt, dat in de serie „Actualités scientifiques et industrielles” een reeks geschriften zal verschijnen, geschreven door een mathematicus of een theoretisch physicus of een experimenteel physicus en bestemd voor de beide andere categoriën van mathematico-physici.

Hierin zullen, met commentaar, publicaties behandeld worden, die van groot belang geacht worden.

De Nobel-prijswinnaar Louis de Broglie begint nu met een analyse van het in 1931 verschenen stuk van Landau en Peierls (Z. f. Physik 69, 56, 1931), waarin uiteengezet wordt, dat de onzekerheid in een te meten grootheid (energie of impuls) snel toeneemt als de meettijd korter wordt, dat de wet van behoud van arbeidsvermogen bij zeer korten interactie-tijd slechts bij benadering uitkomt en bijvoorbeeld heelemaal niet in het geval van het ontsnappen van β -deeltjes aan een radio-actieve kern, waardoor het optreden van een continu β -stralenspectrum begrijpelijk wordt.

Het is te betreuren, dat het eerste nummer van deze goed bedoelde reeks in zooverre niet aan de gestelde eischen voldoet, dat het meer op de kennis van ingewijde theoretische physici ingesteld is dan op die van mathematici of experimentatoren. Vooral als men ook de menschen wil bereiken, die de universiteit reeds eenigen tijd verlaten hebben, zal men meer moeite moeten doen om iets verder terug te grijpen in feiten en formules, die van algemeene bekendheid geacht mogen worden.

C. Z.

Marcel Boll, L'idée générale de la mécanique ondulatoire. 70 blz., 3 fig. —

Hermann et Cie. Paris. 1932. Prijs 15 frs.

De schrijver van een aantal werken van zeer uiteenloopende strekking, als: *L'art contemporain, sa raison d'être etc.*; *L'électricité à la ville, en campagne, en auto*; *Manuel de chimie analytique*; *Précis d'optique* enz. biedt hier in den omvang van 70 niet groote bladzijden een overzicht van de golvingsmechanica. Aan de inleiding ontleenen wij, dat dit werkje „croit rendre service à un grand nombre d'esprits curieux . . .” en dat het wat moeilijkheid betreft op één lijn gesteld kan worden met het werkje van Darrow (zie *Physica* 9, 351, 1929). Het is ongetwijfeld een moeilijke taak, die de schrijver van een dergelijk werkje op zich neemt, gezien het

vele, dat in een kort bestek moet worden behandeld en eveneens het vele, dat nog van den grond wordt opgehaald, zooals de leer der complexe getallen en veel uit de theorie der differentiaalvergelijkingen. *Bijzonder* geslaagd kan ik het werkje niet vinden. Met het meeste genoeg en heb ik gelezen de behandeling van de onnauwkeurighedsrelaties aan de hand van eenvoudige voorbeelden alsmede enkele opmerkingen van Bohr, Langevin e.a., die bij wijze van citaten ingelascht meer tot het begrip bijdragen dan de vele formules en rekenvoorbeelden. D. G.

M. Hellingman en *F. Goudriaan*, **Praktische oefeningen in de natuurkunde ten dienste van het middelbaar en middelbaar-technisch onderwijs**, tweede deel, tweede, herziene druk, 157 blz. — Muusses. Purmerend. 1932. Prijs f 2.50.

Na hetgeen ik hierover van het eerste deel heb gezegd (*Physica* XII p. 142) behoef ik over dit tweede deel niet uitvoerig uit te wijden. Het brengt op dezelfde wijze als in deel I de handleidingen voor een 30-tal electriciteitsproeven, een 6-tal elasticiteitsproeven en tenslotte een 5-tal over de uitstroaming van vloeistoffen.

Ofschoon het boek m.i. het meest geschikt is voor practicum op de middelbare technische scholen, zoo zullen toch de collega's uit het middelbaar onderwijs die praktische oefeningen met hun leerlingen houden, ongetwijfeld verschillende van de hier beschreven proeven bij hun praktische lessen kunnen gebruiken. T. v. L.

MEDEDEELINGEN

BATAAFSCH GENOOTSCHAP DER PROEFONDERVINDELIJKE WIJSBEGEERTE

L. S.

Directeuren maken bekend, dat een bedrag beschikbaar is, waarmede onderzoekers op het gebied der Proefondervindelijke Wijsbegeerte bij hun wetenschappelijk onderzoek kunnen worden gesteund. Zij, die voor een toelage in aanmerking willen komen, worden verzocht vóór 12 December a.s. zich schriftelijk te richten tot den Directeur, ten Secretaris, Dr. H. K. de Haas, Witte de Withstraat 37, Rotterdam, met opgave van het doel, waarvoor de toelage moet dienen, van de reden der aanvragen en van het gewenscht bedrag.

Het strekt in het belang van den aanvrager om daaraan c. q. toe te voegen afdrukken van vroegere publicaties van den aanvrager, voor zoover deze met het onderwerp der aanvraag verband houden.

De namen van hen, die een toelage ontvangen, worden bekend gemaakt. Aanvragers blijven geheel vrij in de wijze, waarop — of het tijdschrift, waarin — zij het onderzoek publiceeren, hetwelk met steun van het Genootschap is verricht; slechts zij melding gemaakt van het feit, dat door het

Genootschap eenige steun is verleend. Directeuren zullen er prijs op stellen, enkele exemplaren van de desbetreffende publicatie te ontvangen.

ZEGT DIT VOORT!

H. K. DE HAAS,
Directeur, 1e Secretaris.

BATE UIT HET PIETER LANGERHUIZEN LAMBERTUSZOON-FONDS

Het Dagelijksch Bestuur van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen heeft besloten, de bate van vermoedelijk f 4500.— die in 1933 door de Maatschappij uit het Pieter Langerhuizen Lambertuszoon-Fonds zal worden verleend, te besteden tot bevordering van de studie der natuurkunde.

Tot het ontvangen der bate komen in aanmerking leden van de Hollandische Maatschappij der Wetenschappen, *zoo voor zichzelf als ten behoeve van derden*, zoo personen als instellingen (al of niet rechtspersoon).

Aanvragen tot het verkrijgen der bate moeten vóór 1 Januari 1933 aan den Secretaris der Maatschappij, Prof. Dr. A. F. Holleman te Bloemendaal, Parkweg 7, worden gezonden met inachtneming van het volgende:

De aanvraag geschiedt schriftelijk en moet behelzen:

- a) den naam, voornamen, woonplaats en werkring van den aanvrager, en zoo de aanvraag niet ten behoeve van den aanvrager zelf is, wanneer deze geschiedt ten behoeve van een fysiek persoon, dezelfde opgaven omtrent deze; wanneer het betreft eene instelling, eene duidelijke aanduiding dier instelling;
- b) het doel, waartoe de bate zal worden besteed;
- c) een zoo nauwkeurig mogelijke begrooting of berekening der kosten;
- d) al datgene, wat de reden van de aanvraag, zoowel als de omstandigheden waaronder de aanvraag geschiedt nader kan in het licht stellen of aannemelijk maken;
- e) eene verklaring door den aanvrager, respectievelijk van dengene, te wiens behoeve de aanvraag geschiedt, dat bij toekenning der bate de resultaten van het onderzoek, waartoe de bate strekt, aan de Maatschappij ter opname in hare werken zullen worden aangeboden en in geen geval binnen zes maanden na de aanbieding zonder toestemming der Maatschappij zullen worden in het licht gegeven; een en ander ten ware de bate zij verstrekt in samenwerking met eenig ander lichaam of genootschap en omtrent die uitgave met zulk lichaam of genootschap eenige andere regeling is getroffen.

Volgens art. 8, al. 10 der statuten hebben aanvragen voor het geheele bedrag de voorkeur.

A. F. HOLLEMAN,
Secretaris.

DIE LICHEMISSION BEI GASENTLADUNGEN INSBESONDERE VON RESONANZLINIEN

von W. DE GROOT

Zusammenfassung.

Es wurden die Intensitätsverteilung innerhalb einer Resonanzlinie und die Gesamtemission berechnet für eine Entladung (z.B. in einem Metaldampf-Edelgasgemisch), welche (I) durch parallele flache Wände (II) durch eine zylindrische Wand begrenzt ist. Angenommen wurden:

- 1) eine überall gleiche Elektronentemperatur T_e ;
- 2) eine nach der Wand hin nach Schottky abfallende Elektronenkonzentration;
- 3) Dopplerverbreiterung für die Ausstrahlung eines Atoms.

Unter diesen Voraussetzungen wurde abgeleitet:

- a) dass die Linie starke Selbstumkehr zeigen kann;
- b) dass bei genügend hohe Dampfdichte und Elektronenkonzentration das Gesetz von Lambert annäherend richtig ist.

Der rechnerische Befund wurde mit Messungen an der positiven Säule in Natrium-Edelgasgemische verglichen. Es wurde dabei der Einfluss der strahlungslosen Uebergänge zwischen den beiden $3p$ -Niveaus mit berücksichtigt.

Nicht beachtet wurden:

- a) negative Absorption;
- β) Verringerung der Anzahl normaler Atome dadurch, dass ein Teil der Atome angeregt oder ionisiert ist;
- γ) sekundäre Prozesse (stufenweise Anregung höherer Zustände).

Es wurde

- δ) Diffusion der Atome verschiedener Art gegen die Lichtquantendiffusion vernachlässigt.

Vor einiger Zeit ¹⁾ wurde eine Formel für die Konzentration (n_a) der angeregten Atome in einer Gasentladung abgeleitet, unter der

1) M. J. Druyvesteyn en W. de Groot, *Physica* **12**, 153, 1932.

Es sei an dieser Stelle auf verwandte Betrachtungen aus der Litteratur hingewiesen: L. S. Ornstein—H. C. Burger, *Versl. Kon. Acad. v. Wch.*, Amsterdam **29**, 37, 1920 (Chemisches Gleichgewicht); J. Woltjer Jr., *Physica* **5**, 460, 1925 (Ionisation in einer Sternatmosphäre). Aus der neuesten Litteratur: F. L. Mohler, *Bur. St. Journ. Res.* **9**, 493, 1932 (positive säule in Cs-dampf).

Voraussetzung dass eine Elektronentemperatur T_e vorhanden ist. Dabei war weiter vorausgesetzt, dass der Zustand a , worauf das Symbol n_a sich bezieht, für die betrachtete Atomart der einzige in Frage kommende angeregte Zustand ist und dass der Uebergang aus diesem Zustand nach dem Grundzustand (Resonanzlinie) die einzige Strahlung darstellt, die bei dem Problem eine Rolle spielt. Es wurde weiter, der Einfachheit der Rechnung halber, angenommen dass die Elektronentemperatur noch so niedrig ist, dass das Wiensche Strahlungsgesetz an Stelle des Planckschen gebraucht werden darf, in der Hoffnung, dass dann im allgemeinen die negative Absorption ausser Betracht gelassen werden kann.

Unter den genannten Bedingungen wurde früher für n_a folgende Integralgleichung abgeleitet:

$$(1) \quad n (n_e I_I + \int_0^\infty q(v) b(v) dv) = n_a (n_e I_{II} + A).$$

Dabei sind I_I und I_{II} Temperaturfunktionen der Gestalt:

$$\int v^3 q(v) e^{-mv^2/2kT} dv$$

worin die Anregungsquerschnitte $q(v)$ so beschaffen sind, dass

$$I_I/I_{II} = \frac{g_a}{g} e^{-\epsilon_a/kT}.$$

Ferner ist

$$(2) \quad q(v, x, y, z) dv = \int \frac{n_a(x' y' z')}{4\pi r^2 c} a(v) h\nu_a e^{-nb(v) h\nu_a \cdot r/c} dx' dy' dz' dv.$$

In diesen Gleichungen stellen $a(v)$, $b(v)$ die spektral zerlegten Einsteinschen Konstanten dar, sodass:

$$(3) \quad a(v) = A f(v) = (8\pi h\nu_a^3/c^3) (g/g_a) b(v)$$

$$(4)^1 \quad b(v) = B f(v) = (e^2/m h\nu_a) \cdot f \cdot f(v)$$

$$(5) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(v) dv = 1.$$

Während wir uns früher auf einige allgemeinen Bemerkungen, die Gleichungen (1) und (2) betreffend, beschränkt haben, möchten

1) Das erste f in Formel (4) ist die Stärke der Linie.

wir jetzt versuchen ein mehr quantitatives Bild von deren Lösung zu bringen. Zu gleicher Zeit werden wir untersuchen wie die spektrale Lichtverteilung innerhalb der Resonanzlinie aussieht und mit welcher Totalintensität diese Linie emittiert wird. Diese Frage ist deshalb wichtig, weil wir in den in den letzten Jahren vielfach studierten Entladungen in mit Metaldampf gemischten Edelgasen¹⁾ Fälle vor uns haben, welche einigermaßen den im Anfang genannten Voraussetzungen entsprechen.

Aus den Gleichungen (2) bis (5) folgt:

$$(6) \int_Q (v) b(v) dv = \int \frac{n_a (x'y'z')}{4\pi r^2 c} A B h\nu_a \cdot f^2(v) e^{-(nB h\nu_a \cdot r/c) f(v)} dv dx' dy' dz'.$$

Führen wir die Integration nach v aus²⁾:

$$(7) \int f^2(v) e^{-(nB h\nu_a \cdot r/c) f(v)} dv = F(r)$$

und nehmen wir an, dass die Dopplerverbreiterung massgebend für die Linienform ist, dann gilt:

$$(8) f(v) = \frac{1}{\alpha \sqrt{\pi}} e^{-v^2/\alpha^2}.$$

$$(8a) \alpha = v_a u/c.$$

$$(8b) u = (2kT/M)^{\frac{1}{2}}.$$

wobei T die Gastemperatur, M die Masse eines Atoms darstellt, sodass:

$$(9) F(r) = \frac{1}{\pi\alpha^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2v^2/\alpha^2} e^{-\frac{nB h\nu_a r}{ac} \frac{v}{\alpha}} e^{-v^2/\alpha^2} dv.$$

Dergleichen Integrale sind früher studiert worden³⁾.

Wir setzen also

$$(10) \alpha \sqrt{2\pi} F(r) = Y(\gamma, X), \quad \gamma = \frac{1}{2}, \quad X = nB h\nu_a r/ac \sqrt{\pi}.$$

1) M. Pirani, E. T. Z., **51**, 889, 1930.

M. Reger, ZS. f. Instr., **51**, 472, 1931.

M. J. Druyvesteyn. Phys. Zs. **33**, 822, 1932.

2) Unter v verstehen wir im folgenden den Frequenzunterschied in Bezug auf die Linienmitte. Die eigentliche Frequenz der Linie wird mit ν_a bezeichnet.

3) W. de Groot, Physica **9**, 263, 1929; ZS. f. Phys. **50**, 559, 1928.

Die Funktion

$$Y(\gamma, X) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-y^2} e^{-Xe^{-\gamma y^2}} dy$$

unterscheidet sich für $\gamma = \frac{1}{2}$, wenigstens im Intervall $0 < X < 6$, wenig von einer Exponentialfunktion. Man findet z.B.

X	0	2	4	6
0,3 X	0	0,6	1,2	1,8
$-\log Y$	0	0,67	1,24	1,72

Wir werden uns im folgenden auf das quasi-eindimensionale Problem beschränken, wobei der Entladungsraum von zwei parallelen Ebenen ($x = \pm l$) begrenzt wird, während in jeder Ebene senkrecht zur x -Achse die Grössen n_a , n_e einen konstanten, nur von x abhängigen Wert haben.

Führen wir das Volumelement $2\pi r dr dx$ ein, dann wird:

$$(11) \quad \int_0^{\infty} \rho(\nu) b(\nu) d\nu = \frac{A \cdot B \cdot h\nu_a}{2c} \int_{-l}^l n_a(x') dx' \int_{|x-x'|}^{\infty} \frac{F(\nu) d\nu}{\nu} \\ = \frac{A \cdot B \cdot h\nu_a}{2c} \int_{-l}^l n_a(x') K(x-x') dx'$$

Die symmetrische Kernfunktion $K^1)$ hat eine weitgehende Analogie mit dem Integrallogarithmus. Sie wird schwach unendlich für Argument null.

Indem wir uns von der Gestalt der Lösung ein Bild zu formen wünschen, nehmen wir an, dass die Integration statt von $-l$ nach $+l$, von $-\infty$ nach $+\infty$ vorgenommen werden darf, eine Annahme, die jedenfalls an den Rändern nicht erfüllt ist ²⁾. Diese Näherung ist also um so mehr erlaubt als die Absorption grösser, die freie Weglänge der Lichtquanten im Verhältnis zu den Gefässabmessungen kleiner ist.

Indem man jetzt nach $x' - x = \xi$ entwickelt:

1) vgl. K. Schwarzschild, Berl. Ber. 1914, p. 183.

2) G. Hertz, ZS. f. Phys. 32, 298, 1925.

W. de Groot, Physica 8, 23, 1928.

H. Bartels, ZS. f. Phys. 55, 507, 1929.

H. Bartels u. H. Noach, ZS. f. Phys. 64, 465, 1930.

$$(12) \quad n_a(x') = n_a(x) + \xi \frac{\partial n_a}{\partial x} + \frac{\xi^2}{2} \frac{\partial^2 n_a}{\partial x^2} \dots$$

findet man

$$(13) \quad \int n_a(x') K(x-x') dx' = \int_0^\infty \frac{F(r)}{r} dr \int_{-r}^r (n_a + \frac{1}{2} \xi^2 \frac{\partial^2 n_a}{\partial x^2} \dots) d\xi.$$

Den ersten Teil dieses Ausdruckes, nämlich

$$(14) \quad n_a \int_0^\infty \frac{F(r)}{r} dr \int_{-r}^r d\xi$$

würde man bekommen, wenn n_a durch den ganzen Raum konstant wäre, wie z.B. in einem Hohlraum konstanter Temperatur der Fall ist. In diesem Falle herrscht jedoch vollständiges Gleichgewicht zwischen Strahlung und Absorption, indem

$$(15) \quad n \int_Q(v) b(v) dv = n_a \cdot A.$$

Streicht man dieses, indem man (13) in (11), (11) in (2), (2) in (1) einsetzt, so bleibt folgende Gleichung übrig:

$$(16) \quad n \cdot n_e \cdot I_I + \frac{A}{3} \cdot \frac{nB h\nu_a}{2c} \cdot \frac{\partial^2 n_a}{\partial x^2} \int F(r) r^2 dr = n_a \cdot n_e \cdot I_{II}.$$

Terme höherer Ordnung sind hierbei nicht berücksichtigt worden. Es ist leicht zu zeigen, dass unter den im Anfang genannten Bedingungen der Koeffizient von $\partial^4 n_a / \partial x^4$ mehr als 1000 mal kleiner ausfällt als der von $\partial^2 n_a / \partial x^2$. Wenn man $F(r)$ durch (10) ersetzt und die Integration mit Hilfe der tabulierten Funktion $Y(\frac{1}{2}, X)$ ausführt, geht Gleichung (16) über in:

$$(17) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \Phi(x) (y - 1).$$

Dabei ist

$$(18) \quad y = \frac{n_a}{n} \cdot \frac{I_{II}}{I_I} = (n_a g / n g_a) e^{+\epsilon_a / kT}.$$

$$(19) \quad \Phi(x) = 1,32 \left(\frac{n_e I_{II}}{A} \right) \left(\frac{nB h\nu_a}{c \sqrt{\pi}} \right)^2.$$

Die Abhängigkeit von Φ von x ist durch die Abhängigkeit von n_e von x bedingt. Im Falle einer konstanten Elektronenkonzentration ($\Phi = \text{konst}$) lässt sich die Gleichung (17) leicht lösen. Man findet aus der Randbedingung

$$(20) \quad y = 0 \text{ für } x = \pm l$$

die Lösung

$$(21) \quad 1 - y = \cosh(x \sqrt{\Phi}) / \cosh(l \sqrt{\Phi}).$$

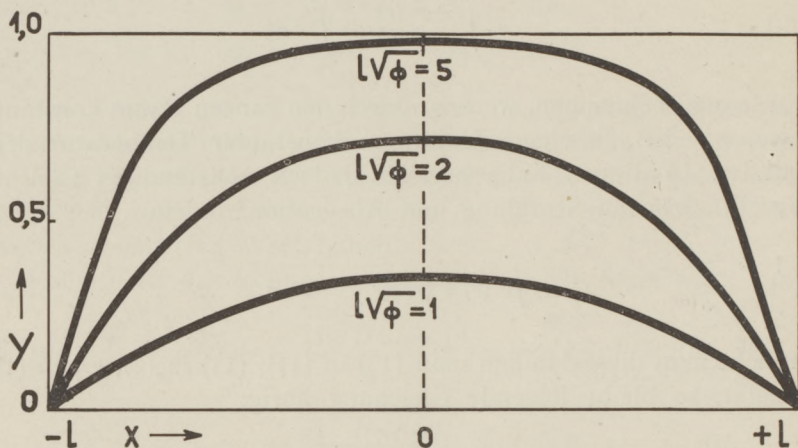


Fig. 1

Konzentration der angeregten Atome in einem durch parallele Wände begrenztem Gefäss bei konstanter Elektronenkonzentration (berechnet).

Die Art der Erscheinung lässt sich in diesem Beispiel bereits verfolgen (Fig. 1).

Es zeigt sich dass, wenn Φ genügend gross ist (also n_e und n genügend gross sind) das Verhältnis der angeregten zu den nicht angeregten Atomen sich dem Boltzmannverhältnis ($y=1$) nähert¹⁾, wenigstens in der Mitte der Röhre, während an den Gefässwänden durch die überherrschende Strahlung das Temperaturgleichgewicht verschoben ist.

Es ist vielleicht nützlich, auch an dieser Stelle noch einmal die Grössenordnung der verschiedenen Terme der Gleichung (2) ins Auge zu fassen. Das Integral I_I lässt sich nur auswerten, wenn man für die Anregungsfunktion $q(v)$ einfache Funktionen einsetzt. So findet man z.B., falls

1) Man vergleiche Formel (18).

$$(22) \quad q(v) = \text{konst.} \frac{\varepsilon - \varepsilon_a}{\varepsilon_a}$$

für das Integral I_I

$$(22a) \quad I_I = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 + \frac{2kT}{\varepsilon_a} \right) e^{-\varepsilon_a/kT} \cdot \text{konst.}$$

$$(22b) \quad I_{II} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 + \frac{2kT}{\varepsilon_a} \right) \text{konst.} \frac{g}{g_a}$$

Setzt man für die beiden D -Linien ¹⁾:

$$\text{konst.} \frac{g}{g_a} = 1,2 \cdot 10^{-17},$$

so findet man

kT (Volt)	0,5	1	1,5
$10^{10} I_{II}$	5,8	10	15

I_{II} ist also von der Grössenordnung 10^{-9} . Mit $A = 0,6 \cdot 10^8$, $n_e = 10^{10}$ bis 10^{12} , T_e 0,5 bis 1,5 Volt ergeben sich die Strahlungsterme als 10^5 bis 10^7 mal so gross als die Elektronenterme.

Ist die Selbstabsorption unwesentlich (n klein) dann sind also die Stösse zweiter Art im zweiten Glied von (1) ganz zu vernachlässigen und man bekommt den einfachen Fall, worin an jeder Stelle der Röhre die Ausstrahlung gleich der Anregung ist.

$$(23) \quad n \cdot n_e \cdot I_I = n_a \cdot A.$$

Ist im Gegenteil die Selbstabsorption gross, so hebt diese gerade die Strahlung auf und es werden n und n_a durch die Gleichung

$$(24) \quad n \cdot n_e \cdot I_I = n_a \cdot n_e \cdot I_{II}$$

verbunden, die als zweiter Grenzfall der Gleichung (1) erscheint.

Bisher wurden n_e und T_e durch den ganzen Entladungsraum konstant angenommen. Für die Elektronentemperatur trifft dieses zu; jedoch entspricht die Annahme $n_e = \text{konst.}$ der Wirklichkeit schlecht, indem meistens ein Abfall von n_e nach den Wänden hin vorliegt. Nach Schottky würde in einem durch parallele Wände begrenzten Raum die Konzentration der Elektronen durch

1) Dieses folgt aus den Messungen von L. S. Ornstein u. B. Baars, Proc. Amst. **34**, 1259, 1931, falls man diese nach 2.1 Volt linear extrapoliert. Vgl. W. Hanle, Phys. ZS. **33**; 245, 1932.

$$(25) \quad n_e = n_{e0} \cos(\pi x/2l)$$

gegeben sein.

Setzen wir versuchsweise in (17)

$$(26) \quad y = y_0 \cos(\pi x/2l),$$

so findet man

$$(27) \quad \frac{d^2 y/dx^2}{y-1} = \frac{\pi^2}{4l^2} \frac{y_0}{1-y} \cdot \cos(\pi x/2l)$$

was offenbar mit (25) in Uebereinstimmung ist, solange $1 - y$ wenig von 1 verschieden ist. Eine bessere Näherung würde man bekommen, wenn man statt (26) eine Reihenentwicklung mit unbestimmten Koeffizienten einsetzen würde. Dabei würde man jedoch bemerken, dass die Aenderung, die in y anzubringen ist, für nicht all zu kleine Werte von $1 - y_0$ gering ist, weil ja der zweite Differentialquotient sehr empfindlich ist. Wir werden uns also mit der Lösung (26) begnügen. Dann ergibt eine Vergleichung von (19), (25) und (26)

$$(28) \quad y_0 = \frac{C}{1+C}$$

wo

$$(29) \quad C = \frac{4l^2}{\pi^2} \cdot 1,32 \left(\frac{I_{II}}{A} \right) \left(\frac{nB h\nu_a}{ac \sqrt{\pi}} \right)^2 n_{e0}.$$

Jedenfalls darf $y_0 = 0,2$, also $C = 0,25$ sein, also mit

$$B h\nu_a = 3 \cdot 10^8, \quad ac \sqrt{\pi} = 5 \cdot 10^{19}, \quad I_{II} = 10^{-9}$$

$$l^2 n^2 n_{e0} = 4 \cdot 10^{38}.$$

Mit $l = 2$ darf also n bis 10^{13} gehen, falls $n_{e0} = 10^{12}$ und bis 10^{14} , falls $n_{e0} = 10^{10}$, während für höhere Werte die Rechnung noch eine gute Annäherung ergeben dürfte.

Die Intensitätsverteilung innerhalb einer Resonanzlinie und die Flächenhelligkeit lassen sich in folgender Weise errechnen. (Fig. 2). Das Volumelement $r^2 dr d\omega$ strahlt durch ein bei $x = -l$ befindliches Quadratcentimeter der Wand pro Sekunde die Energie

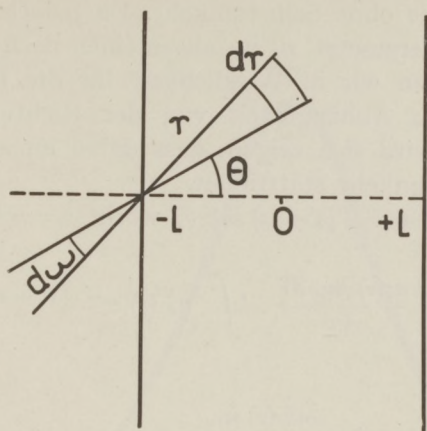


Fig. 2
Zur Berechnung der Strahlungsintensität.

$$(30) \quad I(\nu, \vartheta) d\nu d\omega = \frac{\cos \vartheta}{4\pi r^2} r^2 dr d\omega \cdot n_a(x) \cdot a(\nu) \cdot h\nu_a \cdot d\nu \cdot e^{-nb(\nu) h\nu_a r/c}$$

im Frequenzintervall $d\nu$ aus. Falls n_a durch das ganze Rohr konstant wäre, würde man bei genügend grosser Selbstabsorption für diese Energie, pro Einheit des Raumwinkels, finden:

$$(31) \quad I(\nu, \vartheta) d\nu = \frac{c \cos \vartheta}{4\pi} \cdot \frac{a(\nu)}{b(\nu)} d\nu \cdot \frac{n_a}{n}$$

Die Strahlung würde also das Lambertsche Gesetz befolgen und, falls

$$n_a/n = (g_a/g) e^{-\epsilon_a/kT}$$

würde wegen (3) und (4) die spektrale Intensität derjenigen der schwarzen Körpers der Temperatur T_e gleich sein. Ist die Selbstabsorption nicht genügend gross, wie es in den Flügeln der Linie immer der Fall ist, dann würde man z.B. für $\vartheta = 0$ folgende Intensitätsverteilung bekommen:

$$(32) \quad I(\nu) d\nu = \frac{c}{4\pi} \frac{a(\nu)}{b(\nu)} d\nu \cdot \frac{n_a}{n} (1 - e^{-n \cdot b(\nu) \cdot h\nu_a \cdot d/c})$$

wo d die Dicke ($= 2l$) der Schicht darstellt. Dieser Ausdruck wurde bereits von Burger und v. Cittert¹⁾ abgeleitet. Er ergibt

1) H. C. Burger u. C. H. v. Cittert, ZS. f. Phys. 51, 638, 1929.

eine verbreiterte Linie ohne Selbstumkehr. Da jedoch, wie oben ausführlich auseinandergesetzt, n_a im allgemeinen nach der Wand hin abfällt, bekommen wir in Wirklichkeit für die Intensitätsverteilung und deren Abhängigkeit von der Richtung andere Funktionen und es wird sich zeigen, dass dabei im allgemeinen ein deutlicher Selbstumkehr stattfindet.

Mit $r = (l + x) \sec \vartheta = l(1 + z) \sec \vartheta$, worin $z = x/l$, wird:

$$(33) \quad I(\nu, \vartheta) d\nu = \frac{a(\nu) h\nu_a d\nu}{4\pi} \cdot l \int_{-1}^1 n_a(z) e^{-q l(1+z) \sec \vartheta} dz$$

worin

$$(34) \quad q = \frac{nb(\nu) h\nu_a}{c}$$

Das $\cos \vartheta$ von (32) ist hier durch das $\sec \vartheta$ von dr gerade aufgehoben. Setzt man

$$(35) \quad \phi = q l \sec \vartheta$$

so geht, wegen (18) und (26), (33) über in

$$(36) \quad I(\nu, \vartheta) d\nu = \frac{a(\nu) h\nu_a \cdot d\nu}{4\pi\phi} \cdot l \cdot \gamma_0 \cdot \frac{ng_a}{g} \cdot e^{-\epsilon_a/kT} \cdot \varphi(\phi)$$

worin

$$(37) \quad \varphi(\phi) = \phi e^{-\phi} \int_{-1}^1 \cos(\pi z/2) e^{-\phi z} dz$$

$$= \frac{1 + e^{-2\phi}}{\frac{2\phi}{\pi} + \frac{\pi}{2\phi}}$$

oder wegen (35), (34), (3) und (4):

$$(38) \quad I(\nu, \vartheta) d\nu = I_s(\nu_a) \cos \vartheta \cdot \gamma_0 \cdot \varphi(\phi).$$

Es stellt hier $I_s(\nu_a)$ die Ausstrahlung des schwarzen Körpers pro cm^2 im Frequenzbereich $\Delta\nu = 1 \text{ sec}^{-1}$ senkrecht zur Oberfläche pro Einheit des Raumwinkels dar.

In Tabelle 1 ist $\varphi(\phi)$ als Funktion von ϕ ausgerechnet worden.

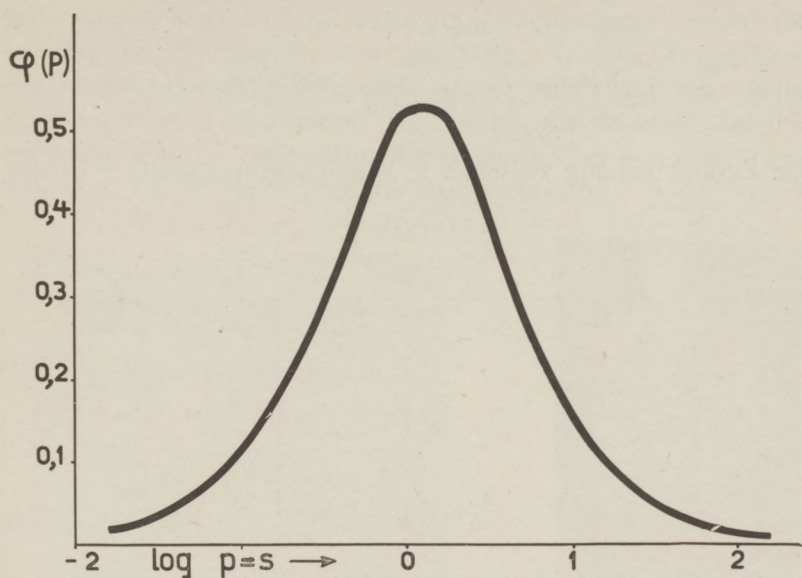


Fig. 3

TABELLE 1

p	$s = {}^{10}\log p$	$\phi(p) = \psi(s)$
0,01	-2	0,010
0,02	-1,70	0,024
0,05	-1,30	0,060
0,1	-1	0,116
0,2	-0,70	0,134
0,5	-0,30	0,398
1	0	0,528
2	+ 0,30	0,500
5	+ 0,70	0,280
10	+ 1	0,152
20	+ 1,30	0,078
50	+ 1,70	0,030
100	+ 2	0,016

Neben dem Wert von p ist der von ${}^{10}\log p = s$ angegeben worden (vgl. Fig. 3).

Diese Tabelle erlaubt die Intensitätsverteilung innerhalb der Linie zu berechnen. Dazu muss man noch $\varphi(p)$ oder $\psi(s)$ als Funktion von ν aufzeichnen. Aus (34), (35), (4) und (8) folgt

$$(39) \quad v = a \sqrt{2,3 (S - s)}$$

$$(40) \quad S = \log \frac{nB h\nu_a}{ac \sqrt{\pi}} \cdot l \sec \vartheta = \log \frac{\pi e^2}{m c \sqrt{\pi}} \cdot \frac{n \cdot f \cdot l \sec \vartheta}{a}$$

Den Zusammenhang zwischen s , S und v gibt Tabelle 2 wieder.

TABELLE 2

v/a	v^2/a^2	$S - s$
0	0	0
0,5	0,25	0,11
1	1	0,44
1,5	2,25	0,98
2	4	1,75
2,5	6,25	2,70
3	9	3,90
3,5	12,25	5,45
4	16	7,00

Fig. 4 gibt die Gestalt der Linie für verschiedene Werte von S wieder. Man sieht, dass für $S = 0$ keine Selbstumkehr besteht, dass diese jedoch bei höheren Werten von S bedeutend werden

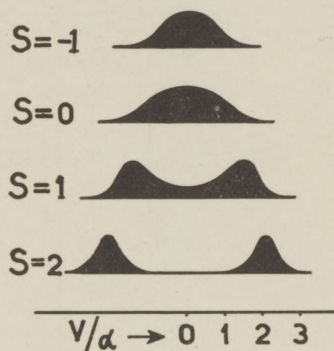


Fig. 4
Intensitätsverteilung innerhalb
der Linie (berechnet).

kann. Fig. 5 ist die Reproduktion einer mit der Lummerplatte erhaltenen Aufnahme einer Entladung in Na -dampf, wobei die Gestalt der Linie sich entsprechend Fig. 4 ändert. Objekt war in diesem Falle ein Niedervoltbogen in einem Na - $Neon$ Gemisch.

Bei *b* war n etwa 10^{12} , T_e 1,5 bis 2 Volt. Unter diesen Umständen ist S ungefähr = 1 (vgl. Fig. 4). Der Durchmesser der Lampe, die augenscheinlich mit gelbem Licht ganz gefüllt war, ist 6 cm. Bei *a* und *c* (Fig. 5) ist die Elektronenkonzentration n_e und die Temperatur des Gefäßes, also n , niedriger bzw. höher als bei *b*. Fig. 6 gibt die Lampe wieder.

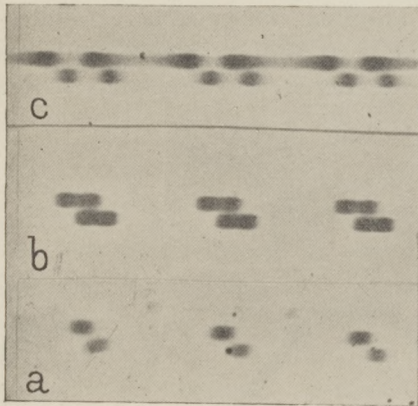


Fig. 5

Zunehmende Verbreiterung der D -Linien in einer Natrium-Edelgasentladung bei zugleich zunehmender Dampfdichte und Elektronenkonzentration. Die kurzwellige Linie (D_2) ist oben. Der Abstand zwischen den Spektren verschiedener Ordnung beträgt $0,34 A^\circ$.

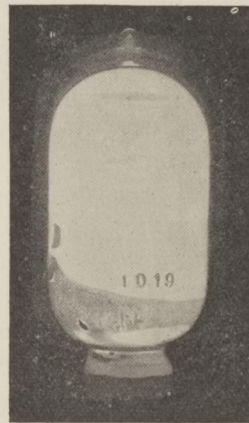


Fig. 6

Niedervoltbogen in einem Neon-Natrium-Gemisch. (Selbstheizend) Die Schwarzen Flecke sind Metallisches Na .

Integriert man über den ganzen Frequenzintervall

$$-\infty < \nu < \infty,$$

so bekommt man die Gesamtintensität der Linie und indem man durch $\cos \vartheta$ teilt, die Flächenhelligkeit in $\text{erg/cm}^2 \cdot \text{sec}$ pro Raumwinkel 1. Wir werden diese $J(\vartheta)$ nennen. Also ist

$$(41) \quad J(\vartheta) = I_s(\nu_a) \cdot \gamma_0 \int \varphi(p) d\nu = I_s(\nu_a) \cdot \gamma_0 \cdot \Omega \cdot a.$$

Man kann die Integration nach ν bequem ausführen, indem man von der graphischen Darstellung von $\psi(s)$ ausgeht und $S - s = w^2$ setzt. Dann ist

$$\begin{aligned}
 (42) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(p) d\nu &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi(s) d\nu = 2 \int_0^{\infty} \psi(s) d\nu = \\
 &= 2\alpha (2,3)^{\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} \psi(S - w^2) dw = \Omega \cdot \alpha.
 \end{aligned}$$

Zeichnet man in ein Koordinatensystem, dessen w die Abzisse bildet, die Stellen ein wo z.B. $w^2 = 0,2, 0,4, 0,6$ usw., dann kann man die Ordinate in diesen Punkten für beliebig gewähltes S direkt der Figur entnehmen. Man braucht die so erhaltenen Kurven nur noch einmal graphisch zu integrieren. Das Ergebnis der Rechnung ist (vgl. Fig. 7)

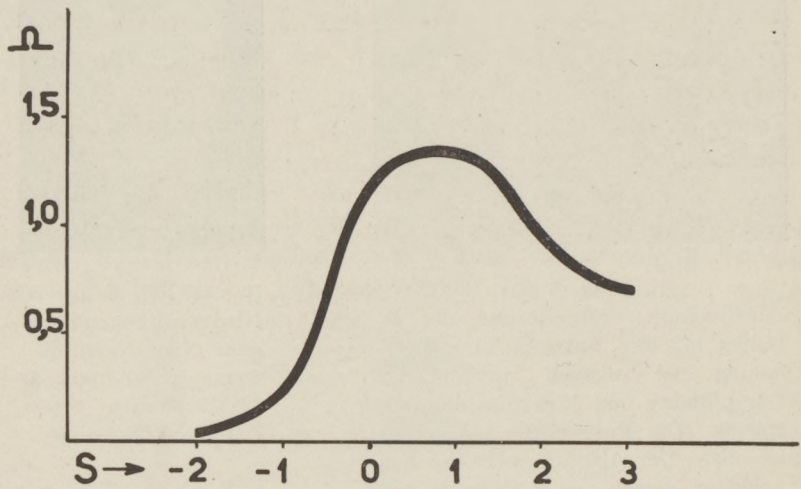


Fig. 7

S	-3	-2	-1	0	1	2	3
Ω	0,002	0,022	0,22	1,20	1,35	0,90	0,72

Man sieht, dass zwischen $S = -0,5$ und $S = 3$, also in einem Intervall, in dem sich der Wert von p um das tausendfache ändert, das Resultat ziemlich unabhängig von S ist. In diesem Gebiet gilt also wieder mit sehr grosser Annäherung das Lambertsche Gesetz.

Wenn man die Leuchtdichte ausrechnen will, kann man sie der Helligkeit des schwarzen Körpers der Temperatur T_e in einem Frequenzbereich $d\nu$ gleichsetzen, wobei

$$(43) \quad \Delta v = \gamma_0 \cdot \Omega \cdot a.$$

In Wellenlängen-Masstab ist die Dopplerbreite gleich

$$u\lambda_a/c \text{ (vgl. 8b)}$$

also

$$(44) \quad J(\vartheta) = I_s(\lambda_a) \cdot \gamma_0 \cdot \Omega \cdot (u\lambda_a/c).$$

$I_s(\lambda_a)$ stellt dabei die Energieabgabe pro cm^2 pro Raumwinkel 1 senkrecht zur Oberfläche des schwarzen Körpers in einem Wellenlängenbereich $\Delta\lambda = 1^\circ$ für die Wellenlänge λ_a dar¹⁾, falls die letztere in $^\circ$ ausgedrückt ist.

Wir wollen jetzt die obigen Betrachtungen auf den Fall der Natrium-Edelgas Entladung anwenden. Dabei begegnet man einer Schwierigkeit, indem aus den Versuchen von Wood²⁾ hervorgeht, dass angeregte Atome durch Stoss mit Gasatomen fortwährend vom $3p^2P_{\frac{1}{2}}$ Zustand (a) in den $3p^2P_{1\frac{1}{2}}$ Zustand (b) übergehen können und umgekehrt. Aus thermodynamischen Gründen soll man wegen $\epsilon_b - \epsilon_a \ll kT$ erwarten, dass diese Stösse so beschaffen sind, dass sie an sich das Verhältnis der angeregten Atome beider Art gleich dem Verhältnis der statistischen Gewichte machen würden. Die Gleichung (1) würde demgemäss wie folgt abzuändern sein:

$$(45a) \quad n(n_e I_{Ia} + \int_{Qa}(v) b(v) dv) = n_a(n_e I_{IIa} + A_a + NJ_a) - n_b NJ_b.$$

$$(45b) \quad n(n_e I_{Ib} + \int_{Qb}(v) b(v) dv) = n_b(n_e I_{IIb} + A_b + NJ_b) - n_a NJ_a.$$

Die Integrale J_a, J_b sind wieder von der Gestalt

$$(46) \quad \int V \cdot Q(V) F(V) dV.$$

Dabei stellt $F(V)$ die Geschwindigkeitsverteilung der Gasatome relativ zu einem angeregten Atom dar. V ist die Relativgeschwin-

1) vgl. W. de Groot, Physica 11, 265, 1931 (Tabellen).

2) R. W. Wood, Phil. Mag. 27, 524, 1914.

vgl. E. Gaviola und P. Pringsheim, Zs. f. Phys. 78, 211, 1932. (Lit.)

digkeit, n_a und n_b sind die Konzentrationen der beiden Arten angeregter Atome, N ist die Anzahl der Gasatome pro cm^3 .

Nennt man

$$(47) \quad \frac{n_a}{n} \cdot \frac{g}{g_a} e^{\epsilon_a/kT} = y, \quad \frac{n_b}{n} \cdot \frac{g}{g_b} e^{\epsilon_b/kT} = z,$$

dann bekommt man statt (17) zwei neue Gleichungen:

$$(48a) \quad 1 + \Psi_a(x) \frac{d^2 y}{dx^2} = y + Ky - Kz.$$

$$(48b) \quad 1 + \Psi_b(x) \frac{d^2 z}{dx^2} = z + Kz - Ky.$$

Ψ steht für $(\Phi)^{-1}$. In unserem Falle unterscheiden sie sich Ψ_a und Ψ_b nur durch einen Zahlenfaktor, indem sie dem Quadrat der Linienstärke (die in B hineinsteckt) umgekehrt proportional sind.

Berechnet man z aus (48a) und substituiert in (48b), so bekommt man eine Gleichung vierter Ordnung. Ebenso kann man für y verfahren.

Die Gleichungen sehen nach einiger Umformung wie folgt aus:

$$(49a) \quad \left(1 - \frac{\Psi_b}{2K+1} \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \left(1 + \Psi_a \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - y\right) + \frac{K}{2K+1} (\Psi_b - \Psi_a) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0.$$

$$(49b) \quad \left(1 - \frac{\Psi_a}{2K+1} \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \left(1 + \Psi_b \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - z\right) + \frac{K}{2K+1} (\Psi_a - \Psi_b) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0.$$

Ist $K = 0$, dann reduzieren sich die Gleichungen auf

$$(50a) \quad 1 + \Psi_a \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = y$$

$$(50b) \quad 1 + \Psi_b \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = z.$$

Ist dagegen $K = \infty$, dann werden beide Gleichungen identisch, indem sie in der Form

$$(51) \quad 1 + \frac{1}{2} (\Psi_a + \Psi_b) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = y$$

geschrieben werden können. Ob $K \ll$ oder $\gg 1$, hängt offenbar ab vom Verhältnis der Ausdrücke

$$n_e \cdot I_{II} \text{ und } N \cdot J.$$

Diese sind, abgesehen von einem atomaren Querschnitt, der in beiden Fällen nicht von allzusehr verschiedener Grössenordnung sein wird, durch die Produkte

$$n_e \cdot v \text{ und } N \cdot V$$

bestimmt. Falls $n_e = 10^{12}$, $v = 10^8$, $N = 10^{16}$, $V = 10^4$, sind diese Produkte gleich gross. Man wird also erwarten, dass in unserer Entladung allerdings bei höheren Stromdichten die Besetzung der Niveaus merklich vom Verhältnis $g_a : g_b$ abweichen kann, und dass dementsprechend das Intensitätsverhältnis der beiden D -Linien, das zuerst bei steigender Stromstärke infolge der Selbstabsorption ungefähr der Gleichheit zustrebt, zuletzt bei zunehmender Stromdichte und gerade bei hoher Selbstumkehr wieder von eins verschieden wird. Fig. 5 (c) zeigt deutlich dieses Verhalten. Wenn diese Deutung richtig ist, so beweist sie zu gleicher Zeit, dass die strahlungslosen Uebergänge mehr durch Atomstoss als durch Elektronenstoss verursacht werden¹⁾.

Jetzt werden wir für einen bestimmten Fall die Flächenhelligkeit berechnen und mit dem experimentell gefundenen Wert²⁾ vergleichen.

Zwar handelt es sich dabei um eine zylindrische Röhre, während unsere Rechnung sich auf eine Entladung zwischen planparallelen Platten bezieht. Die Rechnung soll zuerst also nur dienen um zu sehen, ob man in der richtigen Grössenordnung auskommt. Sie bezieht sich auf ein Rohr von 35 mm Durchmesser ($l = 1,75$), gefüllt mit Neon von 1 mm Druck. Es wurde $kT = 0,8$ Volt gefunden ($T = 8800^\circ K$), $n_e = 7 \cdot 10^{11}$, $n = 9 \cdot 10^{13}$ ($280^\circ C$). Mit $I_{II} = 8 \cdot 10^{-10}$, $A = 0,6 \cdot 10^8$, $B h\nu_a = 2$ bzw. $4 \cdot 10^8$, $ac \sqrt{\pi} = 5 \cdot 10^{19}$ ergibt sich für die beiden D -Linien: $C_a = 1,8$, $C_b = 7,2$. Gemäss Gleichung (52) soll man ein mittleres C einsetzen, sodass

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b} \right) = 0,35$$

$$C = 2,9$$

$$\gamma_0 = 0,7$$

während $S_a = 2,8$, $S_b = 3,1$, also wenn man beide Linien zusammenfasst $\Omega = 1,3$. Es ist $u\lambda_a/c = 0,012 A^\circ$, $I_s(\lambda_a)$ (für $T = 8800$) = $1,1 \cdot 10^7$ erg/cm² · sec. A° und somit für $\vartheta = 0$

1) In einer folgenden Veröffentlichung wird hierauf näher eingegangen.

2) Die Zahlenwerte entstammen Messungen von Herrn M. J. Druyvesteyn.

$$\begin{aligned}
 J &= 1,7 \cdot 10^5 \text{ erg/cm}^2 \text{ sec } A^\circ \\
 &= 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ watt/cm}^2 A^\circ \\
 &= 8,5 I \cdot K \cdot / \text{cm}^2
 \end{aligned}$$

während gefunden worden ist

$$J (\text{beob}) = 3,5 I \cdot K \cdot / \text{cm}^2.$$

Die Lösung (26) der Gleichungen (19) ist, wie betont, nur angenähert richtig. Als obere Grenze für ihre Gültigkeit wurde oben $y_0 = 0,2$ angegeben. Doch wurde in Tabelle 3 die Leuchtdichte mit Hilfe der aus Formel (26) abgeleiteten Funktionen berechnet, selbst für den Fall, dass $y = 0,9$. Wir haben noch zu zeigen, dass dieses einigermassen berechtigt ist. Die exakte Lösung der Gleichung (19) ist, falls $\Phi(x) = C \cos(\pi x/2l)$, nicht einfach zu erhalten. Besser gelingt eine derartige Lösung, wenn man statt der Kosinusfunktion eine Parabel einsetzt, also

$$(52) \quad \Phi(x) = C(1 - x^2/l^2).$$

Dann kann man y folgendermassen entwickeln:

$$y = y_0 \left(d_2 (1 - x^2/l^2) + d_4 (1 - x^4/l^4) + d_6 (1 - x^6/l^6) \dots \right)$$

wobei $d_2 + d_4 + d_6 \dots = 1$.

Man kann zeigen, dass man selbst, wenn $y_0 = 0,9$, eine gute Näherung bekommt, wenn nur zwei Terme gebraucht werden, also

$$(53) \quad y = y_0 \left\{ (1 - c) (1 - x^2/l^2) + c (1 - x^4/l^4) \right\}.$$

Berechnet man c , so findet man

$y_0 =$	0,04	0,3	0,9
$c =$	-0,25	0	0,4

also ist immer $|c| < 0,4$.

Führt man die Funktion (53) in (33) ein, dann wird

$$\begin{aligned}
 (54) \quad \varphi(p) &= \frac{2}{p} \left\{ \left(1 - \frac{1}{p}\right) + \left(1 + \frac{1}{p}\right) e^{-2p} \right\} + \\
 &+ \frac{2c}{p} \left\{ \left(1 - \frac{5}{p} + \frac{12}{p^2} - \frac{12}{p^3}\right) + \left(1 + \frac{5}{p} + \frac{12}{p^2} + \frac{12}{p^3}\right) e^{-2p} \right\}.
 \end{aligned}$$

Der erste Teil ist der $\varphi(p)$ von Gleichung (37) sehr ähnlich, obgleich man das aus den Formeln nicht direkt sieht. Der Unterschied zwischen beiden Funktionen ist durchweg $< 10\%$. Der zweite Teil von (53) ist für $c = 1$ durchweg mehr als $5\times$ kleiner als der erste Teil und dazu zum Teil negativ. Mit $|c| < 0,4$ wird also das aus (54) berechnete Ω kaum (d.h. $< 10\%$) durch c beeinflusst.

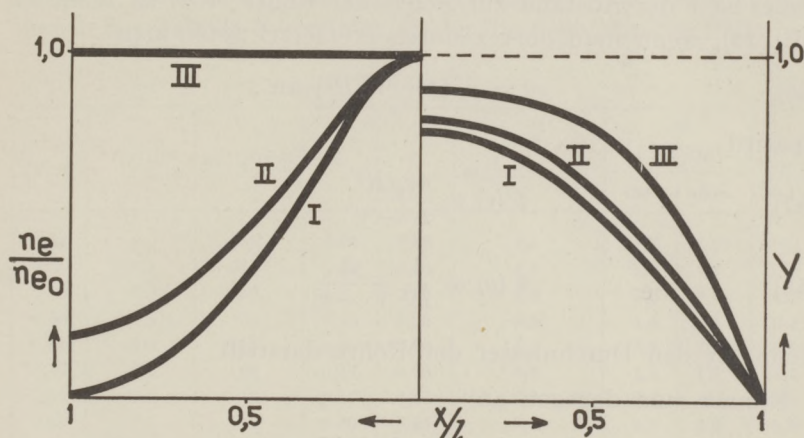


Fig. 8

Konzentration der angeregten Atome in einem durch parallele Wände begrenztem Gefäss bei verschiedenen Verteilungen der Elektronenkonzentration (berechnet).

Zum Schluss geben wir in Fig. 8 die Funktionen y und n_e/n_{e0} wieder für die Fälle

- 1) $y = 0,82 (1 - x^2/l^2)$
- 2) $y = 0,78 \cos (\pi x/2l)$
- 3) $1 - y = \cosh (3x/l)/\cosh 3.$

Die Konstanten sind dabei derart bemessen, dass

$$\Phi(x) = \frac{d^2y/dx^2}{y-1}$$

in der Mitte der Röhre ($x = 0$) in den drei Fällen denselben Wert bekommt. Aus dieser Figur ist noch einmal zu ersehen, wie wenig Einfluss die Verteilung der Elektronenkonzentration über den Querschnitt der Röhre auf die Konzentration der angeregten Atome hat.

Dieses Resultat berechtigt uns das angewandte Verfahren auf den Fall des zylindrischen Problems auszudehnen. Die Differentialgleichung für y gestaltet sich in diesem Falle folgendermassen:

$$(55) \quad \frac{d^2y}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dy}{dr} = \Phi(r) (y - 1).$$

Dabei ist r der Abstand zur Achse der Röhre. $\Phi(r)$ ist identisch mit (19), wenn man dort x durch r ersetzt. Setzt man

$$(56) \quad y = y_0 (1 - r^2/R^2) \text{ an}$$

so wird

$$(57) \quad \Phi(r) = \frac{4y_0/R^2}{1 - y}.$$

$$(58) \quad \Phi(0) = \frac{4}{R^2} \frac{y_0}{1 - y_0}.$$

wenn $2R$ den Durchmesser der Röhre darstellt.

Nimmt man dagegen an

$$(59) \quad y = y_0 \cos(\pi r/2R)$$

so wird

$$(60) \quad \Phi(r) = \frac{\pi^2}{4R^2} \frac{y_0}{1 - y} \left\{ \cos(\pi r/2R) + (2R/\pi r) \sin(\pi r/2R) \right\}.$$

$$(61) \quad \Phi(0) = \frac{\pi^2}{2R^2} \frac{y_0}{1 - y_0}.$$

In Wirklichkeit ist nach Schottky

$$(62) \quad \Phi(x) = n_{eo} J_0(\mu r/R) \quad \mu = 2,4.$$

Für nicht all zu niedrige Werte von y_0 sind die Funktionen (62), (60) und (57) einander sehr ähnlich. Für y_0 wird man jedenfalls entsprechend Gleichung (28) anzusetzen haben:

$$(63) \quad y_0 = \frac{C}{1 + C}.$$

wobei

$$(64) \quad C = k \cdot \Phi(0).$$

Wenn man von (56) bzw. (59) ausgeht, ist k gleich $R^2/4 = 0,25 R^2$ bzw. $2R^2/\pi^2 = 0,20 R^2$ zu setzen. Wir haben den letzten Ausdruck gebraucht um aus einigen weiteren Beobachtungen¹⁾ die mittlere Leuchtdichte²⁾ in der oben angegebenen Weise zu berechnen, erstens weil für $0,3 < y_0 < 0,7$ der Ausdruck (60) sich weit besser an (62) anschliesst als (57), zweitens weil man dann von der bereits in Tab. 1 tabellierte Funktion gebrauch machen kann. Die Resultate sind in der Tabelle 3 vereinigt, in der die beobachteten Fälle nach

TABELLE 3

T_e (Volt)	$I_{II} \cdot 10^{10}$	$n_e \cdot 10^{-10}$	C	y_0	$10^{-6} I_s (\lambda_{ul})$ erg/cm ² sec. A°	H		$\frac{H_{ber}}{H_{gem}}$
						$I \cdot K/\text{cm}^2$		
						ber.	gem.	
0,54	6,0	59	0,94	0,48	3,5	1,6	1,2	0,9
0,56	6,2	46	0,76	0,43	4,1	1,7	1,2	0,9
0,60	6,5	250	4,3	0,81	4,8	3,6	2,0	1,2
0,60	6,5	24	0,43	0,30	4,8	1,4	2,1	0,4
0,61	6,6	110	1,9	0,66	5,3	3,2	2,5	0,85
0,65	7,0	22	0,41	0,28	6,8	1,8	1,1	1,1
0,65	7,0	32	0,59	0,37	6,8	2,3	1,0	1,5
0,65	7,0	44	0,80	0,44	6,8	2,8	2,0	0,9
0,69	7,3	40	0,76	0,43	8,2	3,4	1,5	1,5
0,73	7,5	48	0,96	0,49	10	4,7	3,5	0,9
0,78	8,0	70	1,45	0,59	12	6,7	3,5	1,3
0,83	8,4	230	5,0	0,83	13	10	2,0	3,3
0,85	8,6	15	0,34	0,25	14	3,3	1,4	1,6
1,20	11,9	8,5	0,26	0,21	32	6,3	1,6	2,5
1,25	12,5	6,0	0,20	0,17	35	5,5	1,6	2,3
1,41	14,0	9,0	0,34	0,25	48	11	1,6	4,6

steigender Elektronentemperatur³⁾ angeordnet sind; wie man sieht, ist die Uebereinstimmung für die niedrigen Elektronentemperaturen überraschend gut, zumal wenn man die Unsicherheit in den Absolutwerten von I_{II} und n_e in Betracht zieht. Selbstverständlich kann hier Zufall mit im Spiel sein, indem mehrere Fehlerquellen einander aufheben. Für höhere Elektronentemperaturen ist die

1) Ebenfalls nach Messungen von Herrn M. J. Druyvesteyn.

2) Dabei wurde zuerst die maximale Leuchtdichte in der Mitte des Röhrenbildes berechnet, indem z.B. in Formel (44), bei der Berechnung von Ω , $l = R$ gesetzt wurde, und diese Leuchtdichte willkürlich mit $2/3$ multipliziert. Exakt $2/3$ würde man bekommen, wenn γ nach Formel (46) von r abhängen würde und Ω eine von S unabhängige Konstante wäre.

3) Gemäss der Definition $kT_e^* = e \cdot V/300$ (V in Volt), also 1 Volt = 11600° K.

Uebereinstimmung wesentlich schlechter. Dieses kann noch eine besondere Ursache haben, nämlich dass in diesem Falle die Anzahl der normalen Atome beträchtlich geringer ist als dem Dampfdruck entspricht, weil ein nicht zu vernachlässigender Teil der Atome sich in angeregten Zustände befindet. Der Umstand, dass es zwei angeregte Zustände gibt, deren einer das Gewicht 2 hat, macht diesen Einfluss der Temperatur noch beträchtlicher. Ausser dem kann ein beträchtlicher Teil der Atome ionisiert sein.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

Eindhoven, 15 Nov. 1932.

SUR UNE NOUVELLE METHODE DE CONSTRUCTION D'UN RÉFLECTEUR DE SON, DONNANT DES ONDES CYLINDRIQUES

par ANTOINE MULDER

MM. Nuyens et Philippi ont démontré¹⁾ que la surface réfléchissante d'ondes sonores qui satisfait le mieux aux exigences de compréhensibilité d'un orateur dans un auditoire de dimensions considérables doit rejeter des ondes cylindriques sur les auditeurs.

Dès lors il s'agit de construire une surface qui soit le lieu géométrique des points pour lesquels la différence des distances à un point fixe et à une droite fixe est constante.

Une telle surface est déterminée par l'équation:

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(x + a)^2 + y^2} - b$$

dans un système de coordonnées rectangulaires dont l'origine coïncide avec le point fixe.

Or, la construction, en bois par ex., de la surface au moyen de cette équation se heurte à de sérieuses difficultés. MM. A. D. Fokker et M. J. O. Strutt ont démontré la possibilité de construction d'une surface brisée, qui s'approche de la surface théorique. Ils ont fait construire deux grands réflecteurs selon ces principes et en ont mesuré l'efficacité par une série d'expériences ingénieuses²⁾.

Pourtant on pouvait espérer un maximum d'effet d'une surface qui ne serait pas brisée et je me suis demandé si la dite équation ne pourrait être transformée de telle sorte qu'elle serait applicable à une méthode de fabrication qui, depuis une dizaine d'années s'était montrée excellente à tout égard. Elle revient en

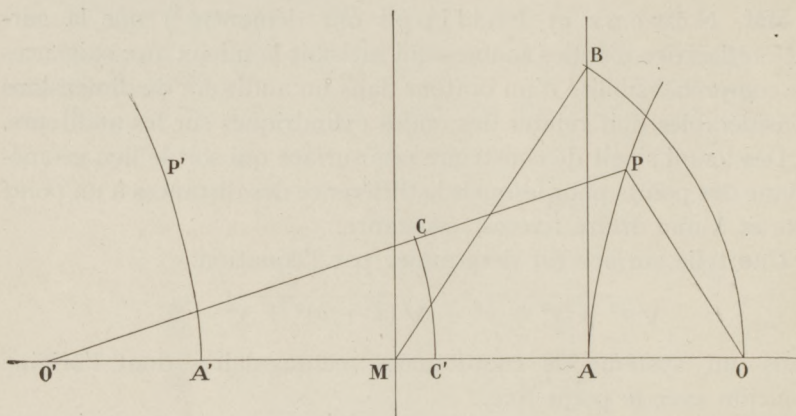
1) Archives du Musée Teyler. Sér. III, Vol. VII, 1929, Physica X, p. 19, 1930.

2) cfr. A. D. Fokker, et M. J. O. Strutt: Arch. du. M. Teyler. Sér. III Vol. VII, p. 73 et 77, 1930.

substance à la construction d'une certaine quantité d'arêtes qui partent, en forme de rayons, d'un point sur l'axe des x , le sommet des courbes, où elles sont clouées sur une planche circulaire. On pourrait la qualifier de „construction centrale”.

En effet, cette transformation peut être réalisée de la manière suivante.

Considérons d'abord la section verticale en posant $y = 0$; on obtient deux paraboles dont l'une seulement nous intéresse. De même, si $z = 0$, la section horizontale donne une hyperbole. Supposons maintenant que la surface à construire résulte de la rotation de la courbe verticale autour de l'axe des x sur un angle de 90° ,



que cette courbe, au commencement une parabole, se transforme d'une manière continue en une hyperbole, la section horizontale. Le problème se réduit alors à trouver la fonction qui domine cette transition.

Jusqu'ici on avait fait usage d'une formule empirique où figuraient les paramètres de l'hyperbole horizontale et l'angle de déviation du plan vertical, et on calculait de 10 en 10 degrés les courbes de 8 arêtes qui, avec la parabole verticale et l'hyperbole horizontale formaient un quadrant complet de la carcasse sur laquelle une surface en bois mince était attachée.

La construction centrale ainsi achevée avait l'avantage d'une remarquable stabilité, d'une grande simplicité de fabrication et, ce qui satisfait aux légitimes prétentions de l'esthétique, de la possibilité de toute forme de contour.

En dépit de ces qualités, cette construction n'échappait pas au désavantage que la surface résultante était théoriquement inexacte. Cette inexactitude se manifestait maintes fois par de menus plis dans la couverture.

Pour trouver la fonction désirée nous prenons pour paramètres la distance focale f et le demi-angle des asymptotes λ . Considérons la section horizontale, dont la moitié est représentée par la figure ci-jointe. Soient AP et $A'P'$ les deux demi-branches de l'hyperbole, O et O' les foyers et M le milieu. Il suffira de s'occuper de la branche droite AP , sur laquelle nous prenons un point P . Menons les rayons vecteurs $O'P$ et OP , prenons $CP = OP$, il sera $O'C$ ou $O'C'$ la différence constante des distances au point fixe, O , et la droite fixe, normale en O' sur la plan de la figure. Si nous menons la normale AB et faisons $MB = MO$, l'angle AMB sera égal à λ . Il s'ensuit que la distance du point fixe à la droite fixe est

$$\frac{2f}{1 - \cos \lambda}.$$

En effet on a:

$$OO' = 2MO = 2(MA + f) = 2(MB \cos \lambda + f) = 2(MO \cos \lambda + f)$$

et puis:

$$2MO(1 - \cos \lambda) = 2f$$

d'où:

$$OO' = \frac{2f}{1 - \cos \lambda}.$$

La différence constante est représentée par:

$$O'C = O'C' = 2f \frac{\cos \lambda}{1 - \cos \lambda}.$$

On voit aisément que

$$O'C' = 2MO - (OA + AC')$$

et parceque A est un point de la courbe, on aura:

$$AC' = AO = f$$

La substitution nous donne:

$$O'C' = \frac{2f}{1 - \cos \lambda} - 2f = 2f \frac{\cos \lambda}{1 - \cos \lambda}.$$

En substituant ces valeurs dans la formule (1) de MM. N u y e n s et P h i l i p p i, nous aurons:

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{\left(x + \frac{2f}{1 - \cos \lambda}\right)^2 + y^2} - 2f \frac{\cos \lambda}{1 - \cos \lambda}.$$

Cette expression a une validité générale pour tous les points de la surface, par conséquent aussi pour la section verticale, où y devient zéro.

Imaginons maintenant que l'on change la direction des axes Y et Z en faisant tourner le plan vertical d'un certain angle α , que nous appelons: l'angle de déviation. Soient x_1, y_1 et z_1 les nouvelles coordonnées, on aura

$$x = x_1; \quad y = y_1 \cos \alpha - z_1 \sin \alpha; \quad z = y_1 \sin \alpha + z_1 \cos \alpha$$

et la formule s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \sqrt{x_1^2 + (y_1 \cos \alpha - z_1 \sin \alpha)^2 + (y_1 \sin \alpha + z_1 \cos \alpha)^2} = \\ = \sqrt{\left(x_1 + \frac{2f}{1 - \cos \lambda}\right)^2 + (y_1 \cos \alpha - z_1 \sin \alpha)^2} - 2f \frac{\cos \lambda}{1 - \cos \lambda}. \end{aligned}$$

Comme nous devons calculer la courbe dans ce plan, dont par conséquent le point P de la figure fait partie, la valeur de y_1 se réduit à zéro. Dès lors la formule change en celle-ci:

$$\sqrt{x_1^2 + z_1^2} = \sqrt{\left(x_1 + \frac{2f}{1 - \cos \lambda}\right)^2 + z_1^2 \sin^2 \alpha} - 2f \frac{\cos \lambda}{1 - \cos \lambda}.$$

ou bien:

$$\sqrt{x_1^2 + z_1^2} + 2f \frac{\cos \lambda}{1 - \cos \lambda} = \sqrt{\left(x_1 + \frac{2f}{1 - \cos \lambda}\right)^2 + z_1^2 \sin^2 \alpha}.$$

En égalant les carrés des deux membres il s'ensuit

$$\begin{aligned} x_1^2 + z_1^2 + 4f \frac{\cos \lambda}{1 - \cos \lambda} \sqrt{x_1^2 + z_1^2} + 4f^2 \frac{\cos^2 \lambda}{(1 - \cos \lambda)^2} = \\ = x_1^2 + \frac{4f}{1 - \cos \lambda} x_1 + \frac{4f^2}{(1 - \cos \lambda)^2} + z_1^2 \sin^2 \alpha, \end{aligned}$$

et puis

$$z_1^2 (1 - \sin^2 \alpha) + 4f \frac{\cos \lambda}{1 - \cos \lambda} \sqrt{x_1^2 + z_1^2} = \frac{4f}{1 - \cos \lambda} x_1 + 4f^2 \frac{1 - \cos^2 \lambda}{(1 - \cos \lambda)^2}.$$

En multipliant par $\frac{1}{4f}(1 - \cos \lambda)$ on obtient

$$\frac{1}{4f}(1 - \cos \lambda) z_1^2 \cos^2 \alpha + \cos \lambda \sqrt{x_1^2 + z_1^2} = x_1 + f \frac{1 - \cos^2 \lambda}{1 - \cos \lambda}$$

ou enfin

$$x_1 + f(1 + \cos \lambda) - \frac{1}{4f}(1 - \cos \lambda) z_1^2 \cos^2 \alpha = \cos \lambda \sqrt{x_1^2 + z_1^2}. \quad (1)$$

Cette formule se prête au calcul des points de chaque courbe. Elle devient extrêmement simple quand on a une fois déterminé f et λ . Alors $f(1 + \cos \lambda)$, $(1 - \cos \lambda)/4f$ et $\cos \lambda$ sont des constantes que nous pouvons représenter par p , q et r , ce qui réduit la formule à

$$x_1 + p - qz_1^2 \cos^2 \alpha = r \sqrt{x_1^2 + z_1^2}. \quad (2)$$

J'ai fait construire plusieurs réflecteurs, calculés au moyen de cette formule, ayant des distances focales et des λ divers, et j'ai constaté qu'il n'y avait plus de trace de pli dans la surface réfléchissante; ce qui prouve que la transformation de la parabole verticale en l'hyperbole horizontale par rotation autour de l'axe était parfaitement continue et que l'on avait réellement construit la surface de MM. Nuyens et Philippi.

REMARKS ON THE SUSCEPTIBILITY OF OXYGEN GAS

by E. C. WIERSMA and C. J. GORTER

Abstract:

The consideration of recent measurements of the susceptibility of gaseous oxygen suggests the existence of a paramagnetic term, independent of the temperature in addition to the wellknown paramagnetism, due to the presence of 2 electronic spins per molecule.

The dependence of the susceptibility on the density suggests polymerisation to O_4 , in accordance with an assumption previously made by Lewis. Further evidence for this association, from other physical properties of oxygen is discussed.

It is a well-known fact ¹⁾ that the normal state of the oxygen-molecule is of the type $^3\Sigma$, and that the magnetic behaviour of gaseous oxygen can to a first approximation be described by the formula:

$$\chi = \frac{N\beta^2}{3kT} \sqrt{4S(S+1)} \quad (1)$$

where N is the number of molecules in a gram, β the Bohr-magneton and where $S = 1$. So the gas behaves magnetically as if the electronic spinvector were entirely free. Van Vleck ²⁾ has shown theoretically that, if we take into account the coupling of the electronic spins to the rest of the molecule, the same value of χ is to be expected for sufficiently high temperatures.

There are however some details in the magnetic behaviour of oxygen, which require further consideration.

Recent relative measurements of Wiersma, De Haas and Capel ³⁾ on oxygen gas of atmospheric pressure at different temperatures evinced the existence of systematic deviations from Curie's law.

1) R. S. Mulliken, Phys. Rev. 32, 880, 1928.

2) J. H. van Vleck, Theory of electric and magnetic susceptibilities, § 66.

3) E. C. Wiersma, W. J. de Haas and W. H. Capel, Comm. Leyden, 215b

The result can be represented by the formula ¹⁾:

$$\chi = \frac{C}{(T + 1,7)}, \quad (2)$$

but a closer examination shows, that the formula:

$$\chi = \frac{C}{T} + a, \quad (3)$$

where $a = 1,8 \cdot 10^{-6}$ gives a slightly better representation of the measurements.

As kT is still very high compared with the widths of the rotational structure and the triplet-structure of the basic level ²⁾, it seems to be very probable, that the deviation is due to a small paramagnetic term, independent of the temperature. The existence of a term due to the high-frequency-elements of the magnetic moment has been predicted by Van Vleck ³⁾; a must be considered as the difference of such a term and the ordinary diamagnetic term, which will also be independent of the temperature in a first approximation.

If we add the a -value, given above, to the theoretical value of formula (1), we get $107,7 \cdot 10^{-6}$ at $293^{\circ},0$, which agrees remarkably well with the experimental value ($107,8 \cdot 10^{-6}$) of Bauer and Piccard ⁴⁾, which is very probably the most reliable absolute determination.

The measurements of Woltjer, Coppoolse and Wiersma ⁵⁾ of the susceptibility of gaseous oxygen at high pressures have proved that the susceptibility decreases with increasing density. This unexpected phenomenon shows, that at high pressures the O_2 -molecules cannot be considered as independent. And the fact, that the susceptibility is a linear function of the density suggests that we have to do with association of two molecules O_2 to one molecule O_4 .

Though it seemed at first, that the equilibrium constant was

1) E. C. Wiersma, Thesis Leyden, 1932.

2) See for related problems, W. G. Penney and R. Schlapp, Phys. Rev. 41, 194, 1932; C. J. Gorter, Phys. Zschr., 33, 546, 1932.

3) I.c.

4) E. Bauer and A. Piccard, J. de Phys. 1, 97, 1920.

5) H. R. Woltjer, C. W. Coppoolse and E. C. Wiersma, Comm. Leyden, 201d.

independent of the temperature, a further examination and a comparison with the recent data at atmospheric pressure shows, that the equilibrium constant $K_p = \varrho_2^2/\varrho_4$ varies slowly as a function of T .

We arrive at $K_p = 4,3$ g/cc. for $T = 290^\circ$, and at $K_p = 3,3$ g/cc. for $T = 155^\circ$, assuming, that the susceptibility of O_4 can be neglected in comparison with that of O_2 .

In a paper, which had not come to our notice, until quite recently, Lewis¹⁾ suggested, as early as 1924, the assumption of polymerisation of oxygen, to account for the results of Perrier and Kamerlingh Onnes²⁾ about the susceptibilities of liquid mixtures of oxygen and nitrogen. Perrier and Kamerlingh Onnes had interpreted their results as due to a negative Weiss molecular field, but it is certainly in keeping with the recent development of the theory of magnetism to describe an apparent negative molecular field as due to homopolar interaction between the molecules.

Lewis derived for the liquid state from the results of Perrier and Kamerlingh Onnes, values for the equilibrium constant between 0,92 g/cc. at $64,2^\circ$ and 1,10 g/cc. at $77,4^\circ$. He even extrapolated these values to the gaseous state, assuming the heat capacity of two moles of O_2 to exceed that of one mole of O_4 by 2 calories.

This yielded the formula:

$$-R \ln K_p = -\frac{12}{T} - 2 \ln T + 8,67 \quad (4)$$

which gives $K_p = 4,0$ at 293° and $K_p = 2,2$ at 155° .

As to the order of magnitude the agreement with the experimental data, given above, is good; remarkably good even for room temperature. The experimental results point to a feebler dependence on the temperature than (4) suggests. On the other hand it is quite possible to choose the constants in (4) in such a manner, that the experimental data for the gas are well represented. It is true, that then the exact concordance of (4) with the results on the liquid mixtures is disturbed, but in our opinion exact equality of the heat of total dissociation for the gas and for the liquid

1) G. N. Lewis, Journ. Am. Chem. Soc., 46, 2027, 1924.

2) A. Perrier and H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leyden, 139d.

state can hardly be expected, and the estimation of the specific heats of the two gases must also merely be considered as a rough approximation.

The question arises, whether this polymerisation of oxygen gas leads to other anomalies in physical properties at high pressures.

In 1928 Wulf¹⁾ suggested that the photochemical ozonisation under the influence of light of a wavelength of 2000—3000 Å may be due not to the dissociation of the O_2 -molecule, but to dissociation of an O_4 -molecule. The dependence of the absorption per molecule on the pressure in this region had formerly been interpreted as due to the influence of collisions upon the absorption of the O_2 -molecule. Wulf discussed Warburg's²⁾ absorption data with the O_4 -assumption and arrived to $K = 1,2$ g/cc. at room temperature.

This value is considerably lower than Lewis' and our values, but the author himself states, that „considering that assumptions, which could only be approximately true, have entered into the treatment of the absorption data” the agreement with Lewis' value seems satisfactory.

In regard to the equation of state, oxygen is also anomalous, as has been remarked by Keesom³⁾; Kamerlingh Onnes and Keesom⁴⁾ pointed out, that the deviations from the reduced equation of state go generally parallel with the critical temperatures for gases for which association does not occur.

The sequence of the critical temperatures is however:

$He, H_2, Ne, N_2, Ar, O_2$, while the order of succession of the deviations from the reduced equation of state is:

$He, H_2, Ne, O_2, N_2, Ar$, where N_2 and O_2 behave almost identically⁵⁾.

It is seen, that oxygen is anomalous, it is more compressible at room temperature, than should be expected; this must ob-

1) O. R. Wulf, Proc. Nat. Ac. 14, 609 and 614, 1928; Journ. Am. Chem. Soc., 50, 2596, 1928, where older literature can be found.

2) E. Warburg, Berl. Ber. 1911, 746, 1912, 216 and 1914, 872; Z. f. Elektrochemie 26, 54, 1920 and 27, 113, 1921.

3) W. H. Keesom, Gedenkboek Kamerlingh Onnes, 1922.

4) H. Kamerlingh Onnes and W. H. Keesom, Enc. der Math. Wiss. V 10; Comm. Leyden, Suppl. 23.

5) F. P. G. A. J. van Agt, Comm. Leyden, 176c.

G. P. Nijhoff, Comm. Leyden, Suppl. 64f.

viously be explained by the described association. As it is not obvious, however, at first sight, which influence association has on the critical point data, we do not come to an estimation of K_p from the equation of state.

Quite recently Serber¹⁾ suggested, that the anomalous magneto-optical rotation of oxygen (which has been determined at high pressures) is also caused by the presence of O_4 .

As to the liquid state, it has been remarked by Lewis²⁾ that the anomalous slope of the specific heat of oxygen as a function of the temperature, compared with N_2 and CO , can be ascribed to the change of the equilibrium constant with the temperature.

It might not be impossible, that a very careful examination of the X-ray diffraction rings could also give indications about the existence of O_4 ³⁾.

Finally we wish to suggest, that the fact, that solid oxygen possesses different complicated structures (hexagonal, rhombic) in contrast with H_2 and N_2 , which have simple hexagonal and cubic molecule-lattices⁴⁾, might perhaps be due to the existence of the complicated O_4 -molecule in the lattices.

We wish to express our indebtedness to Prof. W. J. de Haas and to Prof. A. D. Fokker, who took a conducive interest in these considerations.

Note added in the proof:

Finkelnburg and Steiner quite recently discussed the ultra-violet absorption bands, which Wulf ascribed to O_4 (Zschr. f. Phys., 79, 69, 1932). They showed the bands to converge to the normal dissociation potential of O_2 (5,1 Volt), and conclude that the bands probably belong to the forbidden transition: ${}^3\Sigma_g^- \rightarrow {}^3\Delta_u$ of O_2 , the selection rules being broken at high pressures by mutual interaction between pairs of molecules. They suggest, that the

1) R. Serber, Phys. Rev., 41, 489, 1932.

2) *l.c.*

3) W. H. Keesom and J. de Smedt, 25, 118, 1932, did not observe anomalies in the diffraction rings of oxygen.

4) See H. H. Mooy, Thesis 1931, Leiden.

W. H. Keesom, J. de Smedt and H. H. Mooy, Comm. Leiden, 209d.

J. de Smedt, W. H. Keesom and H. H. Mooy, Comm. Leiden, 202a.

L. Vegard, Zschr. f. Phys., 58, 497, 1929.

selection rules may be broken at every collision, they also admit however the possibility, that the interaction can be described by the assumption of weakly bound O_4 -molecules, but they emphasize, that the bond would have to be weak in comparison with the usual homopolar bonds. This would be in agreement with our values for the equilibrium constant, the dissociation potential being at the utmost of the order of 0,01 Volt, while the usual homopolar bonds give energies of several Volts.

November 1st.

Kamerlingh Onnes-Laboratorium, Leiden.

Nat. Lab. van Teylers Stichting, Haarlem.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

- Ornstein—Moll—Burger, Objektive Spektralphotometrie, Sammlung Vieweg, Heft 108/109, 146 blz., 75 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1932. Prijs R.M. 10.80.
- H. Kayser und H. Konen, Handbuch der Spectroscopie, achter Band, erste Lieferung, 655 blz. — Hirzel. Leipzig. 1932. Prijs R.M. 67.50.
- John Eggert und Richard Schmidt, Einführung in die Tonphotographie, 137 blz., 120 fig. — Hirzel. Leipzig. 1932. Prijs R.M. 7.
- Historische Bibliothek der Exakte Wetenschappen. Deel I: E. J. Dijksterhuis, De elementen van Euclides I, 220 blz., 44 fig. — Prijs f 4.50; Deel II: H. J. E. Beth, Inleiding in de niet-euclidische meetkunde op historischen grondslag, 214 blz., 77 fig. — Prijs f 4.50; Deel III: E. J. Dijksterhuis, De elementen van Euclides II, 287 blz., 106 fig. — Prijs f 5.75.; Deel IV: H. J. E. Beth, Newton's Principia, eerste deel, 167 blz., 32 fig. — Prijs f 4.25; Deel V: H. J. E. Beth, Newton's Principia, tweede deel, 146 blz., 39 fig. — Prijs f 4.25.
Het werk is uitgegeven bij Noordhoff, Groningen.
- A. F. Holleman, Leerboek der organische chemie, bewerkt door Dr. J. P. Wibaut, twaalfde geheel herziene druk, 677 blz., 76 fig. — Wolters. Groningen. 1932. Prijs f 12.50.
- André George, d'Après M. Fermi, avec remarques de M. Louis de Broglie, Mécanique quantique et Causalité, 18 blz. — Hermann. Paris. 1932. Prijs frs. 6.
- Jean Louis Destouches, État actuel de la théorie du neutron, 68 blz., 11 fig. — Hermann. Paris. 1932. Prijs frs. 18.
- Salomon Rosenblum, Origine des rayons gamma, 38 blz., 10 fig. — Hermann. Paris. 1932. Prijs frs. 12.
- Handbuch der Physik, Zweite Auflage, herausgegeben von H. Geiger und Karl Scheel, Band XXII, erster Teil, Elektronen, Atome, Ionen, 492 blz., 163 fig. — 1933. Prijs R.M. 42, geb. R.M. 44.70; Band XXII, zweiter Teil, Negative und positive Strahlen, 364 blz., 345 fig. — 1933. Prijs R.M. 32, geb. R.M. 34.70; Band XXIII, erster Teil, quantenhafte Ausstrahlung, 368 blz., 209 fig. — 1933. Prijs R.M. 32, geb. R.M. 34.70. Julius Springer. Berlin.
- Report of the Radio Research Board, for the year 1931, 123 blz., 31 fig. — His Majesty's Stationery Office. London. 1932. Prijs 2 sh. net.
- Wilhelm Westphal, Physik, Ein Lehrbuch für Studierende, 569 blz., 502 fig. — Springer. Berlin. 1933. Prijs R.M. 19.80.
- E. h. Max Möller, Die Wellen, die Schwingungen, und die Naturkräfte, 339 blz., 7 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1932. Prijs R.M. 3.60.

BOEKBESPREKING

G. Tievie, **Cornelis Drebbel**, 124 blz. — H. J. Paris, Amsterdam, 1932.
Prijs f 3.25.

Het is inderdaad een merkwaardig feit, dat de persoon en het werk van Drebbel in het laatste 30-tal jaren zoo zeer de aandacht der natuurwetenschappelijke historici hebben getrokken, dat er in dit tijdsverloop niet minder dan drie boeken over hem zijn verschenen: in 1904 (naar ik meen) Dr. Naber's „De Ster van 1572", in 1922 Prof. Jaeger's „Cornelis Drebbel en zijne Tijdgenooten" en tenslotte in 1932 de dissertatie van Dr. Tierie.

Dr. Naber verheft Drebbel tot in de hoogste hemelen, ziet in hem een groot genie en zou hem gaarne in een adem met een Galilei, een Huygens en een Newton willen noemen. Prof. Jaeger betoogt, dat van al dit fraais niet alleen geen sprake kan zijn, maar dat Drebbel niet eens den naam van natuuronderzoeker verdient, hoogstens dien van uitvinder en handig constructeur, en dat het bovendien nog zeer twijfelachtig is, of alle uitvindingen, die op zijn naam staan, wel van hem afkomstig zijn. Twijfel, om niet te zeggen wantrouwen, is hier inderdaad geboden, aangezien Drebbel zelf over zijne „uitvindingen" en „constructies" niets geschreven heeft en alle berichten hieromtrent uit de verhalen en beschrijvingen van min of meer deskundige tijdgenooten geput moeten worden. En of die verhalen betrouwbaar zijn, valt dikwijls weer niet met zekerheid uit te maken.

Zoo doen de persoon en het werk van Drebbel zich nog steeds niet scherp geteekend aan ons voor en het eenige middel om deze vage figuur beter en juister te omlijnen is: nauwkeurige naspeuring van alles wat er van hem bekend is en scherp critische en vooral objectieve vergelijking van al deze gegevens. De figuur van Drebbel is dit wel waard. Hij moge al geen baanbrekend natuuronderzoeker zijn geweest, de eerste de beste was hij zeker evenmin, ook Prof. Jaeger zal dat wel toegeven.

Dr. Tierie's dissertatie vormt een welkome aanvulling van onze in menig opzicht nog onvolledige kennis aangaande de beteekenis van Drebbel. In de eerste drie hoofdstukken geeft de schrijver biographische bijzonderheden, in hoofdstuk 4 behandelt hij Drebbel's mechanische werktuigen, in hoofdstuk 5 zijn optische instrumenten, tenslotte in de laatste drie hoofdstukken het chemische werk en de onderzeeboot.

De wijze, waarop Dr. Tierie zijne studie heeft geschreven is zéér objectief. De schrijver heeft zijn onderwerp grondig bestudeerd, hij geeft alle citaten zeer uitvoerig (waarom steeds in Engelsche vertaling?), doch laat het oordeel over wat hij aanhaalt of vertelt bijna steeds aan den lezer over. Slechts enkele malen geeft hij zijne meening te kennen, b.v. op p. 70, waar

hij zegt, dat volgens hem *Drebbel* de zuurstof toch wel moet gekend hebben. Als dit waar is, dan is *Drebbel* toch inderdaad meer geweest dan een handig constructeur.

En wat zijn geheimzinnigheid en gewichtig-doenerij betreft, laten wij hem dit niet al te kwalijk nemen, het was zijn wijze om van zijne uitvindingen of quasi-uitvindingen te leven.

C. A. C.

H. Bateman, Partial differential Equations of Mathematical Physics, 522 blz., 29 fig. — Cambridge University Press. London 1932. Prijs 42/net.

In dit werk over de partieele differentiaal vergelijkingen van de Mathematische Physica is in de eerste plaats de nadruk gelegd op de exacte oplossingen van fysieke randwaarde problemen, terwijl benaderingsrekeningen slechts sporadisch voorkomen. Ook is geen speciale aandacht geschonken aan de partieele differentiaal vergelijkingen van de golfmechanica. Het boek wendt zich dus in het bijzonder tot die lezers, die zich interesseeren voor een strenge behandeling der problemen, en daardoor heeft het werk geprononceerd meer een mathematische dan een fysieke inslag. In verband hiermede citeren we (blz. 84):

„In applied mathematics the student has always found the formulation of the fundamental equations of a problem to be a matter of some difficulty. Some men have been very successful in formulating simple equations because, by a kind of physical instinct, they have known what to neglect. The history of mathematical physics shows that in many cases this so-called physical instinct is not a safe guide, for terms which have been neglected may sometimes determine the mathematical behaviour of the true solution” . . . „In the present state of physics the formulation of equations is not the air of finality that it had a few years ago”.

De genoemde mathematische beschouwingwijze van de problemen brengt mee een streven van den schrijver om op vele plaatsen de problemen zoo algemeen mogelijk te stellen.

Bij de behandeling bijv. van de *Laplace* vergelijking, de diffusie-vergelijking en de golfvergelijking treffen wij beschouwingen aan over deze vergelijkingen, uitgebreid tot meer dan drie dimensioneele ruimten.

De hoofdstukken behandelen achtereenvolgens de klassieke vergelijkingen, toepassing van integraal theorema's van *Green* en *Stokes*, tweedimensioneele problemen, conforme afbeelding, vergelijkingen in 3 variabelen, polaire coördinaten, cilindrische coördinaten, elliptische, parabolische en toroïden coördinaten; voorts buigingsproblemen, terwijl het laatste hoofdstuk gewijd is aan niet-lineaire vergelijkingen.

Door de opzet van het werk treft men er in aan zeer veel kwesties, die de physicus in de bekende werken over partieele differentiaal vergelijkingen van de mathematische physica gewoonlijk niet behandeld vindt en als zoodanig vormt dit uitgebreide, door één auteur zonder medewerkers geschreven boek een zeer waardevolle bijdrage, vooral ter belichting van de zuiver mathematische zijde der problemen.

Het werk is door de Cambridge University Press zeer fraai uitgegeven.

P.

Louis de Broglie, Théorie de la quantification dans la nouvelle mécanique, 250 blz. — Hermann. Paris. 1932. Prijs 70 frs.

Het is den schrijver niet te doen (zoals Born en Jordan in hun *Elementare Quantenmechanik*) om naast de theorie een min of meer volledig overzicht te geven van de (meest op optisch gebied) bereikte resultaten der quantenmechanica. Hij wil slechts duidelijk het verschil laten zien tusschen den aard van het quantiseeren in de nieuwe en de oude theorie en het spreekt, dat hij, de grondlegger der golfmechanica, zich gaarne in de golventerminologie uitdrukt en het abstracte van Born en Jordan en Dirac wil vermijden.

In de oude theorie der gequantiseerde stationnaire banen had men steeds nog de moeilijkheid van de intermediaire banen, die men zich met groote snelheid doorloopen dacht bij een overgang van den eenen stationnairen toestand naar een anderen. Deze intermediaire banen waren eigenlijk een inconsequentie, want alleen gequantiseerde banen moesten überhaupt mogelijk zijn. In de nieuwe theorie is dat idee van iets intermediairs totaal verdwenen, ook van banen kan men niet meer spreken. Alles wordt een kanskwestie, die mathematisch in verschillende principia geformuleerd wordt, welke op ontwikkeling van een functie (de golf functie) in een reeks van eigenfuncties berust. De Broglie laat zeer geleidelijk zien, hoe die kansbeschouwingen successievelijk ontwikkeld kunnen worden tot de Dirac'sche statistische formulering der quantenmechanica.

In het eerste deel van het boek worden de essenties der oude quantentheorie behandeld en dan op de bekende manier (o.a. met de relatie $\lambda = h/mV$ van De Broglie) de overgang naar de nieuwe theorie uitgevoerd. (Hier was ook de vermelding van de Kramer'sche approximatie als een schakel tusschen de oude en nieuwe theorie op zijn plaats geweest).

In de Schrödinger diff. verg., die tot het opstellen der algemeene golfvergelijking

$$H(p, q) \Psi = \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\delta \Psi}{\delta t}$$

voert, speelt de Hamilton functie H , op de bekende manier

$$\left(p \rightarrow \frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q} \right) \quad (1)$$

als operator opgevat, een fundamenteele rol. Bij de aanname

$$\Psi = \psi e^{\frac{2\pi i}{\hbar} E t}$$

volgt voor ψ :

$$H \cdot \psi = E \psi \quad (\text{Schrödinger}) \quad (2)$$

Hieraan knopen zich twee principia vast:

1° *het principe der spectrale ontbinding*, waarbij de factor ψ van Ψ ontwikkeld wordt als een som van eigenfuncties van $H \cdot \psi = E \psi$. Alleen de

eigenwaarden E_n zijn als energie van het systeem mogelijk. De coëfficiënten der ontwikkeling geven bij het bestaan van een gegeven golf functie Ψ de kans aan, dat de verschillende energieën zullen worden aangetroffen;

2° het *interferentieprincipe*, dat in staat stelt (als men de energie exact kent) de kans te berekenen, dat het electron zich in een bepaald ruimtelementje zal bevinden.

Het doel van het tweede deel van het boek is nu, deze twee principia als bijzondere gevallen uit een nog algemeener principe (Dirac) af te leiden.

Door een geleidelijken overgang van de drie-dimensionale ruimte naar de reële n -dimensionale en verder naar de n -dimensionale complexe ruimte komt men zonder de minste griezeling terecht in de Hilbert-ruimte, waar oneindig veel dimensies zijn en eigenfuncties de rol van eenheidsvectoren spelen. Door vectoren in al deze ruimtes te transformeeren, worden allerlei matrisen ingevoerd, die door deze quasi geometrische interpretatie veel van hun vroegere abstractheid verliezen. Het zoeken naar de hoofdasen van een quadratisch oppervlak in de drie-dimensionale ruimte blijkt het analogon te zijn van het zoeken in de n -dimensionale ruimte naar een vectorenstelsel X , dat door een gegeven matrix A in zichzelf getransformeerd wordt (afgezien van een vergrootingsfactor α): $AX = \alpha X$, terwijl dit in de Hilbert-ruimte correspondeert met het opzoeken van eigenfuncties φ en eigenwaarden α van een differentiaalvergelijking, die met een gegeven operator

$$A \left(q, p \rightarrow \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q} \right)$$

wordt opgesteld:

$$A \cdot \varphi = \alpha \varphi. \quad (3)$$

Elke mechanische grootheid a (coördinaat, impuls, energie enz.) kan met behulp van het voorschrift (1) in een operator A omgezet worden, die in (3) gezet voert tot eigenwaarden α en eigenfuncties φ .

De veralgemeende kansprincipia zijn nu:

- 1° De grootheid a kan bij meting slechts een der berekende α 's opleveren;
- 2° De golf functie Ψ , die op een gegeven oogenblik bij een bepaald systeem behoort (waarin deze a optreedt) kan ontbonden worden in een reeks van bij a behorende eigenfuncties, waaruit dan de kans volgt, dat die grootheid a een der bewuste waarden zal bezitten.

Door nu voor a de coördinaat x te nemen, vindt men (als bijzonder geval dus) het vroegere interferentieprincipe en neemt men voor a de energie (dus $A \rightarrow H$, $\alpha \rightarrow E$ zie (2)), dan vindt men het vroegere principe der spectroscopische ontbinding. Als men verder een grootheid a exact gemeten heeft (kans = 1), kan een grootheid b alleen dan exact gemeten worden, als de matrisen van a en b verwisselbaar zijn (of beide in diagonaal vorm zijn te brengen). Daar dit met coördinaat en bijbehorend impuls niet het geval is, komt het onzekerheidsprincipe van Heisenberg voor den dag.

Tot slot worden nog de bewegingsintegralen a behandeld, die in de quantummechanica gedefinieerd worden als grootheden, wier matrixelementen

$$\int \Psi_i^* A (\Psi_k) d\tau$$

onafhankelijk van den tijd zijn. Deze moeten berekend worden met de eigenfuncties der golfverg., die echter ook weer met den tijd kunnen variëren, als H of a zelve den tijd expliciet bevat. Uit deze definities volgt dan de mathematische eisch:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{2\pi i}{h} (AH - HA) = 0.$$

Deze bewegingsintegralen a zijn voor de onderhavige kansbeschouwingen van zooveel belang, omdat zoowel de mogelijke waarden ervan als wel de kans op zoo'n waarde met den tijd constant blijven. In de atomen leiden ze tot de grootte van totaal en „magnetisch” moment. Ook adiabatische beschouwingen worden even aangeroerd.

Men ziet, slechts een klein deel der quantummechanica stond op het repertoire, doch dit is zoo duidelijk en paedagogisch behandeld, dat ik een ieder, die het gevreesde boek van Born en Jordan of dat van Dirac verslaan wil, zou willen aanraden met dit van De Broglie te beginnen. Populair is het geenszins, eerder met de bekende Fransche exactheid geschreven: Theorema's voor matrisen met een discreet energiespectrum worden voor matrisen met een continu en dito's met een gemengd spectrum opnieuw bewezen en indien mogelijk de omgekeerden der stellingen eveneens. Theorema's voor volledige operatoren worden voor onvolledige herzien, zoodat het geval van ontarding diepgaand besproken wordt. Doordat echter gewone voorbeelden als rotator, vibrator en waterstofatoom reeds eerder behandeld zijn, is ook bij het optreden van al deze complicaties steeds voeling met een bekend probleem gehouden. Een nauwgezette studie van het boek wordt rijkelijk beloond.

K. F. N.

Eugène Darmois, L'Hydrogène est un mélange ortho et para hydrogène, 23 blz., 2 fig. Hermann. Paris. 1931. Prijs frs. 5.

Uit de serie: Conférences d'actualité's scientifiques et industrielles.

Een lezing, die een overzicht geeft van de stand van het waterstofvraagstuk. Schrijver tracht zijn lezers een indruk te geven van de moderne quantummechanica om daarna het eigenlijke vraagstuk te kunnen aanpakken. Het bestek is daarvoor natuurlijk te kort, deze inleiding is dan ook niet zeer geslaagd. Het boekje komt in aanmerking voor diegene, voor wie de oorspronkelijke literatuur (grootendeels Duitsch) niet toegankelijk is. v. A.

Dr. E. J. Dijksterhuis. De Elementen van Euclides, 2 deelen, Groningen, P. Noordhof, 1929 en 1930 (Deel I en III der Hist. Bibl. voor de ex. wetensch.).

Dr. H. J. E. Beth. Inleiding in de niet-Euclidische meetkunde op historischen grondslag, Groningen, P. Noordhof, 1929. (Deel II der Hist. Bibl.).

Dr. H. J. E. Beth, Newton's Principia, 2 deelen, Groningen, P. Noordhof, 1932. (Deel IV en V der Hist. Bibl.).

Allerlei teekenen wijzen er op, dat de geschiedkundige ontwikkeling der natuurwetenschappen (de wiskunde inbegrepen) zich in de laatste jaren meer en meer in de belangstelling zoowel van de professioneele beoefenaars als ook van de studenten en het ontwikkelde leekenpubliek mag verheugen; er worden colleges over gegeven, er worden lezingen en tentoonstellingen over gehouden, een museum van instrumenten en praeparaten van historisch belang is anderhalf jaar geleden voor het publiek opengesteld en de firma Noordhof te Groningen doet een historische bibliotheek voor de exacte wetenschappen verschijnen; bedenkt men, dat dezelfde firma, behalve de 5 deelen, wier titels hierboven genoemd zijn, ook nog *Dijksterhuis' Val en Worp*, *Van Haafte's Het Wiskundig Genootschap*, *Versluys' Geschiedenis der Wiskunde* en *H. K. de Vries' Historische Studiën in het licht* heeft gegeven, dan is er inderdaad reden tot verheuging zoowel over den ondernemingsgeest dezer firma, als over het feit, dat dank zij de belangstelling van zoo velen dergelijke uitgaven in onze eigen taal in ons klein land mogelijk blijken te zijn.

De Heeren Beth en Dijksterhuis, de auteurs van de genoemde 5 deelen, zijn tevens de redacteurs der Historische Bibliotheek en men mag zeker en deze beide Heeren en de firma geluk wenschen met de vruchten van hun omvangrijken arbeid, deze 5 voortreffelijke boeken, bij het doorbladeren en doorlezen van welke de lust tot kritiek mij dreigt te vergaan.

Dr. Dijksterhuis geeft in zijn „Elementen van Euclides” niet een volledige textuitgave, doch een bewerking van den text: uit boek I—VI van Euclides de volledige Grieksche text der proposities met vertalingen, de bewijzen echter in verkorten vorm, van de boeken VII—XIII een kritische bespreking, dit alles voorafgegaan door een inleiding over de ontwikkeling der Grieksche wiskunde vóór Euclides. De schrijver heeft getracht op deze wijze het boek zoowel voor niet-mathematische classici als voor niet-classieke mathematici leesbaar en belangwekkend te maken. Het komt mij voor dat hij hierin volkomen geslaagd is.

Van geheel anderen aard is Dr. Beth's werk over de niet-Euclidische meetkunde. Het is in de eerste plaats geschreven voor den wiskunde-docent, aangezien de bestudeering van de niet-Euclidische meetkunde „leidt tot verdieping van zijn inzicht in de Euclidische meetkunde, die hij doceert”. Hoewel de schrijver geen volledigheid heeft nagestreefd, is het boek toch rijk van inhoud. Na een inleidend hoofdstuk over de voorgeschiedenis der niet-Euclidische meetkunde volgen er over de grondleggers dezer meetkunde, over de analytische ruimteleer, de projectieve en de groepen-theoretische richting, de moderne axiomatica, de hyperbolische meetkunde en de elliptische meetkunde. Het werk van tal van bekende mathematici wordt er kritisch in besproken.

Ten slotte Dr. Beth's even uitvoerig als voortreffelijk werk over *Newton's Principia*. Het is een boek van didactische strekking, bedoeld om hun, die er om eenige reden niet toe komen de *Principia* zelf te bestudeeren, tot gids in *Newton's* gedachtenwereld te dienen. Dr. Beth is hierin

uitstekend geslaagd. De rijke veelzijdige inhoud der Principia weerspiegelt zich in de titels der 28 hoofdstukken, niets belangrijks blijft onbesproken. Van de methode, die de leesbaarheid van zulk een boek zoo zeer ten goede komt, nl. om geen Grieksche of Latijnsche citaten zonder vertaling en zeker geen vertalingen zonder het betreffende citaat te geven, is hier en daar afgeweken om den omvang van het werk niet al te zeer te vergrooten.

Dat er bij al dit voortreffelijks nog wel eenige aanmerkingen te maken zouden zijn spreekt van zelf. Ik heb bij het lezen en doorbladeren eenige germanismen gevonden, hier en daar een minder gelukkige stijlwenning en dergelijke meer. Doch deze vlekjes zijn zoo klein, dat zij het voortreffelijke geheel weinig of niet ontsieren.

Met groote warmte en zonder voorbehoud beveel ik deze boeken ieder aan, die belangstelt in de geschiedenis der exacte wetenschappen.

C. A. C.

ALPHABETISCH REGISTER

	Blz.		Blz.
Additiviteit van kookpunten	211	Electronen in Röntgenbuizen.	274
Arkel, A. E. van en W. de Groot, Een mogelijke verklaring van de additiviteit van kookpunten	211	Elenbaas, W., Over het verband tusschen hysteresis-kromme en maagdelijke kromme bij ferromagnetische stoffen	125
Bouwers, A. en J. H. van der Tuuk, Secundaire electronen in Röntgenbuizen.	274	Ferromagnetische stoffen	125
Calthoff, Rol bij de uitvinding van het stoomwerktuig.	259	Fokker, A. D., Théorie relativiste de l'interaction de deux particules chargées.	145
Clausing, P., Over den temperatuurcoëfficiënt van den weerstand.	167	Gasentladungen, Lichtemission	289
Condensatorontlading	33	Golflengtebepalingen van Röntgenstralen	1, 15
Cylindrische geluidsgolven, klankkaatser	311	Gorter, C. J., zie: E. C. Wiersma.	
Dekker, J. W., Kinetische afleiding van de wet van Van 't Hoff voor den Osmotischen druk van verdunde oplossingen	38	Groosmuller, J. Th., Over de zichtbaarheid van sterren.	239
Diëlectrische verliezen	234	Groot, W. de, Die Lichtemission bei Gasentladungen insbesondere von Resonanzlinien.	289
Doorslagspanningen van edelgasen.	65	—, zie A. E. van Arkel.	
Druyvestein, M. J. en W. de Groot, Temperatuurstraling bij vlammen en bij ontladingen in gassen.	153	—, zie M. J. Druyvesteyn.	
Edelgasen, Doorslagspanningen.	65	Haas, M. de, Dr. H. J. Oosting.	225
Electrisch gedrag van verschillende stoffen	19	Haas, W. J. de, Rede bij de ingebruikneming van den nieuwen electro-magneet in het Kamerlingh Onnes-Laboratorium.	113
Electrische momenten	194	Hamburger, L., Opmerkingen over variaties in het electrisch gedrag van verschillende stoffen	19
Electro-magneet, nieuwe —, in het Kamerlingh Onnes-Laboratorium	113	—, Kantteekeningen	169

Blz.	Blz.
Hanawalt, J., zie: J. A. Prins.	Oscillatorische condensatorontlading 33
Hysteresie van ferromagnetische stoffen 125	Osmotische druk van verdunde oplossingen 38
Interaction, de deux particules chargées 145	Oxygen, Susceptibility of — . . 316
Jaarverslag van het Van der Waals-fonds, 1930—1931 . 133	Particules chargées 145
Jong, W. F. de, en H. J. Stek, Bepaling van het soortelijk gewicht van korrels. . . 269	Pennings, F. M., Nieuwe metingen over de doorslagspanningen van edelgassen. . . . 65
Kamerlingh Onnes-Laboratorium 113	Fysische slinger, Proeven. . . 229
Klankkaatser, welke cilindrische golven geeft	Prins, J. A., Absolute Wellenlängenmessungen von Röntgenstrahlen II. 15
Kookpunten, additiviteit 211	—, und J. Hanawalt, Absolute Wellenlängenmessungen von Röntgenstrahlen I 1
Korrels, soortelijk gewicht. . . 269	Rapport over ultravioletverlichting 83
Lely, U. Ph., Proef over de oscillatorische condensatorontlading 33	Rede bij de ingebruikneming van den nieuwen electro-magneet in het Kamerlingh Onnes-Laboratorium . . . 113
Lichtemission bei Gasentladungen 289	Réflexeur de son 311
Momenten, meting van electriche — 194	Resonanzlinien 289
Mulder, Antoine, Sur une nouvelle méthode de construction d'un réflecteur de son, dominant des ondes cylindriques. 311	Ricinusolie, Diëlectrische verliezen 234
Neutron 177	Röntgenbuizen, Secundaire electronen in — 274
Ontladings, temperatuurstraling 153	Röntgenstrahlen, Absolute Wellenlängenmessungen 1, 15
Oosting, H. J., Proeven over het traagheidsmoment met behulp van torsietrillingen . . . 56	Rutgers, A. J., Het Neutron 177
—, Electromagnetisch ingerichte apparaten voor torsietrillingen. 60	Slinger, Proeven 229
—, Proeven met een eenvoudigen physischen slinger en een vraagstuk daarover 229	Snoek, J. L., Metingen van diëlectrische verliezen aan ricinusolie 234
Oosting, Dr. H. J., (met portret) door M. de Haas. 225	Soortelijk gewicht van korrels. . 269
	Stek, H. J., zie: W. F. de Jong.
	Sterren, zichtbaarheid 239
	Stoomwerktuig 259
	Susceptibility of oxygen 316
	Temperatuurstraling 153
	Temperatuurcoëfficiënt van den weerstand. 19, 167, 169

	Blz.		Blz.
Torsietrillingen	56, 60	Weerstand, Temperatuurcoëfficiënt	19, 167, 169
Traagheidsmoment, Proeven met behulp van torsietrillingen. . .	56	Wellenlängenmessungen von Röntgenstrahlen	1, 15
Tuuk, J. H. van der, zie: A. Bouwers.		Wiersma, E. C. and C. J. Gorter, Remarks on the susceptibility of oxygen gas.	316
Ultravioletverlichting, Rapport .	83	Wildschut, A. J., Meting van eenige elektrische momenten.	194
Van 't Hoff, Wet voor den osmotischen druk	38	Wisselwerking, Relativistische theorie van de — tusschen twee geladen deeltjes	145
Vlammen, Temperatuurstraling .	153	Zichtbaarheid van sterren	239
Vollgraff, J. A., Derol van den Nederlander Casper Calthoff bij de uitvinding van het moderne stoomwerktuig	259	Zuurstof, susceptibiliteit	316
Waals, Van der, Jaarverslag van het — fonds 1930—1931 door J. D. van der Waals Jr.	133		

